Kralın Yeni Usu



ROGER PENROSE

KRALIN YENİ USU

ROGER PENROSE

Kralın Yeni Usu

Bilgisayar ve Zekâ

Fiziğin Gizemi

Us Nerede

The Emperor's New Mind

Concerning Computers, Minds, and The Laws of Physics

Roger Penrose

Çeviri: Tekin Dereli
Redaksiyon: Ülker Erkan

ISBN 975-403-080-4
ISBN 975-403-083-9
ISBN 975-403-170-3

İlk basımı Ekim 1997'de yapılan *Bilgisayar ve Zekâ* bugüne kadar 22.500 adet basılmıştır.

İlk basımı Kasım 1998'de yapılan *Fiziğin Gizemi* bugüne kadar 25.000 adet basılmıştır.

İlk basımı Ekim 1999'de yapılan *Us Nerede?* bugüne kadar 20.000 adet basılmıştır.

TÜBİTAK POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

Yazar Hakkında

1957 yılında Cambridge Üniversitesi'nde doktorasını tamamlayan Roger Penrose, bir süre İngiltere ve ABD'deki üniversitelerde çeşitli görevler aldı. 1964-1973 yılları arasında Londra'daki Birkbeck College'de Uygulamalı Matematik Profesörü olarak çalıştı. 1969'da Stephen Hawking ile beraber kanıtladıkları bir teoremle, yeterince ağır bir yıldızı oluşturan kütlenin kendi merkezine doğru çökmesi sonucu ortaya çıkan karadeliğin, sıfır hacimli sonsuz madde yoğunluklu bir noktasal uzay-zaman tekilliğine ulaşmasının klasik fizikte kaçınılmaz olduğunu gösterdi. 1973'te Oxford Üniversitesi'nde Rouse Ball Matematik Kürsüsü profesörlüğüne getirilen Penrose, 1966'da Adams Ödülü'nü, 1971'de Dannie Heineman Fizik Ödülü'nü aldı. 1972'de Royal Society üyeliğine seçildi. 1975'te de Kraliyet Astronomi Derneği'nin Eddington Madalyasını Hawking ile paylaştı.

Sunuş

İlk basımı 1990 yılında yapılmış olmasına karşın şimdiden bilim klasikleri arasında sayılan elinizdeki kitabın yazan Roger Penrose, çağımızın önde gelen bilim adamı ve düşünürlerindendir.

Roger Penrose, 1931 yılında İngiltere'nin Colchester kasabasında doğdu. Doktor olan annesi, genetik uzmanı olan babası, birisi ünlü matematikçi, diğeri tanınmış satranç şampiyonu olan kardeşleriyle birlikte tüm aile bireylerinin matematiğe ilgisi ve yeteneği vardı. Bu ortamda yetişen Roger Penrose, üniversiteye başlarken ilgi duyduğu iki alan olan tıp ve matematik arasında tercih yapmak zorunda kalınca matematiği seçti. 1957'de Cambridge Üniversitesi'nde doktorasını tamamladı. Teorik fizik problemlerine ilgi duymaktaydı.

Bir süre İngiltere ve ABD'deki üniversitelerde gezdikten sonra 1964-1973 yılları arasında Londra'daki Birkbeck College'de Uygulamalı Matematik Profesörü olarak görev yaptı. Burada bulunduğu sırada, 1969'da, Stephen Hawking ile beraber kanıtladıkları bir teoremle, yeterince ağır bir yıldızı oluşturan kütlenin kendi merkezine doğru çökmesi sonucu ortaya çıkan karadeliğin, sıfır hacimli sonsuz madde yoğunluklu bir noktasal uzay-zaman tekilliğine ulaşmasının klasik fizikte kaçınılmaz olduğunu gösterdiler. Böylece Penrose'a şöhret önemli oranda genel görelilik teorisiyle gelmiş bulunsa da soyut matematikte de büyük başarıları vardır. Daha genç yaşlarında babasıyla beraber ilgilenmiş oldukları, Penrose'un *eğlencelik matematik* dediği bir konudaki buluşu, sonradan cebirsel geometride önemli problemlerden birisi olmuştur. Kendini tekrarlayan hangi düzlemsel şekillerle bir yüzey tam olarak kaplanabilir? Biliyoruz ki eşkenar üçgenlerle, dörtgenlerle, düzgün altıgenlerle periyodik kaplama yapılabilir. Penrose, periyodik olmayan (yani kendini tekrarlamayan) düzlem kaplaması veren binlerce farklı şekil üzerinde yıllarca çalıştıktan sonra, bunlardan bağımsız olanların sayısını önce altıya sonra ikiye indirmeyi başardı. Penrose şekilleri, ünlü **Hollandalı** grafik sanatçısı Escher'e de esin kaynağı olmuştur. Penrose, salt matematiksel merak nedeniyle bulduğu bu şekillerin sonradan kristalimsi (quasicrystal) denen kimya**sal** maddelerin niteliklerini açıklamakta kullanılmış olmasını, temel bilim araştırmalarının toplumsal yararını kanıtlayan çarpıcı bir örnek olarak göstermektedir. Roger Penrose 1972'de, Royal Society Üyesi seçildikten sonra, 1973'de Oxford Üniversitesinde Rouse Ball Matematik Kürsüsü Profesörlüğüne getirildi. Çok sayıda ödülle onurlandırılan Penrose'a son olarak 1996'da Sir ünvanı verilmiştir.

Kitabın adının Hans Christian Andersen'in ünlü masalından geldiği dikkatinizi çekmiş olmalıdır: Kralın Yeni Giysileri. Masalın ana fikri, etkili ve yetkili bilgelerin dile getirmekten kaçındıkları yalın gerçeği, bir çocuğun saflığıyla dile getirilebilmiş olmasıdır. Dünyanın önde gelen matematik dehaları arasında sayılan, teorik fiziğe katkılarının önemi sorgulanmayan Roger Penrose için çocuk saflığına sahiptir denemeyeceğine göre acaba çok önemli kitabına niçin böyle bir başlık seçmiştir?

Bunun nedenlerini 20. yüzyılda gelişen teknik olanakların bilimsel görüş ve yöntem anlayışımızda yol açtığı yeni yönelimlerde aramalıyız. Özellikle her konuda kavramların sorgulanması, daha önce hiç söz konusu edilmemiş yeni kavramların ortaya çıkması gündemdedir. Gözlem ve deney, varsayım ve kuram üstüne kurgulanmış bilimsel yöntem konusunda yeniden düşünmenin zamanı gelmiştir. Bilimsel yaklaşımın temelinde yer alan doğa gözlemlerinde bugüne dek hep insan algıları esas alınmıştı. Mikroskop gibi, teleskop gibi, ya da güncel bir örnek olması bakımından, Mars'a indirilen uzay aracı gibi detektörlerin yapımında güdülen amaç, insan algılarının erimini doğal sınırlarının ötesine ulaştırmaktır. Sonuçta doğa gözlemi denen şey, insanın dokunarak, duyarak, görerek olguları bilinç alanına (yani zihnine) aktarmasından ibarettir. Sonrası bu verileri akılla işleyerek mantıksal çıkarımlarla sonuca ulaşmaktır. Öte yandan, çağdaş algılayıcılar giderek daha artan oranlarda bilgisayar teknolojisinden yararlanmaktalar. Böylece artık verileri, örneğin bir fotoğraf olarak kağıt üzerinde gözle görülecek biçimde kayda geçirmek yerine digital bilgi bankalarına doldurmaktayız. Bunun çok önemli iki sonucu var. Bunların birincisine veri analizi yoluyla verilerin temizlenerek doğrudan gözlenemeyecek olguların fark edilmesidir dersek ikinci önemli sonuç, bilgisayar iletişim ağlarıyla veri tabanının anında tüm araştırmacılara açılmış bulunmasıdır. Artık yeni olgular, kütleçekimi yasası, termodinamik kuralları, kuantum mekaniği vb. yıllar boyunca süzülerek bizlere kadar gelmiş olan bilgi birikiminin yardımıyla hemen önümüzde, masamızın üstündeki bilgisayar ekranında, belirlemekteler. Günümüzün süper bilgisayarlarının sağladığı hızlı hesap kapasitesi yardımıyla, uzayda dolanan gezegenler, patlayan yıldızlar, çarpışan karadelikler, atmosferde oluşacak fırtına bulutları, okyanuslardaki dalgalar ve daha bunlara benzer nice olgu, temel fizik yasalarından başlanarak matematik hesaplarla ekranda oluşturulup incelenebilmekte. Masamızın üstünde, elimizin altında istersek bir dünya oluşturabiliyoruz. Artık, bir fizik modelini sınamak için doğada gözlem yapmak veya laboratuvarda deney yapmak kadar bilgisayarda benzetişim (simulasyon) yapmak da geçerli kabul edilir bir yöntem olmuştur. Yıldızları gerçekte patlatamayız, veya varlıklarının kanıtları dolaylı olarak gelen karadeliklerden iki tane

bulup, üstelik bir de bunları çarpıştıramayız. Ancak tüm bu olaylar bilgisayar benzetişimiyle incelenebilir. Daha pratik düzeyde, örneğin radyasyon korkusu duymadan, bir reaktör tasarımı benzetişim yöntemiyle yapılabilir. Yeni malzemelerin atom yapısı tasarlanıp, bunların laboratuvarda üretimine geçilmeden önce istenen fiziksel ve kimyasal nitelikleri taşıyıp taşıyamayacakları bilgisayar benzetişimiyle irdelenebilir.

Bilgisayar ekranındaki görüntüler gerçek dünyadaki olguların bire bir temsili midirler yoksa sanal bir dünyada hayal mi görmekteyiz? Sakın Evren dediğimiz, muazzam bir bilgisayar ekranından ibaret olmasın? Bilgisayarlar bilinçlendirilebilirler mi? Yani akıllanıp kendi başlarına düşünebilirler mi? Bu ve buna benzer sorulabilecek nice sorunun yakın gelecekteki felsefe tartışmalarına ne kadar uygun bir zemin oluşturdukları açıktır. Daha şimdiden bilgisayar bilimcileri tarafından Yapay Zekâ (AI=Artificial Intelligence) kavramı ortaya konmuş bulunmaktadır. Eğer, sıkça dendiği gibi, bilgisayarlar yakında yapay zekâ edinebileceklerse neden yapay akıl sahibi de olamasınlar?... Takma kol, takma bacak, suni böbrek gibi yapay organların kullanımını yadırgamıyoruz. İnsan beynini organik bir bilgisayar sistemi olarak yorumlamaya eğilimli bilgisayar bilimcilerine göre yapay beyin fikri de yadırganmayacaktır. Böyle geliştirilmiş bir bilgisayarın aklı neresinde olacaktır? Ama bu tür sorulara dalmadan önce derin felsefe konuları üstünde durup bir daha düşünmek gerek. Akıl nedir? Zekâ nedir? Bilinç nerededir? Düşünce beyinde hangi eylemlerin sonunda oluşur? Belki, zihin dediğimizin bir fiziksel varlığı bile yok. Karmaşık bir matematik hesabı bir anda hatasız yapabilmek, düşünmekle eş tutulabilir mi? Yoksa insan beyninin işlevleri arasında hesap yapabilmenin ötesine geçen bir şeyler mi var?

Roger Penrose, bu yanıtı pek zor konularda kendi görüşlerini, daha önce felsefenin derin tartışmalarından uzak durmuş bir matematikçi ve temel bilimcinin pratik yaklaşımıyla savunmuş. Kitabı, daha yayınladığı günden başlayarak büyük yankılar uyandırdı. Felsefe ve mantıkçıların, bilgisayar bilimcilerinin Penrose'a yönelik eleştirileri dinecek gibi görünmüyor. Anlaşılan o ki bu kitap bilim felsefesinin en çok tartışılan, üzerinde kitaplar yazılacak önemli eserlerinden birisi olmaya adaydır. Her bir bölümünde son derece

zor matematik, fizik ve felsefe konularının birbiri peşine ele alındığı bu uzun ve kapsamlı kitabın Türkçe çevirisi, biraz daha kolay izlenebilir yapabilmek düşüncesiyle üç kitap halinde yayınlanmakta. Toplam on bölümden oluşan kitabı, bölümlerinde ele alınan konular itibariyle üç kısıma ayırırken zorlanmadık. İlk dört bölümü içeren birinci kısımda matematik ve fiziksel gerçeklik, akıl yürütmenin sınırları, algoritmalar ve hesaplanabilirlik kavramı, matematikte kanıt, doğruluk ve sezginin önemi ele alınmaktadır. İkinci kısımda yer alan beşinci ve altıncı bölümlerde sırasıyla klasik fizik teorileriyle kuantum fiziğinin, önder konumdaki bir teorik fizikçi tarafından değerlendirilmesi, temel kavramların sorgulanmasına yer verilmektedir. Penrose, başka yazılarında da sıkça değindiği gibi, bilimsel teorileri üç kategoride ele alır: (i) Maxwell teorisi veya Einstein teorisi gibi yetkin teoriler, (ii) Kuantum elektrodinamiği, Salam-Weinberg elektrozayıf etkileşmeler teorisi gibi yararlı teoriler, (iii) Kuantum kozmolojisi, Penrose'un kendisinin tvistor teorisi veya süpercisim teorileri gibi geçici teoriler. Üçüncü kategoriye koyduğu teorilerin tartışması ve Penrose'un bunlar üzerine inşa edilmiş spekülasyona dayalı fikirleri, üçüncü kısmın bölümlerini oluşturmaktadırlar. Evrenin ve tersinemez zaman akışının sınırlarının ele alındığı yedinci bölümü izleyen bölümde bir kuantumlu kütleçekimi teorisinin gerekçeleri ve beklenen nitelikleri tartışılmaktadır. Dokuzuncu bölüm beyin, beyin işlevleri ve bilgisayarların tartışılmasına ayrılmıştır. Üzerinde çok konuşulan kuantum bilgisayarı fikri burada ele alınmaktadır. Sonuncu bölümde fiziksel aklın nerede bulunduğu konusu çevresinde öne sürülen pek çok yeni fikir bir araya toparlanmıştır.

Sanırım, tamamını okumak için verilecek uzun ve zahmetli bir uğraştan sonra kitabın akılda kalacak özü, Penrose'un, genel bir tanımlamayla, bir tür bilgisayarın karmaşık hesap eylemlerinden yararlanılarak insan düşüncesinin modellenebileceği görüşünü benimseyen Yapay Zekâcılar'a karşı olduğudur.

Prof. Dr. Tekin Dereli
ODTÜ Fizik Bölümü
22 Temmuz 1997, Ankara

Bu kitabı, basımını görecek kadar yaşamayan sevgili annemin aziz anısına ithaf ediyorum...

Matematik Denklemleri ile İlgili Açıklama

Bu kitabın birçok yerinde, yazılan her formülün kitabın genel okuyucu sayısını yarı yarıya azaltacağı konusunda yapılan uyarıları umursamadan sıkça matematik formülleri kullanmak zorunda kaldım. Formüllerin sıkıcı olduğunu düşünen okurlardan biriyseniz .(ki pek çok okuyucu böyle düşünür), size bu durumlarda bizzat uyguladığım bir yöntemi uygulamanızı öneririm. Yöntem aşağı yukarı şöyle: Formülün yer aldığı satırı atlayın ve metnin bir sonraki satırına geçiverin! Pekala, böyle yapmayın, belki yöntem tam anlamıyla hiç de böyle değil, ama o kötü formülü dikkatle incelemek yerine şöyle bir göz atar ve hemen sonra metni okumayı sürdürürseniz kısa bir süre sonra, yeniden yüreklenir, ihmal ettiğiniz formüle geri döner, önem taşıyan noktaların farkına varabilirsiniz. Neyin önem taşıdığı konusunda metinde yer alan açıklamalar size yardımcı olabilir. Eğer yardımcı olmuyorlarsa, zaten atladığınız formülü tümüyle aklınızdan çıkarmanızda hiçbir sakınca yoktur.

Teşekkürler

Bu kitabın hazırlanmasında, şu veya bu şekilde, yardımcı olan ve teşekkür borçlu olduğum birçok kişi bulunuyor. Özellikle, AI (Yapay Zekâ) taraftarları (öncelikle bir zamanlar izlediğim bir BBC TV programına katılanlar başta olmak üzere), yıllar önce, güçlü AI ile ilgili görüşleri, açıklama tarzlarıyla beni bu kitabı yazma konusunda özendirdiler (Yine de, girişimimin ileride beni ne türlü zahmetlere sokacağını bilseydim korkarım bu işe hiç kalkışmazdım).

Taslak halindeki çalışmamı kısım kısım inceleyerek, değişiklik yapmam için yararlı önerilerde bulunanlar oldu. Onlara da teşekkür

ederim: Toby Bailen, David Deutsch (Turing makinemin kurallarının düzeltilmesinde büyük yardımları olmuştur), Stuart Hampshire, Jim Hartle, Lane Hughston, Angus McIntyre, Mary Jane Mowat, Tristan Needham, Ted Newman, Eric Penrose, Toby Penrose, Wolfgang Rindler, Engelbert Schücking, ve Dennis Sciama. Mandelbrot kümesiyle ilgili olarak verdiği ayrıntılı bilgiler için Christopher Penrose'a, satranç oynayan bilgisayarlarla ile ilgili olarak verdiği ayrıntılı bilgiler için aynı şekilde Jonathan Penrose'a teşekkür ederim. Uzmanı olmadığım bir konuyu içeren IX. Bölüm'ü okuyarak kontrol eden Colin Blakemore'a, Erich Harth'a ve David Hubel'e özel teşekkür borçluyum. Teşekkür ettiğim kişiler, gözden kaçabilecek yanlışlardan hiçbir şekilde sorumlu değildirler. Bu kitabın bir kısmına temel oluşturan bazı derslerin verildiği Houston Rice Üniversitesine gitmemi sağlayan DMS 84-05644, DMS 86-06488 sözleşmeleri kapsamında destekleri için NSF: *(National Science Foundationfa.* Kuantum mekaniği ile ilgili değerli fikir alış-verişinin yapıldığı Syracuse Üniversitesi'ne gidebilmemi sağlayan PHY 86-12424'e teşekkür ederim. Bu kitaba önsöz hazırlamakla gösterdiği cömertlik ve bazı yorumları için Martin Gardner'a minnettarlığımı ifade etmek isterim. Çeşitli bölümler hakkında dikkatli ve ayrıntılı eleştirisi, kaynak kitaplarla ilgili son derece değerli yardımları ve en önemlisi en çekilmez olduğum zamanlarda bana göstermiş olduğu anlayış ve en ihtiyaç duyulan anda verdiği derin sevgi ve destek için, sevgili eşim Vanessa'ya teşekkür ederim.

Şekillerle İlgili Teşekkür

Bu kitabın yayıncıları, şekillerin çoğaltılmasına izin verdikleri için aşağıdaki yayıncılara teşekkür eder

Şekil 4.6 ve 4.9, D.A. Klarner (ed), *The mathematical Gardnef* den alıntı (Wadsworth International, 1981).

Şekil 4.7, B. Grünbaum & G.C. Shephard, *Tilings and patterns'den* alıntı (W.H. Freeman, 1987) Copyright © 1987 W.H. Freeman and

Company izniyle kullanılmıştır.

Şekil 4.10, K. Chandrasekharan, *Hermann Weyl 1885-1985* (Springer, 1986).

Şekil 4.11 ve 10.3, “Pentaplexity: a class of non-periodic tilings of the plane”den alıntı. *The Mathematical Intelligencer,* 2,32-7 (Springer, 1979).

Şekil 4.12, H.S.M. Coxeter, M. Emmer, R, Penrose ve M.L. Teuber (ed), *M.C. Escher: Art and Science* (North Holland, 1986).

Şekil 5.2, © 1989 M.C. Escher Heirs/Cordon Art-Baarn-Holland.

Şekil 10.4, *Journal of Materials Research,* 2, 1-4 (Materials Research Society, 1987).

Diğer tüm şekiller (4.10 ve 4.12 dahil) yazarın kendisi tarafından hazırlanmıştır.

Önsöz

Büyük matematikçilerin ve fizikçilerin çoğu, mesleklerinden olmayanların anlayabilecekleri bir kitap yazmanın, olanaksız olmasa bile, çok zor olduğunu düşünürler. Bu yıla kadar, dünyanın en bilgili ve yaratıcı matematik fizikçilerinden Roger Penrose'un, bu düşüncede olanlar arasında yer aldığı sanılabilirdi. Teknik olmayan makalelerini ve konferans metinlerini okumuş olan bizler ise bunun böyle olmadığını biliyorduk. Yine de Penrose'un, yoğun çalışmalarından zaman ayırarak, aynı meslekten olmayanlar için harika bir kitap yazdığını görmek hoş bir sürpriz oldu. Bu kitap, klasikler arasında yerini alacağına inandığım bir eser.

Penrose'un kitabının bölümleri, görelilik teorisinden, kuantum mekaniğine ve kozmolojiye kadar değişik konuları kapsamaktaysa da ana düşünceyi, felsefecilerin "us-beden problemi" olarak adlandırdıkları teori oluşturmaktadır. "Güçlü AI" (Yapay Zekâ) savunucuları, elektronik bilgisayarların insan aklının yapabileceği her şeyi yapabilmelerinin yalnız bir veya iki yüzyıllık (bazıları bu süreyi elli yıla kadar kısaltıyor!) bir sorun olduğuna bizi yıllardır ikna etmeye uğraşmaktalar. Gençliklerinde okudukları bilimkurgu kitaplarından etkilenen ve beyinlerimizin yalnızca (Marvin Minsky'in dediği gibi) 'etten yapılmış bilgisayarlar' olduğuna kendilerini inandıran bu insanlar, haz ve acı, güzellik ve mizah beğenisi, bilinçlilik, hür irade gibi yetilerin, elektronik robotlarda, algoritmik davranışları yeterince karmaşık duruma geldiği zaman doğal olarak ortaya çıkacağından kuşku duymamaktadırlar.

Bazı bilim felsefecileri (ünlü Çin odası düşünce deneyimini Penrose'un derinlemesine ele aldığı John Searle gibi felsefeciler) bu düşünceye şiddetle karşı çıkmaktadırlar. Onlara göre bir bilgisayar, çarklarla, kollarla veya sinyal ileten herhangi bir mekanizmayla çalışan mekanik hesap makinelerinden temelde farklı değildir (Bir bilgisayar, yuvarlanan bilyaların veya boruların içinde akıp giden

suyun üzerine dayandığı fizik yasalarına uygun yapılabilirdi). Elektrik, tellerin içerisinde, (ışık hariç) diğer enerji türlerine göre daha hızlı iletilebildiği için simgelerle hesap makinelerinde olduğundan daha süratle oynayabilir ve bu nedenle son derece karmaşık işlemlerin üstesinden gelebilir. Fakat, elektrikli bir bilgisayar gerçekleştirdiği işlemi, bir abaküsün 'anladığından' fazla 'anlar' mı? Bilgisayarlar şimdilerde satrancı ustaca oynuyorlar. Acaba satrançtan, bir zamanlar bir grup bilgisayar meraklısının derme çatma aletleriyle yaptıkları bir basit oyun makinesinden daha fazla 'anlarlar' mı?

Penrose'un kitabı, şimdiye kadar yazılmış güçlü AI karşıtı olan en etkin saldırıdır. Geçen yüzyıllarda aklın, bilinen fizik yasalarıyla çalışan bir makine olduğuna dair indirgemeci sava karşı itirazlar yapılmıştı, fakat Penrose'un karşı saldırısı, kendisinden önceki yazarların sahip olmadıkları bilgilere dayanılarak yapıldığı için, daha inandırıcı. Kitap, Penrose'un bir matematiksel fizikçiden öte, birinci sınıf bir felsefeci olduğunu, çağdaş felsefecilerin anlamsız bularak göz ardı ettikleri sorunları irdelemekten çekinmediğini açıkça göstermektedir.

Penrose, aynı zamanda, küçük bir grup fizikçinin giderek artan itirazlarına karşın, güçlü bir gerçekçiliğin savunuculuğunu üstlenmek cesaretini de göstermiştir. Yalnız "orada bir yerdeki" evren değil matematiksel gerçek de kendine özgü gizemli bağımsızlığa ve zamansızlığa sahiptir. Newton ve Einstein gibi Penrose da, gerek fiziksel dünyaya gerekse saf matematiğin Platonik dünyasına son derece alçakgönüllükle ve derin saygıyla yaklaşıyor. Sayı teoricileri arasında seçkin bir yeri bulunan Paul Erdös, en iyi kanıtların yer aldığı 'Tanrının Kitabı' hakkında konuşmaktan hoşlanır. Matematikçilerin, bu kitabın bir sayfasına ara sıra göz atmalarına izin verilir. Bir fizikçi veya bir matematikçi birdenbire bir sezgiye kapıldığı zaman Penrose bu sezginin 'karmaşık hesaplamayla uyandırılmış' bir duygunun ötesinde bir şey olduğuna inanır. Bu, bir an için nesnel gerçekle ilişkiye geçen us'tur. Acaba, diye düşünür, Platon'un dünyası ile fiziksel dünya (fizikçilerin matematiğin potasında erittikleri dünya) gerçekte bir ve aynı mıdır? Penrose'un kitabının birçok sayfası, adını Benoit Mandelbrot'tan alan Mandelbrot kümelerine ayrılmıştır. Böyle bir kümenin parçaları büyütüldüğünde istatistiksel anlamda birbirine benzer yapı göstermesine karşın, sonsuz helis

biçimi önceden tahmin edilemeyecek şekilde sürekli değişim göstermektedir. Penrose, bu egzotik yapının, tropik bir ormanın keşfi kadar olası, 'işte orada' durup duran Everest Dağı kadar somut olduğunun düşünülmesinin anlaşılmaz olduğu kanısındadır (Ben de öyle).

Penrose, 'küçük parmağının' kendisine, kuantum mekanik biliminin henüz tamamlanmamış olduğunu söylediği zaman Einstein'ın hiç de dik kafalı veya bulanık zihinli olmadığına inanan ve sayıları giderek artan bir grup fizikçiden birisidir. Görüşünü desteklemek amacıyla Penrose sizi, günümüzdeki spekülasyonların odağını oluşturan, karmaşık sayılar, Turing makineleri, karmaşıklık teorisi, kuantum mekaniğinin şaşırtıcı paradoksları, formel sistemler, Gödel karar verilemezliği, faz uzayları, Hilbert uzayları, karadelikler, akdelikler, Hawking ışıması, entropi, beynin yapısı gibi konulan kapsayan göz kamaştırıcı bir yolculuğa çıkarıyor. Köpekler ve kediler, kendilerinin 'bilincinde' midirler? Televizyonun Uzay Yolu dizisindeki gibi astronotların bir madde-aktarım sistemi yoluyla oraya buraya yollanabilmeleri teoride mümkün müdür? Evrim bilinçlenmeyi yaratırken kendi sürekliliğini sağlamak için onda ne bulmuştur? Kuantum mekaniğinin ötesinde, zamanın yönünün ve sağ/sol ayırımının kesin olarak belirlenmiş olduğu bir düzey var mıdır? Kuantum mekaniği yasaları, bundan da belki daha derin yasalar, usun işlevlerini yerine getirmesi için mutlaka gerekli midir?

Son iki soruya Penrose'un yanıtı evet olmuştur. Onun ünlü 'tvistor' teorisi -uzay zamanı içeren daha yüksek boyutlu kompleks bir uzayda etkin olan soyut geometrik nesneler teorisi- bu kitabın kapsamına alınmayacak kadar tekniktir. Penrose'un yirmi yıllık uğraşının ürünü olan 'tvistorlar', kuantum mekaniksel alanlardan ve taneciklerden daha derin bir bölgede geçerli olmak için geliştirilmiş bir teoridir. Penrose, yetkin, yararlı, geçici ve yanlış-yönlendirilmiş olarak dört gruba ayırdığı teoriler içerisinde tvistor teorisini, bugün hararetle tartışılmakta olan süper-sicim ve diğer büyük birleştirme modellerinin yanı sıra, alçakgönüllülükle, geçici gruba dahil etmektedir.

1973'ten bu yana Penrose, Oxford Üniversitesinde Rouse Ball Matematik Profesörü olarak görev yapmaktadır. Bu ünvanı haklı

olarak taşımaktadır çünkü W. W. Rouse Ball yalnız çok tanınmış bir matematikçi olmayıp, *Matematiksel Eğlencelikler ve İnceleme Yazıları* adlı bir İngiliz klasiği niteliğinde eseriyle, eğlencelik matematik alanında amatör bir sihirbazdır.

Penrose, Ball'un eğlence hevesini paylaşmaktadır. Gençliğinde 'üçlü çubuk' (tribar) denilen 'imkânsız bir nesne' keşfetmişti (İmkânsız nesne, içten-çelişkili elemanlardan oluştuğu için varolamayan çok-boyutlu bir şeklin çizimidir). Penrose ve bir genetik uzmanı olan, babası Lionel, bu tribar'ı bir Penrose Merdivenine dönüştürdüler. Basamaklı bu yapıyı, Maurits Escher *Ascending and Descending* (Çıkış ve İniş) ve *Waterfall* (Çağlayan) adlı iki ünlü gravüründe kullandı. Bir gün Penrose, 'delilik nöbeti' olarak adlandırdığı bir nedenle yatakta yatarken, dört-boyutlu bir uzayda var olan bir imkânsız nesneyi hayalinde canlandırdı. Bu öyle bir şey ki, dedi, dört-boyutlu bir yaratık ona rastlasa, "Aman Tanrım, bu da ne böyle?" diye haykırırdı.

1960'larda Penrose, arkadaşı Stephen Hawking ile birlikte evren bilimi konusunda çalışırken, belki de en çok tanınan buluşunu gerçekleştirdi. Görelilik teorisinin 'sonuna dek geçerli' olduğu savına göre, her karadelik, içinde fizik yasalarının geçerli olmadığı bir tekil bölgeye sahip olmalıydı. Bu başarı bile, son yıllarda Penrose'un, Escher mozayiğine benzer fakat düzlemi periyodik olmayan tarzda kaplayan iki şekil inşa etmesiyle gölgelendi (Bu şaşırtıcı şekiller hakkında bilgiyi *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers* adlı kitabında bulabilirsiniz). Bu şekilleri, Penrose hiçbir yararı olabileceğini düşünmeden icat etti, daha doğrusu keşfetti. Penrose'un kaplama taşlarının üç-boyutlu genellemelerinin, alışıldık olmayan yeni bir madde türünün bulunabileceği sonucuna ulaşması herkesi şaşırttı. Bugünlerde söz konusu "kristalimsi" maddenin incelenmesi kristalografi alanında en yoğun araştırma konularından birisini oluşturmaktadır. Aynı zamanda, matematiğin hiç beklenmeyen uygulamalara yol açabileceğini göstermesi açısından, modern zamanların en dramatik örneğidir.

Penrose'un matematik ve fizik alanlarındaki başarıları -yalnız bir kısmına değinebildiğim başarıları- onun bir yaşam boyu, Varoluşun gizemine ve güzelliğine duyduğu meraktan kaynaklanmaktadır.

Küçük parmağı ona, insan beyninin sadece minik teller ve anahtarlar topluluğundan oluşmadığını söylüyor. Kitabının başlangıç ve sonsöz bölümlerindeki Adam, kısmen duygulu yaşamın yavaş evriminde bilincin başlangıcının bir sembolüdür. Benim için Penrose, güçlü AI hükümdarlarının çıplak olduklarını, üzerlerinde giysilerinin bulunmadığını söylemek yürekliliğini gösteren -AI öncülerinin biraz uzağında, arkada, üçüncü sırada oturan- çocuktur. Penrose'un fikirlerinden çoğuna mizah karıştırılmıştır ama bu kitapta savunduğu fikir asla güldürü malzemesi değildir.

Martin Gardner

Başlangıç

Büyük Konferans Salonunda, yeni ‘Ultronic’ bilgisayarın açılışı için toplanılmıştı. Başkan Pollo, açılış konuşmasını henüz bitirmişti. Bitirdiği için mutluydu: Bu gibi toplantılardan pek hoşlanmazdı ve açılışını yaptığı bilgisayarın kendisine bir hayli zaman kazandıracağı gerçeğinin dışında bilgisayarlardan hiç anlamazdı. İmalâtçı firma, bilgisayarın diğer birçok görevinin arasında, Devletle ilgili olarak Başkanın çok sıkıcı bulduğu kararları almak bulunduğuna dair Başkana güvence vermişti. Bilgisayara harcadığı hazine altınının miktarı düşünülürse, bilgisayarın bu görevi üstlenmesi elbette yerinde olacaktı. Şahane özel golf sahasında saatler boyu golf oynayarak hoşça vakit geçirmek için sabırsızlanıyordu. Golf sahası, küçük ülkesinde geriye kalabilen birkaç büyük yeşil alandan bir tanesiydi.

Adam, açılış törenine katılanların arasında bulunmakla kendini ayrıcalıklı hissediyordu. Üçüncü sıraya oturdu. Ultronic’in tasarımında görev alan teknokratlardan birisi olan annesi iki sıra önünde oturuyordu. Babası da rastlantı sonucu salondaydı; davetli değildi ve şu anda arkada bir yerlerde çevresi güvenlik görevlileri tarafından tamamen kuşatılmış olarak duruyordu. Son dakikada Adam’ın babası, bilgisayarı havaya uçurmaya kalkışmıştı. Küçük bir eylemci grup olan ‘Psişik Bilinçlenme Yüksek Kurulu’nun ‘Liderliği’ ünvanını kendine uygun görmüş ve bilgisayarı havaya uçurma görevini üstlenmişti. Kuşkusuz o ve tüm patlayıcıları, sayısız elektronik ve kimyasal-duyarlı cihazlar sayesinde hemen yakalanmıştı. Cezasının küçük bir kısmını şimdiden çekiyordu; bilgisayarın açılış törenine tanık olması için salonda alıkonulmuştu.

Adam, ebeveynlerine pek aldırmazdı. Onlar için herhangi bir duygu beslemesi gerekmemişti. On üç yıllık ömrü boyunca maddi bir zenginlik ortamında, hemen hemen tamamen bilgisayarlar tarafından

yetiştirilmişti. Bir düğmeye basarak, istediği her şeye sahip olmuştu: yiyecek, içecek, arkadaş, eğlence ve hatta eğitim -gereksinim duyduğu anda dilediği bilgi, ilginç ve renkli grafikler halinde ekranda beliriyordu. Annesinin mesleki konumu ona bütün bu olanakları sağlamıştı.

Şu anda, Tasarım Şefi, konuşmasını bitirmek üzereydi: "...10^{17} mantık ünitesinden fazlasına sahiptir. Bu rakam, tüm ülkede yaşayan insanların tümünün beyinlerindeki nöronların toplam sayısından fazladır. Zekâsı, hayal bile edilemez. Neyse ki hayal etmek zorunda da değiliz. Biraz sonra zekâsını izlemek, onuruna sahip olacağız: Büyük ülkemizin saygıdeğer First Lady'si Madam Isabella Pollo'yu, olağanüstü Ultronic Bilgisayarımızı çalıştırması için huzurunuza davet ediyorum!"

Başkanın eşi öne çıktı. Biraz heyecanlı görünüyordu; ağzında birkaç sözcük geveliyerek şalter kolunu indirdi. Salonda derin bir sessizlik ve 10^{17} mantık ünitesinin aktive edilmesiyle ışıklarda hemen hemen fark edilemeyen bir kararma yaşandı. Ne olup biteceğini bilemeden herkes bekliyordu. "Yeni Ultronic Bilgisayar Sistemimize ilk sorusunu sorarak sistemi başlatmak isteyen var mı aranızda?" diye sordu Tasarım Şefi.

Herkesin önünde ve Yeni Bilgisayarın huzurunda kendilerini aptal yerine koymaktan çekinen insanlar susuyordu. Salonda suskunluk egemendi. "Aranızda soru soracak birisi mutlaka vardır ama," diye yineledi Tasarım Şefi. Fakat, yeni ve çok güçlü bir bilinçlenme duygusuyla herkes susuyordu. Adam böyle bir duyguya kapılmadı. Doğduğundan beri bilgisayarlarla büyümüştü. Bir bilgisayarın neye benzediğini hemen hemen biliyordu. En azından bildiğini sanıyordu. Her neyse, meraklanmıştı. Adam elini kaldırdı. "Tamam," dedi Tasarım Şefi, "üçüncü sıradaki küçük çocuk. Yeni dostumuz için bir sorunuz var, öyle mi?"

I. Bölüm
Bir Bilgisayar Us Sahibi Olabilir mi?

Giriş

Son yirmi-otuz yılda elektronik bilgisayar teknolojisi dev adımlarla gelişti. Önümüzdeki yirmi-otuz yıl içerisinde de, hız, kapasite ve mantık tasarımında büyük ilerlemeler kaydedileceği konusunda pek az kuşku var. Geçen yılın hesap makineleri bu yıl gözümüze nasıl ilkel ve hantal görünüyorsa bugünün bilgisayarları da ileride gözümüze aynı şekilde görünebilir. Gelişim hızında neredeyse ürkütücü bir şeyler var. Eskiden yalnız insanın düşünce sisteminin alanında gerçekleştirilebilen sayısız işlemler bugün bir insanın asla erişemiyeceği hız ve doğruluk oranında, bilgisayarlar tarafından gerçekleştirilebiliyor. *Fiziksel* yönden performansımızı kolayca aşan makinelere uzun zamandır alışkınız. Onlardan herhangi bir rahatsızlık duymuyoruz. Aksine, en hızlı atletten en az beş kat hızlı ilerleyebilen araçlarla yolculuk etmekten, veya düzinelerle işçiden oluşan ekiplerle ancak gerçekleştirilebilecek kazı ve yıkım çalışmalarını makinelerin başarıyla üstlenmesinden hoşnutuz. Önceleri asla yapamadığımız şeyleri *fiziksel* olarak yapmamıza olanak sağlayan makinelere sahip olmakla daha da mutluyuz; gökyüzünde süzülerek birkaç saat gibi kısa bir sürede okyanusun karşı sahiline inebiliyoruz. Makinelerin bu gibi başarılan gururumuza dokunmuyor. Ama, *düşünme* yeteneğine sahip olmak -işte bu çok insanca bir özellik. Ne de olsa düşünme yeteneğimiz sayesinde fiziksel yetersizliğimizi aşabildik ve diğer canlılara karşı üstünlük sağlayabildik.

Üstünlüğümüzü kanıtlayan bu önemli özelliğimizi bir gün makinelere kaptırırsak, onlara boyun eğmek zorunda kalmayacak mıyız?

Mekanik bir cihazın düşünebilmesi, hatta duygulara veya bir usa sahip olması konusu aslında yeni değildir.[1] Fakat modern bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle yeni bir ivme, hatta bir ivedilik kazanmıştır. Sorun, felsefenin derin konularına götürüyor bizi. Düşünmek veya hissetmek nedir? Us nedir? Us gerçekten var mıdır? Varsa, ilişkili olduğu fiziksel yapılara fonksiyonel olarak ne ölçüde bağımlıdır? Bu gibi yapılardan tamamen bağımsız olarak var olabilir mi? Veya yalnızca fiziksel yapıların (uygun türde yapıların) bir fonksiyonu mudur? Ne olursa olsun, ilgili yapıların özellik itibariyle biyolojik (beyin) olması mı gerekli, yoksa elektronik ekipman parçaları da pekâlâ aynı işlevi üstlenebilir mi? Us, fizik yasalarına bağımlı mı? Gerçekte, fizik yasaları nelerdir?

Bu kitapta, bu gibi sorulara yanıt arayacağım. Böylesine geniş kapsamlı sorulara kesin yanıtlar beklemek kuşkusuz haksızlık olur. Kesin yanıt veremem, başkaları da veremez. Ne var ki bazıları tahminleriyle bizi etkilemeye çalışabilir. Benim kendi tahminlerim, ele aldığım konularda önemli rol oynayacak tahminler olacaktır. Fakat, spekülasyonu katı bilimsel gerçekten açıkça ayırt etmeye çalışacağım, ve spekülasyonlarımın temelinde yatan nedenler hakkında açık olmaya özen göstereceğim. Ancak, burada benim başlıca amacım yanıtlarla ilgili çok fazla spekülasyona kalkışmak değildir. Daha çok, fiziksel yasanın yapısı, matematiğin ve bilinçli düşünme işleminin özelliği arasındaki ilişkiyle ilgili yeni yasaları ortaya koymak ve daha önce açıklandığına tanık olmadığım bir bakış açısı getirmek uğraşı içerisinde olacağım. Bu bakış açısını birkaç sözcükle yeterince tanımlayamam; işte bu nedenle, böylesine hacimli bir kitap yazmayı amaçladım. Ancak, yine de kısaca ifade etmem gerekirse, bana göre, fiziksel ve mantıksal açıdan 'us' kavramını tam anlamıyla açıklayamamamız, fiziğin temel yasalarını tam anlamıyla kavrayamamış olmamızdan kaynaklanmaktadır. Bununla, söz konusu yasaları hiçbir zaman tam anlamıyla anlayamayacağız demek istemiyorum. Aksine, gelecekteki araştırmaları bu konuda ümit verici görünen yönlere çekmek, 'us'un bildiğimiz fiziğin gelişim kapsamındaki yeri hakkında oldukça özel ve görünüşte yeni önerilerde bulunmak bu kitabın amacının bir kısmını oluşturmaktadır.

Savunduğum görüşün fizikçiler arasında benimsenmeyen ve sonuçta bilgisayar bilimcileri veya fizyologlar tarafından bugün için benimsenmesi olasılığı bulunmayan bir görüş olduğunu açıkça belirtmeliyim. Fizikçilerin, pek çoğu, insan beyni ile ilgili olarak uygulanabilir temel yasaların tümünün gerçekten mükemmelen bilindiğini iddia edeceklerdir. Genelde fizik bilgimizde hâlâ birçok boşluğun bulunduğu kuşkusuz tartışılamaz. Örneğin, doğanın atom-altı parçacıklarının kütle-değerlerine ve bunların etkileşmelerinin büyüklüklerine hükmeden temel yasaları bilmiyoruz. Kuantum teorisini Einstein'ın genel görelilik teorisiyle uyumlu hale getirecek 'kuantum gravitasyon' teorisinin nasıl geliştirileceğini bir tarafa bırakın, kuantum teorisini daha Einstein'ın özel görelilik teorisi ile nasıl uyumlu hale getireceğimizi tam bilmiyoruz. Kuantum gravitasyon teorisini geliştirememiş olmamızın sonucu, bilinen temel parçacıkların boyutunun 1/100000000000000000000'i gibi minik bir ölçekte uzayın özelliğini anlayamıyoruz, fakat söz konusu boyuttan daha büyük boyutlar için bilgimizin yeterli olduğu farz ediliyor... Bu gibi belirsizliklerin fizik üzerindeki etkileri insan beyni açısından önemsiz gibi görünse de, evrenin kapsamının -uzayda veya zamanda- bir bütün olarak sonlu veya sonsuz olduğunu bilmiyoruz. Karadeliklerin merkezlerinde veya evrenin kendisinin büyük patlama ile başlangıç anında etkin olması gereken fizik bilimini anlamıyoruz. Bütün bu yasalar, insan beyninin işlevleriyle ilgili 'günlük' ölçeğe (veya biraz daha küçüğüne) dayanarak hayal edebileceği kadar uzak görünebilir. Ve gerçekten de uzaktır! Ancak, tam burnumuzun dibinde (veya daha doğrusu ardında) durmakta olan bir konu var ki fizikçilerin pek çoğu, insan düşüncesinin ve bilincinin işlemesi ile yakından ilgili olup fizik anlayışımızda bir büyük bilinmeyeni oluşturan bu yasasının farkında bile değiller. Bu konuyu açıklamaya çalışacağım, Karadeliklerin ve büyük patlamanın bilinmeyen yasalar üzerinde kesin etkilere sahip görüşler olduğunu yine bu kitapta savunacağım.

İleriye sürmeye çalıştığım görüşün temelinde yatan **kanıtın** gücü hakkında okuru ikna etmek çabası içinde olacağım. Fakat bu görüşü anlamak için yapacak çok işimiz olacak. Bize yabana gelecek diyarlardan -bir kısmı görünüşte konumuzla ilgili olmayabilir- ve birbirinden farklı engellerden geçecek zahmetli bir yolculuğa

çıkacağız. Newton mekaniğinin temel ilkelerinin yanı sıra, kuantum teorisinin yapısını, esaslarını ve bilinmeyen yöntemlerini, özel ve genel göreliliğin, karadeliklerin, büyük patlamanın, termodinamiğin ikinci yasasının, Maxwell'in elektromanyetizma teorisinin temel özelliklerini incelemek durumunda kalacağız. Bilincin doğasını ve fonksiyonunu anlamak çabamız içerisinde felsefe ve psikolojinin sorunları devreye girecek. Kuşkusuz, önerilen bilgisayar modellerinin yanı sıra, beynin gerçek nörofizyolojisine göz gezdirmemiz, kaçınılmaz olacak. Yapay zekânın statüsü hakkında fikir edinmemiz gerekecek. Turing makinesinin ne gibi bir makine olduğunu öğrenecek, hesaplanabilirlik, Gödel'in teoremi ve teorinin karmaşıklığının anlamım anlamak gereğini duyacağız. Matematiğin derinliklerine dalmamız ve hatta fiziksel gerçekliğin doğasını sorgulamamız gerekecek.

Bütün bunların sonunda okur, açıklamaya çalıştığım alışılmadık kanıtlar hakkında hâlâ ikna olamazsa, yine de bu zahmetli ve umarım ilginç yolculuktan gerçek değere sahip bir şeyler edineceğini en azından ümit ediyorum.

Turing Testi

Hafıza bankası ve mantık ünite sayısı, insan beynindekinden fazla, yeni bir model bilgisayarın piyasaya çıktığını varsayalım. Yine bu bilgisayarların dikkatle programlanmış ve uygun türde ve büyük miktarda veriyle yüklenmiş olduklarını varsayalım. Yapımcıları, böyle cihazların gerçekten *düşündüklerini* iddia ediyorlar. Belki gerçekten zeki olduklarını da iddia ediyorlar. Veya daha da ileri giderek cihazların acıyı, mutluluğu, şefkati, gururu, vs. gerçekten *hissettiklerini* ve ne yaptıklarının farkında olduklarını ve işlevlerini gerçekten *anladıklarını* ileri sürüyorlar. Öyle görünüyor ki bu cihazlar *bilinçliler*.

Yapımcıların iddialarının inanılır olup olmadığını nasıl anlayacağız? Normal olarak, bir makine satın aldığımız zaman değerini, bize sağladığı hizmetle ölçeriz. Beklediğimiz hizmetleri tatminkâr şekilde yerine getiriyorsa memnun oluruz, getirmiyorsa geri

götürerek yenisiyle değiştirir veya onarılmasını sağlarız. İnsan fonksiyonlarına sahip olduğu iddia edilen söz konusu makine ile ilgili bu iddiaların doğruluğunu anlamak için, yapımcının kriterine uygun olarak, makinenin fonksiyonlarını yerine getirirken bir insan gibi davranıp davranmadığını sorarız. İnsan gibi davranıyorsa, yakınmamız için bir neden olamaz ve bilgisayarı onarım veya değiştirmek amacıyla iade etmemiz gerekmez.

Bu örnek bize tamamen işlevsel bir yaklaşım sağlamaktadır. İşlevselci, bilgisayarın, düşünme anında bir insanın davranışından ayırt edilemiyecek tarzda bir *davranış* sergilemesi koşuluyla *düşündüğünü* söyleyecektir. Böyle bir işlevsel bakış açısını bir an için benimseyelim. Elbette bilgisayarın, düşünmekte olan bir insanın yapabileceği gibi, odanın ortasında bir oraya bir buraya gidip gelmesini bekleyemeyiz. Veya diyelim ki, bir insana elinizle dokunduğunuzda göstereceği tepkiyi veya hissedeceği duyguyu göstermesini bilgisayardan bekleyemeyiz: Bu beklentiler, bilgisayarın amacının dışındadır. Ancak bu beklentiler, sorduğumuz herhangi bir soruya insanınkine benzer yanıtlar vermesini istediğimiz ve yanıtlarının bir insanınkinden ayırt edilemiyecek olması koşuluyla gerçekten düşünmesiyle (veya hissetmesiyle, anlamasıyla, vs.) tatmin olmayı talep ettiğimiz anlamına gelir.

Bu bakış açısı, Alan Turing'in 1950 yılında *Mind* (Turing 1950) felsefe dergisinde yayınlanan 'Computing Machinery and Intelligence' başlıklı ünlü makalesinde çok güçlü şekilde savunulmuştur (Turing'den ilerideki bölümlerde daha çok söz edeceğiz). Makalede, bu görüş, ilk kez *Turing testi* olarak tanımlanmıştır. Testin amacı bir makinenin düşündüğünü söylemenin mantıksal olarak mümkün olup olmadığıdır. Bir bilgisayarın (yukarıda verdiğimiz örnekte yapımcıları tarafından özellikleri tanımlanan bilgisayar gibi) gerçekten düşündüğünün iddia edilmekte olduğunu varsayalım.

Turing testine göre bilgisayar, gönüllü bir insanla birlikte, sorgulayıcının görüş alanının (perseptif) dışında bir yere saklanır, Sorgulayıcı, yalnız soru sormak suretiyle, hangisinin insan hangisinin bilgisayar olduğunu saptamaya çalışır. Sorgulayıcının[!] soruları, daha önemlisi aldığı yanıtlar, tamamen ses gizlenerek, yani ya bir

klavye sisteminde yazılarak veya bir ekranda gösterilerek verilir. Sorgulayıcıya, bu soru/cevap oturumunda elde edilen bilgiler dışında, her iki taraf hakkında hiçbir bilgi verilmez. İnsan denek soruları içtenlikle yanıtlar ve kendisinin insan, öteki deneğin bilgisayar olduğuna dair sorgulayıcıyı ikna etmeye uğraşır; fakat bilgisayar 'yalan' söylemeye programlanmış olduğu için kendisinin insan olduğuna sorgulayıcıyı inandırmaya çalışır. Dizi halinde tekrarlanan testler süresince sorgulayıcı, tutarlı bir şekilde, insanı saptayamadığı takdirde, bilgisayar (veya bilgisayarın programı, veya programlayıcısı, veya tasarımcısı, vs.) testi geçmiş sayılır.

Bu testin bilgisayar için adil olmadığı öne sürülebilir. Roller değiştirilerek insanın bilgisayar gibi davranması ve bilgisayardan sorulara içtenlikle, doğru yanıtlar vermesi istenseydi sorgulayıcının hangisinin insan hangisinin bilgisayar olduğunu anlaması çok kolay olurdu. Yapması gereken bütün iş, çok karmaşık bir aritmetik hesabının yapılmasını istemek olurdu. İyi bir bilgisayar yanıtı hemen ve doğru şekilde verirken insan yanıtı verirken zorlanırdı. (Bu konuda biraz dikkatli olmak gerekiyor, çünkü herhangi bir aritmetik işlemini, şaşmaz doğrulukla ve fazla çaba sarfetmeksizin zihninde çabucak gerçekleştirebilen 'hesap dahileri' bulunabilir. Örneğin, okuma-yazma bilmeyen bir çiftçinin oğlu olan ve 1824-1861 yılları arasında Almanya'da yaşamış olan Johann Martin Zacharias Dase[2], herhangi sekiz basamaklı iki sayının çarpımını bir dakikadan az bir sürede, yirmi basamaklı iki sayının çarpımım altı dakika gibi kısa bir sürede zihninde gerçekleştirebiliyordu! Daha yakın dönemlerde, 1950lerde, Edinburgh Üniversitesi Matematik Profesörü Alexander Aitken'in bu konuda insanı etkileyen başarıları olmuştur. Test amacıyla sorgulayıcının daha zor işlemler seçmesi, örneğin otuzar basamaklı iki sayının çarpma işleminin iki saniyede tamamlanmasını öngören sorular seçmesi gerekecektir. Böyle bir soru, iyi bir modern bilgisayarın kolaylıkla üstesinden gelebileceği bir işlemdir).

Böylece, bilgisayar programcılarına bilgisayarın, bazı durumlarda gerçekte olduğundan daha 'aptal' görünmesini sağlamak düşüyor. Çünkü, sorgulayıcının bilgisayara karışık bir aritmetik sorusu sorması halinde, bilgisayarın soruyu yanıtlayamıyormuş gibi görünmesi gerekir; aksi halde, kısa sürede kendini ele vermiş olacaktır!

Bilgisayarın bu şekilde daha 'aptal’ görünmesini sağlamak sanırım programcılar için özellikle ciddi bir sorun yaratmayacaktır. Onlar için asıl sorun, her insanın kolayca yanıtlayabileceği en basit ‘aklı selim’ sorusunu yanıtlayabilecek şekilde bilgisayarı programlayabilmektir!

Bu tür soruların belirli örneklerinin yinelenmesinde, yineleme olayının doğasında bulunan bir sorun ortaya çıkar. İlk soruda, bilgisayarın bu *özel* soruyu bir insanın yanıtlayabileceği şekilde nasıl yanıtlayacağına dair bir yol bulmak kolaydır. Oysa *sürekli* sorgulamada, özellikle özgün ve biraz gerçek anlama yeteneği gerektiren sorularla yapılan seri sorgulamada bilgisayarın gerçek anlama yeteneğinden yoksun olduğunun ortaya çıkması olasıdır. Sorgulayıcının becerisi, kısmen, bu tür özgün soru biçimleri bulabilmesinde, kısmen de, derinlemesine inceleme niteliğinde bir yaklaşımla, gerçek ‘anlayışın’ var olup olmadığını ortaya çıkaracak şekilde tasarımlanmış diğer sorularla bağdaştırabilmesindedir. Sorgulayıcı, aradaki farkı bilgisayarın fark edip etmeyeceğini anlamak için, sorgulama esnasında tamamen saçma bir soruyu araya sıkıştırabilir, veya saçma gibi görünen fakat aslında anlamlı olan bir iki soruyu diğer soruların arasına katabilir: Örneğin, şöyle sorabilir: ‘Duyduğuma göre, bu sabah bir gergedan pembe bir balonla Mississipi boyunca uçmuş. Buna ne dersin?’ (Bilgisayarın alnında biriken soğuk ter taneciklerini görür gibisiniz!) Bilgisayar ihtiyatla yanıtlar: “Oldukça gülünç geldi bana.” Şimdiye kadar iyi gitti. Sorgulayıcı: “Sahi mi? Bir zamanlar amcam da aynı şeyi yapmıştı - gitmiş ve dönmüştü-yalnız onunki kirli-beyaz renkte ve çizgiliydi. Bunda gülünç olan ne var?” Doğru dürüst anlama yeteneği yoksa, bilgisayarın çok geçmeden tuzağa düşeceğini ve kendini ele vereceğini tahmin etmek zor değil. Hafıza bankasında gergedanların kanatlarının olmadığına dair bilgi varsa, ilk soruyu “Gergedanlar uçamaz” diyerek, ikinci soruyu da “Gergedanlar çizgili değildir” şeklinde yanıtlayabilir. Sorgulayıcı, bilgisayarın aradaki temel farkı anlayıp anlamadığını kontrol etmek amacıyla, bir sonraki sorusunu, gerçekten saçma bir soruya dönüştürmek için ‘Mississipi’nin altında’ veya ‘pembe bir balonun içerisinde’ veya ‘pembe bir gecelikle’ şeklinde değiştirebilir.

Turing testini geçebilecek bilgisayarın yapılıp yapılamayacağı, veya ne zaman yapılabileceği gibi konuları şimdilik bir tarafa

bırakalım. Yalnızca bir tartışma başlatabilmek için bu tür makinelerin imâl edilmiş olduklarını varsayalım. Peki, Turing testinde başarılı olan bir bilgisayarın *mutlaka* düşündüğü, hissettiği, anladığı, vs. iddia edilebilir mi? Bu konuya az sonra değineceğim. Şimdilik, elimizdeki sonuçların bazılarını değerlendirelim. Örneğin, bilgisayarın yapımcıları iddialarında, yani cihazlarının düşünen, hisseden, duyarlı, anlayışlı, *bilinçli* bir varlık olduğuna dair iddialarında haklıysalar, cihazı satın almamız bizi *ahlâki sorumluluklarla* karşı karşıya bırakacaktır. Yapımcılarına inanmamız gerekiyorsa elbette ki bu böyle olacaktır! Bilgisayarın duygularını hiçe sayarak, sırf ihtiyaçlarımızı tatmin için onu kullanmamız hiç de hoş karşılanmayacaktır. Bir kediye kötü davranmakla bunun arasında ahlâk açısından bir fark yoktur. Yapımcısının iddiasına göre duygulu bilgisayarımızı incitmekten sakınmamız gerekecektir. Bize bağlandığı, yakınlık duyduğu bir sırada devresini kapatıvermemiz veya hatta bir başkasına satıvermemiz bizi ahlâki zorluklarla karşı karşıya bırakabileceği gibi, başka insanlarla veya hayvanlarla kurulacak duygusal ilişkilerin bizi içine sürükleyebileceği sayısız başka sorunlar da söz konusudur. Bütün bunlar, yaşantımızı yakından ilgilendiren sorunlardır artık. Bizim için (ve de yetkili makamlar için!), imalâtçıların, “Düşünen cihazlarımızdan her biri uzmanlarımız tarafından tümüyle Turing testinden geçirilmiştir” gibi bir kanıtla desteklenmiş iddialarının doğru olduğunu varsayalım.

İddiaların bazı sonuçlarının, özellikle ahlâki sonuçlarının, görünüşteki anlamsızlığına, gülünçlüğüne rağmen, Turing testinden başarıyla geçmiş olmanın, düşünce, zekâ, anlayış veya bilinçlenmenin geçerli bir göstergesi sayılması bence oldukça etkin bir kriterdir. Çünkü, başkalarının böyle özelliklere sahip oldukları hakkında karşılıklı konuşma yöntemi dışında başka hangi yöntemle, nasıl yargıya varabiliriz? Yüz ifadesi, bedenin hareketleri ve benzer hareketler gibi başka kriterler de vardır gerçi ama diyelim ki (belki biraz daha uzak bir gelecekte) bütün bu mimikleri ve hareketleri başarıyla taklit edebilen bir robot yapıldı. Robotu ve insanı, sorgulayıcıdan saklamak artık gerekmeyecek fakat, ilke olarak, sorgulayıcının elinde yine aynı kriterler bulunacaktır.

Turing testini düzenleyen ben olsaydım, şartlarına daha fazla esneklik getirmeye çalışırdım. Bilgisayardan, bazı bakımlardan, bir

insanı ondan ayırt edilemiyecek kadar iyi taklit etmesini istemek doğrusu ondan gereğinden fazlasını istemektir. Yanıtların temelinde 'bir yabancılık', yapay bir bilinçlilik var olduğu için, bilgisayarın yanıtlarının doğasına bakarak sorgulayıcı gerçekten ikna olabilir. Ben olsam sorgulayıcıdan yanıtların doğasına bakmasını isterdim. Bugüne kadar inşa edilmiş olan tüm bilgisayar sistemlerinde açıkça görülen eksiklik budur. Ancak, sorgulayıcı, bilgisayarın bilinçsiz yanıtında bile bir bilinçlilik algılayabilir ve bu bilinçliliği bilgisayara atfetmek konusunda isteksiz davranabilir. Böyle bir tehlike olasılığını kabul ediyorum. Diğer taraftan, sorgulayıcı, gerçekte var olmasa bile, böyle bir 'yabancılık' duygusuna kapılarak istemeden de olsa bilgisayara kuşkulanma fırsatı verebilir. Bu nedenle Turing testinin ilk versiyonu, daha nesnel olmasından kaynaklanan daha büyük bir avantaja sahiptir ve ben de sonraki bölümlerde bunun üzerinde duracağım. Önceden değindiğim gibi bilgisayara yapılan haksızlık (yani, testte başarılı olmak için bir insanın yapabileceği her şeyi yapmasının beklenmesi, oysa insanın bir bilgisayarın yapabildiğini yapmak zorunda olmaması) düşünme yeteneği, vs. saptamak konusunda Turing testinin etkinliğini destekleyenleri rahatsız eder gibi görünmüyor. Turing testinin taraftarlarına göre bilgisayar çok geçmeden -diyelim 2010 yılına kadar- Turing testinden başarıyla geçebilecektir (Turing, başlangıçta 'vasat' bir sorgulayıcı ve sadece beş dakikalık bir sorgulamayla, 2000 yılına kadar, yüzde 30 başarı oranı öngörmüştü). Sonuçlara bakarak Turing taraftarları, bu taraf tutan görüşün, öngörülen tarihi geciktirmeyeceğine inanıyorlar!

Bütün bunlar temel bir soruyla yakından ilişkilidir: İşlevsel bakış açısı, nesnel bir alemin ussal özelliklerinin varlığına veya yokluğuna dair hüküm vermek için makul bir kriterler sistemini gerçekten sağlar mı? Bazıları, sağladığını savunuyor. Düş gücü, ne kadar yetenekli olursa olsun, gerçeğin yerini tutamaz.

Benim konumum ikisinin arasında kalıyor. Ne kadar yetenekli olursa olsun, düş gücünün yeterli düzeyde ve beceriyle yapılacak bir sondajla saptanmasının yerinde olacağına genel ilke olarak inanmak eğilimindeyim. Gerçi bu, kanıtlanmış bir olgudan çok bir inanış (veya bilimsel iyimserlik) sayılabilir. Böylelikle, Turing testini, kendi bütünlüğü içerisinde olmadıkça geçerli bir sistem olarak kabul etmeye genelde hazırım. Açıkçası, bir bilgisayar kendisine yöneltilen

tüm soruları bir insanınkinden ayırt edilemeyecek -ve böylece idrak yeteneğine sahip sorgulayıcımızı gerektiğince[1l] ve sürekli aldatacak-tarzda yanıtlayabilirse, *aksine bir kanıt olmadığı sürece,* bu bilgisayar gerçekten düşünüyor, hissediyor, vs. kanısına varabilirim.

Düşünme, hissetme veya anlam veya özellikle, *bilinçlilik* ile ilgili açıklamalarımda 'kanıt' 'gerçekten' ve 'varsayım/tahmin' sözcüklerini kullandığım zaman bunların, fiziksel nesnelerdeki varlık veya yakınlıklarını kanıtlamaya çalıştığımız gerçek objektif 'nesneler' anlamında kavramlar olduklarını imâ ediyorum, yalnızca anlatım dilinin gereği olarak kullanmıyorum! Bunu son derece önemli bir konu kabul ediyorum. Bu gibi özelliklerin varlığını saptamaya çalışırken, elimizdeki tüm kanıtlara dayanarak tahmin yaparız (İlke olarak, bu durum, örneğin bir astronomun uzak bir yıldızın kütlesini tahmin etmeye çalışmasından farklı değildir).

Başka ne çeşit bir aksi kanıt düşünülebilirdi ki? ileriye yönelik kurallar koymak zor olmakla birlikte ben bir noktayı açıklamak istiyorum: Bilgisayarın, nöronlar, kan damarları, vs. yerine transistörlerden, tellerden, vs. yapılmış olması gerçeği, tek başına, aksi kanıt sayabileceğim türde bir şey değildir. Benim düşlediğim şey, gelecekte bir gün, bilinçlilik ile ilgili başarılı bir teorinin geliştirilebileceğidir -tutarlı ve uygun bir fizik teorisi olması bakımından başarılı, fiziksel anlayışın geriye kalan kısmıyla güzel bir şekilde uyumlu olduğu için başarılı; öyle ki öngörüleri, insanların kendileriyle ilgili yanıt aradıkları ne zaman, nasıl, ne dereceye kadar bilinçli oldukları sorularıyla ilgili iddialarıyla tamamen uyumlu bir teori. Böyle bir teori, bilgisayarımızın varsayılan bilinçliliği ile ilgili ipuçlarını gerçekten verebilir. Böyle bir teorinin ilkelerine uygun inşa edilen bir 'bilinçlilik detektörünü' bile düşleyebiliriz. İnsan üzerinde son derece güvenilir olan böyle bir detektör, bilgisayar söz konusu olduğunda, Turing testinin sonuçlarından farklı sonuçlar verebilir. Bu koşullarda, Turing test sonuçlarının yorumlanması konusunda çok dikkatli olmak gerekir. Bana öyle geliyor ki, kişinin Turing testinin uygun olup olmadığı konusuna bakış açısı, kısmen, bu kişinin bilim ve teknolojinin nasıl gelişeceğine dair görüşlerine bağlıdır. Bu konuya daha sonra tekrar döneceğiz.

Yapay Zekâ

Çoğu kez kısaca AI (Artificial Intelligence) olarak anılan Yapay Zekâ son yılların en çok ilgi çeken konusudur. Al'ın amaçları, makineler, normalde elektronik makineler, aracılığıyla insanın ussal etkinliğini olabildiğince taklit etmek ve belki sonuçta insanın ussal etkinlik yeteneğini geliştirmektir. AI sonuçlarına en az dört alanda ilgi duyulmaktadır. Bunlardan birisi *robotik'*tir. Robotik, insanın müdahalesini veya kontrolünü gerektiren çok çeşitli ve karmaşık görevleri, 'zekâ gerektiren' görevleri, insan yeteneğinin ötesinde bir hız ve güvenilirlikle yerine getirebilen, veya insan hayatının tehlikeye girebileceği olumsuz koşullarda görev alabilen mekanik cihazların endüstrinin uygulamadaki gereksinmelerine cevap vermek amacıyla üretim çalışmalarının yapıldığı bir sektördür. Genel olduğu kadar ticari açıdan da AI amaçlarına ilgi duyulan bir diğer alan *uzman sistemlerdir.* Bu sistemlere göre, bir meslek grubunun -tıp, hukuk, vs - tüm temel bilgileri bir bilgisayar paketi halinde kodlanmalıdır! Bu meslek üyelerinin deneyim ve uzmanlıklarının yerini bilgisayar programı paketlerinin alması mümkün müdür? Yoksa, yalnızca, gerçeklerle ilgili bilgilerin, geniş kapsamlı bir bilgi-kaynak listesiyle birlikte, uzun listeler halinde hazırlanması mı amaçlanmaktadır? Bilgisayarların insan zekâsının yerini alabileceği (veya taklit edebileceği) konusunun önemli ölçüde sosyal karmaşa yaratacağı açıktır. Al'ın doğrudan ilgili olduğu bir diğer alan *psikolojidir.* İnsanın (veya bir başka hayvanın) beyninin davranışlarının elektronik bir cihaz vasıtasıyla taklit edilmeye çalışılmasıyla -veya bunun gerçekleştirilememesiyle-, beynin işlevleri hakkında önemli bilgiler edinilebilir. İyimser bir yaklaşımla AI, felsefenin derin soruları hakkında, *us* kavramının anlamına sezgi yoluyla nüfuz etmemizi sağlayarak, bize bir şeyler anlatabilir.

AI bugüne değin ne kadar ilerleme kaydetmiştir? Bu konuda bir özetleme yapmak benim için zor olurdu. Dünyanın çeşitli yerlerinde bu konuda çalışan pek çok grubun çalışmalarının pek azmin ayrıntıları hakkında bilgi sahibiyim. Ancak şu kadarını söyleyebilirim ki, gerçekten zekice pek çok çalışma yapılmış olmasına karşın, insan zekâsının yerini tutacak herhangi bir simülasyonun gerçekleşmesi için kat edilecek daha çok yol vardır. Konuya çeşni katması amacıyla

eski (yine de etkileyici) çalışmalardan ve günümüzde satranç bilgisayarlarında kaydedilen gelişmelerden bahsedeceğim.

İlk AI cihazlarından birisi, 1950'lerde yapılmış, W. Grey Walter'ın "kaplumbağa'sı idi.[3] Bu cihaz, pilleri bitinceye kadar yerde dolaşıp durur, sonra, pillerini doldururdu. Pilleri tamamen şarjlanınca, fişini prizden çeker, odanın içindeki yürüyüşüne devam ederdi! O günden bugüne, benzer birçok cihaz imâl edildi (örneğin, bkz. Waltz 1982). Oldukça farklı bir çizgide gelişmenin örneği 1972'de Terry Winograd'ın bilgisayar programında görüldü. Simülasyon cihazı, farklı biçim ve renkteki blokları farklı sıra ve dizilişte birbirinin üstüne, akla uygun şekilde yerleştirebiliyordu. Söz konusu ilk başarılı çalışmalara karşın, o zamanlar, basit eklemli bir 'robot kolunun' kumandasını bile tasarımlamanın ne kadar zor gerçekleştiği anımsanmalıdır. AI yöntemlerinin henüz hiçbir etkinlik gösteremediği alanlardan birisi, insan (veya hayvan) beyninin 'çaba sarfetmeden' yapabildiği bir işlem, yani görsel sahnelerin yorumlanması işlemidir.

Belki de Turing testi ile daha doğrudan ilişkili bir bilgisayar programı 1960'larin ortalarında K.M. Colby tarafından geliştirilmiş ve yapay fizyoterapist olarak o kadar başarılı olmuştur ki bazı hastalar dertlerini daha rahat anlatabildikleri gerekçesiyle gerçek terapistin yerine bilgisayarı tercih etmişlerdir. Bilgisayar 'terapist' ile bir hasta arasındaki konuşma (teleyazıcı vasıtasıyla yapılmıştır) örnek olarak aşağıda verilmiştir:[4]

TERAPİST: Size nasıl yardım edebilirim?

HASTA: Bilmiyorum.

TERAPİST: Bana sorununuzdan bahsetmeye çalışın.

HASTA: Olmaz.

TERAPİST : Biraz ayrıntı veremez misiniz?

HASTA: Bugün hasta ve yorgunum.

TERAPİST: Sebebi hakkında bir fikriniz var mı?

HASTA: Evet, yaşlıyım.

TERAPİST: Lütfen devam edin.

HASTA: Hiçbir şeye ilgi duymaz oldum.

TERAPİST: Biraz daha açıklayın?

HASTA: Neden böyle hissettiğimi sanırım biliyorum.

TERAPİST: Sahi mi.

HASTA: Sanırım bir aile özlemi çekiyorum.

TERAPİST: Aile özlemini size hissettiren nedir?

HASTA: Bunu açıklaması zor.

TERAPİST: Sizin için aile niçin önemli?

Bu diyalog, bilgisayarın aslında hiç olmayan anlama yeteneğine bir ölçüde sahip olduğu izlemini veriyorsa da, gerçekte bütün yaptığı oldukça basit mekanik kurallara uygun davranmaktır (Bilgisayar simülasyon programlarında, şizofrenik bir hastayı simüle eden bir ‘diyalog' daha vardır. Bu diyalogda tüm ders kitaplarında bulunan cevaplar ve semptomlar yer almakta, diyaloğu dinleyen tıp öğrencilerini bilgisayar, yanıtların ‘insan hasta’ tarafından verildiğine inandırmaktadır!).

Satranç-oynayan bilgisayarlar “zeki davranış" olarak nitelenebilecek davranış sergileyen makinelerin belki en iyi örneğidir. Gerçekte bu makineler, bugünlerde (1989’da) ‘Uluslararası Usta’ düzeyinde performans göstermektedirler (Bu bilgisayarların puanları 2300’ün biraz altında olup, kıyaslama amacıyla bir değer verilmesi gerekirse, dünya şampiyonu Kasparov’un puanı 2700’ün üzerindedir). Özellikle Dan ve Kathe Spracklen tarafından hazırlanan bir program (Fidelity Excel ticari mikroprosesörü için) 2110’luk bir puana (Elo) ulaşarak USCF ‘Usta’ ünvanını kazanmıştır. Daha da etkileyici bir program ‘Derin Düşünce’, Carnegie Mellon Üniversitesinden Hsiung Hsu tarafından hazırlanmış ve yaklaşık 2500 Elo puan almıştır. Bu satranç programı yakın zamanlarda, Büyük Usta Bent Larsen’i ilk kez yenerek Kasım 1988’de Longbeach, Kaliforniya'da düzenlenen bir satranç turnuvasında birinciliği Büyük Usta Tony Mitos ile paylaşmıştı![5] Satranç bilgisayarları artık satranç *problemlerini* de çözmekte ve bu konuda insan rakiplerini kolaylıkla alt etmektedirler.[6]

Satranç-oynayan makineler, doğru hesaplama gücünün yanı sıra ‘kitap bilgisi’ne de büyük ölçüde bağımlıdırlar. Kabul etmek

gerekirse, özellikle çabuk hamle yapılmasının gerekli olduğu durumlarda bu makineler, insan satrançççıya kıyasla genelde daha iyi performans göstermektedir. Çünkü, bilgisayarın kuralları, kesin ve hızlı hesaplama esasına göre alınırken, insan satrançççı 'karar verme'nin avantajından yararlanmak yoluna gider ve bu işlem yavaş ve bilinçli bir değerlendirme yapmak demektir. İnsan yargıları, hesaplamanın her aşamasında, analizle gerçekleşebilenden daha fazla derinliğine dikkate alınması ciddi olasılıkların sayısını önemli ölçüde azaltırken makine, karar vermek kaygısı olmaksızın olasılıkları hızla hesaplar ve doğrudan elimine eder (Bu fark, zor bir Uzak Doğu oyunu olan 'go' oyununda daha belirgindir, çünkü bu oyunda hamle başına düşen olasılık sayısı satranççtakinden fazladır). Bilinçlilik ve kararların oluşturulması arasındaki ilişki sonraki bölümlerin, özellikle X. Bölüm'ün ana konusudur.

'Haz' ve 'Acı'ya AI Yaklaşımı

Yapay zekânın, mutluluk, acı, açlık gibi ussal özelliklerin bir çeşit açıklamasını sağlayacak bir yol olduğu öne sürülmektedir. Grey Walter'ın kaplumbağasını ele alalım: Pili bittiği zaman davranış biçimi değişiyor, enerji deposunu yenilemeye tasarımlandığı şekilde davranmaya başlıyordu. Bir insanın -veya herhangi bir başka hayvanın- kendini aç hissettiği zamanki davranışı ile Walter'ın kaplumbağasının davranış biçimleri arasında açıkça görülen benzerlikler vardır. Grey Walter'ın kaplumbağasının 'acıktığı' zaman aynı davranışı gösterdiğini söylersek, buna hiç de dil sürçmesi denilemez. Kaplumbağanın içindeki bir mekanizma pilin şarj durumuna duyarlı olduğu, için, enerji belirli bir noktanın altına indiği zaman kaplumbağaya farklı bir davranış biçimine sahip olacak şekilde komut veriyor. Kuşkusuz hayvanların bedenlerinde buna benzer bir mekanizma var; fakat hayvanlarda davranış biçimindeki değişiklikler biraz daha karmaşık ve anlaşılması zor. Bir biçimden diğerine bir kumanda mekanizması sayesinde geçmek yerine, belirli tarzda hareket etme *eğiliminde* bir değişiklik oluşmakta, bu değişiklikler, enerji kaynağını yenileme gereksinmesi arttıkça daha da güçlenmektedir (bir noktaya kadar).

Aynı şekilde, AI taraftarları, acı ve mutluluk gibi kavramların da bu şekilde örneklenebileceğini öngörmektedirler. Konuyu basite indirgeyelim ve 'duyguları', aşırı 'acı'dan (puan: -100) aşırı 'hazza' (puan: +100) kadar tek Ölçeğe indirelim. Herhangi bir çeşit makinemiz, diyelim elektronik makinemiz kendi 'haz/acı' puanının kaydını yapabilecektir. 'Haz/acı' puanını kısaca ha-puanı olarak adlandıralım. Elektronik cihazımız belirli davranış kipleri ve dahili (pilleri gibi) veya harici bazı girdilerle donanımlıdır. Hareketleri, ha-puanını en üst düzeye çıkarabilecek şekilde tasarımlanmıştır. ha-puanını etkileyen birçok etken bulunabilir. Pillerinin düşük şarjlı olması olumsuz bir etken, yüksek şarjlı olması olumlu bir etkendir. Kuşkusuz bu etkenleri dilediğimiz gibi ayarlayabiliriz, fakat başka etkenlerin var olduğunu unutmamalıyız. Belki cihazımızın üzerinde, alternatif bir enerji kaynağı olarak güneş enerjisi depolayan panolar bulunabilir. Böylece, panolar devredeyken, pillerin kullanılması gerekmez. Gün ışığına yaklaştırıldığında ha-puanını biraz artırabilir, böylece diğer etkenlerin var olmaması durumunda bu davranış eğilimini göstermesini sağlayabiliriz (Aslında, Grey Walter'in kaplumbağası daima ışıktan *kaçınırdı*!). Farklı hareketlerinin ha-puanı üzerindeki olası etkilerini kontrol amacıyla cihazımız gerekli hesaplamaları yapabilecek donanıma da sahip olmalıdır. Verilerinin güvenilirliğine bağlı olarak ha-puanı üzerindeki büyük/küçük etkilerin hesaplanmasında olasılık katsayısını uygulayabilmelidir.

Cihazımızı, enerji kaynağını sürekli yenilemenin dışında başka 'amaçlarla da donatmalıyız; aksi durumda, 'acı'yı 'açlık'tan ayırt edemeyiz. Şimdilik seks söz konusu olmadığı için, cihazımızın üreme sistemiyle de donatılmasını istemek biraz fazla olur! Fakat belki benzer cihazlarla arkadaşlık kurabilmesi için bedenine bir 'dostluk istek' mekanizması monte ederek arkadaşlarıyla bir araya geldiği zaman pozitif ha-puanını artırmasını sağlayabiliriz. Veya onu kendi adına öğrenme 'aşkı' ile donatabiliriz; böylece dış dünya ile ilgili gerçekleri hafızasına depolayarak ha-puanını olumlu etkileyebilir. (Biraz daha bencilce davranarak cihazımızı, bizim için bir hizmet yaptığı zaman olumlu puan alacak şekilde programlayabiliriz -aynı bir robot hizmetkâr inşa ettiğimiz zaman yapmamız gerektiği gibi!) Bu gibi 'amaçları', aklımıza estiği gibi cihazımıza empoze etmemizin yapaylık olduğunu ileri sürenler

bulunabilir. Fakat bu, doğal seçimin bireyler olarak bize, büyük ölçüde, genlerimizle çoğalma ihtiyacıyla yönetilen belirli ‘amaçları’ empoze etmesinden farklı değil ki.

Cihazımızın, öngörülen şekilde başarıyla monte edildiğini varsayalım, ha-puanı artı olduğu zaman haz *duyduğunu* ve ha-puanı eksi olduğu zaman acı *hissettiğini* nasıl kanıtlayacağız? AI (veya işlevsel) görüşe göre, davranışına bakarak bu konuda bir hükme varabiliriz. Puanını olabildiğince yüksek bir artı değere çıkaracak (ve olabildiğince uzun artı kalacak) şekilde davrandığı ve buna karşılık yine eksi puanlardan olabildiğince sakındığı için mantıklı bir sonuca vararak, haz hissini puanının artılık derecesi olarak, acı duygusunu da puanının eksilik derecesi olarak *tanımlarız.* Böyle bir tanımın ‘mantığı’, haz ve acı duyguları ile ilgili olarak bir insanın da tamamen aynı reaksiyonu göstereceği gerçeğinden kaynaklanabilir. Kuşkusuz, insanlar söz konusu olduğunda, hepimiz biliriz, durum bu kadar basit değildir: Bazen bilerek isteyerek acıdan kaçınmaz, bazen hazdan kaçınmak için yolumuzu değiştiririz. Bizim hareketlerimizi çok daha karmaşık kriterler yönlendirir (Bkz. Dennett 1978, s. 190-229). Fakat kabaca bir ortalamayla, acıdan kaçınmak ve haz peşinde koşmak bizim gerçek davranış biçimimizdir. Bir işlevselci için bu durum, aynı düzeyde bir ortalamayla, cihazımızın ha-puanının acı/haz oranı ile *tanımlanması* konusunda yeterli gerekçe teşkil eder. Bu gibi tanımlamalar AI teorisinin amaçları arasında da yer alır.

Şimdi sormalısınız: Cihazımızın, ha-puanı eksi olduğu zaman acı, artı olduğu zaman haz *duyması* gerçekten söz konusu mu?

Gerçekten, cihazımız herhangi bir şey hisseder mi? İşlevselci, kuşkusuz, ya “Tabii ki evet” der veya anlamsız olduğu gerekçesiyle bu çeşit soruları reddeder. Fakat, bana kalırsa, burada dikkate alınması gereken ciddi ve zor bir soru *var.* İnsanlar için dürtüler çok çeşitlidir. Acı ve haz gibi bazıları bilinçlidir; fakat bazı dürtülerin doğrudan doğruya farkına varamayız. Kızgın sobaya elini süren bir insanda, acı hissini henüz duymadan önce elini çekmesine neden olan istemsiz bir hareket oluşur. Bu tip istemsiz hareketler, acı ve hazzın gerçek etkilerinden çok, cihazımızın ha-puanına karşı tepkilerine daha yakındır.

Makinelerin davranışlarını tanımlarken antropomorfik, çoğu kez şaka yollu terimler kullanırız: ‘Bu sabah arabamın canı çalışmak istemiyor’ veya ‘Saatim hâlâ Kaliforniya saatine göre işlediğini sanıyor’; veya ‘Bilgisayarım son komutu anlamadığını, bir sonraki aşamada ne yapması gerektiğini bilmediğini iddia ediyor.’ Elbetteki arabamızın *gerçekten* bir şey *isteyebileceğini,* veya saatimizin *sanabileceğini,* veya bilgisayarımızın *iddia edebileceğini,* veya hatta *anlayabileceğini* ima etmiyoruz. Bu çeşit tanımlamalar, onlara gerçek iddialar gözüyle bakmadığımız, yalnız kastettikleri espri içerisinde baktığımız sürece gerçekten tanımlayıcı ve anlamamıza yardımcı olacaklardır. Üretilen bilgisayarlarda da, amaçlanan espri *ne olursa olsun,* ussal özellikler var olabileceğine dair iddialara yaklaşımım aynıdır. Grey Walter’ın kaplumbağasının acıkabileceğini söylediğim zaman bunu yarı-şaka olarak söylerim. Bir cihazın ha-puanı ile ilgili ‘acı’ veya 'haz’ gibi ifadeler kullandığım zaman, kendi davranışımı ve ussal durumumla bazı benzerlikler nedeniyle cihazın davranışını anlamama yardımcı oldukları için bu ifadeleri kullanırım; davranış benzerliklerimizin gerçekten birbirine yakın olduğunu ima amacıyla veya davranışımı etkileyen başka bilinçsiz şeylerin varlığını yadsıdığımı ima amacıyla kullanmam.

Ussal özellikleri anlayabilmemiz için Al’ın bize doğrudan sağlayabileceğinden fazlasına ihtiyacımız olduğunu umarım okuruma yeterince açıklayabildim. Ancak Al’ın, önemle ele alınması ve incelenmesi gereken ciddi bir konuyu ortaya koyduğuna inanıyorum. Gerçek zekânın simülasyonu konusunda bugüne kadar pek fazla şeyin gerçekleştirilmemiş olduğunu söylemiyorum. Fakat unutulmamalıdır ki yapay zekâ konusu henüz çok yenidir. Bilgisayarlar hızla gelişecek, hızlı giriş yapılabilen daha geniş hafızalara, daha fazla sayıda mantık ünitelerine sahip olacaklar ve buna paralel olarak daha fazla sayıda işlem gerçekleştireceklerdir. Mantık tasarımında ve programlama tekniğinde ilerlemeler olacaktır. AI felsefesinin araçları olan bu makinelerin teknik kapasiteleri son derece gelişecektir. Üstelik felsefenin özünde absürdite yoktur. Belki insan zekâsı, şimdiden bilinen ilkelere, bugünün bilgisayarlarına dayalı fakat gelecekte daha da geliştirilecek kapasite, hız, vs. sahip olan elektronik bilgisayarlarla doğru şekilde simüle edilebilecektir. Hatta, belki, bu makineler gerçekten zeki olacaklardır; belki

düşünecekler, hissedecekler ve usa sahip olacaklardır. Veya belki de böyle olmayacak ve bugün için hiç farkında olmadığımız yeni bir ilkeye gereksinim duyulacaktır. İşte konumuz budur ve hiç de hafife alınacak bir konu değildir. Görebildiğim kanıtları sunmaya çalışacağım. Sonunda kendi görüşlerimi açıklayacağım.

Güçlü AI ve Searle'ın Çin Odası

Konumuzun ilgi alanında önemli bir yere sahip[7] ve *güçlü-AI.* olarak adlandırılan görüşe göre yukarıda tanımlanan bilgisayarlar yalnız zeki değil aynı zamanda usa vs. sahiptir. Fakat sahip oldukları bu bir tür ussal özellikleri *herhangi bir* hesap makinesinin, hatta termostat gibi[8] en basit mekanik ekipmanın mantık fonksiyonuna benzetilebilir. Ussal etkinlik çoğu kez *algoritma* adıyla anılan ve iyi tanımlanmış işlemler sırasının uygulanmasından ibarettir. Algoritma konusuna daha ayrıntılı olarak sonra değineceğim. Şimdilik, algoritmayı bir çeşit hesap yöntemi olarak tanımlamak yeterli olacaktır. Termostat örneğinde algoritma son derece basittir: Cihaz, sıcaklığın önceden ayarlanmış olduğu değerden yüksek veya düşük olup olmadığını kaydeder, yüksek olması durumunda devre kesilir, düşük olması durumunda ise açılır, insan beyninin herhangi bir kayda değer ussal işlemi söz konusu olduğunda algoritma çok daha karmaşıksa da, güçlü AI'a göre, yine de bir algoritmadır. Termostatın algoritması kadar basit olmayabilir fakat ilkede farklı olması gerekmez. Bu nedenle, güçlü AI'a göre, insan beyninin temel fonksiyonlarını yerine getirmesi (bilincinin tüm açığa vurumları dahil) ile termostatınkinin arasındaki fark, beynin çok daha fazla *karmaşık* olmasından (veya belki 'daha mükemmel düzenlenmiş yapısından', veya 'kendini tanımlayabilme özelliklerinden', bir algoritmadan beklenen diğer bazı özelliklerden) kaynaklanır. Daha önemlisi, tüm ussal özellikler -düşünme, hissetme, zekâ, anlayış, bilinç- söz konusu karmaşık fonksiyon sisteminin yalnız birer parçasıdır; bir başka deyişle, beyin tarafından gerçekleştirilen *algoritma*'nın özellikleridir.

Herhangi bir spesifik algoritmanın özgün özelliği, performansında, sonuçlarının doğruluğunda, kapsamında, ekonomik oluşunda ve uygulama hızında kendini gösterir. İnsan beyninde faaliyet gösterdiği varsayılan algoritmaya eş bir algoritmanın olağanüstü bir şey olması gerekir. Fakat bu çeşit bir algoritma beyinde varsa -güçlü AI yandaşları var olduğunu kuşkusuz iddia edeceklerdir- bir bilgisayara da ilke olarak uygulanabilir demektir. Gerçekten de, veri saklamak için yeterli bellek ve çalışma hızı gibi sınırlamalar olmasa, *herhangi bir* modern genel-amaçlı elektronik bilgisayarda bu algoritma kullanılabilir (Bu görüşün gerekçesi, ileriki bölümlerde evrensel Turing makinesi kapsamında ayrıntılandırılacaktır). Çok uzak olmayan bir gelecekte, daha geniş kapasiteli ve hızlı işlemcili bilgisayarlarda bu çeşit sınırlamaların söz konusu olmayacağı ümit edilmektedir. Bu gerçekleşirse, böyle bir algoritma Turing testinde başarılı olabilir. Güçlü AI savunucularının iddiasına göre algoritmayı, işlerlik kazanması bağımsız kılacaktır: Kendi duyguları ve bilinci olacaktır ve böylece bir us olacaktır.

Ussal etkinliklerin ve algoritmaların bu çerçevede birbiriyle özdeşleştirildiklerini herkes tartışmasız kabul edebilir. Özellikle, Amerikalı felsefeci John Searle (1980, 1987), amaca uygun programlanmış bir bilgisayarın Turing testinin basitleştirilmiş versiyonlarında başarılı olduğuna dair örnekler vermekte, ancak yine de ‘anlama’ işlevinin hiç bulunmadığına dair güçlü kanıtlar göstermektedir. Benzer bir örnek, Roger Schank tarafından tasarımlanan bir bilgisayar programına dayanılarak verilmektedir (Schank ve Abelson 1977). Programın amacı, basit öyküleri anlama yoluyla benzetişimi sağlamaktır: ‘Adamın biri lokantaya girdi ve bir hamburger ısmarladı. Hamburger geldiğinde yanmış ve sertleşmişti. Adam faturayı ödemeden, bahşiş bırakmadan öfkeyle çıkıp gitti.’ İkinci öykü: ‘Adamın biri lokantaya girdi ve bir hamburger ısmarladı. Hamburger geldiğinde, çok hoşuna gitti. Lokantadan çıkarken faturayı ödemeden önce garson kıza çokça bahşiş verdi.’ Öyküleri ne ölçüde ‘anladığını’ denemek için bilgisayara her bir öyküde adamın hamburger yiyip yemediği sorulur (her iki öyküde de açıkça belirtilmeyen olay). Böyle basit öykü ve soruya bilgisayar, İngilizce bilen bir insanın birinci öykü için 'hayır’ ikinci öykü için ‘evet’

yanıtından temelde ayırt edilemiyen yanıtlar verebilir. Böylelikle bir makine, çok sınırlı anlamda bir Turing testinde başarılı olmuş sayılır!

Dikkate almamız gereken soru, bu tür bir başarının bilgisayar adına -veya, belki, programın kendisi adına- gerçek bir anlama yeteneğini yansıtıp yansıtmadığıdır. Searle'ın bu soruya olumsuz yanıtı, onun 'Çin odası' kavramını davet ediyor. Searle, her şeyden önce, öykülerin İngilizce değil diyelim Çince anlatılmasını ve bilgisayarın algoritmasının tüm eylemlerinin, üzerinde Çin sembolleri bulunan bir komutlar dizisi şeklinde verilmesini öngörmektedir. Searle, bütün işlemlerin, kilitli bir odada gerçekleştirdiğini hayal etmektedir. Öyküleri temsil eden semboller ve daha sonra sorular küçük bir delikten içeri verilir. Dışardan içeriye başka hiçbir bilginin girmesine izin verilmez. Tüm test materyali bu şekilde odaya verildikten sonra değerlendirme sonuçları doğru şekilde ve manuel yöntemle sıralanarak yine aynı delikten odanın dışına alınır. Schank'ın programının algoritmasının uygulanmasından ibaret olan bu işlem sonucu çıkacak olan, Çince öyküye Çince "evet" veya "hayır" yanıtıdır. Searle, bir tek kelime bile Çince bilmediğini, öykülerin konusu hakkında, bu nedenle, en ufak bir fikri dahi olmadığını açıkça ifade etmektedir. Yine de Schank'ın algoritmasını oluşturan işlemleri sırasıyla uygulayarak (algoritma ile ilgili komutlar kendisine İngilizce olarak verilmişti), öyküleri kolayca anlayabilecek bir Çinli kadar başarılı olmuştur. Searle'ın görüşü -sanırım çok güçlü bir görüş- şudur: Bir algoritmayı başarıyla uygulamak, 'anlama' işleminin gerçekleşmesi demek değildir. Çin odasında kilitli kalmış ve tek sözcük Çince bilmeyen Searle'ı düşünürseniz hak vereceksiniz!

Searle'ın savına karşı çıkanlar çok olmuştur. Burada, önemli bulduğum birkaçına değineceğim. Önce, yukarıda geçen 'tek bir sözcük bile anlamama' deyişinin belki biraz yanlış yönlendirici olduğunu belirtmek istiyorum. Anlamanın, tek tek sözcüklerle olduğu kadar sözcük biçimleriyle de ilişkisi vardır. Bu çeşit algoritmaların uygulanması esnasında, bireysel sembollerin pek çoğunu gerçek anlamlarını anlamaksızın, bu sembolün oluşturulduğu biçimlerden, desenlerden bir şeyler çıkarabilirsiniz. Örneğin, hamburger karşılığı Çin harfi (eğer böyle bir harf varsa) yerine, diyelim başka bir yiyecek olan 'chow mein'in sembolünü koyalım: Öyküler böyle bir değişiklikten fazla etkilenmez. Bana öyle geliyor ki, doğrusunu

söylemek gerekirse, algoritmanın ayrıntılarına saplanıp kalırsanız öykülerin gerçekten neyi anlatmak istediklerini anlayamazsınız (bu durumda hamburger yerine ‘chow mein’in kullanılmasını bile önemsiz bulursunuz).

İkinci olarak değinmek istediğim nokta, oldukça basit bir bilgisayar programının bile, insanların kullandığı sembollerle uygulandığı takdirde son derece uzun ve sıkıcı hale gelebileceği gerçeğinin gözardı edilmemesi gerektiğidir (Ne de olsa bilgisayarları böyle işlemleri bizim adımıza yapmaları için kullanmıyor muyuz!). Searle, Schank’ın algoritmasını, önerdiği şekilde gerçekten uygulamış olsaydı, bir tek soruyu yanıtlamak için günler, aylar veya yıllar boyu süren sıkıcı bir işe girişmiş olacaktı -ki bu, bir felsefeci için hiç uygun olmazdı! Ancak, biz denemenin uygulanabilirliği ile değil *ilkesi* ile ilgilendiğimiz için, bu itirazı ciddi bir eleştiri olarak dikkate almıyorum. Asıl zorluk, insan beyninin karmaşıklığına eş karmaşıklıkta olduğu varsayılan bir bilgisayar programının Turing testinden *başarıyla* geçmesidir. Turing testini geçmesi öngörülen bir programın son derece karmaşık olması gerekir. Oysa, Searle’ın programının, basit bir Turing sorusunu yanıtlamak için bile o kadar çok aşamadan geçmesi gerekir ki bir insanın normal yaşam süresi içerisinde algoritmayı elle uygulaması mümkün değildir. Searle’ın programı gerçekte var olmadığı için bunu kanıtlamak da zordur.[9] Algoritmanın, ussal özellikleri yansıtabilmesi için ‘kritik’ ölçüde karmaşıklığa sahip olması zorunludur. Belki bu kritik değer öylesine büyüktür ki, bu ölçüde karmaşık olmayan hiçbir algoritma, Searle’ın düşlediği gibi, herhangi bir insan tarafından uygulamayla gerçekleştirilemez.

Bu zorluğun farkında olan Searle, Çin odasına, yalnız kendisinin girmesinden vazgeçerek, Çince bilmeyenlerden oluşan bir ekip yerleştirmeyi kabul etmiştir. Hatta, Çince sembollerden oluşan verilerin olabildiğince çok sayıda sağlanabilmesi için tüm Hindistan’ı test odası olarak kullanmayı ve (Çince bilenler dışında!) tüm Hindistan halkını Çin sembollerini değerlendirmek üzere görevlendirmeyi düşlemiştir. Pratikte komik bir uygulama olsa da, *ilke* olarak komik değildir, çünkü sav aynı savdır: Sembolleri değerlendirenler öyküyü anlamadan değerlendirirler. Nitekim güçlü

AI savına göre, yalnızca uygun algoritmanın uygulanması, ussal özelliklerinden ‘anlama’ yeteneğini ortaya çıkarmaya yeterlidir. Ancak şimdi bir başka itirazla çember genişlemeye başlıyor. Hintliler bireyler olarak, bir insanın beyninin tümünden çok, beyindeki bireysel nöronlara benzemiyor mu? Düşünme eylemi esnasında beynin fiziksel etkinliğini oluşturan nöronların, kişinin düşüncelerini anladığını hiç kimse iddia edemeyeceğine göre Hintlilerin bireyler olarak Çin öykülerini anlamalarını neden bekleyelim? Searle bu soruyu, ülkede oturanlardan hiçbirinin bireyler olarak anlamadığı bir öyküyü ülkenin, Hindistan’ın kendisinin, anlamasının görünüşteki anlamsızlığına dikkat çekerek yanıtlar. Bir ülke, diye savunur, bir termostat veya bir otomobil gibi, ‘anlama işinde’ değildir ama bir şahıs birey olarak ‘anlama’ işlevini yerine getirmelidir.

Bu sav, öncekinden çok daha az güçlü. Sanırım Searle’ın savı, algoritmayı uygulayan sadece bir kişi olduğu zaman en güçlü düzeye ulaşıyor. Bu durumda dikkatimizi, bir kişinin bir ömürden daha az sürede uygulayabileceği düzeyde karmaşık algoritmayla sınırlıyoruz. Searle’ın savının, kişinin algoritmayı uygulayışı ile ilgili olarak, nesnellikten arındırılmış ve varlığı kişinin kendi bilinçliliğini herhangi bir şekilde etkilemiyen bir tür ‘anlama’ olasılığım *tüm gücüyle* savunduğu kanısında *değilim.* Ancak, söz konusu olasılığın en azından gözardı edildiğine dair görüşüne katılıyorum. Searle’ın sayının, sonuçta tamamen ikna edici olmasa bile dikkate değer gerekçelere dayandığını düşünüyorum. Schank’ın bilgisayar programının içerdiği karmaşıklığa benzer karmaşıklığa sahip algoritmaların, hangi görevleri üstlenirlerse üstlensinler, gerçek anlayışa sahip olamayacaklarının gösterimi oldukça ikna edicidir. Ayrıca, böyle bir gösterim -güçlü AI'ın iddialarının aksine-, ne kadar karmaşık olursa olsun hiçbir algoritmanın gerçek anlama yeteneğini tek başına temsil edemeyeceği konusunda bir *fikir verir* (ama daha fazlasını yapamaz).

Görebildiğim kadarıyla, güçlü AI ile ilgili başka ciddi zorluklar da bulunmaktadır. Güçlü AI için, algoritma ön plandadır. Algoritmanın, bir beyin, elektronik bir bilgisayar, bütün bir Hindistan, çarklardan ve dişlilerden oluşan mekanik bir cihaz veya su boruları sistemi tarafından uygulanmakta olması fark etmez. Temsil ettiği varsayılan ‘ussal durum' için önemli olan algoritmanın mantık yapısıdır; kendine

özgü fiziksel yapısı tümüyle konu dışıdır. Searle'ın işaret ettiği gibi, bu durum, bir tür 'dualizm'i beraberinde getirmektedir. Dualizm, on yedinci yüzyıla damgasını vurmuş olan felsefe ve matematikçi Rene Descartes tarafından benimsenen felsefi bir teori olup 'tinsel' ve olağan madde olarak iki ayrı tür maddenin var olduğunu savunur. Bu iki ayrı türün birbirini etkileyip etkilemediği veya nasıl etkilediği ayrı bir konudur. Temel fikir tinsel şeylerin maddeden oluşmadığı ve maddeden bağımsız var olabildiğidir. Güçlü AI'ın tinsel içeriği, bir algoritmanın mantık yapısıdır. Biraz önce değindiğim gibi, bir algoritmanın fiziksel yapısı tamamiyle konunun dışındadır. Algoritma, fiziksel yapısından tamamen ayrı olarak nesnellikten arınmış bir tür 'varoluşa' sahiptir. Bu tür bir varoluşu ne kadar ciddiye almamız gerektiğini bir sonraki bölümde açıklayacağım. Nesnellikten arınmış algoritma, soyut matematiksel nesnelerin Platonik gerçeği ile ilgili genel konunun bir parçasını oluşturur. Şimdilik bu genel konuyu bir tarafa bırakarak, güçlü AI taraftarlarının en azından algoritmalar açısından gerçekliği ciddiye aldıklarını, çünkü algoritmaların düşünme, hissetme, anlama ve bilinçle ilgili algılamalarının 'maddesini' oluşturduğuna inandıklarını belirtmekle yetineceğim. Bu olguda tuhaf bir ikilem, bir ironi ortaya çıkıyor: Searle'ın de ifade ettiği gibi, güçlü Al'ın hareket noktası insanı aşırı bir dualizme doğru yönlendirir gibidir -ki bu, AI savunucularının kendileriyle bağdaştırılmasını asla istemeyecekleri bir olgudur!

Güçlü AI teorisinin yaratıcılarından Douglas Hofstadter'e (1981) ait "Einstein'ın Beyni ile Bir Sohbet" başlıklı bir diyalogda, söz konusu ikilem belirginleşmektedir: Hofstadter, Albert Einstein'ın beyninin eksiksiz bir tanımım içeren, gülünç derecede büyük boyutlarda, bir kitap düşler. Sorulacak her soruya, Einstein hayattaymış gibi, Einstein tarafından yanıtlanıyormuşcasına yanıt almak için, sadece sayfalarını çevirerek, kitabın sunduğu ayrıntılı komutları izlemek yeterli olacaktır. Hofstadter'in özenle belirttiği gibi, 'sadece' sözcüğü kuşkusuz, son derece yersiz kullanılmıştır. Çünkü, *ilke olarak* kitap, Turing ilkesinin işlevsel anlamında, gerçek Einstein'ın gülünç şekilde yavaş-çekim versiyonudur. Böylece, güçlü AI tarafından amaçlandığı üzere kitap, sanki Einstein'ın kendisiymiş gibi fakat belki son derece yavaşlatılmış bir hızda (kitapsı-Einstein'ın gözleri önünden dış dünya, komik derecede hızlandırılan bir süratle geçsin diye)

düşünecek, hissedecek, anlayacak, bilecektir. Kitap, Einstein'ın 'özü'nün nesnelleştirilmesi olarak tasarımlandığına göre pekâlâ gerçek Einstein olabilir.

Ama şimdi yeni bir zorluk çıkıyor karşımıza. Kitap hiçbir zaman açılmayabilir veya gerçeği arayan sayısız öğrenci ve araştırmacılar tarafından sürekli kullanılabilir. Aradaki farkı kitap nasıl 'bilecek'? Belki, içindeki bilgiler röntgen ya da tomografi cihazıyla veya başka bir teknolojik sihirbazlıkla okunabildiği için kitabın açılması gerekmeyecek. Einstein, kitap bu şekilde incelenirken mi rolünü oynamaya başlayacak? İki kişi aynı soruyu ayrı zamanlarda sormaya kalkışırsa, rolüne başlaması için iki kez üst üste uyarılmış mı olacak? Yoksa iki ayrı ve geçici olarak farklı anlarda mı uyarı almış olacak? Belki yalnız kitap *değiştirildiği* zaman rolünün farkına varacak? Ne de olsa, normal olarak, bir şeyin farkına vardığımız zaman, dış dünyadan, belleğimizi uyaran, usumuzun özelliklerini hafifçe etkileyen bilgiler alırız. Durum böyleyse, algoritmaların *aktive edilmesinden* çok (veya ek olarak) ussal olaylarla bağdaştırılması gereken şey, algoritmalardaki (bakın işte, hafıza bankasını algoritmanın bir parçası haline getiriyorum) *değişiklikler* (uygun değişiklikler) midir? Veya kitapsı-Einstein hiç kimse veya hiçbir şey elini süremese, hiç incelenmese bile kendi varlığının yine de farkında olur mu? Hofstadter bu sorulardan bazılarına değiniyor ama çoğunu yanıtsız bırakıyor.

Bir algoritmayı aktive etmek veya fiziksel biçimde nesnelleştirmek ne demektir? Bir algoritmanın değiştirilmesi ile bir algoritmanın elden çıkarılarak yerine yenisinin kullanılması arasında fark var mıdır? Bütün bunların, bizim bilinçli olarak bir şeyin farkında olmamızla ne ilgisi olabilir? Okur, (kendisi bir güçlü AI yandaşı olmadığı sürece) saçmalığı açıkça görülen böyle bir konuya niçin bu kadar yer ayırdığımı merak edebilir. Aslında bu konuyu saçma bulmuyorum, temelde yanlış buluyorum! Güçlü AI mantığının gerisinde dikkate alınması gerekli bir dürtü var, ve ben bunu açıklamaya çalışacağım. Bence, bazı fikirlerde -gereğince değiştirilirse- bir ölçüde çekicilik var, ve ben bunu da anlatmaya çalışacağım. Üstelik, kanımca, Searle tarafından dile getirilen aksi görüş, bir ölçüde paylaşsam bile, bazı ciddi bilinmezler ve görünüşte saçmalıklar içermektedir.

Searle, bugünün elektronik bilgisayarının, geliştirilmiş işlem hızı ve hafıza bankasına giriş hızıyla (buna paralel işlemle) çok uzak olmayan bir gelecekte Turing testinden başarıyla geçebileceğini, açıkça olmasa bile, kabul etmektedir. Güçlü Al'ın (ve diğer birçok ‘bilimsel’ teorinin), “bizler, bilgisayar programlarının örnekleriyiz’ iddiasını kabule hazır görünmektedir. 'Beyin dijital bir bilgisayardır kuşkusuz. Her şey dijital bir bilgisayar olduğuna göre, beyin de öyledir’ görüşüne boyun eğmektedir.[10] Searle’a göre, insan beyninin (usa sahip olabilir) fonksiyonu ile elektronik bilgisayarın (usa sahip olamayacağını savunuyor) fonksiyonun arasındaki fark, aynı algoritmayı uygulamaları olası bu ikisinden her birinin sadece maddi yapısından kaynaklanmaktadır. İnandığı fakat açıklayamadığı nedenlerle, elektronik nesnelerin aksine, biyolojik nesne (beyinler), zihinsel etkinliğini belirleyici özelliklerinden ‘yönelmişlik’ ve ‘anlam bilgisine sahip olabilirler. Evrim süreçlerini yansıtan ‘tarihsel’ boyutları dışında, biyolojik sistemlerin (gerçekte bizler de bu sistemlerde yer alıyoruz) yönelmişliği veya anlambilgisini gerçekleştirilebilen nesneler olarak ayırt edilmelerini sağlayan ne gibi özellikleri vardır? Bu iddia bende dogmatik bir sav izlenimi yaratıyor. Bu sav, güçlü Al'ın, bir algoritmanın uygulanmasıyla bilinçli farkına varma özelliğinin yaratılabileceğine dair savından daha az dogmatik olmayabilir!

Kanımca, Searle ve diğer birçok insan, bilgisayar bilimcileri tarafından yanlış yönlendirilmişlerdir. Ve, buna karşılık bilgisayarcılar, fizikçiler tarafından yanlış yönlendirilmiştir. (Yanlış yönlendirme fizikçilerin kusuru değil. *Onlar* her şeyi bilmiyor ki!) ‘her şey dijital bir bilgisayardır’ inancı gerçekten yaygınlaşma eğilimindedir. Bunun böyle olmasına niçin, ve belki de nasıl, *gerek olmadığını* bu kitap kapsamında göstermek istiyorum.

Donanım ve Yazılım

Bilgisayar biliminin dilinde *donanım* (hardware) sözcüğü, makineyi oluşturan, bağlantılar dahil, bütün mekanik parçalar (basılı devreleri, transistörler, teller, manyetik bellek alanı, vs.) için kullanılır. *Yazılım*

(software) sözcüğü ise bilgisayarın çeşitli programlarını, yazılımım ifade eder. Alan Turing'in önemli buluşlarından birisi, mekanik aksamın belirli bir düzeyde karmaşıklığa ve esnekliğe ulaştırdığı herhangi bir makinenin, benzeri herhangi bir başka makineyle *eşdeğerde*. olduğudur. Eşdeğer kavramı, A ve B makinelerinde, A'ya B'ye özgü bir yazılım verildiğinde bunu B makinesiymişçesine hassaslıkla işleme koyacağı, B'ye verildiği zaman sanki A makinesiymiş gibi hassaslıkla işleme koyacağı şeklinde yorumlanmalıdır. 'Hassaslık' sözcüğünü, (çevirici yazılım yüklendikten sonra yüklenen) girdi karşılığında bilgisayarın fiili çıktısı ile ilgili olarak kullanıyorum; çıktı için gerekli *süreyi* kastetmiyorum. Her iki makinenin işlemleri için gerekli bellek alanı herhangi bir aşamada tükenirse, manyetik teyp, diskler, makaralar, vs. şeklinde bazı harici boş 'bellek' kaynağına (prensipte sınırsız) başvurabileceğini de dikkate alıyorum. Gerçekte, bir görevi yerine getirmek için A ve B makinelerinin gerektirdiği süre farkı, üzerinde durulması gereken bir konudur. Diyelim ki A, belirli bir görevi B'ye göre bin kat daha hızlı yerine getirebiliyor. Veya bir başka görevde B, A'dan bin kat daha hızlıdır. Ayrıca zamanlamaların, kullanılan çevirici yazılımlara bağlı olarak büyük ölçüde değişebileceği unutulmamalıdır. Tartıştığımız konu, işlemlerini makul bir sürede tamamlamak kaygısı içerisinde bu gibi pratik sorunlara ayıracak zamanı olmayanlar için bir "ilke" tartışmasıdır. Burada değinilen kavramlar, bir sonraki bölümde ayrıntılanacaktır: A ve B örneklerinde sözü edilen makineler, *evrensel Turing makineleridir.*

Gerçekte, tüm modern genel-amaçlı makineler, birer evrensel Turing makinesidir. Bu nedenle, tüm genel-amaçlı bilgisayarlar, yukarıdaki anlamda, birbiriyle eşdeğerdedir: Sonuçtaki işlem hızı farkları ve bellek boyutuna ilişkin olası sınırlamalar ilgi alanımızın dışında kaldığı sürece, aralarındaki farklar tümüyle yazılım kapsamına alınabilir. Modern teknoloji, bilgisayarların işlem hızını ve veri depolama kapasitelerini o denli geliştirmiştir ki, "günlük" amaçların çoğunun normalde gerektirdiği hız ve kapasiteye,[III] pratikteki kaygıların hiçbiri herhangi bir sınırlama getirmez ve bu nedenle bilgisayarlar arasındaki teorik eşdeğerlilik, pratik düzeyde de geçerlidir. Görünüşe göre teknoloji, idealleştirilen bilgisayarlarla ilgili

tümüyle akademik tartışmaları, yaşamımızı doğrudan etkileyen konulara dönüştürmüştür!

Anladığım kadarıyla güçlü AI felsefesinin temelinde yatan en önemli etkenlerden birisi, fiziksel bilgisayarlar arasındaki söz konusu eşdeğerliliktir. Donanıma göreli önemsiz (hatta belki tamamen önemsiz) gözüyle bakılırken, yazılım, yani program veya algoritma, yaşamsal önem taşıyan malzeme olarak kabul edilir. Ancak, kanımca, fizik bilimi açısından önemli başka etkenler de vardır. Bu etkenler hakkında bazı kanıtlar vermeye çalışacağım.

Bir insana kişisel kimliğini veren nedir? Bedenini oluşturan atomlar mı? Bu atomları oluşturan elektronların, protonların ve öteki temel parçacıkların özel seçimi mi? Bu soruların olumsuz yanıtı ile ilgili en az iki neden vardır. Birincisi, herhangi bir canlı bedeni oluşturan malzemenin sürekli bir değişim yaşamasındadır. Doğumdan sonra hiçbir yeni beyin hücresinin üretilmediği gerçeğine karşın bu değişim, özellikle beyin hücreleri için geçerlidir. Her canlı hücredeki (beynin, her bir hücresi dahil) çok sayıda atom -ve, gerçekten, bedenlerimizdeki tüm madde- doğumdan başlayarak birçok kez yenilenmiştir.

İkinci neden, kuantum fiziğinden kaynaklanmaktadır -ve doğrusunu söylemek gerekirse, birinci nedenle tuhaf bir çelişki içindedir! Kuantum mekaniğine göre (bkz. VI. Bölüm,) herhangi iki elektronun tamamen özdeş olması zorunludur ve aynı ilke, herhangi iki proton ve herhangi iki temel parçacık için de geçerlidir. İnsan beynindeki bir elektronun yerine bir tuğladaki elektron konulsa, sistem bir bütün olarak, değişiklikten önceki sistemden, ayırt edilemez![11] Aynı durum protonlar, atomlar, moleküller vs. için geçerlidir. Bir insanın bedenini oluşturan bütün malzeme, evinin tuğlalarından alınacak uygun parçacıklarla takas edilse, hiçbir şey değişmez. Bu insanın kendi evinden ayırt edilmesini sağlayan, bireysel parçacıklar değil, parçacıkların tümünün dizilişinden ortaya çıkan biçimdir.

Kuantum mekanik biliminin dışında, günlük yaşantımızda da bunun basit örneklerine rastlanabilir: Elektronik teknolojisi bu kitabı kelime-işlemciler'le yazmama olanak sağlıyor. Bir sözcüğü düzeltmek istesem, örneğin yanlış yazdığım 'gitdim' sözcüğünü

‘gittim’ olarak düzeltmek istesem ya ‘d’ harfini siler yerine ‘t’ harfini yazarım veya sözcüğü tümüyle silerek, yerine doğrusunu yazarım. Sözcüğü tümüyle silerek yeniden yazdığım zaman ‘g’ harfi, yeniden yazmadan önceki ‘g’ harfi midir? Yoksa yerine bir benzerini mi yazdım? Peki, 'i’ harfinden ne haber? Sözcüğün tümünü değiştirmeyip, yalnız ‘d’ harfinin yerine ‘t’ harfini koysam bile, ‘d' harfinin yokoluşu ile ‘t’ harfinin belirişi arasında kısacık bir süre geçtiği gibi, değiştirilen harfi izleyen harflerin, sözcüklerin, satırların, vs. kapsayan bir yeniden diziliş; harf, sözcük, satır, vs. aralarının yeniden hesaplanması, ayarlanması, dizilişi vs., bazen tüm sayfa boyunca uzayıp gider (Şu modern çağda akılsız hesabın sonucuna bakınız!) Düzeltme işlemini ne şekilde yaparsam yapayım, önümdeki ekranda gördüğüm tüm harfler, ekranın tümü saniyede altmış kez taranırken bir elektron ışınının izinde yer alan mesafelerden ibarettir. İstediğim bir harfi çıkarıp yerine benzerini koyarsam, bu değişim sonrası sistem aynı mıdır, yoksa değişim öncesi sistemden sadece ayırt edilemez midir? İkinci seçeneği (‘sadece ayırt edilemez’), birinci seçenekten (‘aynısı’) farklı bir seçenek olarak benimsemeye çalışmak saçma görünüyor. En azından, harfler aynı olduğu zaman genel durumu da aynı olarak nitelemek mantıklı bir yaklaşım sayılabilir. Özdeş parçacıkların kuantum mekaniği de işte böyledir. Bir parçacığın yerine ona özdeş bir parçacığın konulması, aslında, genel sistemde hiçbir şey yapmamış olmaktır: Duruma, öncekinin aynı gözüyle bakabilirsiniz. (Ancak, VI. Bölüm'de ele alacağımız gibi, kuantum mekaniksel bütünlük içerisinde fark biç de önemsiz değildir.)

İnsan bedenindeki atomların sürekli değişimi ile ilgili olarak yukarıda değinilen görüşler, kuantum fiziğinden çok klasik fizik kapsamındadır. Sözcüklerin seçiminde, her bir atomun bireyselliğinin korunması açısından anlam taşıyorlarmışçasına özen gösterilmiştir. Oysa klasik fizik bu konuda yeterlidir ve bu düzeyde bir açıklama yaparken, atomları bireysel nesneler olarak tanımlamakla çok yanlış davranmış sayılmayız. Kuantum mekaniği açısından atomların bireyselliğinden, yalnız anlatım kolaylığı sağladığı için değil, öngörülen açıklama düzeyine uygunluğu bakımından da bahsedilmiştir.

Bir insanın bireyselliğinin, bedensel materyalini oluşturan nesnelere atfetmeye çalışabileceği bireysellikle hiç ilgisi yoktur. Bunun yerine, bir bakıma, bu nesnelerin, diyelim uzayda veya uzay-zamanda şekillenilim ile ilgisi vardır. Fakat, güçlü AI yandaşları biraz daha ileri gidiyorlar ve diyorlar ki: Böyle bir şekillenilimin bilgi içeriği, özgün olanın tekrar içerisinden çekilip alınabileceği bir başka biçime dönüştürülebiliyorsa, kişinin bireyselliğinin bütünlüğüne dokunulmamalıdır. Bu biraz, benim tuşlara basarak biraz önce yazdığım ve kelime-işlemci'min ekranında beliren harflerin dizilişine benziyor. Onları ekrandan silersem, elektrik yükünün minik yer değiştirmelerinden oluşan belirli bir formatta, kendi geometrik şekillenilimlerinde, kodlanmış olarak öylece kalacaklar. Ancak istediğim an onları tekrar ekrana getirebilirim; ve işte -sanki hiçbir dönüşüm olmamış gibi ekrandalar. Yazdıklarımı saklamak istersem, harf dizilerinden oluşan bilgiyi bir disk üzerindeki manyetizasyon şekillenilimlerine aktarır, diski yerinden çıkarırım ve sonra makineyi kapayarak içindeki tüm (ilgili) minik yük yer değişimlerini nötrleştiririm. Yarın, diski tekrar takar, minik yük yer değişimlerini yeniden başlatır ve hiçbir şey olmamış gibi yine harf dizilerini ekrana getirebilirim. Güçlü AI yandaşlarına göre, bir kişinin bireyselliğinin de aynı şekilde işleme tâbi tutulması 'açıkça' olasıdır. Ekranımda beliren harfler gibi bu insanlar da bir kişinin bireyselliğinden hiçbir şey kaybetmeyeceğini iddia edebilirler. Fiziksel yapısı, tamamen farklı bir şeye, diyelim bir demir yığını içerisindeki mıknatıs alanına dönüştürülmediği sürece, gerçekten de bireyselliğine hiçbir şey olmaz mı? Güçlü AI taraftarları, kişilik 'bilgisi' böyle bir başka formdayken dahi bireyin, bilinçli olarak çevresinin farkında olma yeteneğinin kaybolmayacağını iddia edebilirler. Böyle bir durumda, insanın söz konusu yeteneği bir bilgisayar yazılımı ile temsil edilirken, bilinçli tepkisinin ise, bilgisayarın mekanik parçaları yerine konan insan beyni ve bedeni vasıtasıyla yazılımın faaliyet göstermesi olarak yorumlanması gerekir.

Özetlersek, donanım hangi biçimde olursa olsun -örneğin elektronik bir aygıt olsun- sorular daima (Turing testinde olduğu gibi) yazılım soruları tarzında sorulacak; donanım bu soruları yanıtlarken iyi bir performans gösterirse, vereceği yanıtlar normal durumdaki bir insanın vereceği yanıtlardan ayırt edilemeyecek. ('Bu sabah

kendinizi nasıl hissediyorsunuz?' 'Oldukça iyiyim, teşekkür ederim. Biraz başım ağrıyor,' 'Öyleyse kendinizi... şey... yani... kişisel kimliğinizde bir bozukluk... veya başka bir şey?' 'Hayır; neden böyle söylediniz? Ne tuhaf bir soru bu böyle.' 'Öyleyse kendinizi dün hissettiğiniz aynı kişi olarak hissediyorsunuz?' 'Elbette öyle hissediyorum!')

Bu bağlamda sık sık tartışılan konu, bilimkurgunun *teleulaşım* makinesidir.[12] Diyelim, bir gezegenden diğerine 'ulaşım' aracı olarak tasarımlanmış olmasına karşın, gerçek amacın bu olup olmadığı tartışılır. Bilim kurgu kahramanı yolculuğunu bir uzay gemisiyle 'normal' şekilde yapacakken, bedenindeki her atomun ve her elektronun yeri ve koşulları kesin ve doğru şekilde ayrıntılandırılarak saptanmak üzere baştan ayağa taranıyor. Tüm veriler elektromanyetik bir sinyalle, varılacak uzak gezegenlere ışınlanıyor (ışık hızında). Veriler, burada, yolcunun tüm anıları, düşünceleri, umutları ve en derin duygularıyla birlikte tam bir kopyasının oluşturulmasına ilişkin komutlar doğrultusunda derleniyor ve kullanılıyor. Beyin etkinliklerinin her ayrıntısı özenle saptanıp iletildikten sonra yeniden inşa edildiğine göre, sonucun böyle olacağını en azından ümit edebiliriz. Mekanizmanın tasarımlandığı şekilde işlediğini varsayarsak, yolcunun özgün nüshası 'güvenli şekilde' imha edilebilir. Bu aşamada sorulacak soru: Bir yerden bir yere yolculuk yöntemi *gerçekten* böyle midir, yoksa kopyasını çıkararak aslını öldürme yöntemi midir? Yöntemin, kendi referansına dayanılarak, tamamiyle güvenli olduğu kanıtlanırsa bu 'yolculuk' yöntemini denemek ister misiniz? Teleulaşım, seyahat etmek *değilse*, bir odadan diğerine yürüyerek geçmek ile arasında, *ilke olarak,* ne fark vardır? Odadan odaya yürüyerek geçerken, herhangi bir anda, insanın bedeninde bulunan atomlar, bir sonraki anın atomlarının yerine dair bilgi veremiyor mu? Daha önce, herhangi bir atomun kimliğini korumanın önemsiz olduğunu incelemiştik. Herhangi bir atomun kimliğinin sorgulanması bile anlamsız. Atomların hareket halindeki biçimi, bir yerden diğerine doğru giderek çoğalan bir çeşit bilgi dalgası oluşturmaz mı? Bir odadan diğerine yürüyerek geçen yolcumuz ile teleulaşım cihazıyla yolculuk yapan yolcumuzu tanımlayan dalgaların değişimi arasında temel fark nerededir?

Teleulaşım cihazının gerçekten 'işe yaradığını' ve yolcunun uzak gezegendeki kopyasında gerçek 'bilincinin' tekrar uyandırıldığını varsayalım. (Yolcuya yöneltilen sorunun gerçekten anlam taşıdığını varsayarak). Ya yolcunun *özgün* kopyası, oyunun kuralı gereği, ortadan kaldırılmazsa ne olacak? 'Bilinçliliği' aynı anda iki ayrı yerde olabilir mi? (Şöyle bir konuşma karşısında tepkisinin ne olacağını düşünmeye çalışın: 'Ah canım, Teletaşıyıcıya yerleştirmeden önce sana verdiğimiz ilâç zamanından önce etkisini yitirdi. Öyle mi? Şanssızlık ama sorun değil. Öteki senin -şey, yani *gerçek* senin- sağ salim Venüs'e vardığını öğrenmek seni sevindirecektir; böylece seni, şey... yani buradaki *işe yaramaz* kopyanı yok edebiliriz. Tabii ki hiç acı duymayacaksın.') Burada bir paradoksla karşılaşıyoruz. Fiziğin yasaları arasında teleulaşıma ilke olarak olanak sağlayan bir yasa var mı? Belki, diğer taraftan, bir insanı bilinciyle birlikte bu yolla bir yere ulaştırmaya engel, ilke olarak, hiçbir şey yoktur ama 'kopyalama' işleminin özgün olanı yok etmesi olasılığı yok mudur? Yoksa ilke olarak birbirinden bağımsız iki ayrı canlı kopyayı muhafaza etmek mi olası değildir? Bu görüşlerin alışılmadık içeriğine rağmen, bunlardan hareketle bilinç ve kişisel özelliklerin fiziksel doğası ile ilgili önemli bazı ipuçları elde edebileceğimize inanıyorum. Ussal olguların anlaşılmasında *kuantum mekaniğinin* rolü hakkında bir işaret verebilirler. Şu anda bu konunun üzerinde fazla durmayacağım, VI, Bölüm'de kuantum teorisini inceledikten sonra bu konuya tekrar dönmek gerekecektir.

Şimdi Güçlü AI'ın teleulaşım konusuna bakış açısını ele alalım. İki gezegen arasında bir röle istasyonu bulunduğunu varsayalım. Veriler burada, son durağa yansıtılmadan önce geçici olarak depolanıyor olsun. Kolaylık sağlaması bakımından veriler, insan biçiminde değil fakat bir çeşit manyetik veya elektronik cihazda depolanıyor. Yolcu'nun bilinci böyle bir cihazda depolanabilir mi? Güçlü AI taraftarları, depolanabileceğine bizi inandırmaya çalışacaklardır. Ne de olsa, diye savunacaklardır, yolcunun beyninin uygun etkinliğini 'sadece' taklit etmek, simüle etmek suretiyle cihazın, yolcunun sormasını istediğimiz soruları yanıtlamasını sağlayabiliriz. Cihaz gerekli tüm verilerle donanımlı olacaktır; gerisi de hesaplamaya kalıyor. Cihaz, yolcunun kendisiymiş gibi sorulanları yanıtlayacağına göre (Turing testi!), yolcunun bizzat kendisi *olacaktır.* Güçlü AI'in,

ussal olgular açısından gerçek, donanımın önemli olmadığına dair görüşü bu örneğe dayanmaktadır. Bence yeterli gerekçeye sahip olmayan bir görüştür. Beynin (veya usun) aslında dijital bir bilgisayar olduğu varsayımına dayanır. Buna göre, bir insanın düşünme eylemi esnasında, beynin doğal fiziksel (biyolojik, kimyasal) yapısına ihtiyaç gösterebilecek hiçbir fiziksel olgunun yardımına başvurulmaz.

Güçlü AI açısından tartışılması gereken konu, gereksinim duyulabilecek fiziksel olguların etkilerinin, dijital hesaplar vasıtasıyla her zaman doğru şekilde *örneklenip örneklenemeyeceğidir.* Birçok fizikçinin bu savı, mevcut fizik bilgimize dayanılarak ileri sürülebilecek çok doğal bir sav olduğunu savunacaklarından hemen hemen eminim. Daha sonraki bölümlerde karşı savımı savunacağım. Fakat, bu aşamada, ilgili tüm fiziksel olguların, dijital hesaplarla daima örneklenebileceği varsayımını (genelde kabul edilen varsayım) kabul edelim. Böylece yegâne gerçek varsayım, (zaman ve hesaplama uzayı ile ilgili konular dışında) ‘işlevsel' yaklaşımdan ibarettir: Bir nesne, tamamen bilinçli bir varlık olarak davranıyorsa, kendini bu varlıkmış gibi ‘hissetmelidir'.

Güçlü AI, ‘sadece’ bir donanım olarak beynin etkinlikleri için yardımına başvurulan fizik biliminin, uygun bir çevirmen yazılım kullanılarak simule edilebileceği görüşündedir. İşlevsel bakış açısından konu ele alındığında, evrensel Turing makinelerinin etkinliği ve bu makinelerce gerçekleştirilebilecek algoritmalar -ve, kuşkusuz, beynin bir tür algoritmik eyleme uygun çalışması- gibi görüşlerle yüz yüze geliyoruz. Bu dolambaçlı ve önemli kavramlar hakkında biraz daha açıklayıcı olmanın zamanı geldi.

II. Bölüm
Algoritmalar ve Turing Makineleri

Algoritma Kavramı

Bir algoritma, veya bir Turing makinesi, veya bir evrensel Turing makinesi tam olarak nedir? Niçin "düşünen alet" nedir sorusu üstüne oluşan çağdaş düşünceler arasında bu kavramlar merkez konumundadırlar? Bir algoritmanın yapabilecekleri ilke olarak sınırlı mıdır? Bu sorulara yeterli yanıt getirebilmek için öncelikle algoritma fikrini ve Turing makineleri kavramını ayrıntılı incelememiz gerekecek.

İlerideki çeşitli tartışmalar sırasında bazen matematiksel ifadelere başvurmamız kaçınılmaz olacak. Okuyucularımdan bir kısmının bundan hiç hoşnut kalmayacaklarının, hatta belki bunu ürkütücü bulacaklarının farkındayım. Eğer bu okurlardan birisi iseniz, size sabır dileyerek, "Okuyucuya Açıklama" bölümündeki tavsiyelerimi izlemenizi öneririm. Burada verilen tartışmalar genelde ilköğretimin ötesinde bir matematik bilgisi gerektirmeyecek; ancak, ayrıntılara inebilmek için epey kafa yormak kaçınılmazdır. Aslında vereceğim pek çok örnek yeterince açıktır ve ayrıntıları izleyerek kavranabilirler. Ama şöylece üzerinden bir kez okunmaları bile tartışılan konular hakkında sizlere fikir verecektir. Öte yandan eğer konuların uzmanı iseniz sizlere de sabır dileyeceğim. Yine de diyeceklerime şöyle bir bakarsanız ilginizi çekecek birkaç şey bulabileceğinizi sanıyorum.

'Algoritma' kelimesi 9. yüzyılda yaşamış Horasan doğumlu matematikçi Ebu Cafer Muhammed İbn-i Musa el Harezmi'nin (al-Kho-wârizm) adından gelmektedir. M.S. 825 yıllarında "Kitab el cebr ve'l mukabele" başlığıyla çok etkili olmuş bir matematik ders kitabı yazmıştır. Eskiden kullanılmakta olan 'algorizma' teriminin yerini bugünkü kullanımda "algoritma" kelimesinin almış bulunması "aritmetik" kelimesiyle kurulan bir ilişkiye bağlı olmalıdır. ('Cebir'

kelimesinin de aynı kitabın başlığında yer alan Arapça el-cebr'den gelmiş olması ilginçtir).

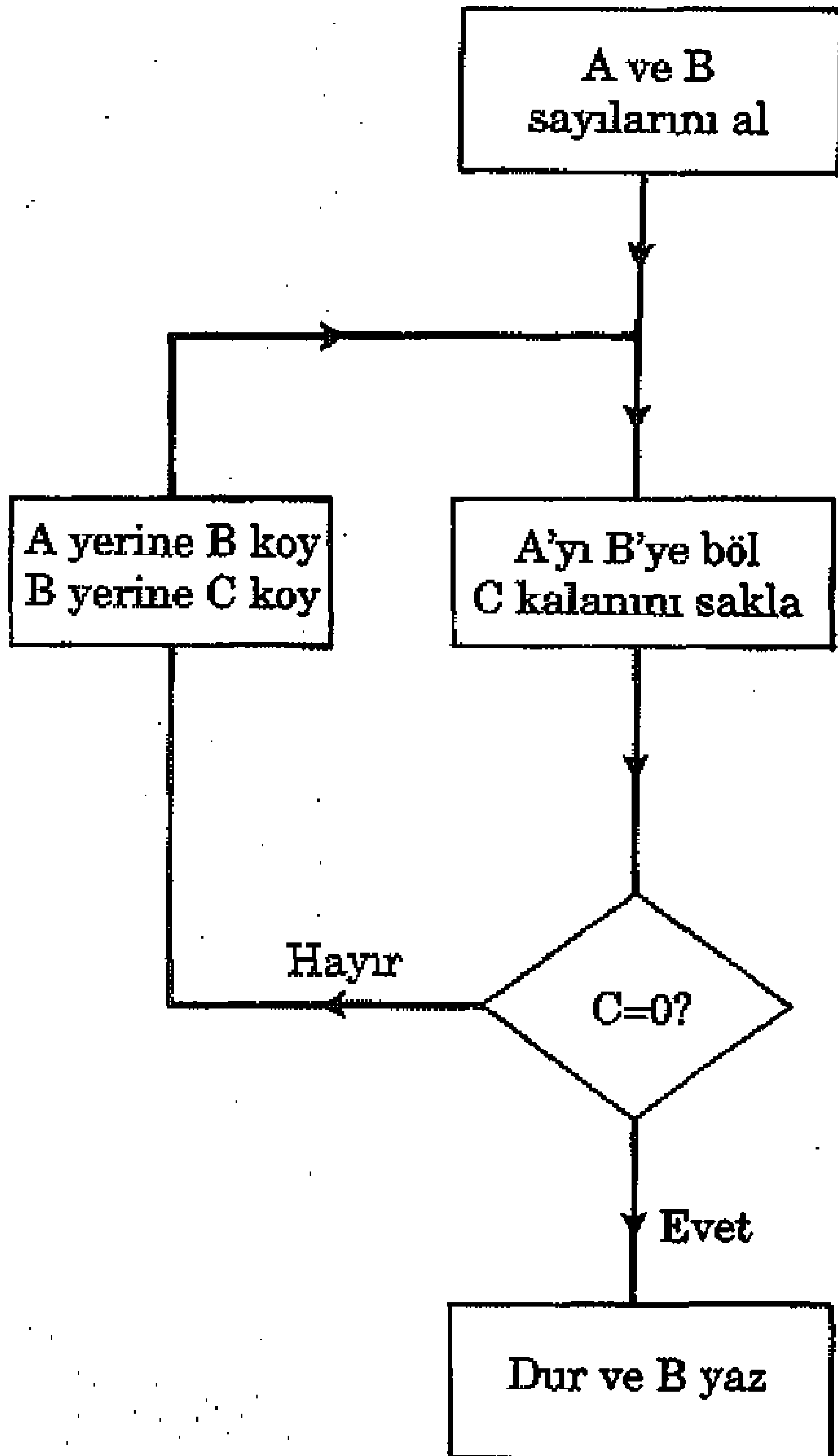
Aslında algoritmalar el Harezmi'nin kitabından çok önce de bilinmekteydiler. Eski Yunan döneminden (yaklaşık M.Ö. 300 den) beri bilinen ve *Eukleides algoritması* adıyla tanınan en iyi örnek, iki sayının en büyük ortak bölenini bulma yöntemidir. Konuyu daha iyi anlatmak için, örneğin 1365 ve 3654 gibi bir sayı çifti düşünmek yararlı olacaktır. Bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB), verilen her iki sayıyı tam olarak bölen en büyük tamsayıdır. Eukleides algoritmasını uygulamak için verilen sayılardan büyüğünü küçüğüne bölüp kalanı bulacağız: 1365, 3654'de iki kere var ve kalan 924 dür, (924 = 3654 - 2 x 1365) Şimdi önceden verilen sayı çifti yerine kalan 924 ve bölen 1365 sayılarını alalım. Bu yeni sayı çiftiyle yukarıdaki işlemi tekrarlayalım: 924, 1365'de bir kere var ve kalan 441'dir. Böylece 441 ve 924'den oluşan yeni bir sayı çifti oluşturduk. 924'ü 441'e bölersek kalan 42 olur. (42 = 924 - 2 x 441). Bir tam bölme işlemine kadar bu süreç tekrarlanır. Açıkça yazarsak:

$$3654 \div 1365 \quad \text{kalan} \quad 924$$
$$1365 \div 924 \quad \text{kalan} \quad 441$$
$$924 \div 441 \quad \text{kalan} \quad 42$$
$$441 \div 42 \quad \text{kalan} \quad 21$$
$$42 \div 21 \quad \text{kalan} \quad 0.$$

En son bölen sayı, yani 21 sayısı, aranmakta olan en büyük ortak bölendir.

Eukleides algoritması, bu ortak böleni bulmak için izlediğimiz *sistemli yöntemin* kendisidir. Burada yöntemi belli bir sayı çiftine uyguladık, ama yöntemin kendisi herhangi iki sayıya uygulanabilecek kadar geneldir. Eğer verilen sayılar çok büyük olursa, yöntemi uygulamak uzun bir süre alabilir; sayılar ne kadar büyükse süreç o

kadar uzun sürebilecektir. Fakat her durumda süreç tamamlanır ve sonlu sayıda işlem yaptıktan sonra kesin bir yanıta ulaşılır. Her adımda hangi işlemin yapılacağı tam olarak belirlenmiştir; sürecin ne zaman sona erdirileceği de kesin bir kurala bağlanmıştır. Ayrıca, tüm süreç sınırsız büyük doğal sayılara uygulanmakta olmasına rağmen *sonlu* sayıda adımla belirlenebilmektedir. (‘Doğal sayılar’ deyince eksi olmayan tamsayıları [1] anlayacağız: 0, 1, 2, 3,...) Nitekim, Eukleides algoritmasının, mantıksal işlemlerinin tamamı (sonlu) bir ‘akış şeması’ ile temsil edilebilir.


A ve B
sayılarını al
A yerine B koy
B yerine C koy
A'yı B'ye böl
C kalanını sakla
Hayır
C=0?
Evet
Dur ve B yaz

Yukarıda sürecin en temel basamaklarına kadar ayrıştırılmadan verilmiş olduğuna dikkat edilmelidir. Çünkü A ve B diye verilen iki doğal sayının bölümünden elde edilecek kalan sayının hangi işlemlerle bulunacağını ‘bildiğimiz’ varsayılıyor. Hepimizin okulda öğrendiği bu bölme işlemi de algoritmik bir işlemdir. Gerçekte bölme işlemi Eukleides algoritmasının kendisinden daha karmaşık bir süreçtir, ancak benzer biçimde bir ‘akış şeması’ ile verilebilir. Esas zorluk doğal sayıları (normal olarak) ondalık sistemle göstermemizden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla çarpım tablosunu oluşturmak, eldeleri taşımak vb. işlemler yapılmaktadır.

Eğer bir *n* sayısını göstermek için sadece *n* çizik atsaydık, örneğin 5 sayısını ///// ile gösterseydik, kalanı bulmak gerçekten basit bir algoritmik işlem haline gelirdi. A sayısı B sayışına bölününce kalanı bulmak için A’dan B sayısını temsil eden çizik gruplarını peş peşe çıkarırdık. Geride kalan çizikler bize yanıtı verirdi. Örneğin, 17’yi 5’e bölersek kalanı bulmak için ///// gruplarını ///////////////// grubundan şöyle ayırırdık:

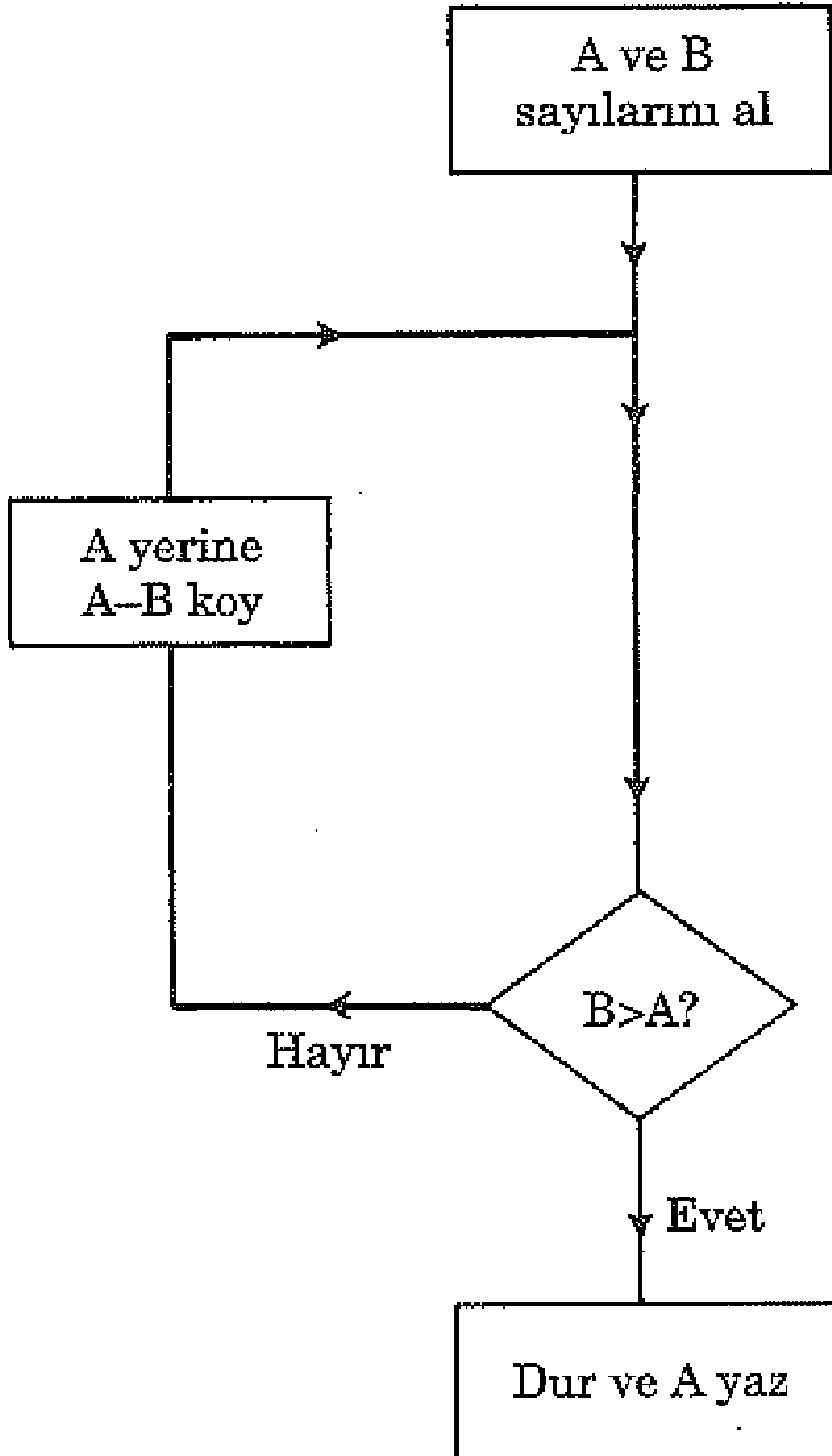
/////////////////

////////////

///////

//

Üç adım sonra yanıt iki olacaktır.


A ve B
sayılarını al
A yerine
A–B koy
B>A?
Hayır
Evet
Dur ve A yaz

Bir bölme işleminde kalanı, tekrarlanan çıkarma işlemleriyle veren bir ‘akış şeması’ aşağıda verilmiştir. Eukleides algoritmasını veren akış şemasını tamamlamak için yukarıdaki şemayı önceki akış şeması içinde sağda ortadaki kutu içine yerleştirmeliyiz. Bu tür bir algoritmayı diğer bir algoritmanın içinde yerine koyma işlemine bilgisayar programlamasında sık rastlanır.

n sayısını, *n* tane çizikle temsil etmek sayılar büyüdükçe giderek kullanışsız olmaya başlar, ve bizler bu nedenle sayıları göstermek için standart ondalık sistemi kullanırız. Ama burada işlemlerin veya gösterimin *kullanışlılığı* bizi o kadar ilgilendirmiyor. Daha çok hangi işlemlerin *ilke olarak* algoritmalarla yapılabileceği ile ilgilenmekteyiz. Bir sayı sisteminde algoritma ile yapılabilen bir işlem başka herhangi bir sayı sisteminde de algoritma ile yapılabilir. Farklar sadece ayrıntıda ve işlemlerin karmaşıklığındadır.

Eukleides algoritması, matematiğin hemen her dalında bulunabilecek, artık klasikleşmiş pek çok algoritmadan sadece birisidir. Ancak dikkate değer bir nokta, algoritma örneklerinin bu kadar geriye giden tarihine karşı, *genel algoritma kavramının* kesin olarak verilmesinin ancak yüzyılımızda gerçeklemiş bulunmasıdır. Bu kavramın birbirine eşdeğer tanımlarının hepsi 1930’larda yapılmıştır. Bunlardan en doğrudan ve ikna edici olanı ve tarihsel açıdan da en önemlisi *Turing makinesi* diye bilinen kavram yardımıyla verilenidir. Bu ‘makineleri’ ayrıntılarıyla incelemek gerekecektir.

Bir Turing makinesi hakkında aklımızda tutulacak en önemli husus bunun bir fiziksel nesne değil bir ‘soyut matematik’ ürünü olduğudur. Kavram ilk kez, İngiliz matematikçisi, ünlü şifre uzmanı ve ilk bilgisayar bilimcilerinden Alan Turing tarafından (Turing 1937) 1935-6 senesinde daha geniş kapsamlı bir probleme yanıt getirebilmek amacıyla ortaya konmuştur. *Entscheidungsproblem* adıyla bilinen bu problem büyük Alman matematikçisi David Hilbert tarafından 1900 Paris Uluslararası Matematikçiler Kongresinde kısmen (Hilbert’in 10. problemi) ve daha sonra 1928 Bologna Kongresi’nde tam olarak tanımlanmıştı. Hilbert en genel bir matematik probleminin çözümü için algoritmik yöntem bulunup bulunamayacağını sormaktaydı; ya da ‘daha doğrusu’ böyle bir yöntemin ilke olarak var olup olmadığını sorgulamaktaydı. Hilbert’in amacı, aksiyomlarını ve yöntem

kurallarını belirleyecek bir program yardımıyla, matematiği tartışılamaz sağlamlıkta bir temel üzerine oturtmaktı. Ancak daha Turing'e gelmeden önce 1931'de parlak Avusturyali mantıkçı Kurt Gödel'in şaşkınlık veren bir teoremi nedeniyle bu program çıkmaza girmiş bulunmaktaydı. Gödel teoremini ve bunun önemini IV. Bölüm'de ele alacağız. Turing'in ilgilenmiş olduğu Hilbert problemi (*Entscheidungsproblem*) matematiğin herhangi bir aksiyom sistemi cinsinden yazılmasından daha derine inen bir problemdir. Sorun şudur: Matematiğin tüm problemlerini birbiri peşi sıra çözebilecek genel bir mekanik yöntem ilke olarak var mıdır?

Bu soruyu yanıtlamakta karşılaşılan bir zorluk *mekanik yöntem* ile ne kastedildiğini anlamaktı. Kavram, o dönemin alışılmış matematik anlayışının dışında kalıyordu. Bir yanıt getirebilmek için, Turing önce 'makine' kavramını, işlevlerini temel öğelerine ayırarak nasıl tanımlayacağı üzerinde düşündü. Turing'in insan beynini bu anlamda bir 'makine' olarak gördüğü açıktır. Böylece matematikçinin bir matematik problemiyle uğraşırken yaptığı eylemler de 'mekanik yöntemler' başlığı altında toplanabilmekteydi.

Her ne kadar insan düşüncesine bu bakış açısı, Turing'in bu çok önemli kavramını geliştirmesinde değer taşımışsa da bizler aynı bakış açısını kabule zorunlu değiliz. Nitekim, bir mekanik yöntemden ne kastedildiğini tam olarak açıkladıktan sonra Turing, iyi tanımlı ama normal anlamda mekanik denmeyecek bazı matematik işlemlerin varlığını göstermiştir. Turing'in kendi çalışmalarına dayanarak onun akıl olgusunun doğası üzerine görüşlerinde açık noktalar bulunduğuna kanıt getirebilmek bir çelişki olmalı. Ancak şu an konumuz bu değil. Öncelikle Turing'in mekanik yöntem kavramının ne olduğunu anlamalıyız.

Turing Makinesi Kavramı

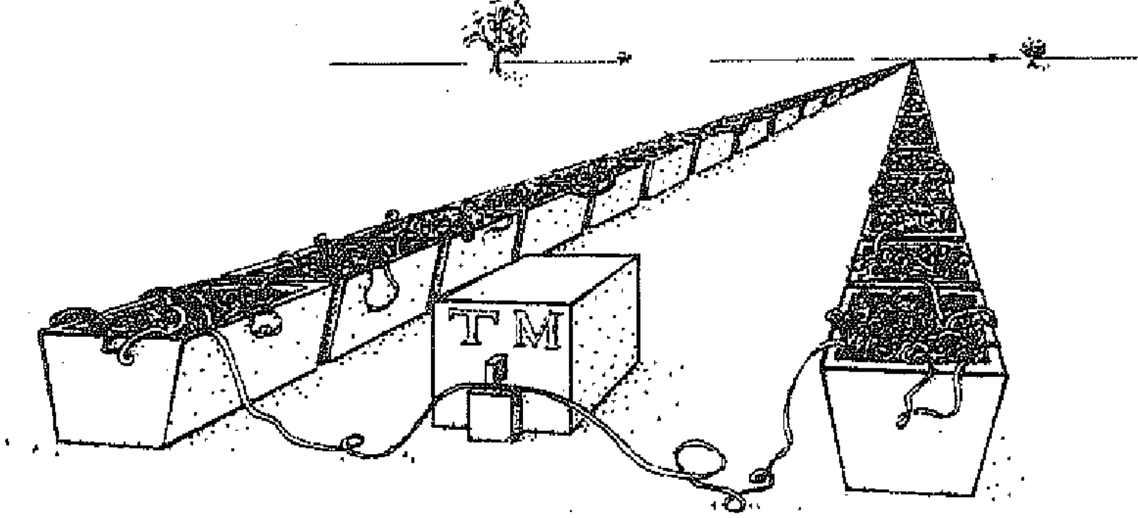
Bir hesap yöntemini (sonlu tanımlanabilir) uygulayan bir makine düşünelim. Genel hatlarıyla nasıl bir makine olurdu bu acaba? Şimdilik uygulama tekniği hakkında fazlaca kafamızı yormayalım; matematik açısından ideal bir tasarıma sahip olması yeterli.

Cihazımız olarak sonlu (belki de çok fazla sayıda) ve birbirinden farklı olası bir bağımsız durumlar kümesine sahip olsun istiyoruz. Biz bunlara makinenin içsel durumları adını veriyoruz. Ancak, makinemizin ilke olarak gerçekleştireceği hesapların boyutunu sınırlamak istemiyoruz. Eukleides'in yukarıda tanımladığımız algoritmasını anımsayınız. İlke olarak, algoritma veya genel hesap yöntemi, sayılar ne kadar büyük olursa olsun, yine aynıdır. Büyük sayılar söz konusu olduğu zaman, yöntem gerçekten çok uzun zaman alabilir ve hesapları yapabilmek için önemli miktarda 'müsvedde kağıdı' gerekebilir. Fakat sayılar ne kadar büyük olursa olsun algoritma yine aynı sonlu komutlar kümesinden ibarettir.

Bu nedenle makinemiz, sonlu sayıda içsel duruma sahip olmasına karşın, boyutu sınırlanmamış bir girdiyle işlem yapabilmelidir. Ayrıca makinemiz, işlemleri için, sınırsız bir dışsal veri biriktirme alanından ('müsvedde kağıdı') yararlanabilmeli, aynı zamanda sınırsız boyutta çıktı üretebilmelidir. Makinemiz, sonlu sayıda farklı içsel duruma sahip olduğu için, ondan ne tüm dışsal verileri, ne de kendi hesaplarının sonuçlarını içsel konuma getirmesi beklenmemelidir. Bunun yerine, verilerin veya önceki hesapların *anında* işleme soktuğu kısımlarını incelemeli, daha sonra bunlarla ilgili olarak hangi işlemlerin yapılması gerekiyorsa onları yapmalıdır. Dışsal veri biriktirme alanına, işlemin sonuçlarını kaydedebilir ve işlemin bir sonraki aşamasına gayet kararlı bir şekilde geçebilir. Girdinin, hesap mekânının ve çıktının sınırsız doğası, pratikte fiilen oluşturulabilecek bir şeyden çok, yalnız matematiksel bir idealin gerçekleşmesiyle ilgilendiğimizi hatırlatır (bkz. Şekil 2.1). Fakat bu konumuzla önemli ilgisi olan bir idealin gerçekleşmesidir. Modern bilgisayar teknolojisinin harikaları bize, pratik amaçlarımızın birçoğu için sınırsız olarak kullanılabilecek elektronik veri biriktirme alanı (bellek) sağlamıştır.

Gerçekte, dışsal olarak tanımlanan bellek alanı tipi, modern bir bilgisayarın içsel işlemlerinin bir kısmım oluşturur. Bellek alanının belirli bir kısmının dışsal veya içsel olarak nitelendirilmesi belki teknik bir ayrıntıdır. "Makine' ve 'dışsal' kısım ayırımı, *donanım* (hardware) ve *yazılım,* (software) olarak kabul edilebilir. Buna göre, içsel kısım (mekanik) donanım, dışsal kısım yazılımdır. Bu konuya saplanıp kalmayacağım ama neresinden bakarsanız bakın, Turing'in

idealleştirilmesi günümüzün elektronik bilgisayarlarına gerçekten çok yaklaşmıştır.



Şekil 2.1 Kurallara uygun bir Turing makinesi sonsuz bant gerektirir!

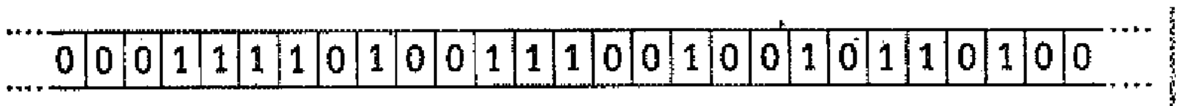
Turing, dışsal veri bellek alanını, üzerinde işaretler bulunan "bant" şeklinde gözünde canlandırmıştır. Bu bant ileri/geri hareket edebilir. Makine, gerekirse, bantın üzerine yeni işaretler koyabildiği gibi eski işaretleri silebilir ve böylece aynı bantın, girdi olduğu kadar dışsal bellek ('müsvedde kağıdı') gibi görev yapmasını sağlar. Gerçekte, dışsal bellek ile 'girdi' arasında ayırım yapmamak yararlı olur, çünkü işlemlerin çoğunda bir hesabın ara sonuçları, yeni veriler gibi rol alabilir. Eukleides'in algoritmasında, ilk girdimizle (A ve B sayıları), hesabın çeşitli aşamalarını birbirlerinin yerine koyduğumuzu hatırlayınız. Aynı şekilde, aynı bant, kesin çıktı (yani, 'yanıt') için kullanılabilir. Bant, başka hesapların yapılmasına gerek olduğu sürece durmadan ileri/geri hareketini sürdürecektir. İşlem tamamlandığı zaman makine durur ve hesap sonucu, bantın makinenin bir yanında yer alan kısmı üzerinde okunabilir. Kesin bir tanımlama için farz edelim ki, sonuç daima sol taraftan verilirken, girdi kapsamındaki tüm sayısal veriler ve çözülecek problemle ilgili komutlar daima sağ taraftan verilir.

Kendi adıma, sınırlı makinemizin, potansiyel olarak sonsuz bantı ileriye geriye hareket ettirmek zorunda olmasından biraz rahatsızlık duyuyorum. Malzemesi ne kadar hafif olursa olsun, *sonsuz* bir bantı

hareket ettirmek zor olmalı! Bantın, sınırlı makinemizin içinde hareket edebileceği dışsal ortamı temsil ettiğini düşlemeyi yeğlerdim (Kuşkusuz, modern elektronik cihazlarda, basit fiziksel anlamda, ne ‘bant’ ne de ‘cihaz’ gerçekten “hareket’ ederler; fakat böyle bir 'hareket’ nesnelerin hayalde canlandırılmasını kolaylaştırıyor). Bu teoriye göre makine, girdinin tamamını ortamdan alır. Ortamı, kendine ait ‘müsvedde kağıdı’ olarak kullanır. Sonuçta, çıktısını aynı ortam üzerine kaydeder.

Turing’in resminde 'bant’, her iki yönde sonsuz olduğu varsayılan ve karelerden meydana gelen çizgisel bir diziden oluşur. Bantın üzerindeki her kare ya boştur ya da üzerinde bir tek işaret vardır[!]. İşaretli veya işaretsiz kareler, ortamın, (yani bantın), parçalara ayrılarak birbirinden *bağımsız* (süreklinin karşıtı olarak) kesikli elemanları olarak tanımlanabileceğini gösterir. Makinemizin fonksiyonlarını güvenilir ve kararlı şekilde yerine getirmesini istiyorsak bu özelliğe sahip olması gerekir, Ancak matematiksel idealleştirmenin bir özelliği olarak ‘ortamın’ (potansiyel bakımdan) sonsuz olmasına karşı değiliz, fakat hangi *özel* durumda olursak olalım girdi, hesaplama işlemi ve çıktı daima *sonlu* olmalıdır. Buna göre bant, sonsuz olarak uzun kabul edilse bile üzerinde bulunan işaretlerin sayısı sonsuz olamaz. Her bir yönde bant belirli bir noktadan sonra tümüyle boş olmalıdır.

Boş kareyi ‘0’ işaretli kareyi ‘1’ ile göstererek bir örnek verelim:



Makinemizin, bantı ‘okuması’ gerekiyor; okuma işlemini bir defada bir kareyi okuyarak ve her okumadan sonra sağa veya sola yalnız bir kare hareket ederek gerçekleştirdiğini varsayıyoruz. Bir defada *n* kare okuyan veya bir defada *k* kare kayan cihazlar, bir defada yalnız bir kareyi okuyan ve geçen bir cihaz cinsinden kolaylıkla modellenebilirler. *k* karelik bir hareket, bir karenin *k* kere hareketiyle oluşturulabilir; *n* karenin bir defada okunması veri depolamak suretiyle basit cihaz sanki *n* karenin hepsini bir defada okuyormuş gibi yorumlanabilir.

Bu cihaz ayrıntılı olarak ne yapabilir? ‘Mekanik’ olarak tanımlayacağımız bir şeyin işlevini yerine getirebildiği en genel yöntem nedir? Cihazımızın *içsel durumlarının* sayı bakımından sonsuz olmaması gerektiğini hatırlayınız. Bilmemiz gereken tek şey, bu sonsuz olmamanın ötesinde cihazın davranışının tamamen içsel durumu tarafından ve girdi tarafından kontrol edildiğidir. Girdiyi basitleştirmiş ve ‘0' ve '1’ sembollerinden biriyle temsil etmiştik. Başlangıç durumu ve bu girdiyle donanımlı olarak makinenin tamamen kararlı bir şekilde çalışması beklenir: İçsel durumunu bir başka (belki de aynı) içsel duruma değiştirir; okuma simgeleri olarak 0 veya 1 ’i kullanır veya bunların yerine başka simgeler koyar; sağa veya sola bir kare hareket eder; sonuçta, işlemi sürdürüp sürdürmemeye veya bitirmeye karar verir ve durur.

Cihazımızın çalışmasını daha açık anlatmak amacıyla içsel durumlarını *numaralayalım*: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...; buna göre cihazın, veya *Turing makinesinin,* çalışma sistemine, aşağıda örneklendiği gibi bir dizi yer değiştirme egemen olacaktır:

0 0 → 0 0 R
0 1 → 13 1 L
1 0 → 65 1 R
1 1 → 1 0 R
2 0 → 0 1 R.STOP
2 1 → 66 1 L
3 0 → 37 0 R

.
.
.

210 0 → 3 1 L

.
.
.

258 1 → 0 0 R.STOP
259 0 → 97 1 R
259 1 → 0 0 R.STOP

Okun sol tarafındaki *iri* rakam, cihazın okuma işlemini gerçekleştirmekte olduğunu gösteren ve bantın üzerinde yer alan işarettir; cihaz bu simgenin yerine sağ tarafta ortada bulunan iri rakamı koyar. ‘R’, cihazın bant boyunca sağa doğru bir adım, *‘L'* ise sola doğru bir adım hareket etmek zorunda olduğunu gösterir. (Turing’in özgün tanımında olduğu gibi, cihazın yerine bantın hareket ettiğini düşünürsek, R’yi bantın bir kare sağa ve L’yi bir kare sola hareket etmesi komutu olarak yorumlayabiliriz), STOP sözcüğü, işlemin tamamlandığını ve cihazın durması gerektiğini gösterir. Özellikle, 01 —>131L komutu cihaz ‘0’ durumunda ise ve banttan 1 okuyorsa, 13 numaralı içsel duruma geçmesi ve 1’i 1 olarak bant üzerinde bırakması ve bant üzerinde bir kare sola kayması gerektiğini gösterir. Son komut 2591 0OR.STOP, cihaz 259 durumunda ise ve bant üzerinde 1’i okuyorsa, 0 durumuna geçmesi, bant üzerinde 0 üretmek için 1’i silmesi, bant boyunca sağa doğru bir kare kayması ve işlemi tamamlaması gerektiğini gösterir.

İçsel durumları 0, 1, 2, 3, 4, 5,... gibi sayılar kullanarak göstermek yerine, O’lardan ve İlerden oluşan simgeler kullanmamız gerekseydi, bant üzerinde yukarıda açıklanan simgeler sistemine sadık kalmamız daha doğru olurdu. İstersek *n* durumu için *n* adet 1 kullanabilirdik ama bu yetersiz olurdu. Bunun yerine *ikilik* sayı sistemini kullanalım:

$$
\begin{aligned}
0 &\rightarrow 0,\\
1 &\rightarrow 1,\\
2 &\rightarrow 10,\\
3 &\rightarrow 11,\\
4 &\rightarrow 100,\\
5 &\rightarrow 101,\\
6 &\rightarrow 110,\\
7 &\rightarrow 111,\\
8 &\rightarrow 1000,\\
9 &\rightarrow 1001,\\
10 &\rightarrow 1010,\\
11 &\rightarrow 1011,\\
12 &\rightarrow 1100, \text{ vs.}
\end{aligned}
$$

Burada sağ taraftaki son hane standart (ondalık) sistemde olduğu gibi, ‘birlikleri’ gösterirken, hemen ondan bir önceki hane ‘onluklar’ yerine ‘ikilikler’i gösterir. Bundan önceki hane yüzlükler değil, dörtlükler, daha önceki hane ‘binlikler’ değil ‘sekizlikler’, vs. gösterir ve sola doğru hareket ederken birbirini izleyen her hanenin değeri, birbirini izleyecek şekilde *ikinin katlarıdır:* 1,2,4(= 2 x 2), 8(= 2 x 2 x

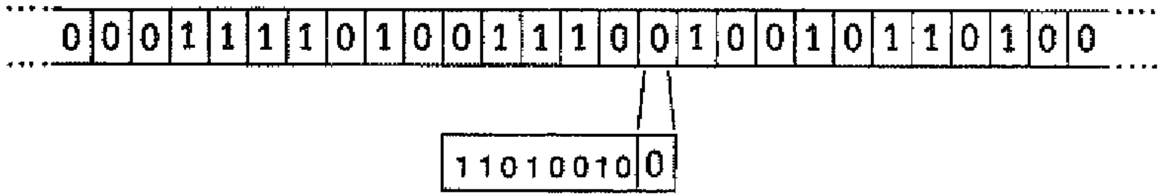
2), 16(= 2 x 2 x 2 x 2), 32(= 2 x 2 x 2 x 2 x 2), vs. (İleride açıklayacağımız nedenlerle, doğal sayıları temsil etmek amacıyla ikilik veya ondalık sistemlerden başka bir basamak sistemi kullanmayı bazen daha uygun bulacağız: Örneğin, üçlük sistemde, 64 ondalık sayısı her hanesi üçün katları değerinde olmak üzere 64= $(2 \times 3^3) + 3^2 + 1$ olarak yazılacaktır. Bkz. IV. Bölüm)

İçsel durumları belirlemek için bu ikilik sistemi kullanırsak, Turing makinesinin komutları aşağıdaki şekilde olacaktır:

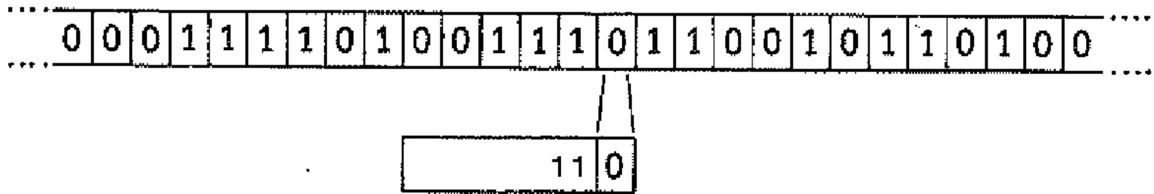
00	→	00R
01	→	11011L
10	→	10000011R
11	→	10R
100	→	01STOP
101	→	10000101L
110	→	1001010R
⋮		⋮
110100100	→	111L
⋮		⋮
1000000101	→	00STOP
1000000110	→	1100001R
1000000111	→	00STOP

Yukarıda R.STOP sembolünü STOP olarak kısalttım çünkü L. STOP komutu hiçbir zaman gözükmez ve işlemin son aşamasının sonucunun, yanıtın bir parçası olarak, daima cihazın sol tarafında gösterilmesi gerekir.

Diyelim ki cihazımız 11010010 ikilik dizi ile temsil edilen özel bir içsel durumda bulunsun, bant ise bir işlemin tam ortasında sayfa 43’te detaylanan biçimde bulunsun, ve biz 11010010O→111L komutunu uygulayalım. Bant üzerinde okunan hane (‘O') daha iri bir rakamla, içsel durumu belirleyen simgeler dizisinin sağında gösterilir.



Turing makinesi örneğinde (kendimce rasgele bazı değişiklikler yaptığım örnekte), okunmakta olan ‘O’ ile ‘1' yer değiştirirse ve içsel durum '11’e değiştirilirse cihaz sola doğru bir adım kaydırılmış olur.



Cihaz şimdi sonraki haneyi (yine bir ‘O’) okumaya hazırdır. Tabloya göre 'O’ı değiştirmeksizin olduğu gibi bırakır fakat içsel durumu '100101’ ile değiştirir ve bant boyunca sağa bir adım geri gider. Bu konumda '1'i okur ve tablonun aşağılarında bir yerde içsel durumu değiştirmek için ne gibi bir yer değiştirme uygulanacağına dair komutu bulur: Okumakta olduğu haneyi değiştirmesinin gerekli olup olmadığı ve bant boyunca hangi yönde ilerlemesi gerektiğine dair komut alır. STOP’a ulaşıncaya kadar bu şekilde devam eder; STOP aşamasında (sağa doğru bir adım daha ilerledikten sonra) işlemin tamamlandığı konusunda cihaz operatörünü uyarmak için bir zilin çaldığını varsayarız.

Cihazın daima O içsel durumunda uygulamaya başlatılmasını ve okuma cihazının sol yanında yer alan bantın başlangıçta boş olmasını öneriyoruz. Komutlar ve veriler sağ taraftan yüklenecektir. Daha önce değindiğimiz gibi, yüklenen bilgi daima *sonlu* sayıda 0'lar ve 1'ler dizisi şeklinde alınmalı, bu diziyi boş bant (yani O'lar) izlemelidir. Makine STOP aşamasına ulaştığında işlemin sonucu, okuma cihazının solundaki bant üzerinde görünür.

Sayısal verileri girdimizin bir parçası olarak işleme dahil etmeyi arzu ettiğimiz için, girdinin bir parçası olarak basit sayıları (yani 0, 1, 2, 3, 4, ... gibi doğal sayıları) tanımlamanın bir yolunu bulmak durumundayız. Bunu gerçekleştirmenin bir yolu, *n* sayısını temsil etmek için *n* adet 1 kullanmaktadır (gerçi bu, doğal sayı 0 konusunda bize biraz zorluk çıkaracaktır):

$$1 \rightarrow 1,\ 2 \rightarrow 11,\ 3 \rightarrow 111,\ 4 \rightarrow 1111,\ 5 \rightarrow 11111, \text{vs.}$$

Bu basit numaralama sistemi (oldukça mantıksız bir yaklaşımla) *birlik* sistem olarak adlandırılır. Bu sistemde ‘O’ simgesi yerine farklı sayıları birbirinden ayırmaya yarayan boşluk kullanılabilir. Algoritmaların çoğu sayılardan oluşan *dizileri* esas alarak işlem yaptıkları için sayıları birbirinden ayırmanın yolunu bulmak önemlidir. Örneğin, Eukleides’in algoritmasına göre cihazımız A ve B sayılarından oluşan bir sayı çiftini esas alarak işlem yapacaktır. Turing makineleri, fazla zorlanmadan, bu algoritmanın yazılımını gerçekleştirebilir. Konuya ilgi duyan bazı okuyucular yöntemin '0’ ile birbirinden ayrılan bir birlik sayı çiftine uygulanmasıyla Turing makinesinin (kısaca EUC olarak adlandırıyorum) Eukleides’in algoritmasını uygulayışını, deneme niteliğinde, kanıtlamak isteyebilirler.

0O→0OR, 01→11L, 1O→101R, 11→11L,
10O→1010OR, 101→11OR, 11O → 100OR, 111
→111R, 100O →100OR, 1001→101OR, 101O →111OL,
1011→1101L, 110O→110OL, 1101→11L, 111O
→111OL, 1111→10001L, 1000O →1001OL,
10001 →10001L →1001O, 10OR →10011 →11L,
1010O →0OSTOP, 10101→10101R.

Bu örneğe girişmeden önce okurumun, UN + 1 Turing makinesi gibi daha basit ve bir birlik sayıya sadece tek birim ekleyen sistemi denemesi daha akıllı bir davranış olacaktır:

0O→ 0OR, 01→ 11R, 1O→ 01STOP, 11→ 11R,

UN + 1 ’in bunu gerçekleştirebildiğini kontrol için, 4 sayısını temsil eden

...00000111100000...,

bantına uygulandığını varsayalım. Yine varsayalım ki cihaz başlangıçta 1'lerin solunda bir yerdedir. İçsel durumu ‘0’ olup, '*0’* okumaktadır. İlk komuta uyarak bunu ‘O’ olarak bırakır ve sağa bir adım kayarken içsel durum ‘0’ da kalır. İlk 1’e ulaşıncaya kadar; sağa doğru birer adım atarak bu işlemi sürdürür. Sonra ikinci komut devreye girer: 1’i 1 olarak bırakır ve bu kez içsel durum 1’de olmak üzere tekrar sağa hareket eder. Dördüncü komuta göre, 1’lere dokunmadan içsel durum 1’de kalır, 1’leri izleyen ilk 0’a varıncaya kadar sağa doğru ilerler. Bu aşamada üçüncü komut cihaza, 0’ı 1’e değiştirmesini, sağa bir adım daha atamasını söyler. Böylece, 1 1er dizisine bir 1 daha eklenmiş olur, ve örneğimizin 4’ü, öngörüldüğü gibi, 5’e gerçekten çevrilmiş olur.

Denememizde biraz daha ileri giderek,

00→00R, 01→10R, 10→101L, 11→11R,
100→110R, 101→1000R, 110→01STOP,
111→111R, 1000→1011L, 1001→1001R,
1010→101L, 1011→1011L,

ile tanımlanan UN x 2 makinesinin bir birlik sayıyı amaçlandığı gibi iki katına çıkardığını kontrol edebiliriz.

EUC örneğinde, daha iyi bir fikir edinmek için daha açıklayıcı bir sayı çifti, Örneğin 6 ve 8 denenebilir. Okuma cihazının yine O başlangıç durumunda olduğunu varsayalım. Bant başlangıcında aşağıdaki şekilde işaretlenecektir:

...000000000001111110111111110000O...

Turing makinesi, birçok aşamadan sonra durduğu zaman, okuma cihazı, sıfır olamayan hanelerin sağında kalmak üzere aşağıdaki şekilde bir açılım elde ederiz:

...0000110000000000000...

EUC (veya UN x 2) cihazının işleyişi ile ilgili bazı incelikleri açıklamak, bilgisayar programlarının pek de yabancısı olmadığımız özelliği gibi, makinenin, karmaşık yapısını anlatmaktan çok daha karmaşık! (Algoritmik bir yöntemin kendisinden beklenen fonksiyonu neden yaptığını tam anlamıyla anlamak *sezgi* gerektirir. Sezgilerin kendileri algoritmik midir? Bizim için daha sonra önemli olacak bir soru bu!) EUC veya UN x 2 örnekleri için şimdi bu konuyu tartışmayacağım. Dikkatli bir okur, bu kitabın amaçlanan kapsamı içerisinde kavramları daha kısa ve öz açıklayabilmek için Eukleides’in algoritmasında ufak bazı değişiklikler yaptığımı fark etmiş olmalı. Buna rağmen, 11 farklı içsel durum için 22 basit komutu içeren EUC tanımı yine de karmaşıktır. Karmaşıklık büyük ölçüde sistemin düzeninden kaynaklanmaktadır. Örneğin, 22 komuttan yalnız 3’ü bant üzerindeki işaretlerin değiştirilmesi ile ilgilidir! (UN x 2 için dahi, yarısı işaret değiştirmekle ilgili 12 komut kullandım.)

Sayısal Verilerin İkilik Gösterimi

Birlik sayı sistemi, büyük sayıların kodlanması için son derece yetersizdir. Bunun yerine, daha önce açıkladığımız gibi çoğunlukla ikilik sayı sistemini kullanacağız. Ancak, bunu doğrudan, bantı iki basamaklı sayı gibi okumaya kalkışarak yapamayız. Sayının iki basamaklı kodunun ne zaman sona erdiğini ve sağ tarafta boş bantı temsil eden sonsuz 0’lar serisinin ne zaman başladığını bildirmenin bu durumda hiçbir yolu yoktur. Üstelik, Eukleides’in algoritmasında öngörülen sayı çiftlerinde [2] olduğu gibi çeşitli sayıları yüklemek zorunda kalacağız. Bir basamaklı sayıların ikilik gösterim sistemine dahil 0'lardan veya 0'lar dizisinden, sayılar-arası aralıkları ayırt edemeyiz. Ayrıca, sayıların yanı sıra, her çeşit karmaşık komutları da veri bantına dahil etmek isteyebiliriz. Bu zorlukların üstesinden gelmek için, *büzülüm* olarak adlandırdığım bir yöntem uygulayalım. Bu yöntemde, 0'lar ve 1'lerden oluşan (1'lerin sonlu toplam adediyle birlikte) herhangi bir dizi, sadece iki basamaklı sayı gibi okunmaz; bu dizinin yerine, ikinci sıradaki her bir hanenin, ilk sıranın birbirini izleyen 0'lar, 1’ler, 2’ler, 3’ler, vs’den oluşan yeni bir dizi geçer. Örneğin

Şimdi 2, 3, 4,... sayılarını işaretler veya herhangi bir türden komutlar olarak okuyabiliriz. 2 sayısı sadece ‘virgül’ görevini

0100010110101011010001110101011100110

dizisi yerine

```
010 0 010110101011010 0 01110101011110 0110
 1 0 0 1 2 1 1 2 1 0 0 3 1 1 4 0 2
```

üstlenirken, 3, 4, 5,... sayılarını, isteğimize göre, ‘eksi işareti’, ‘artı işareti’, ‘çarpı işareti', ‘işlemi tekrarla’ vs. gibi komutlar için kullanabiliriz. Artık, daha büyük rakamlarla birbirinden ayrılmış 0 ve 1'lerden oluşan dizilere sahibiz. Bu dizilerin her biri ikilik sistemde yazılmış basit sayıları gösterir. Buna göre yukarıdaki tam dizi (‘2’ yerine Virgül’ okunarak) şöyle okunur:

(1001 ikilik sayısı) virgül (11 ikilik sayısı) virgül...

1001, 11, 100, 0 sayıları için standart ‘9’, ‘3’, *‘4’,* ‘0’ rakamlarım kullanarak dizinin tümü için [9, 3, 4 (komut 3) 3 (komut 4) O,] sonucuna ulaşırız.

Bu süreç bize özel olarak dizinin sonunda sadece virgül kullanmak suretiyle bir sayının tanımını sona erdirmek (ve bunu yapmakla sayıyı, sağ tarafta boş bantın sonsuz uzantısından ayırmak) olanağını verir. Ayrıca, sayıları ayırmak için virgüller kullanabileceğimiz tek bir O'lar ve 1'ler dizisi olması nedeniyle, ikilik sistemde yazılmış herhangi bir sonlu doğal sayılar dizisini kodlamamızı sağlar. Şimdi bunu örnekliyelim:

5,13, 0, 1, 1, 4, dizisini alalım. İkilik sistemde bu şöyle ifade edilir:

101, 1101, 0, 1, 1, 100,

Bu dizi bant üzerinde *açılım* (yani büzülüm yönteminin tersi) yöntemiyle kaydedilir.

Bu gösterimi basit şekilde gerçekleştirmek için, iki haneli sayıların özgün sırasını değiştiririz;

. . .000010010110101001011001101011010110100011000 . . .

0 → 0

1 → 10

, → 110

ve sonra her iki yöne sınırsız 0’lar ekleriz. Daha açık yazarsak, yakardaki dizinin banta nasıl uygulandığını açıkça görürüz: Sayı kümelerini göstermek için oluşturulan bu sisteme *açılmış ikilik sayı sistemi* diyorum. (Örneğin 13’ün açılmış ikilik sayı sisteminde gösterimi 1010010’dur.)

Söz konusu sayı sistemi ile ilgili son bir noktaya daha değinmeliyim. Bu bir teknik ayrıntı olabilir ama konunun eksiksiz açıklanmış olması için gereklidir. [3] Doğal sayıların ikilik (veya ondalık) gösteriminde bir noktada hafif bir fazlalık vardır. Şöyle ki: Bir kodun sol tarafdaki uç noktasına yerleştirilen 0'lar ‘sayılmaz’ ve

normal olarak çıkarılır. Örneğin, 00110010 ile 110010 ikilik sayıları aynıdır (0050 ile 50'in aynı ondalık sayının göstermesi gibi). Bu fazlalık 000 veya 00 veya O olarak yazılabilir, aslında, mantıksal açıdan, boş bir aralık da sıfırı gösterebilir! Basit bir sistemde bu durum büyük karışıldığa sebep olabilirse de, yukarıda tanımlanan sistem için uygundur. Bu nedenle, iki virgül arasında kalan sıfır, yan yana iki virgül („) olarak da yazılabilir ve bant üzerinde bir 0 ile ayrılmış iki 11 çiftiyle kodlanabilir:

...001101100...

Dolayısıyla yukarıdaki altı sayının ikilik sistemde kodlanması şöyledir:

101,1101,,1,1,100,

ve bant üzerinde açılmış ikilik sayı sistemine uygun olarak şeklinde gösterilir (Açılmış sistemle daha önce yazdığımız koda göre bir sıfır eksik...).

Artık örneğin Eukleides algoritmasını, açılmış ikilik sistemle

. . .00001001011010100101101101011010110100011000. . .

yazılmış 6 ve 8 sayılarına uygulayacak bir Turing cihazı tasarlayabiliriz. 6 ve 8 sayı çifti için daha önce kullandığımız,

...0000000000111111011111111100000...,

yerine ikilik sayı sistemindeki sırasıyla, 110 ve 1000 gösterimini kullanırsak; 6, 8 sayı çifti açılmış ikilik sistemde bant üzerine

...00000101001101000011000000...

şeklinde kaydedilir. Kısalık bakımından, bu gösterimin birlik sisteme göre fazla bir yarar sağlamadığı görülüyor. Ancak, 1583169 ve 8610 gibi (ondalık) bir sayı çiftini ele aldığımızı düşünelim. Bu sayı çiftinin ikilik sistemdeki gösterimi

1 10000010100001000001, 10000110100010,

olacaktır. Buna göre bant üzerinde

00101000000100100000100000010110100000101001000010011
0

şeklinde kaydedilecektir. Bu gösterim yalnız *bir* satıra sığarken, teklik sistem söz konusu olsaydı bantın '1583169, 8610' sayı çiftini

kodlaması bu kitabın sayfalarından fazlasını kaplardı!

Sayılar açılmış ikilik sistemde ifade edildiği zaman Eukleides'in algoritmasını uygulayan bir Turing makinesi, istenirse, teklik sistem ile açılmış ikilik sistem arasında çeviri yapan uygun bir çift yardımcı algoritmanın EUC'a eklenmesiyle basit bir şekilde elde edilebilir. Ancak bu süreç, teklik sayı sistemi hâlâ 'içsel' olarak var olacağı, bu nedenle makinenin yavaşlamasına ve bu durumda (bantın sol tarafında) gerekecek 'müsvedde kağıt' miktarının artmasına yol açacağı için son derece elverişsiz olacaktır.

Bunun yerine, bir Turing makinesinin açılmış ikilik sistemde nasıl işlem yapacağını göstermek amacıyla Eukleides'in algoritmasından çok daha basit bir işlemi, bir doğal sayıya *bir ekleme* sürecini deneyelim. Bu işlem (XN + 1 adını verdiğim) Turing makinesi tarafından yapılabilir:

00→00R, 01→11R, 10→00R, 11→101R,
100→110L, 101→101R, 110→01STOP, 111→1000L
1000→1011L, 1001→1001L, 1010→1100R,
1011→101R, 1101→1111R, 1110→111R,
1111→1110R.

Yine meraklı bir okurum, Turing makinesinin işlemi gerçekten yapıp yapamayacağını, diyelim, ikilik bir sistemde yazımı 10100111 olan 167 sayısına uygulayarak denemek isteyebilir. Buna göre bant üzerinde okunacak kod:

...0000100100010101011000...

olacaktır. İkilik sistemde bir sayıya 1 eklemek için, son 0'u 1'e çevirmemiz ve sonra bunu izleyen bütün 1'leri 0'larla değiştirmemiz yeterlidir. Buna göre, 167 + 1 = 168 bant üzerinde

10100111 + 1 = 10101000.

olarak yazılır. 'Bir-ekleyen' Turing makinemiz, yukarıda verilen kodu,

...0000100100100001100000...

koduna çevirecektir ve gerçekten de böyle yapar.

Yalnızca bir eklemek gibi basit bir işlemin bile, onbeş komut ve sekiz farklı içsel durum kullanan bu süreç kapsamında ne kadar karmaşık olduğuna dikkatinizi çekerim! Birlik sistemle işlem yapmak elbette daha basittir, çünkü 'bir ekleme' işlemi için sadece 1'ler dizisini bir 1 daha ekleyerek uzatmak yeterlidir. Bu nedenle, UN + 1 makinemizin daha temel düzeyde işlem gerçekleştirmesine şaşmamak gerekir. Ancak çok büyük sayılarla UN + 1, aşırı uzunlukta bant gerektireceği için son derece yavaş çalışabilir. Bu nedenle kapsamlı bir açılmış ikilik sayı sistemini kullanması nedeniyle daha karmaşık bir makine olan XN +1 'i kullanmak daha yararlı olacaktır.

Bu arada 'ikiyle çarpım' adı verilen ve Turing makinesinin birlik sistemden çok açılmış ikilik sistemle daha kolay uygulanabileceği bir işleme de değinmek istiyorum. Aşağıdaki işlemlerle tanımlanan XN x 2 Turing makinesi;

$$0 0 \to 0 0 R, \quad 0 1 \to 1 1 R, \quad 1 0 \to 0 0 R, 1 1 \to 10 0 R,$$
$$10 0 \to 11 1 R, \quad 11 0 \to 0 0 \text{ STOP}$$

ikiyle çarpım işlemini kolaylıkla gerçekleştirirken, teklik sistemde daha önce tanımladığımız UN x 2 işlemi aynı işlemi çok daha karmaşık biçimde gerçekleştirir.

Bu örnekler bize Turing makinelerinin çok temel düzeyde neler yapabilecekleri hakkında fikir vermektedir. Tahmin edilebileceği gibi, karmaşık işlemlerin yapılması gerektiğinde bu cihazlar son derece karmaşık olabilirler ve olmaktadırlar. Bu cihazların en üst kapsamı nedir? Şimdi bunu ele alalım.

Church-Turing Tezi

İnsan, bir kez basit Turing makineleri inşa etmeye alıştı mı, toplama, çıkarma, çarpma vb. çeşitli aritmetik işlemlerinin hepsinin özel Turing makineleriyle gerçekten yapılabildiğini görerek ikna olacaktır. Kalanlı bölme işleminde olduğu gibi sonuçta bir doğal sayı çiftinin çıktığı veya sonucu, zorunlu olarak sonlu fakat büyük

miktarda sayılar kümeleri halinde alındığı işlemler de Turing makinelerince gerçekleştirilebilir. Ayrıca, hangi aritmetik işlemini yapması gerektiğinin önceden belirlenmediği fakat işlemle ilgili komutların banta yüklenmiş olduğu durumlar için de Turing makineleri inşa edilebilir.

Bu gibi durumlarda, herhangi bir aşamada yapılması gerekli işlem, makinenin daha önceki bir aşamada yapmak zorunda olduğu işlemin sonucuna bağlı olabilir (‘Bu işlemin sonucu şundan-şundan daha yüksekse bunu yap; değilse onu yap’). Aritmetik veya basit mantıksal işlemleri uygulayabilen Turing makineleri yapılabileceğine inandıktan sonra, bunların daha karmaşık algoritmik nitelikte işlemleri de nasıl yapabileceklerini düşünmek zor olmayacaktır. Bu fikre alıştıktan bir süre sonra *herhangi bir mekanik işlemi* gerçekleştiren makineler üretebileceğinize kendinizi inandırabilirsiniz! Matematiksel olarak bir mekanik işlem, böyle bir cihazla yapılabilecek işlem olarak tanımlanabilir. ‘Algoritma’ ismi ve ‘hesaplanabilir’ ‘yinelenebilir’ ve ‘etkin’ gibi sıfatların hepsi, Turing makineleri gibi teorik makineler tarafından gerçekleştirilebilen mekanik işlemleri tanımlamak için matematikçiler tarafından kullanılır. Bir yöntem yeterince kesin ve mekanik ise, bu yöntemi uygulayacak bir Turing makinesinin gerçekten bulunabileceğine inanmak zor değildir. Bu inanç, (yani Turing’in inancı) ne de olsa, Turing makinesi kavramını, giriş bölümümüzde savunan görüşümüzün temelinde yatmaktadır.

Diğer taraftan, söz konusu makinelerin tasarımının belki gereğinden fazla sınırlayıcı olduğu düşünülebilir. Bir seferinde yalnız bir ikilik hane (0 ve 1) okuması ve *tek* bir-boyutlu bant boyunca yalnız bir aralık hareket etmesi ilk bakışta sınırlayıcı görülebilir. Aynı anda çalışan ve birbiriyle bağlantılı çok sayıda okuma cihazlarıyla donanımlı dört veya beş, veya belki bin bağımsız bant neden olmasın? Yalnız bir-boyutluda ısrarlı olmak yerine O’lar ve 1'lerin oluşturduğu düzlemsel bir sisteme ve (belki üç-boyutlu bir sisteme) neden izin verilmesin? Daha karmaşık sistemlerinin veya alfabelerin kullanımına neden olanak sağlanmasın? Gerçekte, bunlardan bazıları işlemlerin ekonomik olması açısından (birden fazla bant kullanabilseydik elbette daha ekonomik olurduk) fark yaratabilirse de hiçbirisi, ilke olarak şu anda gerçekleştirilenler açısından en ufak bir fark yaratmazdı. Yapılan işlemlerin sınıfı yani ‘algoritmalar’ başlığı

altında toplanan işlemler, (veya 'hesaplamalar' veya 'etkin yöntemler' veya 'tekrarlı işlemler'), makinelerimizin tanımını bütün bu yönlerden aynı anda genişletmiş olsak dahi, kesinlikle değişmezdi!

Makine, bant üzerinde ihtiyacı olan boş alanı bulabildiği sürece, tek banttan fazlasına gerek yoktur. Boş alan arayışı içerisinde, veriler, bant üzerinde bir yerden diğerine taşınabilir. Bu 'elverişsiz' bir durum yaratsa da, ilke olarak gerçekleştirilmesi beklenen sonucu sınırlamaz. [4] Aynı şekilde son zamanlarda insan beyni ile daha yakın benzerlik sağlamak çabasıyla sık sık yapıldığı gibi, birden fazla Turing makinesinin *paralel çalışması* ilke olarak hiçbir şey kazandırmaz (Ancak bazı koşullarda çalışma hızı artırılabilir). Birbiriyle doğrudan iletişimli iki makine, birbiriyle iletişimli olmayan iki ayrı makineden daha fazlasını gerçekleştiremez; zaten iletişimli olsalardı sonuçta bir makine olurlardı!

Turing'in tek boyutlu banta getirdiği sınırlama nedir? Bantın, ortamı temsil ettiğini düşünürsek, bir-boyutlu bant veya üç-boyutlu uzaydan daha çok bir düzlem varsaymayı tercih edebiliriz. Düzlem, bir-boyutlu bantla kıyaslandığında 'akış şeması' bakımından gerek duyduğumuz süreç için Eukleides algoritmasından daha uygun olacaktır. Ancak, bir akış şemasının 'bir-boyutlu' formda yazılmasının ilkesel hiçbir zorluğu yoktur.[II] (Örneğin, şemanın sözlü tanımının kullanılması suretiyle). İki-boyutlu düzlemde tanımlama yalnız bizim anlatımımız ve anlamamız açısından kolaylık sağlar; ilke olarak gerçekleştirilen sonuç üzerinde etkisi yoktur. Bir nesnenin yerini, iki-boyutlu uzayda işaretleyebileceğimiz gibi bir-boyutlu bant üzerinde de aynı şekilde işaretleyebiliriz (Gerçekte, iki-boyutlu düzlemin kullanımı *iki* bant kullanımıyla tamamen özdeştir. İki bant, iki-boyutlu bir düzlemde yer alan bir noktanın tanımlanması için gerekli iki 'koordinatı' verebilir. Aynı şekilde, *üç* bant, üç-boyutlu uzay görevi yapabilir). Tekrar ediyorum, söz konusu bir-boyutlu kodlama 'elverişsiz' olabilir fakat ilke olarak gerçekleştirilmesi gerekeni sınırlamaz.

Bütün bunlara karşın, bir Turing makinesi kavramının, 'mekanik' olarak adlandırabileceğimiz *her* mantıksal veya matematiksel işlemi kapsayıp kapsamadığını kendimize sorabiliriz. Turing, teorisinin ilk makalesini yazarken bu konuyu, o sırada konu bugün olduğundan çok daha az açık tanımlanabildiği için, fazlaca ayrıntılamak gereğini

duymuştur. Turing'in tezi, bu tezden bağımsız olarak (ve aslında ondan biraz daha önce), Amerikalı mantık bilimcisi Alonzo Church tarafından (S.C. Kleene'nin yardımıyla) öne sürülen ve Hilbert'in *Entscheidungsproblem'i* çözmeye yönelik lambda hesabıyla ek destek bulmuştur. Turing'inkinden çok daha dar kapsamlı mekanik bir hesap olmasına karşın, matematiksel yapısının çok daha az karmaşık olmasıyla dikkat çeken Church'ün hesap yöntemini bu bölümün sonunda anlatacağım. Hilbert'in problemine çözüm önerileri getiren başka bilim adamları da vardır (bkz. Gandy 1988). Özellikle, Polonyalı-Amerikan mantık bilimcisi Emil Post'un önerisi dikkate değerdir (Turing'den biraz sonra öne sürdüğü görüşleri Church'ünkinden çok Turing'in görüşlerine yakındır). Çok geçmeden bu fikirlerin hepsinin tamamen birbirlerine özdeş olduğu anlaşılmıştır. *Church-Turing Tezi* adı verilen ortak görüşte, Turing makinesi kavramının, matematik açısından, algoritmik bir yöntemle (veya etkin veya tekrarlı veya mekanik yöntemlerle) anlatmak istediğimiz kavram olduğu vurgulanmıştır. Elektronik bilgisayarların, günlük yaşantımızın alışkanlığı haline geldiği çağımızda pek az kişi fikrin özgün halini sorgulamak gereğini duyabilir. Bunun yerine, kesin *fizik* yasalarına bağlı olmaları nedeniyle *fizik* sistemlerinin (belki de insan beyni dahil) Turing makinelerinin gerçekleştirdiği mantıksal ve matematiksel işlemlerden daha fazlasını mı, daha azını mı, yoksa aynısını mı gerçekleştirdiklerini merak edebilirler. Bana kalırsa, Church-Turing Tezini, matematik açısından, ilk haliyle kabul etmekten çok mutluyum. Öte yandan, söz konusu tezin fizik sistemlerinin davranışı ile ilgisi ayrı bir konu olup, bu kitabın daha sonraki bölümlerinde ilgimizin odağını oluşturacaktır.

Doğal Sayılardan Başka Sayılar

Yukarıda, doğal sayılara dayalı işlemleri ele almış ve her Turing makinesinin değişmez sonlu sayıda farklı içsel durumlara sahip olmasına karşın, zorunlu olarak büyük boyutta *doğal sayıların* işlemlerini yapabileceğine değinmiştik. Ancak doğada eksi sayılar, kesirler veya sürekli kesirler gibi daha karmaşık sayılar vardır. Eksi sayılar ve kesirler (örneğin, -597/26), pay ve paydalar Turing

makinelerince, ne boyutta olursa olsunlar, hesaplanabilirler. Sadece ‘-’ ve ‘/’ işaretleri için uygun koda ihtiyacımız vardır ve bu amaçla, daha önce tanımladığımız açılmış ikilik sayı sistemi kullanılabilir (örneğin, için ‘3’ ve ‘/’ için ‘4’ kullanarak sırasıyla 1110 ve 11110 kodlarını elde edebiliriz). Eksi sayılar ve kesirler böylece, doğal sayılardan oluşan sonlu kümeler halinde işleme dahil edilecekleri için genel hesaplanabilirlik bakımından bize yeni bir şey vermezler.

Aynı şekilde, uzun fakat *sonlu* ondalık ifadeler de bizim için yeni değildir. Çünkü bunlar yalnızca bazı kesirlerden ibarettir. Örneğin, 3,14159265 sayısının sonlu ondalık ifadesi yalnızca 314159265/100000000 kesirsel sayısıdır. Bu ifade irrasyonel π sayısına bir ondalık yaklaşıklık gösterir. Ancak

π= 3,14159265358979...

gibi sonsuz ondalık ifadeler güçlüklere neden olurlar. Bir Turing makinesinin ne girdisi, ne de çıktısı sonsuz ondalık olamaz. Yukarıdaki π ifadesinin birbirini izleyen 3,1,4,1,5,9,.... hanelerinin hepsini kesintisiz çalıştıracağımız çıktı bantı üzerinde sürekli işleyebilecek bir Turing makinesinde buna izin verilmez. Çünkü çıktıyı incelemeden önce makinenin durmasını beklemek zorundayız (zilin çalmasıyla uyarılmalıyız!). Makine STOP pozisyonuna ulaşmadığı sürece çıktı her an değişebilir ve bu nedenle sonuca güvenilmez. Diğer taraftan, STOP pozisyonuna ulaşırsa, çıktı zorunlu olarak sonludur.

Ancak, bir Turing makinesinin, buna çok benzer şekilde, ondalık haneleri kuralına uygun olarak peşpeşe üretmesini sağlayacak bir yöntem vardır. Diyelim *π* sayısının sonsuz ondalık açılımını bulmak istiyorsak, makinenin 0’a uygulayarak 3 tam sayısını, sonra 1’e uygulayarak birinci ondalık hane 1’i, 2’ye uygulayarak ikinci ondalık hane 4’ü, 3’e uygulayarak üçüncü ondalık hane 1’i, vs. üretmesini sağlayabiliriz. Gerçekte, işlemlerini açıkça tanımlamak biraz karmaşık olsa da, π sayısının tüm ondalık açılımını bu anlamda gerçekleştiren bir Turing makinesi vardır. √2=1,414213562... gibi diğer pek çok irrasyonel sayı bu Turing makinesince üretilebilir. Bir sonraki bölümde ele alacağımız gibi, hiçbir Turing makinesinin üretemeyeceği bazı irrasyonel sayılar da vardır. Turing makinesince üretilebilen sayılara *hesaplanabilir* sayılar (Turing 1937) adı

verilirken, üretilemeyen sayılar (büyük çoğunluğu oluşturan sayılar!) *hesaplanamaz* sayılar olarak adlandırılırlar. Bu ve bununla ilgili konulara daha sonraki bölümlerde tekrar değineceğim. Çünkü bu. konu, *gerçek fiziksel nesnenin* (örneğin insan beyni), fizik teorilerimize göre, hesaplanabilir matematik yapıları açısından yeterince tanımlanıp tanımlanamayacağı konusuyla bir ölçüde bağlantılıdır. Hesaplanabilirlik, genellikle matematikte, önemli bir konudur. Bu bağlamda, yalnız sayılara uygulanabilir bir konu olarak değerlendirilmemelidir. Cebir ve trigonometri denklemleri gibi *matematik formüllerini* doğrudan uygulayabilen Turing makinelerine sahip olabiliriz. Yapmamız gereken tüm işlem, ilgili matematik simgelerinin hepsini 0’lar ve 1'lerden oluşan kodlama sistemine yerleştirmek ve sonra Turing makinesi kavramını uygulamaktır. Genel nitelikte matematik sorularının yanıtlanması için bir algoritma yöntemine gereksinimi bulunan *Entscheidungsproblem*’e karşı saldırısında Turing’in aklından geçen bu yöntemdi. Az sonra bu konuya döneceğiz.

Evrensel Turing Makinesi

Evrensel Turing makinesi kavramını henüz tanımlamadım. Ayrıntıları biraz karmaşık olsa da, temel ilkesini açıklamak çok zor değil: Turing makinesi *T* ile ilgili komutlar listesini, bant üzerinde kaydedilecek şekilde bir dizi 0'lar ve 1 ’ler halinde kodlamak yeterli. Bu bant daha sonra, evrensel Turing makinesi *U* ile ilgili girdinin ilk kısmım oluşturmakta, evrensel makine aynı Turing T’de olduğu gibi, girdinin geri kalan kısmını uygulamaktadır. Evrensel Turing makinesi evrensel bir taklitçidir. Bantın başlangıç kısmı, *T*’yi tıpatıp taklit etmesi için gerekli bütün verileri U’ya verir. Sistemi daha iyi anlamak için önce numaralama ile ilgili sistematik yöntemi inceleyelim: Komutlar listesini 0'lar ve 1'ler kullanarak ‘büzülüm’ yöntemiyle kodlamamız gerekmektedir. Örneğin, R, L, STOP, (→→) ve virgül simgelerini, sırasıyla 2, 3, 4, 5, ve 6 sayılarıyla temsil ederek, büzülüm yöntemiyle bunları 1 1 0, 1110, 11110, 1 1 1 1 1 0 ve 1111110 olarak kodlayabiliriz. Bu durumda, sırasıyla, O ve 10 olarak kodlanan 0 ve 1 haneleri tabloda ortaya çıkan bu simgelerin gerçek

dizileri yerine kullanılabilir. Turing makinesi tablosunda 0 ve 1 ile gösterilen büyük haneleri küçük hanelerden ayırt etmek için farklı bir kodlama sistemi kullanmamız gerekmez. Çünkü ikilik sayı sisteminin sonunda yer alan büyük hanelerin konumu, bunları diğerlerinden ayırt etmek için yeterlidir. Buna göre, örneğin, 1101, 1101 ikilik sayısı gibi okunacak ve bant üzerinden 1010010 olarak kodlanacaktır. Özellikle 00, 00 olarak okunacak, O olarak veya tablodan tamamen çıkarılan bir simge olarak kodlanacaktır. Bir ok işaretini ve bu işaretten hemen önce yer alan simgeleri kodlama zahmetine girmeyerek, komutların sayısal sırasına göre değerlendirmek yoluyla büyük ölçekte ekonomi yapabiliriz. Ancak, bu yöntemi uygularken, gerektiği zaman bir kaç ‘sahte’ komut vererek, komut listesinde boşluk kalmamasına özen göstermeliyiz (Örneğin XN + 1 Turing makinesi uygulamasında 110O kombinasyonu hiç bir zaman meydana gelmediği için komut listesinde böyle bir kombinasyon yoktur. Bu nedenle 110O→ 0OR sahte komutunu kullanarak, hiçbir şeyi değiştirmeksizin, listedeki boşluğu doldurabiliriz. Aynı şekilde, 101→0OR sahte komutunu XN x 2 makinesine dahil edebiliriz.) Bu çeşit ‘sahte’ komutlar olmaksızın, listede yer alan bir sonraki komut sırası bozulabilir. L ve R sembolleri, komutları birbirinden ayırmaya yeterli olacağı için her komutun sonuna virgül koymak gerekmez. Buna göre sadece aşağıdaki kodlamayı kullanırız:

0 veya O için O, 1 veya 1 için 10, R için 110, L için 1110, STOP için 11110.

Örnek olarak, XN + 1 Turing makinesini kodlayalım (110O→0OR komutunu içerecek şekilde). Okları ve onlardan hemen önce gelen haneleri ve ayrıca virgülleri atarak aşağıdaki kodu elde ederiz:

0OR 1IR 0OR 10IR 11OL 101R O1STOP 100OL 101IL 100IL 110OR 101R 0OR 111IR 11IR 111OR.

Bu kodu, her 0O’ı atarak ve her O1’in yerine sadece 1 koyarak geliştirebiliriz:

R1lRR1OlR11OL10lRlSTOP100OL101lL100lL110OR
10lRR111lR11lR111OR.

Bant üzerindeki sırasına göre şöyle kodlanır:

110101011011010010110101001110100101l
010111101000011101001010111010001011101
01000110100101101101010101011010101011010101001 10.

Biraz daha ekonomi yapmak istersek, baştaki 100 sembolünü (boş bantın bu koddan önce gelen sonsuz uzantısı ile birlikte) daima çıkarabiliriz. Bu sembol, makinenin bantı üzerindeki işaretlerin en solundan zorunlu olarak başlangıç alarak birinci işarete ulaşıncaya dek sağa doğru ilerleyebilmesi için tüm Turing makinelerinin ortak özelliği olarak ima ettiğim gibi, 0O→0OR başlangıç komutunu temsil eden OOR’yi gösterir. Aynı şekilde, sondaki 110 simgesini de (ve onu takip ettiği farz edilen sonsuz 0'lar dizisini de) atabiliriz. Çünkü, bütün Turing makineleri tanımlamalarını bu şekilde bitirmek zorundadır (hepsi R, L, veya STOP ile sona ererler), XN + 1 cihazında sonuçta elde edilen ikilik sayı, Turing makinesinden çıkan sayıdır:

101011011010010110101001110100101101 01
111010000111010010101110100010111010 1000
110100101101010101011010101011010101 00.

Standart ondalık sistemde, Turing sayısı aşağıdaki şekilde ifade edilir:

450 813 704 461 563 958 982 113 775 643 437 908.

Sayısı *n* olan Turing makinesine bazen ‘*n*'inci Turing makinesi diyor ve T_n ile gösteriyoruz. Buna göre XN + 1, 450 813 704 461 563 958 982 113 775 643 437 908’inci Turing makinesidir!

Doğal bir sayıya (açılmış ondalık sistemde) bir eklemek gibi önemsiz bir işlemi yapabilenini bulmadan önce Turing makineleri liste’sinde bunca yol alabilmiş olmamız ilginç! (Kodlamamda bu aşamaya dek pek de yetersiz kaldığımı sanmıyorum; yine de ufak bazı değişiklikler yapmak olasılığıyla karşılaşabiliriz.) Gerçekte, ilgi çekici küçük sayılarla uygulama yapan bazı Turing makineleri vardır. Örneğin, UN + 1, standart ondalık sistemde 177 642 sayısının karşılığı olan

101011010111101010

ikilik sayısına sahiptir! Yani son derece basit bir Turing makinesi olan UN + 1, 177 642’nci Turing makinesi olmaktadır. Sadece merakımızı gidermek amacıyla bir başka örnek verelim; ‘ikiyle

çarpım’, her iki gösterimde de Turing makineleri listemizde bu örnek arasında bir yer alabilir; çünkü XN x 2’nin sayısı 10389728107, UN x 2’nin sayısı ise 1 492 923 420 919 872 026 917 547 669’dur.

Bu sayıların boyutları açısından, doğal sayıların çoğunluğunun Turing makinelerine işlerlik kazandırmadığını öğrenmek şaşırtıcı olmayabilir. İlk on üç Turing makinesini, bu numaralama sistemine uygun olarak sıralayalım:

T_0:	00→00R,	01→00R,	
T_1:	00→00R,	01→00L,	
T_2:	00→00R,	01→01R,	
T_3:	00→00R,	01→00STOP,	
T_4:	00→00R,	01→10R,	
T_5:	00→00R,	01→01L,	
T_6:	00→00R,	01→00R,	10→00R,
T_7:	00→00R,	01→???,	
T_8:	00→00R,	01→100R,	
T_9:	00→00R,	01→10L,	
T_{10}:	00→00R,	01→11R,	
T_{11}:	00→00R,	01→01STOP,	
T_{12}:	00→00R,	01→00R,	10→00R.

Bunlardan T_0, karşılaştığı her şeyi silerek, asla durmadan ve asla geri dönmeden yalnız sağa doğru hareket eder. T_x makinesi, bant üzerindeki her işareti sildikten sonra geri sıçrayarak, gide gele biraz beceriksizce de olsa aynı sonuca ulaşır. T_2 de T_0 gibi hiç durmadan sağa doğru hareket eder. Fakat daha saygılı davranarak, bant

üzerindeki hiçbir işareti silmez. Bu örneklerden hiçbirisi, Turing makinesi olarak işe yaramazlar, çünkü hiçbiri asla durmaz. T_3 ilk saygıdeğer makinedir. Birinci 1'i (en soldaki) 0'a değiştirdikten sonra, alçakgönüllülük göstererek durur.

T_4 ciddi bir sorunla karşılaşır. Bant üzerinde birinci 1 'i bulduktan sonra, listede bulunmayan bir içsel durama girer ve bu nedenle bir sonraki aşamada ne yapacağına dair hiçbir komutu yoktur. T_8, T_9 ve T_{10} aynı soranla karşılaşırlar. T_7'nin karşılaştığı soran daha da ciddidir. Kendisini kodlayan 0'lar ve 1'ler dizisinde *beş* adet 1 peşpeşe yer almaktadır: 110111110. Bu dizinin yorumu olmadığı için T_7 bant üzerinde birinci 1 ile karşılaştığı anda takılıp kalacaktır ('n' sayısının ikilik açılımında peşpeşe dört adetten fazla 1 dizisi içeren T_7 makinesini, veya aynı niteliğe sahip herhangi bir T_n makinesini doğru tanımlanamamış makineler olarak adlandıracağım). T_5, T_6 ve T_{12} makineleri, T_0, T_1 ve T_2 makinelerininkine benzer sorunlarla karşılaşırlar. Hiç durmadan sonsuza kadar hareketlerine devam ederler. T_0, T_1, T_2, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8 ,T_9 ,T_{10} ve T_{12} makinelerinin hepsi değersizdir! Yalnız T_3 ve işe yarayan Turing makineleri olmakla birlikte işlevleri bakımından ilgi çekici olmaktan uzaktırlar. T_{11}, T_3'ten de mütevazıdır. 1'le ilk karşılaşmasında durur ve hiçbir şeyi değiştirmez!

Listemizde fazlalık bulunduğuna da dikkat çekmeliyiz. T_{12} ve T_6 birbirinin aynısı olup, uygulama bakımından T_0'a benzerler: T_6 ve T_{12}'de 1 içsel durumuna asla girilmez. Listede yer alan yararsız Turing makinelerinin fazlalığı canımızı sıkmasın. Çoğunu eleyerek fazlalığın giderilmesi ve kodlama sistemimizin düzeltilmesi mümkün olabilirdi. Ama bu arada Turing makinesinin, 'n' sayısını okuyan zavallı evrensel Turing makinemizi T_n imiş gibi davranmaya zorlayarak, biraz daha karmaşık hale getirmesine neden olurduk. Doğrusu, bütün işe yaramazlardan (veya fazlalıklardan) kurtulabilseydik buna değerdi. Oysa az sonra göreceğimiz gibi, bunu gerçekleştirmemiz mümkün değildir! Bu nedenle kodlama sistemimizi bırakalım olduğu gibi kalsın. Üzerinde, örneğin,

...0001101110010000...

işaretleri bulunan bir bant, bir sayının ikilik gösterimi olarak yorumlanabilir. O'ların her iki yönde sonsuz olarak devam ettiklerini fakat 1'lerin yalnız bir sonlu sayısı olduğunu hatırlayınız. Ben, 1'lerin sayısının (yani, en az bir 1 vardır) *sıfır olmadığını* da varsayıyorum. İlk ve sonuncu 1'ler de dahil olmak üzere bunlar arasında kalan sonlu simgeler dizisi, yani yukarıdaki örneğe göre,

110111001,

bir doğal sayının (ondalık sistemde 441) ikilik gösterimi olarak okunabilir. Ancak, bu yöntemle *tek* sayılar (ikilik sistemde sonu 1 ile biten sayılar) elde ederiz, oysa tüm doğal sayıları kodlayabilmeliyiz. Bu nedenle kolay yolu seçer ve sondaki 1 'i (yalnızca kodlamanın sona erdiğini gösteren bir işaret olarak kabul edildiği için) kaldırır ve geriye kalanı ikilik sayı olarak okuruz. [5] Bu durumda yukarıdaki örnek için, ondalık sistemde 220'nin karşılığı olarak

11011100,

ikilik sayısını elde ederiz. Bu yöntemin yararı, sıfırın da bant üzerinde kodlanmasını sağlamasıdır:

...0000001000000...

T_n Turing makinesinin sağ taraftan yüklediğimiz bir bant üzerindeki O'lar ve 1 'ler dizisine (sonlu) uygulanmasını ele alalım. Söz konusu diziyi, yukarıda tanımlanan hesap çevrçevesinde, bir sayının, diyelim *m* sayısının iki basamaklı gösterimi olarak almak uygun olacaktır. Peşpeşe aşamalardan sonra T_n'in sonunda STOP konumuna geldiğini düşünelim. Bu konuma ulaşıncaya kadar makinenin sol tarafta üretmiş olduğu ikilik haneler dizisi, hesabın yanıtıdır. Bunu, bir sayının, diyelim *p* sayısının ikilik kodlaması olarak okuyalım: T_n, *m* sayısına uygulandığında *p* sayısını üretir:

$T_n(m)=p.$

Bu ilişkiye şimdi biraz farklı bir açıdan bakalım. Bu ilişkinin *p* sayısını elde etmek için bir çift sayıya, yani n ve *m* sayılarına uygulanan özel bir işlemin ifadesi olduğunu düşünürüz, *n* ve *m* diye iki sayı verilirse T_n makinesinin *m* sayısını değerlendirmesine bakarak *p* sayısını buluruz. Bu işlem tamamen bir algoritmik yöntemdir. Bu nedenle, özel bir *U* Turing makinesi tarafından

uygulanabilir: *U, p* sayısını üretmek amacıyla bir *(n, m)* sayı çiftini işleme sokar. *U* makinesi, tek *p* sonucu elde etmek için hem *n* hem de *m* sayılarını işleme sokmak zorunda olduğu için (*n, m)* çiftini bir bant üzerinde kodlamanın yolunu bulmalıyız, *n* sayısının normal ikilik sistemde yazıldığını ve hemen sonra 11110 dizisi tarafından sona erdirildiğini varsayabiliriz (Doğru tanımlanmış her Turing makinesinin 0'lar, IO'lar, 110'lar, 111O'lar ve 11110'lardan oluşan bir dizi olduğunun ve bu nedenle dört 1'den fazlasını içermediğini hatırlayınız. Bu nedenle, T_n doğru tanımlanmış bir makineyse, 111110 sırasının oluşumu, *n* sayısının tanımının tamamlandığını gösterir). Bunu izleyen her şey *m* tarafından temsil edilen banttan başkası olamaz (yani, hemen 1000... sırası tarafından izlenen *m* sayısı). Bu ikinci kısım, T_n tarafından işleme alınması beklenen banttır.

Örneğin, n = 11 ve m = 6 olarak aldığımız zaman, *U* makinesinin işleme alması gereken bant için işaretler sırası aşağıdaki gibidir:

...000101111110110100000...

Bu sıranın yapısı:

...0000 (başlangıçtaki boş bant)

1011 (11'in ikilik kodu)

111110 (n sayısının sonu)

110 (6'nın ikilik kodu)

10000... (bantın geri kalan kısmı)

T_n'in *m* ile ilgili her bir işlem aşamasında *U* Turing makinesinin yapması gereken, *m* (yani, T_n'in bantı) ile ilgili hanelerde uygun yer değişikliklerini gerçekleştirmek amacıyla *n* ile ilgili ifadede yer alan hanelerin sırasının yapısını incelemektir. Böyle bir makinenin inşası ilke olarak zor değildir (pratikte ise kesinlikle sıkıcıdır). Kendine ait komutlar listesi, *n* sayısıyla kodlanan bu liste'ye *m* tarafından yapılan girişi, bant hanelerine uygulamanın her aşamasında okuma olanağı sağlar, *m* ve *n* ile ilgili haneler arasında fazlaca 1'leri ve geri hareket meydana gelmesi olağandır ve bu nedenle bu yöntemle son derece yavaş uygulama yapılması kaçınılmazdır. Ancak, böyle bir makine için bir komut listesi elbette temin edilebilir; bu makinelere *evrensel*

Turing makinesi adını veriyoruz. Makinenin *n ve m* sayılarına uygulanması U *(n, m)* olarak gösterilirse aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$U(n, m) = T_n(m)$ *n* ve *m* sayılarının her biri için T_n doğru tanımlanmış bir Turing makinesidir. [6] *U* makinesi, *n* sayısı ilk kez verildiği zaman, n'inci Turing makinesini en ince ayrıntısıyla taklit eder! *U* bir Turing makinesi olduğuna göre kendine özgü sayısı da olacaktır;

$U = T_U$

bağıntısını sağlayan bir *u* sayısı bulunacaktır, *u* ne kadar

büyüktür? Aslında *tam olarak* u'nun değeri şöyle verilir (veya, en azından benzer boyutta bir başka sayı):

u=724485533533931757719839503961571123795236067255655963110814479
6606505059404241090310483613632359365644443458382226883278767626556
1446928141177150178425517075540856576897533463569424784885970469347
2573998858228382779529468346052106116983594593879188554632644092552
5505820555989451890716537414896033096753020431553625034984529832320
6515830476641421307088193297172341510569802627346864299218381721573
3348282307345371342147505974034518437235959309064002432107734217885
1492760797597634415123079586396354492269159479654614711345700145048
1673375621725734645227310544829807849651269887889645697609066342044
7798902191443793283001949357096392170390483327088259620130177372720
2718625919914428275437422351355675134084222299889374410534305471044
3686958764051781280194375308138706399427728231564252892375145654438

990527807932411448261423572861931183326106561227555318l
020751108533
763380603108236167504563585216421486954234718742643754
4428790062485
827091240422076538754264454133451748566291574299909502
6230097337381
377241621727477236102067868540028935660856968226201419
8248621698902
609130940298570600174300670086896759034473417412787425
5812015493663
938996905817738591654055356704092821332221631410978710
8145997866959
970450968184190629944365601514549048809220844800348224
9207730403043
188429899393135266882349662101947161910701461968523192
8474820344958
9770955356110702758174873332729667899879847328409819076
485127263100
174016678736347760585724503696443489799203448999745566
2402937487668
839751404451665707750060513883991668814072545544665222
0507242623923
7921152531816251253630509317286314220040645713052758023
076651833519
95689139748137504926429605010013651980186945639498

Sayı kuşkusuz insanı ürkütecek kadar büyük! Gerçekten de ürkütücü boyutta olan bu sayının daha küçük bir boyuta nasıl indirgenebileceğini bilmiyorum. Turing makineleri ile ilgili olarak önerdiğim kodlama yöntemlerinin ve kuralların oldukça mantıklı ve basit olmalarına karşın insanın, bir evrensel Turing makinesinin kodlanması için böylesine büyük boyutta bir sayıyla karşılaşması kaçınılmaz oluyor. [7]

Bütün genel amaçlı modern bilgisayarların sonuçta birer evrensel Turing makinesi olduklarını daha önce söylemiştim. Bu çeşit bilgisayarların mantıksal tasarımının evrensel Turing makinesi ile ilgili tanımlamalarına tamamiyle benzemesi gerektiğini ima

etmiyorum. Anlatmak istediğim şu ki, herhangi bir evrensel Turing makinesi ilk olarak uygun bir programla (girdi bantlının birinci kısmı) donattığımız zaman bu makineyi, herhangi bir Turing makinesinin davranışını taklit edebilir duruma getirebilirsiniz! Yukarıdaki tanımlamalara göre, program salt bir sayı *(n* sayısı) biçimini alır, fakat Turing'in özgün tanımının birçok varyasyonunun bulunması nedeniyle başka yöntemler de kullanılabilir. Aslında ben de tanımlamalarımda, Turing'in özgün tanımından bir hayli saptım. Ancak, tanımlama farklılıklarının hiçbiri burada ele aldığımız konu bakımından önemli değildir.

Hilbert Probleminin Çözümsüzlüğü

Gelelim Turing'in tezinin temelini oluşturan sava... Hilbert'in geniş kapsamlı *Entscheidungsproblem'*i: Geniş kapsamlı, fakat iyi tanımlanmış bir sınıfta bulunan tüm matematik problemlerini çözümlemek için mekanik bir yöntem var mıdır? Turing bu soruyu, *m* sayısına uygulanan T_n makinesinin gerçekten STOP konumuna geçip geçmeyeceğine karar vermek problemi olarak yorumlamış, problem, *durma problemi* adıyla anılmıştır. *Herhangi* bir *m* sayısı (örneğin, *n* = 1 veya 2, veya STOP komutunun yer almadığı herhangi bir başka problem) için makinenin durmasını sağlayan bir komut listesi hazırlamak kolaydır. Hangi sayı verilirse verilsin (örneğin *n* = 11) makinenin her zaman durmasını sağlayan birçok komut üstesi de vardır; bazı Turing makineleri bazı sayılara işlem yapınca dururken, diğer bazı sayılar işlem yaptıklarında asla durmazlar. Durmaksızın sonsuza kadar uzayıp giden kuramsal bir algoritmanın pek bir yararının olmadığı söylenebilir. Böylesi algoritma bile değildir. Bu nedenle, *m* sayısına uygulanan T_n'in yanıt verip vermeyeceğine karar verebilmek önemli bir sorudur! Yanıt vermezse (yani işlem durmazsa), bunu aşağıdaki gibi ifade edebilirim:

$T_n(m) = \square$.

(Bu gösterime yukarıda değinirken T_4 ve T_7 makinelerinde olduğu gibi, uygun bir komut alamadığı için herhangi bir aşamada bir sorunla karşılaşan Turing makinesinin durumu da dahil edilebilir.

Aynı zamanda, görünüşte başarılı makinemiz T_3 bile, ne yazık ki, bu durumda işe yaramaz olarak nitelendirilmelidir: $T_3(m)$ = □ olacaktır çünkü T_3 uygulamasının sonucu daima boş bir banttan ibarettir; oysa hesap sonucunu bir sayıyla ifade edebilmemiz için çıktıda hiç olmazsa bir tane l'e ihtiyacımız vardır! Ancak T_{11} bir 1 ürettiği için kullanışlıdır. Çıktısı, 0 sayılı banttır ve buna göre bütün *m* sayıları için $T_{11}(m) = 0$ ifadesini kullanabiliriz).

Turing makinelerinin ne zaman duracağı matematikte önemli bir konudur. Örneğin, şu denklemi ele alalım:

$(x + 1)^{w+3} + (y + 1)^{w+3} = (z+1)^{w+3}$

(Teknik matematik denklemlerden hoşlanmıyorsanız hemen vazgeçmeyin! Bu denklem yalnız bir örnek olarak verilmiştir, ayrıntılarıyla anlamanız gereksizdir). Söz konusu denklem, matematikte ünlü, belki en ünlü çözülmemiş problemle ilişkilidir. Problem şöyle: Bu denklemi sağlayan *w, x, y, z* doğal sayılarından oluşan herhangi bir küme var mıdır? On yedinci yüzyılda yaşamış Fransız matematikçisi Pierre de Fermat (1601-1665) tarafından Diophantus'un *Arithmetica* kitabının bir sayfasının kenarında not edilmiş ve "Fermat'nın Son Teoremi' olarak tanınan ünlü teorem yukarıdaki denklemin *asla* çözülemeyeceğini söyler.[III] [8] Asıl mesleği avukatlık olan ve Descartes'la aynı çağda yaşamış olan Fermat, döneminin en iyi matematikçilerindendi, *Arithmetica'nın* bir kenarına sığdırmaya çalıştığı tezinin 'gerçekten harika bir kanıt' olduğunu iddia eden Fermat'ın kanıtını bugüne değin hiç kimse yeniden inşa edemediği gibi bir karşıt-örnek bulabilen de çıkmamıştır!

Dörtlü sayı grubu *(w, x, y ,z)* verildiğinde denklemin çözümlenip çözümlenemeyeceğine karar vermenin yalnızca bir hesap meselesi olduğu açıktır. Bir bilgisiyar algoritmasının dörtlü sayı gruplarını teker teker işleme soktuktan sonra ancak denklem çözülünce durduğunu düşünebiliriz (Daha önce değindiğimiz gibi, sonlu kümeleri tek bant üzerinde ve hesaplanabilir tarzda, yani yalnızca tek tek sayılar olarak kodlama yöntemleri vardır; böylece, söz konusu sayıların doğal sırasını izlemek suretiyle dört sayıyı teker teker işleme sokabiliriz).

Bu algoritmanın durmaksızın uygulandığını kanıtlayabilirsek Fermat'ın tezinin kanıtına da sahip oluruz.

Diğer birçok çözümlenmemiş matematik problemini, Turing makinesinin durma problemine dayanarak aynı yöntemle ifade edebiliriz. Buna örnek 'Goldbach sanıtı'dır: 2'den büyük her çift sayı iki asal sayının toplamıdır.[IV] Verilen bir sayının asal olup olmadığına karar vermek algoritmik bir işlemdir çünkü yalnız *sayının kendinden küçük sayılarla bölünebilirliğinin denendiği sonlu* hesap gerektirir. 6, 8, 10, 12, 14,... çift sayılarını sırayla aşağıda gösterildiği gibi, tek sayılardan oluşan ikililere ayırmanın bütün yollarını deneyen ve ikiye ayırdığı sayının her iki üyesinin de asal olup olmadığını sınayan bir Turing makinesi icat edebiliriz:

6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5, 10 = 3 + 7 = 5 +5, 12 = 5 +7 14 = 3 + 11 = 7 + 7,...

(2 dışında tüm asal sayılar tek sayılar olduğu için 2 + 2 hariç, *çift* sayıdan oluşan ikilileri test etmemiz gerekmez). Makinemiz, ayrıldığı ikililerden *hiçbiri* asal sayıdan oluşmayan ilk sayıya ulaştığı zaman duracaktır. Bu durumda, Goldbach sanıtına karşıt-örnek, yani, iki asal sayının toplamı olmayan ve 2'den büyük tek sayıyı buluruz. Böyle bir Turing makinesinin durup durmayacağına karar verebilsek, Goldbach sanıtının doğruluğuna karar vermenin bir yolunu da bulmuş oluruz.

Bu noktada bir soru kendiliğinden ortaya çıkıyor: Herhangi bir Turing makinesinin (belirli girdi verildiğinde) durup durmayacağına nasıl karar vermeliyiz? Turing makinelerinin çoğu için yanıtlaması kolay bir soru olabilirse de yanıt bazen, yukarıda gördüğünüz gibi, çözülmemiş bir matematik probleminin çözümünü gerektirebilir. Öyleyse, genel soruyu -yani durma problemini- tamamen otomatik olarak yanıtlamak için algoritmik bir yöntem var mıdır? Böyle bir yöntemin gerçekten bulunmadığını Turing göstermiştir.

Turing'in bu konudaki kanıtı şöyledir: Önce, böyle bir algoritmanın var olduğunu düşünelim.[V] Öyle bir *H* Turing makinesi bulunmalıdır ki *n'inci* Turing makinesinin *m* sayısına işlem yapınca durup durmayacağına karar verebilsin. Diyelim ki durmazsa çıktı bant üzerine O olarak işlensin, durursa 1 olarak işlensin:

$$H(n;m) = \begin{cases} 0 \text{ eğer } & T_n(m) = \square \text{ ise,} \\ 1 \text{ eğer } & T_n(m) \text{ durursa.} \end{cases}$$

Burada *U* evrensel makinesi için geçerli kural *n* ve *m* sayılarının kodlanmasına uygulanabilir. Ancak bu aşamada, bazı *n* sayıları için (örneğin *n = 7)* T_n doğru tanımlanmadığı için, teknik bir sorunla karşılaşabiliriz: 111101 işareti, bant üzerinde *n'ı* m'den ayırmakta yetersiz kalabilir. Bu sorunun üstesinden gelmek için daha önce yaptığımız gibi, *m'*i normal ondalık sistemde kodlarken, *n*'in açılmış ondalık sistemde kodlandığını varsayalım. Böylece 110 işareti, *n'i* m'den ayırmaya yeterli olacaktır. *U(n, m)* ifadesindeki *virgülün* yerinde *H(n; m)* ifadesinde *noktalı virgülün* kullanılması bu değişikliği gösterecektir.

Şimdi, olası tüm girdileri uygulayan olası tüm Turing makinelerinin tüm girdilerini liste halinde içeren sonsuz bir dizge düşleyelim.

n ↓ / m →	0	1	2	3	4	5	6	7	8	. . .
0	□	□	□	□	□	□	□	□	□	. . .
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	. . .
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	. . .
3	0	2	0	2	0	2	0	2	0	. . .
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	. . .
5	0	□	0	□	0	□	0	□	0	. . .
6	0	□	1	□	2	□	3	□	4	. . .
7	0	1	2	3	4	5	6	7	8	. . .
8	□	1	□	□	1	□	□	□	1	. . .
.	.				.				.	. . .
.	.				.				.	
.	.				.				.	
197	2	3	5	7	11	13	17	19	23	. . .
.	.				.				.	
.	.				.				.	
.	.				.				.	

Bu dizgenin *n*'inci sırası, T_n makinesinin 0, 1, 2, 3, 4,... girdileri üzerine işlem yaptığında çıktıların ne olduğunu göstermektedir. Yukardaki tabloda biraz hile yaparak, Turing makinelerine *gerçekte* sahip olduklarından farklı numaralar verdim. Böyle yapmakla listenin daha başında sıkıcı görünmesini önlemeye çalıştım. Çünkü aksi

halde *n* sayısının 11'den küçük değere sahip olduğu tüm makineler □'lerden başka hiçbir şey üretmez ve *n* = 11 için O'lardan başka hiçbir şey elde edemezdik. Bu nedenle listenin gerçekte nasıl göründüğü hakkında bir izlenim sağlamak amacıyla çok daha uygun bir kodlama yarattım.

Bu dizgenin bir algoritmayla, gerçekten *hesaplanması* gerektiğini iddia etmiyorum (Zaten biraz sonra göreceğimiz gibi böyle bir algoritma yok). Gerçek listenin nasıl olduysa, belki de Tanrı tarafından, önümüze seriliverdiğini hayal etmemiz bekleniyor. Bu tür hesaplar sonsuza dek süreceği için bir □'yi hangi konuma ne zaman yerleştireceğimizden asla emin olamayız; işlemi gerçekleştirmeye kalkıştığımız zaman ortaya çıkacak □'ler karşılaşacağımız zorlukların başlıca kaynağı haline gelir.

Teorik, *H*'i kullanabilseydik tabloyu üretmek için gerekli yöntemi bulabilirdik. Çünkü *H,* □'lerin nerelerde oluşacağını bize söylerdi. Fakat, bunun yerine, her □'yi, 0 ile değiştirerek □'leri eklemek için *H*'i kullanalım. T_n'in *m'e* uygulanmasından önce *H* (*n*; m)'in uygulamasıyla bu gerçekleşir; daha sonra, *H*(*n*; *m)* = 1'in koşuluyla (yani, sadece T_n *(n)* hesabı gerçekten bir yanıt verirse) T„'in *m*'ye işlem, yapmasına izin veririz, ve *H(N; m)* = 0 ise. (yani $T_n(m)=0$ ise) sadece 0 yazarız. Böylece bu yöntemi (yani, *H(n;m)*'in T_n *(m)'*den önce uygulanmasıyla elde edilen yöntemi)

$T_n(m)$ x $H(n;m)$

olarak yazarız. (Burada, matematik işlemlerinin sıralanması ile ilgili bilinen bir matematik kuralını uyguluyorum: sağdaki işlem önce uygulanmalıdır. Sembolik olarak □ x 0= 0 olacaktır).

Buna göre tablo şu şekilde okunur:

$m \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$n \downarrow$										
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...
3	0	2	0	2	0	2	0	2	0	...
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...
6	0	0	1	0	2	0	3	0	4	...
7	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
8	0	1	0	0	1	0	0	0	1	...
.	.				.				.	
.	.				.				.	
.	.				.				.	

H makinesinin varolduğunu düşünsek, bu tablodaki sıralar *hesaplanabilir dizgelerden* oluşmaktadır. (Hesaplanabilir dizge ile anlatmak istediğim, birbirini izleyen değerlerin bir algoritma tarafından üretilebildiği sonsuz dizidir; bir başka deyişle, *m*= 0, 1, 2, 3, 4, 5... doğal sayılarına uygulandığında dizgenin birbirini izleyen elemanlarını üreten bir Turing makinesi bulunmalıdır). Şimdi bu tablonun iki özelliği üzerinde duralım.

Birincisi, her hesaplanabilir doğal sayılar dizisi en az bir (veya bir kaç) dizge halinde bulunmaktadır. Bu özellik, tablonun orijinalinde □'lerle görülmüştü. Ben yalnız 'işe yaramaz' Turing makinelerinin (en az bir □ üreten makinelerin) yerine bazı sıralar ekledim. İkincisi, *H* Turing makinesinin gerçekten varolduğu varsayımından hareketle tablo, $T_n(m)$ x *H(n; m)* yöntemiyle hesaplanabilir şekilde üretilmiştir

(Başka bir deyişle, belli bir algoritma ile üretilmiştir). Açık olarak *n* ve *m* sayılarına uygulandığı zaman tabloya uygun kayıt üreten bir *Q* Turing makinesi bulunmaktadır. Bunun için, aynen *H* Turing makinesinde olduğu gibi, Q'un bantında da *n* ve *m*'i kodlayabiliriz:

$Q(n;m) = T_n(m) \times H(n;m).$

Şimdi, Georg Cantor'un "köşegen yöntemi" adı verilen zekice planlanmış ve güçlü yöntemini değişik bir biçimde uygulayalım (Cantor'un adı geçen yöntemini bir sonraki bölümde ayrıntılı anlatacağım). Koyu renk rakamlarla işaretlenmiş bulunan elemanların oluşturduğu ana köşegene dikkat ediniz:

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**0**	0	0	0	0	0	0	0
1	1	**1**	1	1	1	1	1	1
0	2	0	**2**	0	2	0	2	0
1	1	1	1	**1**	1	1	1	1
0	0	0	0	0	**0**	0	0	0
0	0	1	0	2	0	**3**	0	4
0	1	2	3	4	5	6	**7**	8
0	1	0	0	1	0	0	0	**1**
.				.				.
.				.				.
.								

Bu elemanların oluşturdukları 0, 0, 1, 2, 3, 7, 1,... dizisine 1 ekliyoruz:

1, 1, 2, 3, 2, 1, 4, 8, 2,...

Açıkça görüldüğü gibi bu bir hesaplanabilir yöntemdir ve tablomuz da hesaplanabilir tarzda üretilmiş olduğuna göre bize yeni bir hesaplanabilir dizge, gerçekte 1 + *Q (n;n)* dizgesini; yani

$I + T_n(n) x H(n;n)$

vermektedir *(m* ile *n*'i eşitlemek suretiyle köşegen üzerinde verildiği için). Fakat tablomuz *her* hesaplanabilir dizgeyi içerdiği için yeni dizi de listenin bir yerinde yer alıyor olmalı. Ama durum hiç de böyle değil! Çünkü yeni dizgemiz, ilk kaydın ilk sırasından, ikinci kaydın ikinci sırasından, üçüncü kaydın üçüncü sırasından, vs. farklıdır. Bu açık bir çelişkidir. İşte bu çelişki, kanıtlamaya çalıştığımız olguyu kanıtlar: Turing makinesi *H* gerçekte mevcut değildir! *Bir Turing makinesinin durup durmayacağı konusunda karar verecek evrensel bir algoritma yoktur.*

Bu savı başka şekilde ifade etmek amacıyla diyelim ki Turing makinesi *H* mevcuttur, ve 1 + *Q(n;n)* algoritması (köşegen işlem!) için bir Turing makinesi sayısı, örneğin *k,* vardır; bu durumda algoritmamız şöyledir:

$1 + T_n(n) \times H(n;n) = T_k(n).$

Bu ilişkide *n* yerine *k* koyarsak aşağıdaki algoritmayı elde ederiz:

$1+T_k(k) \times H(k;k) = T_k(k).$

Bu bir çelişkidir, çünkü $T_k(k)$ durduğu takdirde olanaksız bir ilişki ortaya çıkar:

$1+T_k(h) = T_k (k)$

H(k;k)= 1 olduğuna göre, $T_k(k)$ durmazsa =0 olur ki, aynı çelişkiyle burada da karşılaşılır:

1 + 0 = □.

Belirli bir Turing makinesinin durup durmayacağı sorusu, mükemmel tanımlanmış bir matematik sorusudur (ve biz daha önce görmüştük ki, aksine, çeşitli önemli matematik problemleri Turing makinelerinin durması olarak ifade edilebilirler). Böylece, Turing makinelerinin durması konusunda karar vermekle ilgili hiç bir algoritmanın varolmadığım göstermekle Turing, (daha farklı

yaklaşımıyla Church'ün de gösterdiği gibi) matematik soruları ile ilgili karar vermenin genel algoritmasının varolmayacağını göstermiştir. Hilbert'in *Entscheidungsproblem*'inin çözümü yoktur!

Bu, herhangi bir bireysel durumda, belirli bir matematik sorusunun doğru olup olmadığı hakkında veya başka bir niteliği hakkında, veya belirli bir Turing makinesinin durması hakkında karar veremeyeceğiz demek değildir. Biraz aklımızı, veya hatta sağ duyumuzu kullanarak bunu başarabiliriz (örneğin, bir Turing makinesinin komut listesinde STOP komutu bulunmazsa, veya böyle bir liste *yalnız* STOP komutlarını içerirse, sağ duyumuz bize cihazın durup durmayacağını söylemek için yeterlidir). Fakat *tüm* matematik soruları, *tüm* Turing makineleri ve bunların uygulandığı *tüm* sayılar için geçerli hiç bir algoritma yoktur.

Sanki en azından *bazı* karar verilemez matematik sorularının mevcut olduğunu kanıtlamış gibi görünüyoruz. Oysa, bir şey yapmadık! Tam aksine, biraz sonra göreceğimiz gibi, özellikle kötü sayılar verildiğinde makinenin durup durmamasına karar vermesi kesinlikle olanaksız, ters bir Turing makinesi tablosunun varolduğunu göstermedik. *Tek tek* problemlerin çözümsüzlüğü hakkında bir kelime bile söylemezken, problem *ailelerinin algoritmik* çözümsüzlüğünden söz ettik. Herhangi bir belirli durumda yanıt 'evet’ veya 'hayır’ olmalıdır ve bu nedenle belirli durumla ilgili kararın bir algoritması elbette vardır. Başka bir deyişle, problemle karşı karşıya geldiğinde duruma göre ya ‘evet’ veya ‘hayır’ yanıtını veren algoritma vardır. Algoritmalardan *hangisini* kullanacağımızı bilmeyebiliriz ve kuşkusuz işin zor yanı da budur. Sorun bir problemler ailesi ile ilgili sistematik karar sorunu değil, fakat bir tek problemin matematik gerçeği hakkında karar vermek sorunudur. Algoritmaların, matematik gerçeği hakkında kendi başlarına karar vermediklerini anlamak önemlidir. Bir algoritmanın *geçerliliği* daima dışarıdan sağlanan olanaklarla kanıtlanmalıdır.

Bir Algoritmanın Üstesinden Nasıl Gelinir?

Matematiksel ifadelerin gerçekliğine karar vermek konusu, Gödel'in. teoremi (bkz. IV. Bölüm) çerçevesinde daha sonra ele alınacaktır. Şimdilik, Turing'in teorisinin, aslında, anlatmağa çalıştığımdan çok daha yapıcı ve çok daha az olumsuz olduğunu belirtmek isterim. Bu aşamaya kadar, durup durmayacağına mutlak anlamda karar verilemez belli bir Turing makinesinin varlığını kanıtlamış değiliz. Gerçekte, Turing'in teorisini dikkatle incelersek, Turing'in yöntemiyle inşa ettiğimiz görünüşte 'özellikle karmaşık' makinelerle ilgili yanıtı, kullandığımız yöntemin bize ima ettiğini anlarız!

Şimdi bunun nasıl gerçekleştiğini görelim. Bir Turing makinesinin ne zaman durmayacağını bazen bize söyleyebilir bir algoritmaya sahip olduğumuzu farz edelim. Daha önce genel hatlarıyla tanımladığımız Turing yöntemi, işlemin durup durmayacağına bu algoritma tarafından karar verilemeyen bir Turing makinesi işlemini açıkça verecektir. Aslında, böyle yaparken, bu işlemle ilgili yanıtı anlamamızı da sağlayacaktır: Turing makinesinin işlemi gerçekten durmayacaktır.

Biraz daha ayrıntılı anlatmak gerekirse, bir Turing makinesinin ne zaman durmayacağına dair bize bazen bilgi veren bir algoritmaya sahip olduğumuzu farz edelim. Daha önce olduğu gibi, bu algoritmayı (Turing makinesi) *H* ile temsil ediyoruz, fakat biliyoruz ki Turing makinesi durmayacaktır:

$$H(n;m) = \begin{cases} 0 \text{ veya } \square \text{ eğer } T_n(m) = \square \text{ ise,} \\ 1, \text{ eğer } T_n(m) \text{ durursa.} \end{cases}$$

böylece $T_n(m)$ □ olduğu zaman $H(n; m) =$ □ bir olasılıktır. $H(n;m)$ gibi bir çok algoritma vardır. (Örneğin, pratikte pek fazla yararı olmasa da, $T_n(m)$ durur durmaz $H(n;m)$ bir 1 üretir!)

Buna göre, yine Turing'in yöntemini izleyerek, fakat bu kez *tüm* □ 'lerin yerine O'ları koymayarak, elimizde bazı □ 'ler kaldığım görürüz. Köşegen yöntemimiz, köşegen üzerindeki eleman olarak bize

$1 + T_n(n) \times H(n;n)$

ifadesini vermişti. (*H(n;n)*= □ olursa daima □ elde ederiz. □ x □ = □, 1 + □ = □ olduğunu unutmayınız) Bu, sonucu mükemmel bir hesaptır ve bir Turing makinesince, diyelim *k'inci* , makine tarafından gerçekleştirilmiştir.

Şimdi şu eşitliğe sahibiz:

$1+T_n(n) \times H(n,n) = T_k(n).$

k'inci köşegen elemana bakalım, yani $n = k$ alalım:

$1+T_k(k) \times H(k;k) = T_k(k).$

elde ederiz. $T_k(k)$ hesabı durursa bir çelişkiyle karşılaşırız çünkü $T_k(k)$ ne zaman durursa dursun *H (k:k)'nı* 1 olduğu varsayılır ve bu durumda eşitlik tutarsızdır: $1+T_k (k) = T_k (k)$. Öyleyse $T_k (k)$ duramaz, diğer bir deyişle

$T_k (k) = □.$

Fakat algoritma bunu 'bilemez', çünkü; *H(k;k)*=0 eşitliğini verseydi yine bir çelişkiyle karşılaşırdık (sembolik olarak, geçersiz bir ilişki, 1 + 0 = □ elde ederdik).

Bu nedenle *'k'i* bulabilirsek, yanıtını bildiğimiz algoritmayı alt etmek amacıyla kendi özel işlemimizi nasıl inşa etmemiz gerektiğini öğreniriz! *k'i* nasıl buluruz? Bu zor iş. Yapmamız gereken *H(n;m)'in* ve $T_n(m)$'in inşasına ayrıntılarıyla bakmak ve sonra

$1+T_n(n) \times H(n,n)$ ifadesinin bir Turing makinesinin sayısını, yani *k'i* buluruz, işlemi ayrıntılı olarak gerçekleştirmek, biraz karmaşık olsa da, mümkündür.[VI] İşlemin karmaşıklığı nedeniyle $T_k(k)$*'ın* hesaplanması bizi hiç ilgilendirmeyebilirdi fakat onu, *H* algoritmasına karşı üstünlük sağlayabilmek için özellikle ürettik! Önemli olan, iyi tanımlanmış bir yönteme sahip olmamızdır. Bize hangi *H* verilmiş olursa olsun bu yöntemle *H* karşıtı k'i bulunabilir. $T_k(k)$ ile *H'i* alt eder ve böylece algoritmanın gerçekleştireceğinden daha iyisini gerçekleştirebiliriz. Algoritmalardan daha iyi olduğumuzu düşünmek, belki bizi biraz rahatlatır!

Yöntem öylesine iyi tanımlanmıştır ki, *H* verildiğinde k'i üretecek bir *algoritma* bulabiliriz. Bu nedenle, daha fazla ayrıntıya girmeden önce bu algoritmanın H'e uygulanabileceğini anlamalıyız, [9] çünkü

algoritma, $T_k(k)$ = □ eşitliğini 'bilir', -yoksa bilmez mi? Algoritma ile ilgili antropomorfik bir terim olan 'bilmek' terimini, tanımlamamı kolaylaştırdığı için kullandım. Ancak, algoritma, izlemesi için kendisine verdiğimiz kuralları izlerken, 'bilmek' işlemini yapan biz değil miyiz? Yoksa, bizzat biz mi, beynimizin yapısından ve çevremizden izlemek için programlanmış olduğumuz kuralları izliyoruz? Konu, yalnızca bir algoritma konusu değil, aynı zamanda neyin gerçek neyin gerçek olmadığına hüküm vermek meselesidir. Bu konulara daha sonra tekrar döneceğiz. Matematiksel gerçek (ve onun algoritmik olmayan özelliği) konusu IV. Bölüm'de ele alınacaktır. Şimdilik, en azından, 'algoritma' ve 'hesaplanabilirlik' terimlerinin *anlamları* hakkında biraz sezgi ve ilgili konularda bir fikir edinmiş bulunmaktayız.

Church'ün Lambda Hesabı

Hesaplanabilirlik kavramı, önemli ve güzel bir matematiksel fikirdir. İlk kez 1930larda -bu kavram gibi temel nitelikli diğer kavramlarla birlikte-matematik bilimine girdiği için aynı zamanda oldukça yeni bir fikirdir ve matematiğin *tüm* alanlarını kapsar (Matematikçilerin çoğu, yine de, bugün bile hesaplanabilirlik sorunlarıyla kendilerini pek yormazlar diyebiliriz). Hesaplanabilirlik fikrinin gücü, kısmen, bazı iyi tanımlanmış matematik işlemlerinin aslında *hesapalanamaz* olmasından kaynaklanır (Turing makinesinin durma veya durmama problemi gibi, öteki örnekleri IV. Bölüm'de göreceğiz). Çünkü, böyle hesaplanamaz işlemler olmasaydı, hesaplanabilirlik kavramı, matematiğin ilgisini çekmezdi. Ne de olsa matematikçiler bilmecelerden hoşlanırlar. Bir matematik işleminin hesaplanıp hesaplanmayacağı konusunda karar vermek onlar için ilgi çekici bir bilmece olabilir. Özellikle ilginç olabilir çünkü böyle bir bilmecenin yanıtı bile hesaplanamaz niteliktedir!

Bir şeyi açıkça belirtmeliyim. Hesaplanabilirlik gerçek bir 'mutlak' matematik kavramıdır. Benim tanımladığım şekliyle 'Turing makineleri' açısından, herhangi bir anlayışın tamamen ötesinde soyut bir fikirdir. Daha önce değindiğim gibi, Turing'in zekice

planlanmış, kendine özgü yaklaşımını karakterize eden ‘bantlar’ ve ‘içsel durumlar’, vs. gibi kavramlara özel bir önem vermemiz gerekmemektedir. Hesaplanabilirlik fikrini açıklayan başka yollar da vardır. Bunlardan, tarih bakımından birincisi, Amerikalı mantıkçı Alonza Church’ün, Stephen C. Kleene’in yardımıyla geliştirdiği lambda hesabı’dır. Church’ün yöntemi Turing’in yönteminden oldukça farklı ve daha soyuttur. Gerçekte Church’ün düşüncelerini ifade tarzında belirginleştiği gibi aralarında gözle görülür, ‘mekanik’ denilebilecek pek az benzerlik vardır. Church’ün yönteminin ana fikri, özünde gerçekten *soyuttur*- Church’ün ‘soyutlama’ olarak tanımladığı bir matematik işlemidir.

Yalnız hesaplanabilirliğin, herhangi bir hesap makinesi kavramından bağımsız olarak, bir matematiksel fikir olduğunu vurguladığı için değil, matematikte soyut fikirlerin gücünü de gösterdiği için Church’ün tasarımının kısa bir tanımını yapmak istiyorum. Bu gibi konulara ilgi duymayan okurum, bu aşamada, bir sonraki bölüme hemen geçebilir ve konunun akışında fazla bir şey kaçırmış sayılmaz. Ancak, bu gibi okurlar bana biraz daha katlanarak Church’ün tasarımının sağladığı sihirli ekonomiye tanık da olabilirler (bkz. Church 1941).

Bu tasarımda ilgi odağı olarak nesnelerin 'evreni’ ile ilgilenmekteyiz ve bunu örneğin

a, b, c, d, ..., z, a', b', ... z’, *a”, b”, ..., a*”’, ... a””, ...

ifadesiyle göstermekteyiz; her harf bir matematik işlemini veya *fonksiyonunu* temsil etmektedir (Üslü harfler, fonksiyonları temsil eden simgelerin sınırsız sayıda bulunmasını sağlar). Bu fonksiyonların ‘değişkenleri’, yani bu fonksiyonların üzerine işlem yaptığı nesneler, aynı türden başka şeylerdir, yani onlar da fonksiyonlardır. Ayrıca, bir diğerine uygulanan bir fonksiyonun ‘değeri’nin de yine bir fonksiyon olması gerekir (Church’ün sisteminde gerçekten harika bir kavramlar ekonomisi var). Bu nedenle,

$a = bc$

yazdığımız zaman[VII] *‘c’* fonksiyonuna uygulanan *‘b’* fonksiyonunun sonucunun bir başka 'a' fonksiyonu olduğunu

kastederiz. Bu tasarımda, iki veya daha fazla değişkenli bir fonksiyon fikrini ifade etmek zor değildir, *p* ve *g* değişkenlerine bağlı bir *f* fonksiyonunu

((fp) q

olarak ifade edebiliriz (q'a uygulanan *fp* fonksiyonunun sonucu). Üç değişkenli bir fonksiyon için

((fp) *q) r*

ifadesini kullanabiliriz ve bu böylece sürer gider.

Şimdi sıra, güçlü *soyutlama* işlemine geldi. Bunun için Yunan harfi λ (lambda)'yı kullanıyor ve hemen ardından Church'ün fonksiyonlarından birini temsil eden bir harf, örneğin *x* harfini ('sahte değişken' adını verdiğimiz harfi) koyuyoruz. *'x'* değişkeninin yer aldığı her kare-parantez, ifadenin tümünü izleyen herhangi bir simgenin yerini tutabilen bir 'boşluk' olarak kabul edilebilir. Buna göre

λx. [fx]

yazdığımız zaman fonksiyonun, diyelim a'ya uygulandığında *'fa'* sonucunu verdiğini anlatırız. Başka deyişle,

(λx. [fx]) *a = fa*

Bir başka deyişle, λx. [fx]) ,*'f* fonksiyonundan ibarettir, yani:

λx. [fx]) = *f*

Bunlar ilk bakışta fazla bilgiçççe ve önemsiz göründüğü için ana fikir gözden kaçabilir. Bu nedenle, alışık olduğumuz okul matematiğinden bir örnek alalım ve *f* fonksiyonunun, bir açının sinüsünü almak gibi trigonometrik bir işlem olduğunu varsayalım. Bu durumda 'sin' soyut fonksiyonu şu şekilde ifade edilir:

λx. [sin x] = *sin.*

(x 'fonksiyonunun' bir açı olarak nasıl kabul edilebileceğini merak etmeyin. Kısa bir süre sonra, sayıların bile fonksiyonlar olarak kabul edildiği işlemler yapacağız; ve bir açı da bir tür sayıdır). Bu aşamaya kadar gerçekten oldukça önemsiz görünebilir örneklerimiz. Fakat, 'sin' ifadesinin icad edilmemiş olduğunu fakat sin *x* için kuvvet serisi ifadesini bildiğimizi farzedin:

$$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \ldots$$

Buna göre

$$sin = \lambda x.\left[x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \ldots\right]$$

tanımını verebiliriz.

Herhangi bir standart ‘fonksiyonel’ ifadesi bulunmayan, diyelim ‘küp almanın altıda-biri’ işlemini, daha da kolay, tanımlayabiliriz:

$$Q = \lambda x.\left[\frac{1}{6}x^3\right]$$

ve örneğin, şu sonucu alırız:

$$Q\langle a+1\rangle = \frac{1}{6}\langle a+1\rangle^3 = \frac{1}{6}a^3 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{6}.$$

Church’ün basit fonksiyonel işlemlerinden alınan ifadeler konumuzla daha ilgili olabilir; örneğin,

λf. [f(fx)]

Bu, bir başka fonksiyona örneğin ‘g' fonksiyonuna uygulandığında, *x’e* iki kez üst üste ‘g’nin uygulandığı işlemi üretir:

*(*λf. [f(fx)]) g = *g (gx)*

‘Soyut tarzda’ ifade edersek:

$$\lambda f. [\lambda x. [f(fx)]]$$

veya kısa olarak:

$$\lambda fx. [[f(fx)]]$$

Bu, g'ye uygulandığında, g'nin iki kez tekrarlanmış fonksiyonunu veren işlemdir. Aslında bu, tam Church'ün 2 doğal sayısı ile özdeşleştirdiği fonksiyondur:

$$2 = \lambda fx\ [f(fx)]$$

ve buna göre $(2\ g)\ y = g\ (gy)$. Benzer şekilde, Church şu tanımlamaları yapar:

$$3 = \lambda fx.[f(f(fx))],\ 4 = \lambda fx.[f(f(f(fx)))],\ \text{vs.}$$

ile birlikte

$$1 = \lambda fx.\ [fx],\ 0 = fx.[x]$$

Aslında Church'ün 2'si 'iki kez'e, 3'ü 'üç kez'e vs. daha çok benzer. Böylelikle, 3'ün *f* fonksiyonuna uygulanması, yani 3 *f, 'f'in* üç kez tekrarlanması' işlemidir. Bu nedenle 3 *f'in y'e* uygulanması: $(3f)\ y = f(f(f(y)))$*'dir.*

Çok basit bir aritmetik işleminin, örneğin 1'in bir sayıyla toplamının, Church'ün sisteminde nasıl ifade edileceğini görelim:

$$S = \lambda abc.[b((ab)c)]$$

S'in, Church'ün ifadesinde tanımlanan bir sayıya 1 eklemesini göstermek için, örneğimizi 3 üzerinde deneyelim:

$$S3 = \lambda x.abc,\ [b((ab)c]\ 3 = \lambda bc.[(b((3b)c)]$$

$$= \lambda bc.[b(b(b(bc)))] = 4$$

çünkü $(3b)\ c = b(b(bc))$. Bu ifadeler kuşkusuz herhangi bir doğal sayıya uygulanabilir (Aslında $\lambda abc.\ [(ab)\ (bc)]$, S'in yerini pekala tutabilirdi).

Bir sayının ikiyle çarpımına ne dersiniz? Bu işlem

$D = \lambda abc.\ [(ab)\ (ab)\ c)]$ ifadesiyle verilir. Örnek olarak 3'e uygulanmasıyla,

$$D = \lambda abc.[(ab)((ab)c)]\ 3 = \lambda bc.[(3b)((3b)c)]$$

$= \lambda bc.[(3b)(b(6/bc)))] = \lambda bc.[b(b(b(b(b(bc)))))] = 6$ bulunur.

Temel aritmetik işlemleri, toplama, çarpma ve kuvvetini alma sırasıyla, şöyle ifade edilebilirler:

A = λ*fgxy.[((fx)(gx))y],*

M = λ*fgx.[f(gx)],*

P = λfg.[fg].

Okuyucu kendini,

(Am)n = m + n, (Mm)n. = m x *n,* (Pm)n = n^m

olduğuna ikna edebilir -veya bana güvenebilir. Burada m ve n, Church'ün iki doğal sayı için fonksiyonları, m + n toplam için fonksiyonu, vb.'dir. Sonuncusu en şaşırtıcı olanıdır, m = 2, n = 3 örnekleriyle bunu deneyelim:

(P2)3 = ((λf*g.[fg])* 2)3 = (λg.[2g])3

= (λg.[λfx.[f(fx)]3 = *gx.[g(gx)]3* = λx.[3(3x)] = 1x.[λfy.[f(f(fy))](3x)]

= λxy.[(3x)((3x)((3x)y))]

= λxy.[(3x)((3x)(x(x(xy))))]

= λxy.[(3x)(x(x(x(x(x(xy))))))]

=λxy.[x(x(x(x(x(x(x(x(xy)))))))))] = 9 = 3^2.

Çıkarma ve bölme işlemleri bu kadar kolay tanımlanamaz (Gerçekten de m, n'den küçük olduğu zaman 'm - n' işlemini; m, n'e bölünemediği zaman 'm - n' işlemine uygulanacak bir yönteme ihtiyacımız var). 1930'ların başlarında Kleene, Church'ün sistemi kapsamında çıkarma işleminin nasıl yapılacağını keşfettiği zaman konuya ilişkin önemli bir aşama katedildi. Bunu diğer işlemler izledi. Sonunda, 1937 yılında, Church ve Turing, her hesaplanabilir işlemin (veya algoritmik işlemin) Church ifadeleri kullanılarak -bugünün Turing makineleri- gerçekleştirilebileceğini (veya bunun tersi: algoritmik işlemler kullanılarak Church'ün ifadelerinin sağlanacağını) gösterdiler.

Church'ün hesaplanabilirlik fikri ilk bakışta hesap makineleriyle bağdaşmıyorsa da, pratikte, özellikle güçlü ve esnek bir bilgi işlem dili olan LISP ile Church'ün tasarımının ana yapıları arasında sıkı bir bağlantı vardır.

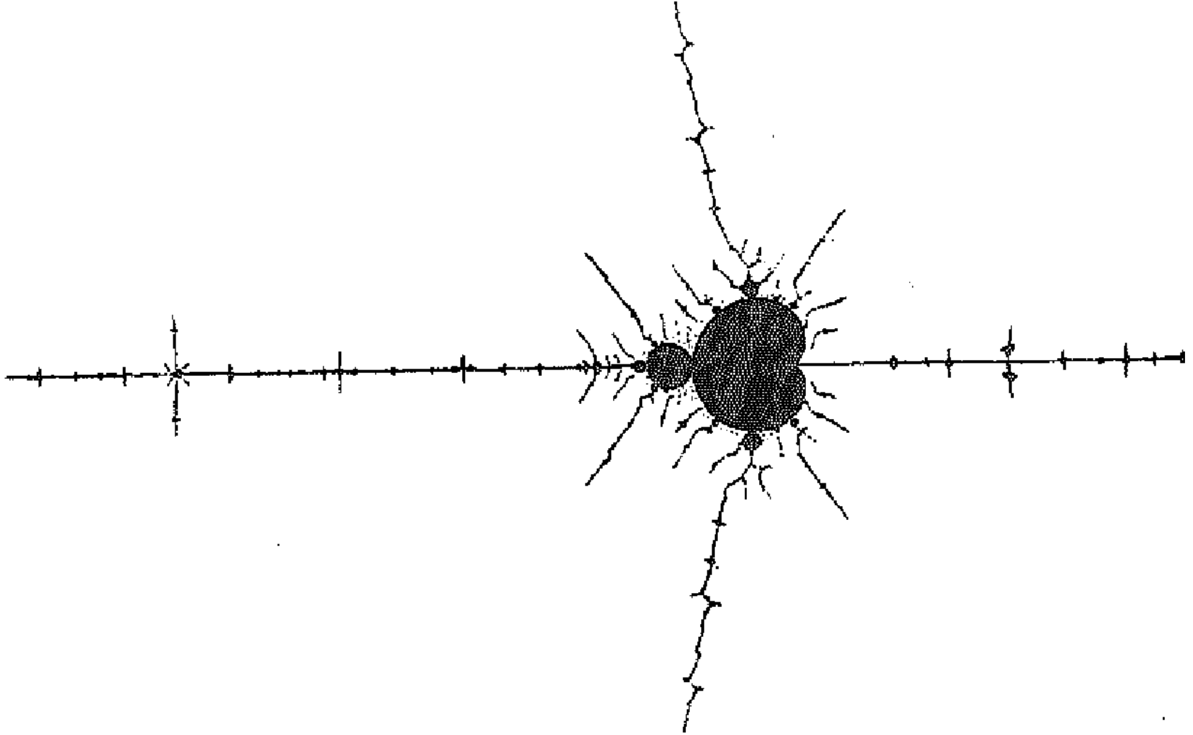
Daha önce belirttiğim gibi, hesaplanabilirlik fikrim tanımlamak için başka yöntemler de vardır. Postun makinesi Turing'in makinesine çok benzer ve hemen hemen aynı dönemde fakat birbirinden ayrı üretilmişlerdir. J. Herbrand ve Gödel, kullanışlı bir hesaplanabilirlik tanımlamışlardır. 1929'da H.B. Curry ve 1924'de M, Schönfinkel konuya biraz farklı yaklaşmışlardır; Church'ün sistemi kısmen bu yaklaşıma dayalıdır (bkz. Gandy 1988). Hesaplanabilirliğe modern yaklaşımlar (Cutland'ın 1980'de tanımladığı sınırsız kayıt makinesi gibi), Turing'in teorisinden ayrıntıda önemli ölçüde farklıdır. Ancak farklı yaklaşımlardan hangisi benimsenirse benimsensin hesaplanabilirlik kavramı aynıdır.

Başta son derece güzel ve temel olanlar gelmek üzere pek çok diğer matematiksel fikir gibi hesaplanabilirlik fikrinin de kendine özgü bir tür Platonik gerçekliği var gözüküyor. Gelecek iki bölümde işte bu gizemli konuyu, matematik kavramların Platonik gerçekliği konusunu işleyeceğiz.

III. Bölüm
Matematik ve Gerçek

Tor'Bled-Nam Ülkesi

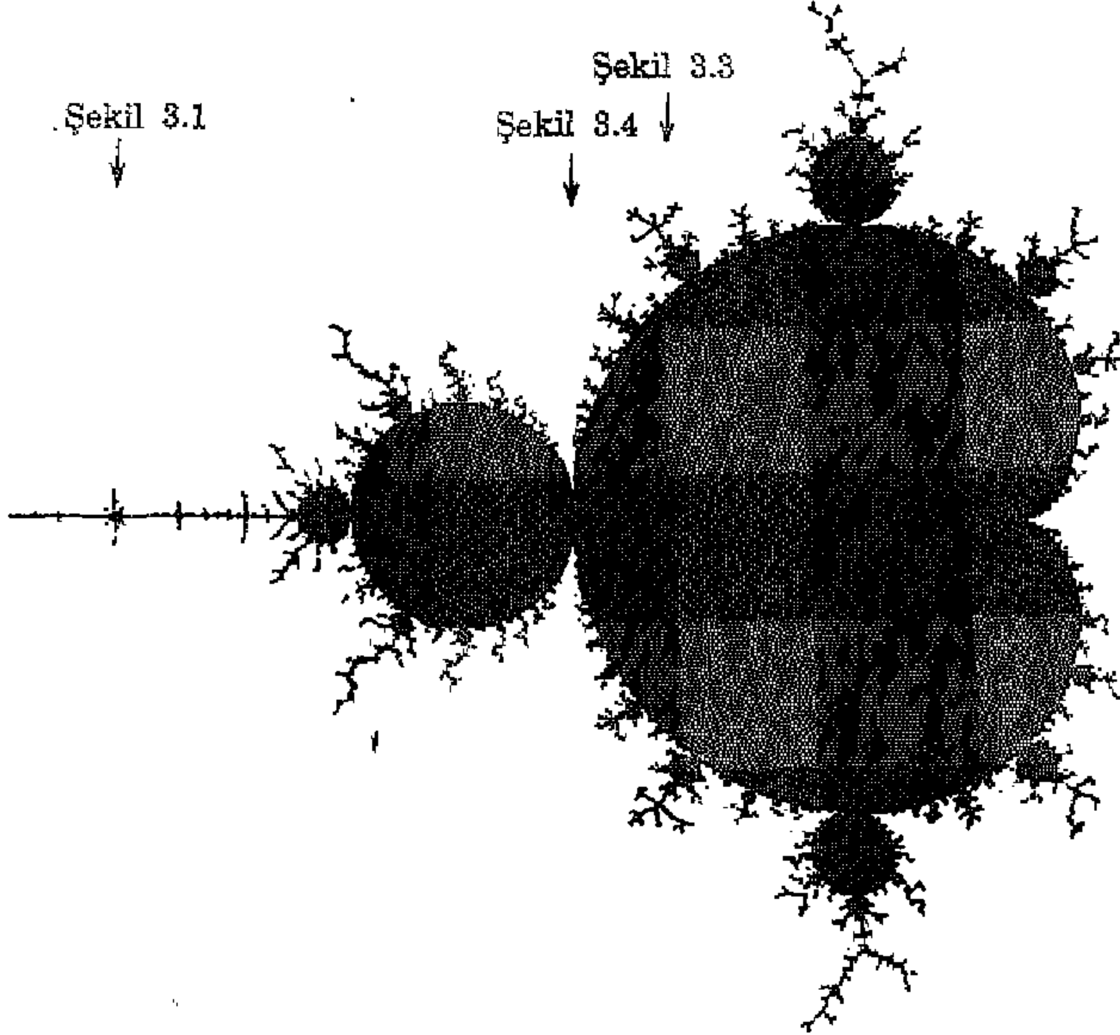
Çok uzaklardaki bir ülkeye yolculuk etmekte olduğumuzu hayal edelim. Bu ülkeye Tor'Bled-Nam adını verelim. Uzaktan algılama cihazımızın aldığı sinyal şimdi önümüzdeki ekranda belirdi (Şekil 3.1):



Şekil 3.1 Garip bir ülkeden ilk görüntüler.

Bu ne olabilir? Garip görünüşlü bir böcek mi? Yoksa, belki de dağlardan inen akarsuların karıştığı, suları koyu bir göl mü? Veya civarındaki şehir ve köylere yollar uzanan yollarıyla büyük ve tuhaf bir şehir mi? Belki de bir adadır. Eğer buysa, o zaman yakınında bir kıta bulabilir miyiz diye bir bakalım. Bunun için algılama cihazımızın

büyütmesini on beş kez küçülterek iyice “kuşbakışı” bir görüntü elde etmeliyiz, İşte tüm ülke ekranda göründü (Şekil 3.2).

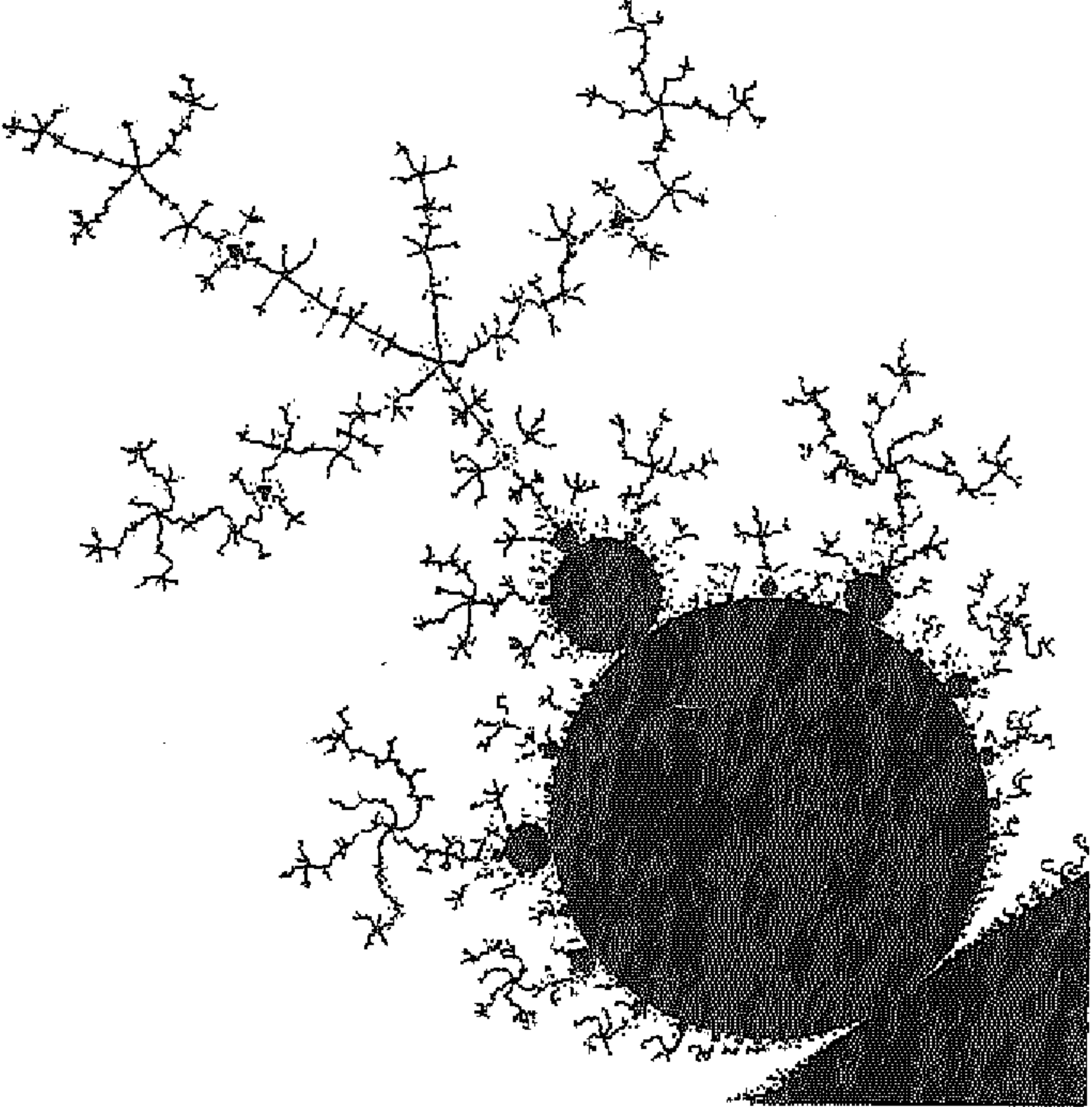


Şekil 3.2 Bir bütün olarak Tor’Bled-Nam.
Diğer şekillerde büyütülen bölgeler okların hizasında bulunmaktadır.

Bir önceki resimdeki ‘ada’, bu yeni resimde bir nokta gibi kaldı. Adadan çıkan çizgi’lerin hepsi (yollar, nehirler, köprüler?) sadece biri hariç hepsi kesildi. Adanın sağındaki görüntünün tam ortasından çıkan bu tek uzantı, yeni resimde sağdaki büyük şekle bağlanmaktadır. Bu büyük şekil ilk gördüğümüz adaya çok benzemektedir, ancak bazı farklar yok değildir. Görüntüyü bu yeni şeklin kıyı çizgisi üzerine odaklarsak pek çok yuvarlak girinti çıkıntı görürüz. Bu yuvarlak çıkıntılar üzerinde de benzer minik çıkıntılar bulunmaktadır. Her küçük çıkıntı bir noktada daha büyük çıkıntıya

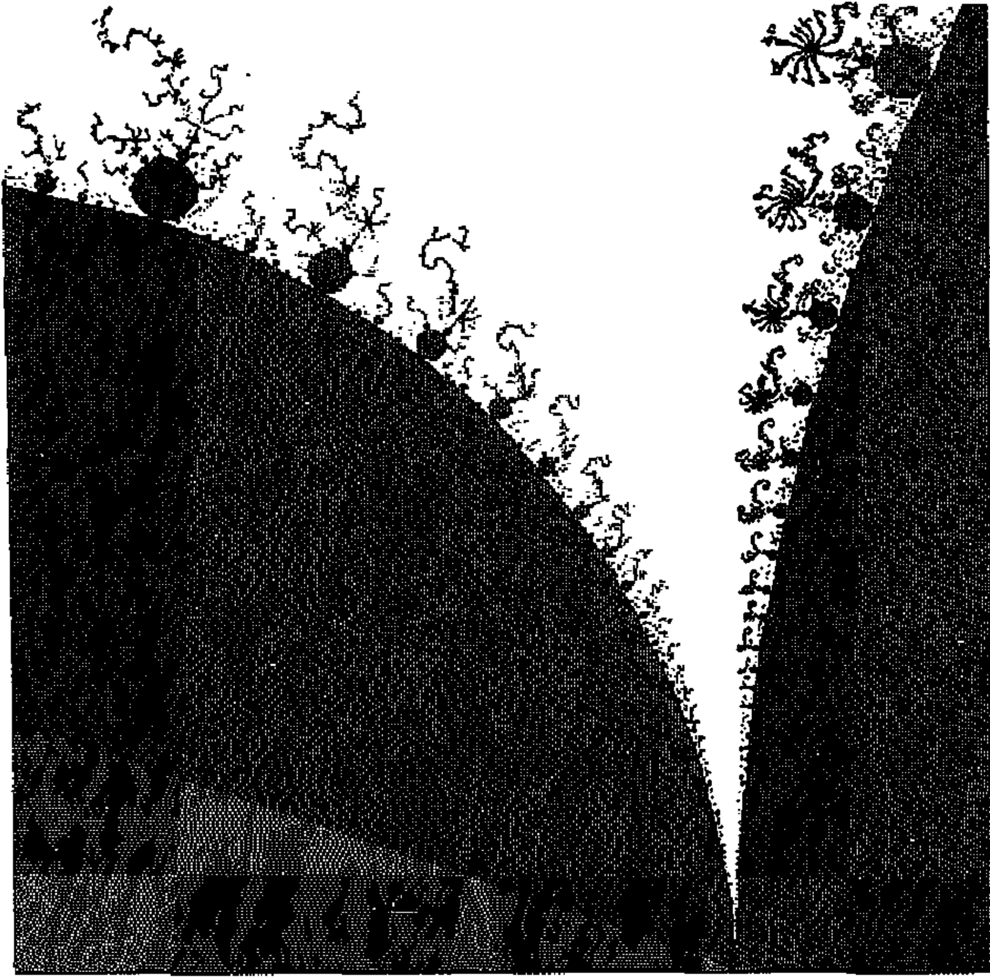
bağlanmakta, çıkıntı üstüne çıkıntı yığılmaktadır. Görüntü netleştikçe, bu yapıdan mini mini bir yığın çizginin dışa çıktığını görürüz. Her bir çizgi belli noktalarda çatallanmakta ve çok kez delicesine kıvrılıp bükülmektedir. Belli noktalarda algılama cihazının çözümleyemediği düğüm noktaları fark edilmektedir. Artık anlaşılıyor ki bu cisim ne bir ada, ne bir kıta ve ne de bir gezegen yüzeyidir. Belki de canavar bir böceğe bakmaktayız ve gördüklerimiz daha ana karnından ayrılmamış yavrularıdır.

Yaratığımızın çıkıntılarını anlamak için algılama cihazımızın büyütmesini on kez kadar artırarak yakından inceleyelim. (Şekil 3.2'de Şekil 3.3 olarak belirtilen yer).



Şekil 3.3 “Beşli” yapıya sahip bir çıkıntı.

Çıkıntı, bütün olarak, sadece bağlantı noktası dışında, yaratığın kendisine büyük bir benzerlik göstermektedir. Dikkat ederseniz, belli noktalarda, beşli teller bir araya gelmektedir. Belki de bu uzantının belli bir “beşli” yapısı var (Tıpkı en üstteki çıkıntının “üçlü” yapısı gibi). Gerçekten de bir sonraki daha küçük boyuttaki çıkıntıya yakından bakınca “yedili" yapı buluruz; daha sonra “dokuzlu” bir yapı belirir ve bu, ikişer ikişer artan, tek tam sayılarla karakterize edilen yapılarla böyle devam eder. Şimdi de Şekil 3:2’ye göre büyütmeyi on kez artırarak sağdaki büyük yarıktan iyice içeri girelim (Şekil 3.4).



Şekil 3.4 'Denizatı vadisi' sağ alt köşede görünüyor.

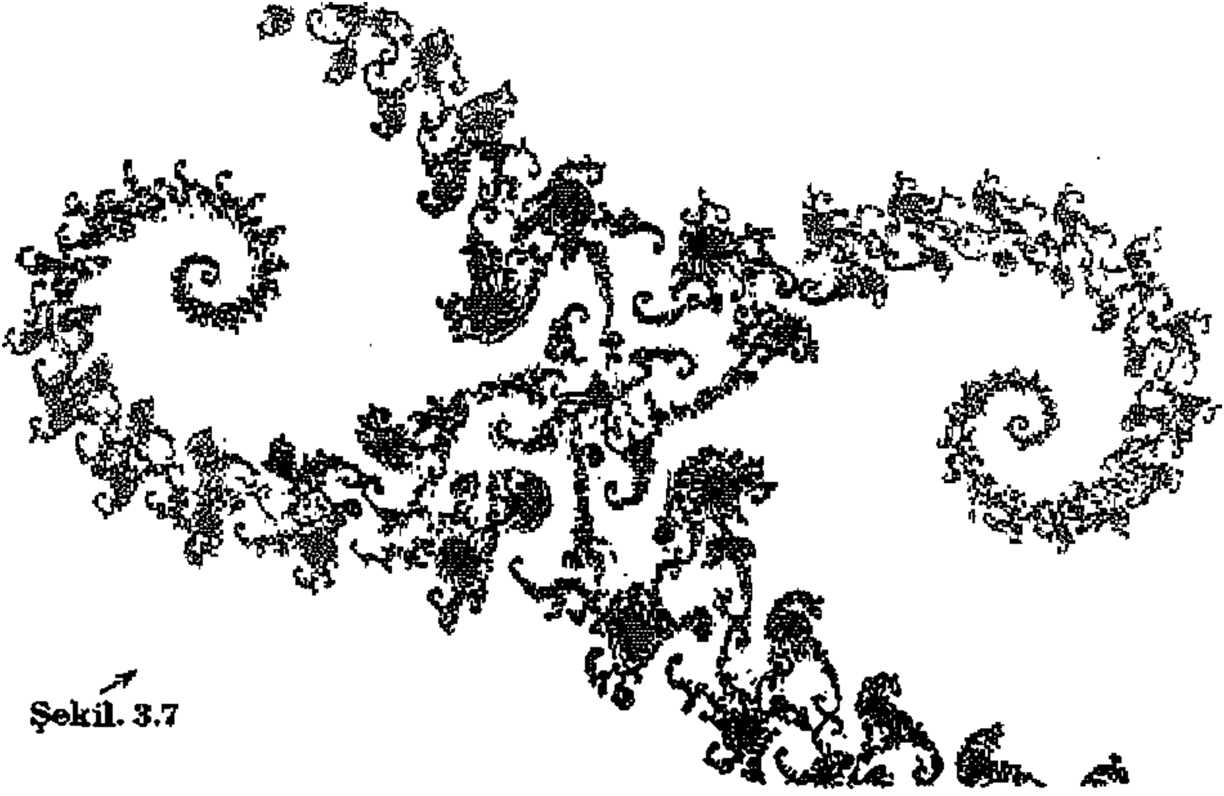
Daha pek çok minik çıkıntıların varlığını ve bunların ipliksi uzantılarını görürüz. Sağ tarafta, artık "denizatı vadisi" diye adlandıracağımız bölgede, minik "denizatı kuyruğu" şeklinde spiraller fark ederiz. Büyütmeyi yeteri kadar artırırsak aynı bölgede çeşit çeşit "deniz gülleri" veya çiçek görünümünde kısımlar buluruz. Belki de gerçekten burası egzotik bir kıyı şeridi, örneğin her noktasından bin bir çeşit canlı fışkıran bir mercan adasıdır. Çiçek gibi görünen şeylerin her birisinin, büyütmeyi daha da artırınca, pek çok minik fakat çeşitli uzantılar ve spiral kuyruklardan oluşan inanılmaz derecede karmaşık yapılar oldukları ortaya çıkar. Denizatı kuyruklarından büyükçe bir tanesine (29'lu bir çıkıntıya bağlı olanına) biraz yakından bakalım! Eğer büyütmeyi yaklaşık 250 kez artırırsak Şekil 3.5'deki spiralle karşılaşırız.

Şekil. 3.6

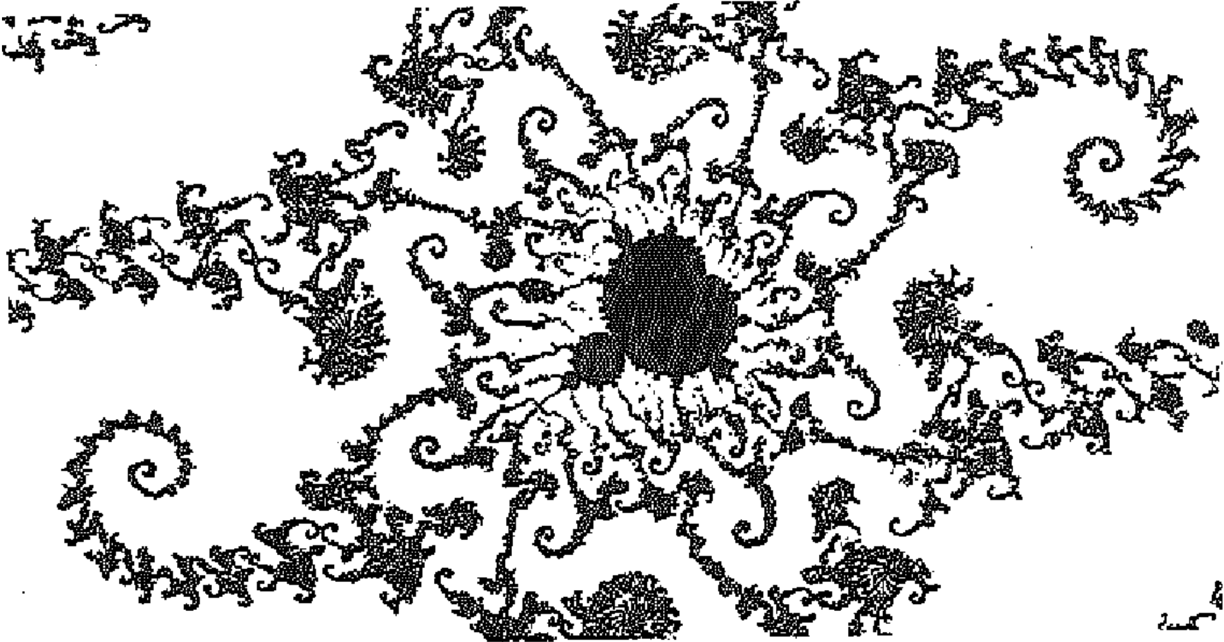


Şekil 3.5 Bir denizatı kuyruğunun yakın görüntüsü.

Demek ki baktığımız basit bir kuyruk değil, ileri geri kıvrılan sayısız minik spirallerden, ahtapot, denizatı görünümündeki bölgelerden ibaret karmaşık bir şekilmiş. Pek çok yerde, tam iki spiralin birbirine değdiği noktada, bir yapı bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesine büyütmeyi 80 kez artırarak bakalım. Tam ortadaki o tanıdık şekli görüyor musunuz?



Şekil 3.6 İki spiralin bağlantı noktasının büyütülmüş hali. Tam merkezde minik bir yavrunun varlığı görülmekte.



Şekil 3.7 Görüntüsü büyütülünce yavrunun ana yapıya benzerliği ortaya çıkıyor.

Şekli 6 kez daha büyütünce, (Şekil 3.7) baştan beri incelemekte olduğumuz yapının aynısı bir yavru yaratık daha çıktı karşımıza. Eğer daha yakından bakarsak, bundan çıkan tellerin esas yapıdakilerden biraz farklı olduğunu görürüz; daha bir kıvrımlıdırlar ve daha ötelere uzanmaktadırlar. Yine de küçük yaratık, atasından pek farklı değildir; hatta aşağı yukarı eş konumlarda kendi yavrularına sahip oluncaya kadar. Büyütmeyi artırarak bu yavruları yakından inceleyebiliriz. Torunların da ortak atalarına benzediklerini görür ve artık bunun sonsuza dek böyle sürüp gideceğine inanırız. Algılama cihazımızı giderek artan büyütme güçlerine ayarlayarak bu olağanüstü Tor'Bled-Nam ülkesini istediğimiz kadar yakından araştırabiliriz. Burada sonsuz bir çeşitlilik buluruz: İki bölgenin hiçbiri bir diğerinin tıpatıp aynısı değildir -ama daha ilk bakışta belirgin bir ortak yapı da vardır. O tanıdık böceksi yaratıklar giderek küçülen boyutlarda tekrar tekrar karşımıza çıkmaktadırlar. Her seferinde civardaki telsi yapılar bir önce gördüğümüzden farklıdır ve bizlere inanılmaz karmaşıklıkta fantastik yeni manzaralar sergilerler. Rastladığımız bu garip, değişken ve şahane ülke nedir? Kuşkusuz pek çok okuyucu bunu zaten bilmekte. Fakat bilmeyenler de olabilir. Bu dünya Mandelbrot kümesi[1] diye bilinen soyut bir matematiksel yapıttan başka bir şey değildir. Şekil, kuşku götürmeyen karmaşıklığına karşın, inanılmaz derecede basit bir kural tarafından yaratılmaktadır. Bu kuralı açıklayabilmek için önce *kompleks sayıların* ne olduğunu açıklamam gerekecek. Bu açıklamayı burada yapmak uygun, çünkü ileride kompleks sayılara tekrar gereksinim duyacağız. Kompleks sayılar, kuantum mekaniğinin yapısı için mutlaka gereklidirler ve bu nedenle içinde yaşadığımız dünyanın işlevlerinin temelini oluştururlar. Ayrıca, matematiğin büyük mucizelerinden birisi de kompleks sayıların varlığıdır. Bir kompleks sayının ne olduğunu açıklamak için önce okuyucuya 'reel sayı'nın ne demek olduğunu hatırlatmalıyım. Bir de, reel (gerçek) sayı kavramı ile 'gerçek dünya'nın gerçekliği arasında nasıl ilişki kurulduğuna değinmek yararlı olacaktır.

Reel Sayılar

Doğal sayıların

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,...

ile gösterilen tam sayılar olduğunu hatırlayalım. Bunlar, sayılar arasında en temel ve basit olanlardır. Aynı türden cisimler, doğal sayılar kullanılarak sayılabilir: Tarlada otlayan yirmi yedi koyun, çakan iki şimşek, on iki gece, bir kelime, dört laf, sıfır yeni fikir, bir hata, altı eksik, iki yön değişimi, vb. şeylerden konuşabiliriz. Doğal sayılar toplanarak veya çarpılarak yeni doğal sayılar bulunabilir. Geçen bölümde verdiğimiz genel algoritma tartışmasının konusu doğal sayılardı.

Ancak, bazı önemli işlemler bizi, doğal sayıların dışına çıkmak zorunda bırakabilir. Bunların arasında en basiti çıkarma işlemidir. Bu işlemi tanımlayabilmek için *eksi* sayılar gereklidir. Bu amaçla tüm *tam* sayıları veririz:

..., -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,. . .

Elektrik yükü, banka hesabı, tarih[I], vb. bazı şeyler ancak bu tür sayılarla ifade edilebilir. Ancak, tam sayıların kullanımı da hâlâ yeterli değildir, çünkü bir tam sayıyı başka bir tam sayıya *bölemeyiz.* Bunun için *kesirlere,* başka bir deyişle, *rasyonel sayılara* gerek duyarız:

0, 1, -1, 1/2, -1/2, 2, -2, 3/2, -3/2, 1/3,....

Bu sayılar sonlu aritmetik işlemleri için yeterlidir, fakat pek çok problem için bundan da öteye geçip sonsuz veya limit işlemleri tanımlamak zorunda kalırız:

$\pi = 2 \{(2/1)(2/3)(4/3)(4/5)(6/5)(6/7)(8/7)(8/9)...\}$

ve

$\pi = 4(1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + ...)$.

Bu ünlü ifadelerin birincisi İngiliz matematikçisi, dil bilgini ve şifre uzmanı John Wallis tarafından 1655'de, ikincisi ise, İskoç matematikçisi ve astronomu (ve ilk yansıtmalı teleskopun mucidi) James Gregory tarafından 1671'de bulunmuştur. Aynen π gibi, bu şekilde tanımlanan sayılar, rasyonel olmak zorunda değillerdir (Yani, n *ve* $m \neq 0$ tamsayılar olmak üzere n/m şeklinde yazılamazlar). Böyle sayıları içerebilmesi için, sayı sistemi *genişletilir.* Bu genişletilmiş sayı sistemine reel (gerçek) sayı sistemi denir.

Ondalık gösterimde

-583.70264439121009538...

gibi sonsuz haneli sayılar reel sayılardır. Bu gösterimde π sayısı

π = 3.14159265358979323846...

olarak gösterilir.

Bu şekilde gösterilen sayılar arasında

√2 = 1.41421356237309504...

gibi artı kesirli sayıların karekökleri (veya küpkökleri, dördüncü kökleri, vb.), veya π sayısının İsviçreli büyük matematikçi Leonhard Euler tarafından bulunan

π = √{6(1 + 1/4 + 1/9 + 1/25 + 1/36 + . . .)}.

gösterimi de vardır.

Reel sayılar, aslında, gündelik hayatımızda her an karşımıza çıkan, en çok kullandığımız sayı türüdür. Ancak, çoklukla bu sayıları yaklaşık olarak ele alırız; bir kaç basamağa kadar açılımlarını kullanmakla yetiniriz. Diğer taraftan, matematiksel önermelerde reel sayıları kesin olarak belirlemek gerekir ve bu durumda sonsuz basamaklı ondalık açılımda veya π için Wallis, Gregory ve Euler tarafından verilenlere benzer sonsuz matematik açılımlara gerek duyarız (Buradaki reel sayı tariflerinde, normal olarak, ama sadece alışkanlık nedeniyle, ondalık açılımları kullanacağım. Bir matematikçi için reel sayıları göstermenin bundan daha uygun yolları vardır, fakat bunları burada düşünmemiz gerekmiyor).

Tam bir sonsuz açılım bulunamayacağını sanabilirsiniz, fakat gerçek bu değildir. Basit bir örnek olarak şu sonsuz dizgeyi alalım:

1/3 = 0.333333333333333...,

Burada noktalar 3'lerin sonsuza kadar eklendiğini göstermektedir. Her kesirli sayı tekrar eden bir ondalık açılıma sahiptir.
Örneğin, 93/74 = 1.2567567567567567...

sayısının açılımında 567 dizisi sonsuza dek tekrarlanır, fakat kesirli sayı tam olarak da ele alınabilir. Diğer taraftan

0.220002222000002222220000000222222220...

açılımı *irrasyonel* bir sayıyı tanımlar ve bu sayı kuşkusuz kendi bütünlüğü içerisinde ele alınır (0'lar veya 2'ler dizisi her keresinde belli bir oranda uzamaktadır). Bunlara benzer daha pek çok örnek verilebilir. Her bir durumda tatmin olmamız, açılımı gerçekleştirmek için gerekli kuralın bilinmesine bağlıdır. Birbirini izleyen her basamaktaki rakamı veren bir algoritma varsa, bu algoritma bize tam bir sonsuz ondalık açılımı düşünebilmenin yolunu açar. Açılımları bir algoritmayla verilebilen reel sayılara *hesaplanabilir* sayılar denir. (İki tabanında açılım yerine, diyelim 3 tabanını kullanmanın bir önemi yoktur. Yukarıdaki anlamda 'hesaplanabilir' sayılar hangi taban kullanılırsa kullanılsın aynı sayılardır). Burada incelediğimiz π ve √2 reel sayıları, hesaplanabilir sayıların birer örneğidir. Her biri için kural vermek biraz karmaşık olabilir ama ilke olarak zor değildir. Ancak, bu anlamda hesaplanabilir *olmayan* pek çok reel sayı bulunmaktadır. Bir önceki bölümde gayet iyi tanımlı olmakla birlikte hesaplanamayan dizgelerin varlığını gösterdik. Örnek olarak, şu ondalık açılımı düşünebiliriz: n'inci basamaktaki rakam, *n* sayısı üzerine işlem yapan n'inci Turing makinesi durursa 0, durmazsa 1 alınsın. Genelde, bir reel sayı için sadece bir sonsuz ondalık açılımın varlığını isteriz, n'inci basamağı veren bir algoritmanın bulunmasını, ya da n'inci basamağa konacak rakamı tanımlayan bir kuralın belirlenmesini istemeyiz.[2] Hesaplanabilir sayıların kullanımında gerçekten tuhaflıklar vardır. Sadece hesaplanabilir sayılarla uğraşıyor olsaydık bile işlemlerimizin tümü hesaplanabilir olmayabilirdi. Örneğin, iki hesaplanabilir sayının bir diğerine eşit olup olmadığına karar vermek bile genelde hesaplanabilir bir iş değildir. Bu tür usavurmalar için daha çok *tüm* reel sayıları ele almayı tercih ederiz; dolayısıyla ondalık açılımlar sadece birer hesaplanabilir dizge olmak yerine herhangi bir şey olabilirler.

Son olarak, sonsuz sayıda 9 rakamıyla biten bir ondalık açılımla verilen bir reel sayı ile sonsuz sayıda 0 ile biten ondalıklı açılıma sahip bir reel sayı arasında eşitlik kurulduğuna işaret etmek istiyorum:

-27.1860999999... = -27.1861000000...

Kaç Tane Reel Sayı Var?

Rasyonel sayılardan reel sayılara geçerken yapılan genellemenin ne kadar geniş kapsamlı olduğunu anlamak için burada biraz ara verelim.

İlk bakışta, doğal sayılardan daha fazla tamsayı bulunduğu düşünülebilir. Çünkü her doğal sayı aynı zamanda bir tamsayı olduğu halde, bazı tamsayılar (yani, eksi sayılar) doğal sayı değildir. Benzer olarak, kesirli sayıların tamsayılardan daha çok olduğu düşünülebilir. Ancak, durum hiç de böyle değildir, 1800'lerin sonlarında, çok özgün düşüncelere sahip, Alman asıllı Rus matematikçisi Georg Cantor'un öne sürmüş olduğu güçlü ve güzel sonsuz sayılar teoremine göre, kesirli sayıların da, tam sayıların da, doğal sayıların da toplam sayısı $\aleph_o$ (alef sıfır) ile gösterilen aynı sonsuz sayıdadır (Buna benzer bir fikrin, 250 yıl kadar önce, 1600'lerin başında büyük İtalyan fizikçisi ve astronomu Galileo Galilei tarafından ifade edilmiş olması ilginçtir. Galileo'nun diğer bazı buluşlarına V. Bölüm'de tekrar değineceğiz).

Tam sayıların adeti ile doğal sayıların adetinin aynı olduğunu görmek için aralarında aşağıdaki gibi 'bire-bir eşleme' yapılır:

Tam sayılar		Doğal sayılar
0	$\leftrightarrow$	0
-1	$\leftrightarrow$	1
1	$\leftrightarrow$	2
-2	$\leftrightarrow$	3
2	$\leftrightarrow$	4
-3	$\leftrightarrow$	5
3	$\leftrightarrow$	6
-4	$\leftrightarrow$	7
.	.	.
.	.	.
.	.	.
$-n$	$\leftrightarrow$	$2n-1$
n	$\leftrightarrow$	$2n$
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Bu listede, sol koldaki her bir tam sayı ile sağ koldaki her bir doğal sayı sadece ve sadece bir kez geçerler. Cantor'un teoreminde böyle bir bire-bir eşleşmenin varlığı, sol koldaki nesnelerin adetinin sağ koldaki nesnelerin adeti ile *aynı* olduğunu gösterir, Böylece, tamsayıların adeti, gerçekten, doğal sayıların adetine eşit olmaktadır. Burada bu sayı sonsuz çıkıyorsa da, bu önemli değildir (Sonsuz sayıların kullanımı nedeniyle karşılaştığımız tek tuhaflık, yukarıdaki listenin bir yanından bazı elemanları çıkarsak bile, iki sütun arasında *hâlâ* bire-bir eşleme yapabilmemizdir). Benzer olarak, ama biraz daha karmaşık bir biçimde, kesirli sayılar ile tamsayılar arasında da bire-bir eşleme kurabiliriz (Bunun için, verilen bir kesirli sayının payı ve paydasından oluşan çifti, tek bir doğal sayıyla göstermenin yollarından herhangi birini seçebiliriz; bkz. II. Bölüm) Doğal sayılarla

bire-bir eşlenebilen kümelere ‘sayılabilir’ denir. Sayılabilir kümelerin eleman sayısı $\aleph_o$'dır. Tamsayılar kümesi gibi, kesirli sayılar kümesi de sayılabilir.

Eleman adeti sayılamayan kümeler var mıdır? Doğal sayılardan tam sayılara, oradan da kesirli sayılara geçerken, sayı sistemimizi genişletmiş olduk ama gerçekte eleman sayısı artmış olmadı. Tüm bu durumlarda elemanların sayılabildiğini gördük. Belki de okuyucu *tüm* sonsuz kümelerin sayılabildiği izlenimini edinmiştir bile. Ama daha değil, çünkü reel sayılara geçildiğinde durum çok farklıdır. Cantor’un en kayda değer başarılarından birisi, kesirli sayılardan *daha çok* reel sayının varlığını kanıtlamış olmasıdır. Cantor’un yöntemi II. Bölüm’de bahsi geçen ve Turing’in de, Turing makinelerinin durma probleminin çözümsüzlüğünü kanıtlamak için kullanmış olduğu köşegen çizik yöntemidir. Turing’in kanıtı gibi, Cantor’un kanıtı da *olmayana ergi (reductio ad absurdum)* üzerine kuruludur. Diyelim ki kanıtlamak istediğimiz sonuç yanlıştır; yani, reel sayılar kümesi sayılabilir. Öyleyse 0 ve 1 arasındaki reel sayılar da sayılabilir ve bu sayılarla tamsayılar arasında bire-bir eşleme kuran bir liste oluşturulur:

Doğal sayılar		Reel Sayılar
0	↔	0.10357627183...
1	↔	0.14329806115...
2	↔	0.02166095213...
3	↔	0.43005357779...
4	↔	0.92550489101...
5	↔	0.59210343297...
6	↔	0.63667910457...
7	↔	0.87050074193...
8	↔	0.04311737804...
9	↔	0.78635081150...
10	↔	0.40916738891...
.	.	.
.	.	.
		.

Köşegenin üzerindeki rakamları koyu yazdım. Bu rakamlar, yukardaki liste için sırasıyla 1, 4, 1, 0, 0, 3, 1, *4,* 8, 5, 1, ... bulunmuştur. Köşegen yöntemi, ondalık açılımının her hanesi yukarıdaki dizide yer alan rakamlardan farklı olan 0 ile 1 arasında bir reel sayıyı yazmaktan ibarettir. Bunu daha açık belirtmek için, diyelim ki köşegen üzerindeki rakam 1 değilse o haneye 1 yazalım, 1 ise o haneye 2 yazalım. Böylece yukarıdaki listeden

0.21211121112...

reel sayısı bulunur. Bu reel sayı listede yoktur çünkü virgülden sonra 1. hanedeki rakam, listenin 1. sayısının 1. hanesinden farklıdır; 2. hanesindeki rakam 2. sayısının 2, hanesinden, 3. sayının 3. hanesinden, vb. farklıdır. Bu bir çelişkidir, çünkü yukardaki listenin, 0 ile 1 arasındaki bütün reel sayıları içerdiğini kabullenmiştik. Bu çelişki, göstermek istediğimiz sonucun kanıtıdır. Yani, doğal sayılarla reel sayılar bire-bir eşlenemezler; dolayısıyla, reel sayıların sayısı kesirli sayılardan daha çoktur ve sayılamazlar.

Reel sayıların adedi C ile gösterilen *sonsuz sayıdır.* Bu sayıya neden $\aleph_1$ denmediği sorulabilir. Gerçekten $\aleph_1$ sayısı $\aleph_0$'dan büyük bir sonraki sonsuz sayıyı göstermektedir ve $C = \aleph_1$ eşitliğinin doğru olup olmadığının kanıtlanması henüz çözülmemiş bir problemdir ve *süreklilik varsayımı* adı verilmektedir.

Öte yandan *hesaplanabilen* sayıların *sayılabilir* olduklarını hatırlayalım. Bunları saymak için, reel sayıların her birini üreten Turing makinelerini sıraya koyup saymamız yeterlidir. Listede zaten bulunan bir reel sayıyı üreten Turing makinesini listeden çıkarmak isteyebiliriz. Turing makineleri sayılabilir olduğuna göre, hesaplanabilir reel sayılar da sayılabilmelidir. Neden bu listeye köşegen yöntemini uygulayıp listede bulunmayan yeni bir hesaplanabilir sayı bulamayız? Bunun yanıtı genelde, bir Turing makinesinin listede bulunup bulunmadığına hesaplanabilir bir şekilde karar verilememesidir. Karar verilebilmesi, durdurma problemim çözebilmemize bağlıdır. Bazı Turing makineleri bir reel sayının ondalık basamaklarını tam verirken takılır ve artık başka bir ondalık basamak vermezler (çünkü, yanıt vermek için *duramazlar).* Hangi Turing makinesinin böyle takılacağını önceden hesaplayarak söylemenin yolu yoktur. Durdurma problemi adı verilen problem temelde budur. Dolayısıyla, köşegen yöntemimiz bir reel sayı vermekle birlikte bu sayı hesaplanabilir bir sayı değildir. Aslında bu tartışmayı, hesaplanamaz sayıların varlığını, *kanıtlamak* için kullanabilirdik. Turing'in önceki bölümlerde değinilen algoritmalarla çözülemiyen problem sınıflarının varlığını gösteren tartışması, tam olarak, bu uslamlamayı izler. Köşegen yönteminin başka uygulamalarını ileride göreceğiz.

Reel Sayıların 'Gerçekliği'

Hesaplanabilirlik kavramını bir yana bırakırsak, reel sayılara 'gerçek' denmesinin nedeni, uzaklık, açı, zaman, enerji, sıcaklık, vb. pek çok geometrik ve fiziksel ölçüm sonucunun reel sayılarla verilmesinden kaynaklanır. Ancak, soyut tanımlanmış reel sayılarla fiziksel nicelikler arasındaki ilişki hiç de sanıldığı kadar açık değildir.

Reel sayılar, herhangi bir gerçek fiziksel somut nicelik yerine bir *matematiksel idealleştirmeye* dayanırlar. Örneğin, reel sayılar sisteminin bir özelliği, ne kadar yakın olursa olsunlar herhangi iki sayının arasında üçüncü bir sayının mutlaka bulunmasıdır. Fiziksel uzaklıklar ya da zamanlar için bu özelliğin doğruluğu pek de açık değildir, iki nokta arasındaki fiziksel uzaklığı daha küçük parçalara ayırmaya başlarsak, bir süre sonra öyle küçük bir mesafe ölçeğine ulaşırız ki, bilinen anlamda uzaklık kavramının kendisi anlamını yitirir. Bir atom-altı parçacığın boyutunun 10^{20}'de birine[II] eşit 'kuantumlu gravitasyon' ölçeğinde beklenen budur. Ama reel sayılarla, bu mesafe ölçeğinden çok daha küçüklerine, gerçek boyutunun 10^{200}'de birine, 10^{2000}'de birine veya $10^{10^{200}}$'de birine ve daha küçük boyutlara kadar gidebilmeliydik. Benzer nitelik, çok küçük zaman aralıkları için de geçerlidir.

Fizikte reel sayı sisteminin kullanımı, fiziksel uzaklık ve zaman kavramlarıyla büyük bir aralıkta uyum sağlanmasının yanı sıra matematiksel kullanışlılığı, basitliği ve güzelliği nedeniyledir. Bu seçim, bütün bu fiziksel kavramlarla her aralıkta uyum sağlayalım diye yapılmamıştır. Çok küçük mesafe ve zaman ölçeklerinde böyle bir uyum beklenmez bile. Mesafe ölçmek için bildiğimiz cetveller kullanılır ama bu cetveller atomlarının. boyutu düzeyinde, taneli bir yapıda görüneceklerdir. Salt bu neden, reel sayıları ölçüm sonuçlarını vermek için kullanmamıza engel olamaz. Fakat böyle küçük mesafeleri ölçerken çok daha büyük dikkat gerekir. En azından çok küçük mesafe ölçeklerinde temel ilkelerde bir zorlukla karşılaşmayacağımızdan kuşkuya düşebilirdik. Neyse ki Doğa bize gerçekten iyi davranmış; günlük veya daha büyük ölçeklerde kullanmaya alıştığımız reel sayılar, atomlardan bile çok daha küçük ölçeklerde kullanılışlılıklarını koruyorlar. Reel sayıların kullanımı, bir elektron veya proton boyutunun yüzde birine kadar kesinlikle, 'kuantumlu gravitasyon ölçeğinde', yani bu atom-altı parçacıkların boyutundan yirmi mertebe küçük ölçeklerde ise, büyük olasılıkla geçerlidir. Bu, deneyime dayalı olağanüstü bir genellemedir. Öte yanda, reel sayılarla ölçülen mesafe kavramı en uzak kuasarlara ve daha ötelere kadar geçerli görünmektedir. Böylece en az 10^{42} veya 10^{63} veya daha büyük bir aralık taranmış olmaktadır. Reel sayı

sisteminin uygunluğu çoğu kez sorgulanmaz. Bu sayıların, uygunluğu üzerine ilk deneyimlerimiz aslında böyle çok sınırlı bir aralıkta kalmasına karşın, reel sayıların, fiziksel olguların doğru bir tanımını verdiğine neden bu kadar güven duyulur? Bu güven, belki haklı olmamakla birlikte (ve çok kez açıkça belirtilmemesine karşın), Doğanın olağanüstü matematiksel bütünlüğüne olan inancımızla birlikte, reel sayı sisteminin mantıksal güzelliğinden, tutarlılığından ve matematiksel gücünden kaynaklanıyor olmalı.

Kompleks Sayılar

Reel sayı sisteminin matematiksel etkinliği ve şıklığının yanı sıra, örneğin, karekökü alınabilen bir sayının mutlaka artı bir sayı veya sıfır olması gerektiği, eksi sayıların karekökünün alınamaması gibi bazı olumsuz özellikleri vardır. Fiziksel dünyayla doğrudan ilişki kurabilmek sorusunu bir an için bir yana bıraksak bile, matematik yönünden artı sayıların olduğu gibi eksi sayıların da karekökünün alınabilmesi çok yarar sağlar. -1 sayısının karekökünün varolduğunu kabul edelim veya böyle bir sayıyı icat edelim. Bu sayıyı ‘i’ simgesiyle gösterdiğimiz zaman $i^2 = -1$ eşitliği elde edilir. Doğal olarak, i niceliği reel bir sayı olamaz, çünkü herhangi bir reel sayının kendisiyle çarpımı (yani, karesi) mutlaka sıfırdan büyük (veya sayı sıfırsa, sıfıra eşit) bir reel sayıdır. Bu nedenle, kareleri eksi olan sayılara *sanal* sayılar da denir. Oysa, bu sayıların da, kullanmaya alışık olduğumuz reel sayılar kadar gerçek olduklarını önemle vurgulamak gerekir. Daha önce değindiğim gibi, reel sayılarla fiziksel gerçeklik arasındaki ilişki, doğadan açık bir *a priori* doğrulanması gelmeyen sonsuz küçük bir matematiksel idealleştirme içerir ve ilk bakışta göründüğü gibi ne açık ne de zorlayıcıdır.

-1 sayısının karekökünü bulduktan sonra, tüm reel sayıların karekökünü bulmak büyük bir çaba gerektirmez, *a* bir artı sayı ise, i x √a sayısı ‘-a’ sayısının bir kareköküdür (Öteki karekök -i x √a sayısıdır). Peki i sayısının kendisinin de karekökü var mıdır? Kuşkusuz vardır. Hemen sağlamasını yapalım:

$(1 + i)/\sqrt{2}$

sayısının (ve bunun eksi işaretlisinin) karesi i e eşittir. Bu sayının karekökü var mıdır? Yanıt yine evet olacaktır:

$$\sqrt{\frac{(1+1/\sqrt{2})}{2}} + i\sqrt{\frac{(1-1/\sqrt{2})}{2}}$$

sayısının ve bunun eksi işaretlisinin kareleri gerçekten (1+i)/√2 verir.

Bu tür nicelikleri oluştururken reel ve sanal sayıları toplamaya ve elde ettiğimiz sayının herhangi bir reel sayıyla çarpımına -veya sıfırdan başka sayılarla bölümüne- (çünkü bu sayının bir bölüşüyle çarpım demektir) izin verdiğimize dikkat edelim. Sonuçta bulunan sayılara *kompleks sayılar* denir. Bir kompleks sayı, ‘a' ve ‘b’ reel sayılar olmak üzere

a + ib

şeklindedir, a’ya kompleks sayının *reel kısmı,* b’ye ise *sanal kısmı* denir. İki kompleks sayıyı toplamak veya çıkarmak için

i^2 = -1 kabulü altında, okulda öğrendiğimiz cebir kuralları izlenir:

(a + ib) + (c + *id)* = (a + c) + i *(b + d)*

(a + ib) x *(c + id) = (ac - bd)* + i *(ad + bc)*

İşte şimdi dikkate değer bir şeyler oluyor! Bu yeni sayı sistemini bulmaktan amacımız her zaman karekök alabilmektir. Gerçi henüz açık olarak görülmüyor ama bunu yapabiliyoruz. Çok daha fazlasını da yapıyoruz. 18. yüzyılda yaşamış büyük matematikçi Leonhard Euler’in gösterdiği gibi, küp kökleri, beşinci kökleri, doksan dokuzuncu kökleri, π’inci kökleri, (1+i)’nci kökleri zahmetsizce alabiliyoruz. Kompleks sayıların sihirli yönünü gösteren bir başka örnek olarak, okulda öğrenilen biraz karmaşık görünümlü bir trigonometri formülüne bakalım: İki açının toplamının sinüsünü ve kosinüsünü veren

sin (A + *B)* = sin *A* cos *B* + *cos A* sin *B* cos (A + *B)* = cos A cos *B* - sinA sin *B*

bağıntıları, çok daha basit (ve dolayısıyla hatırlaması daha kolay) olan[III]

$e^{iA+iB} = e^{iA}e^{iB}$

kompleks denkleminin, sırasıyla, reel ve sanal kısımlarıdır. Burada bilmemiz gereken sadece ‘Euler formülü’dür (Görüşüne göre bu formül, Euler’den yıllar önce, 16. yüzyılda, İngiliz matematikçi Roger Cotes tarafından da bulunmuştur):

e^{iA} = cos *A* + i sin A.

Bunu bir önceki denklemde yerine koyar

cos (A + *B)* + i sin (A + *B)* = (cos A + i sin A) (cos *B* + i sin *B)*

ifadesini bulur ve eşitliğin sağ yanındaki parantezleri açarsak istenen trigonometri formüllerine ulaşırız.

Bundan da öte,

$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + ... + a_n z^n = 0$

cebirsel denklemi bir kompleks z sayısı için her zaman çözülebilir (a_0, a_1 a_2, ..., a_n diye verilmiş kompleks sayılarda $a_n \neq 0$ olmalıdır).

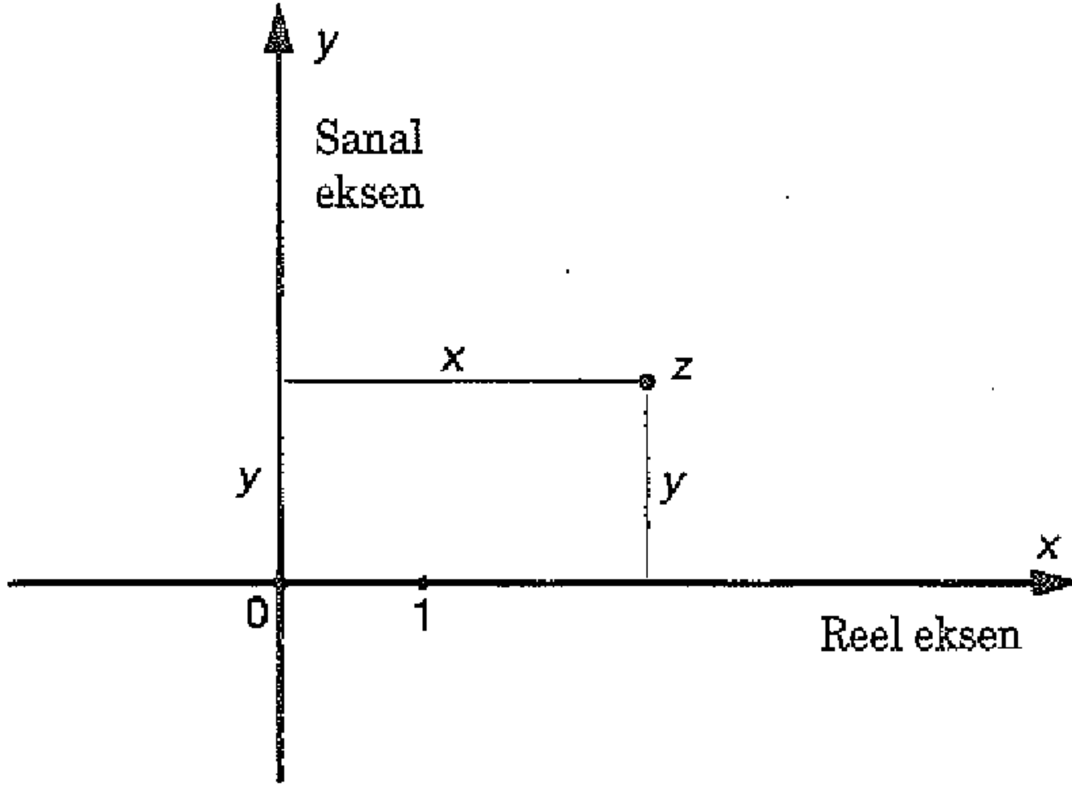
Örneğin,

$z^{102} + 999 z^{33} - \pi z^2 = 417 + i$

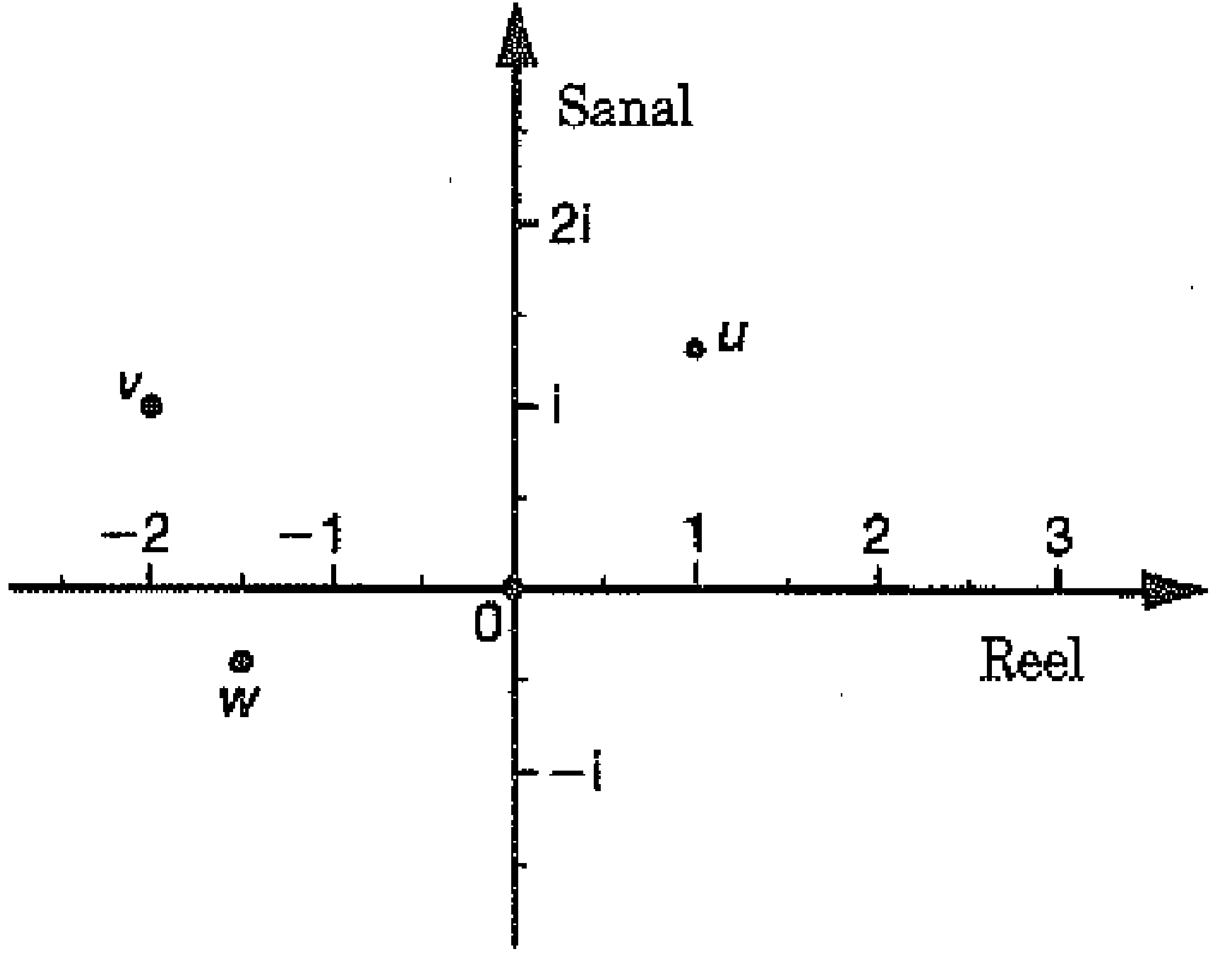
bağıntısını sağlayan bir z kompleks sayısı, varlığı hiç de açık olmamakla birlikte, bulunur. Bu olguya bazen *cebirin temel teoremi* adı verilir. Pek çok 18. yüzyıl matematikçisi bu sonucu ispatlamak için uğraştılar. Euler bile tatmin edici bir genel ispat veremedi. Sonunda 1831’de büyük matematikçi ve fen adamı Carl Friedrich Gauss, çarpıcı özgünlükte bir uslamlamayla ilk genel ispatı verdi. İspatın can alıcı noktası, kompleks sayıları *geometrik* olarak betimlemesi ve buradan hareketle ispatlamada topolojik[IV] kavramları kullanmasıydı.

Aslında, kompleks sayıların geometrik tanımını ilk kez Gauss kullanmamıştır. Yaklaşık 200 yıl daha önce Wallis kullanmış, fakat

Gauss kadar güçlü sonuçlar elde edememiştir. Kompleks sayıların geometrik tarifi, isviçreli bir kâtip olan Jean Robert Argand'ın adıyla anılır.



Şeki 3.8: z = x + iy kompleks sayısını gösteren Argand düzlemi.

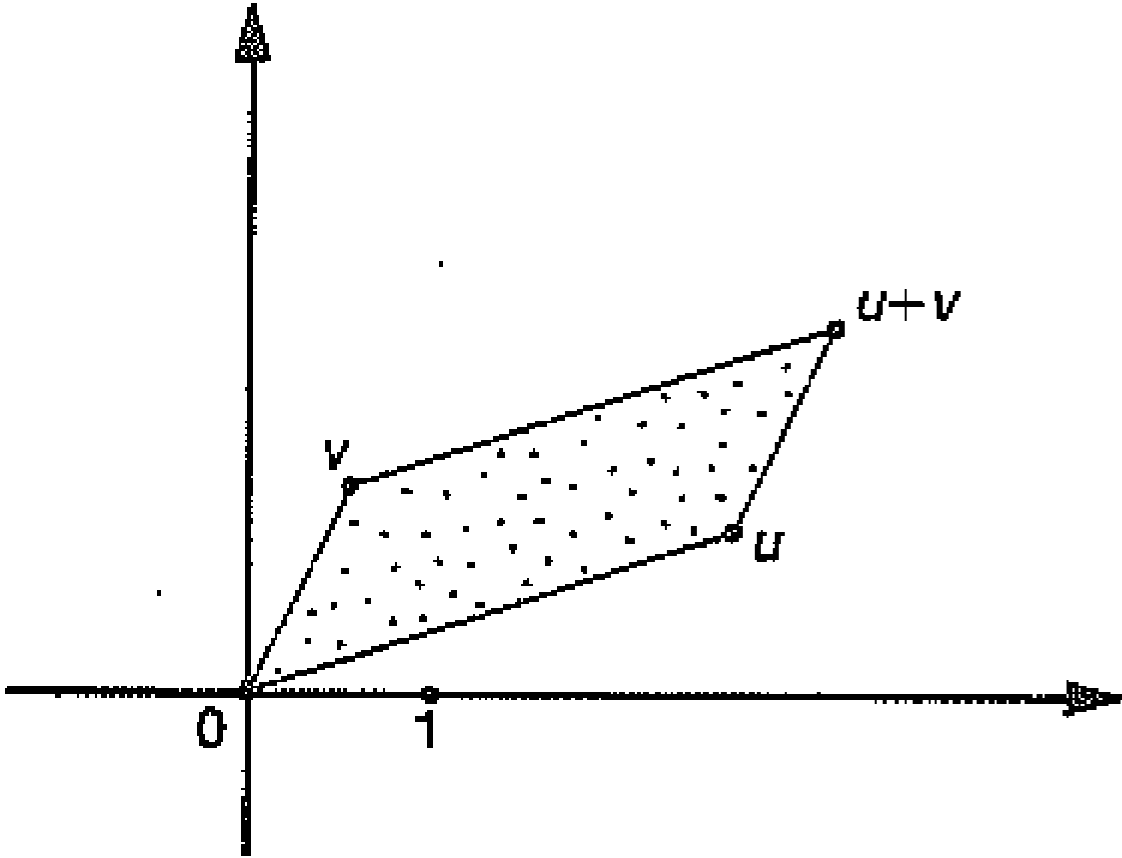


Şekil 3.9: u = 1 + i 1.3, v = -2 + i, ve w = -1.5 - i 0.4 noktalarının Argand düzlemindeki yerleri.

Argand bu gösterimi 1806'da bulmuştu ama gerçekte bu tarihten 9 yıl önce aynı sonuca Norveçli kadastrocu Caspar Wessel ulaşmıştı. Alışılmış (fakat tarihsel yönden doğru olmayan) kullanıma sadık kalarak, kompleks sayıların standart geometrik tanımına *Argand düzlemi* diyeceğim.

Argand düzlemi x, y Kartezyen koordinatlarıyla verilen bildiğimiz Eukleides düzlemidir. *x* (sağa doğru artı, sola doğru eksi ölçülen) yatay uzaklıkları, *y* ise (yukarı doğru artı aşağı doğru eksi ölçülen) düşey uzaklıkları göstermektedir. Böylece $z = x + iy$ kompleks sayısı Argand düzleminde koordinatları (x, *y)* ile verilen bir noktayla gösterilir. 0 (bir kompleks sayı olarak düşünüldüğünde) koordinat merkeziyle, 1 ise *x* ekseni üzerindeki bir noktayla gösterilir (Bkz. Şekil 3.8).

Argand düzlemi kompleks sayılar kümesini basitçe bir geometrik resim üzerinde göstermeye yarar. Bu bizler için pek yeni bir şey değil. *Reel* sayıları bir geometrik resim, yani her iki yönde sonsuza uzanan bir doğru üzerinde nasıl düzenleyeceğimizi zaten bilmekteyiz. Bir noktaya 0, bir diğer noktaya 1 dersek, 2 noktasını öyle yerleştiririz ki 1'den 2'ye yer değiştirme, 0'dan 1'e yer değiştirmeye eşittir, 0 ile 1 noktalarının tam ortasında 1/2 vardır. -1, 0'ın soluna, 0 tam -1 ile 1 arasında kalacak şekilde yerleştirilir vb. Bu biçimde gösterilen reel sayılar kümesine *reel eksen* denir. Kompleks sayılar için kullandığımız koordinatlar aslında iki reel sayıdan ibarettir. *a* + ib kompleks sayısı a ve b reel sayıları ile gösterilir.



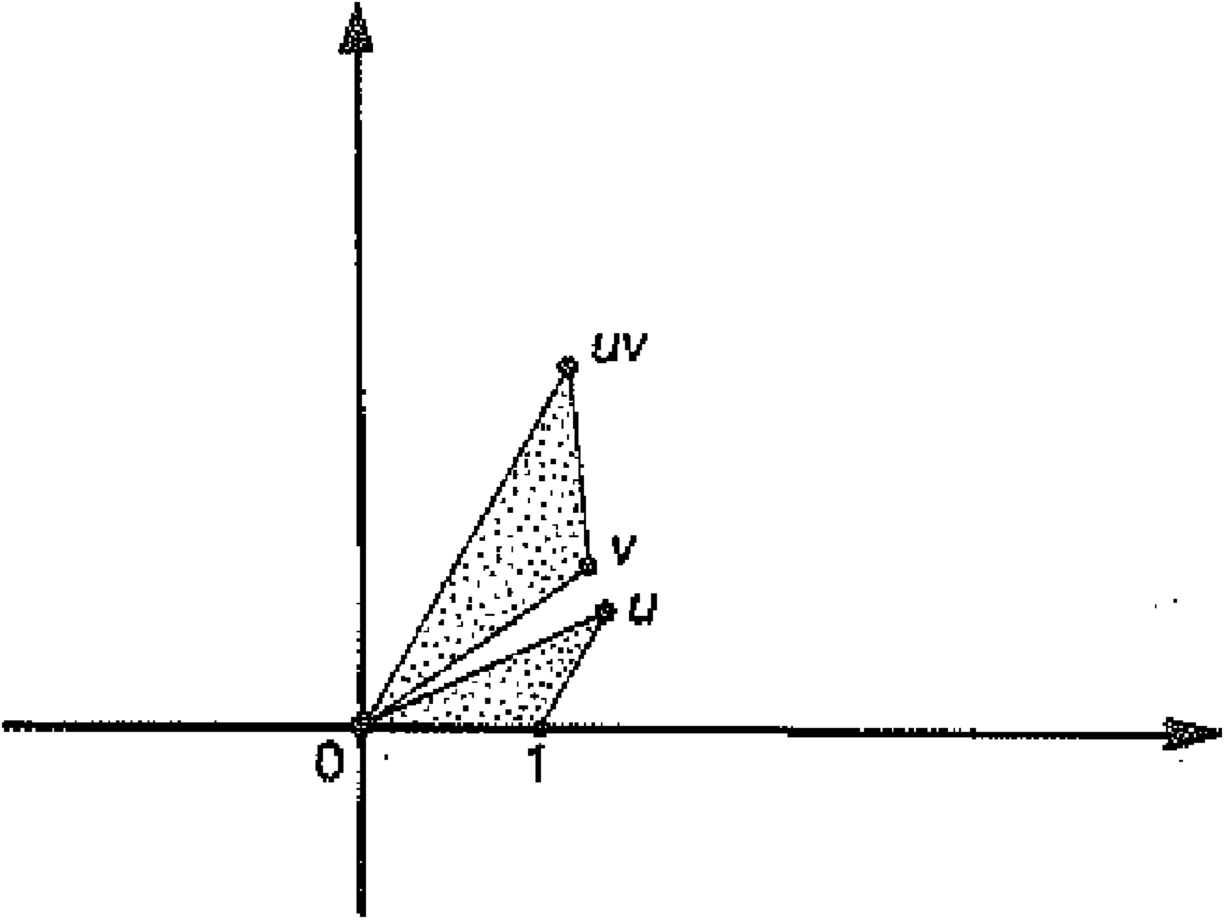
Şekil 3.10: u ve v kompleks sayılarının paralelkenar yöntemiyle elde edilen u + v toplamı.

Bu iki sayı düzlemde bir noktanın koordinatlarıdır. Örnek olması için Şekil 3.9'da (Argand düzleminde) *u* = 1 + i 1,3, *v* = - 2 + i, *w* = -1,5 - i 0.4 kompleks sayılarının yerlerini yaklaşık olarak gösterdim.

Kompleks sayılar üzerindeki temel cebirsel işlemler olan toplama ve çarpma böylece açık bir geometrik tanıma kavuşur. Önce

toplamayı ele alalım, *u* ve *v* Argand düzlemine yukarıda açıklandığı gibi yerleştirilmiş iki kompleks sayı olsun, *u* + *v* toplamı iki noktanın 'vektör toplamı'yla gösterilir.

Yani *u* + *v* noktası u *ve y* noktaları ile koordinat merkezi 0 noktasının oluşturduğu paralelkenarın dördüncü köşesinde bulunur. Bu tanımla (bkz. Şekil 3.10) gerçekten iki kompleks sayının toplamının verildiğini görmek pek zor değildir; ancak bu ispatı vermeyeceğim.



Şekil 3.11: u ve v kompleks sayılarının çarpımı uv, 0, v, uv tarafından oluşturulan üçgenin, 0, 1, u tarafından oluşturulan üçgene benzemesini sağlar. Buna özdeş olarak, uv'in 0'dan azaldığı, u ve v'in 0'dan uzaklıklarının çarpımına eşittir; 0, 1, uv uv'in reel eksen (yatay eksen) ile yaptığı açı, u ve v noktalamam bu eksenle yaptıkları açıların toplamıdır.

uv çarpımının da açık ama belki biraz daha zor görülen bir geometrik yorumu vardır (Şekil 3.11) (İspatı yine vermeyeceğim). 1

ile *uv* noktaları arasında kalan açı, 1 ile u arasındaki açı ile 1 ile *v* arasındaki açının toplamıdır (Tüm açılar saat yönünün tersine artı olarak ölçülmektedir), *uv* noktasının, merkeze uzaklığı ise u'nun merkeze uzaklığı ile v'nin merkeze uzaklığının çarpımına eşittir. Bu 0, *v* ve *uv* noktalarının oluşturduğu üçgeninin 0, 1. ve *u* noktalarının oluşturduğu üçgene benzer olduğunu söylemeye eşdeğerdir (Bu geometrik yapılarla tanış olmayan gayretli bir okuyucu bu kuralların kompleks sayıların toplamı ve çarpımı için verilen cebirsel kuralların ve yukarıdaki trigonometrik özdeşliklerin doğrudan birer sonucu olduklarını göstermek isteyebilir).

Mandelbrot Kümesinin İnşa Edilmesi

Artık Mandelbrot kümesinin nasıl tanımlandığını görecek durumdayız, *z* rasgele seçilmiş bir kompleks sayı olsun. Bu sayı Argand düzleminde bir noktayla gösterilebilir. Şimdi *z* sayısını yeni bir kompleks sayıya götüren $z \rightarrow z^2 + c$ gönderimini düşünelim. Burada c *sabit* (yani verilmiş) bir kompleks sayıdır, $z^3 + c$ sayısı Argand düzleminde yeni bir noktayla verilir. Örnek olarak c sayısı 1.63 - i 4.2 diye verilmişse; bir z sayısı

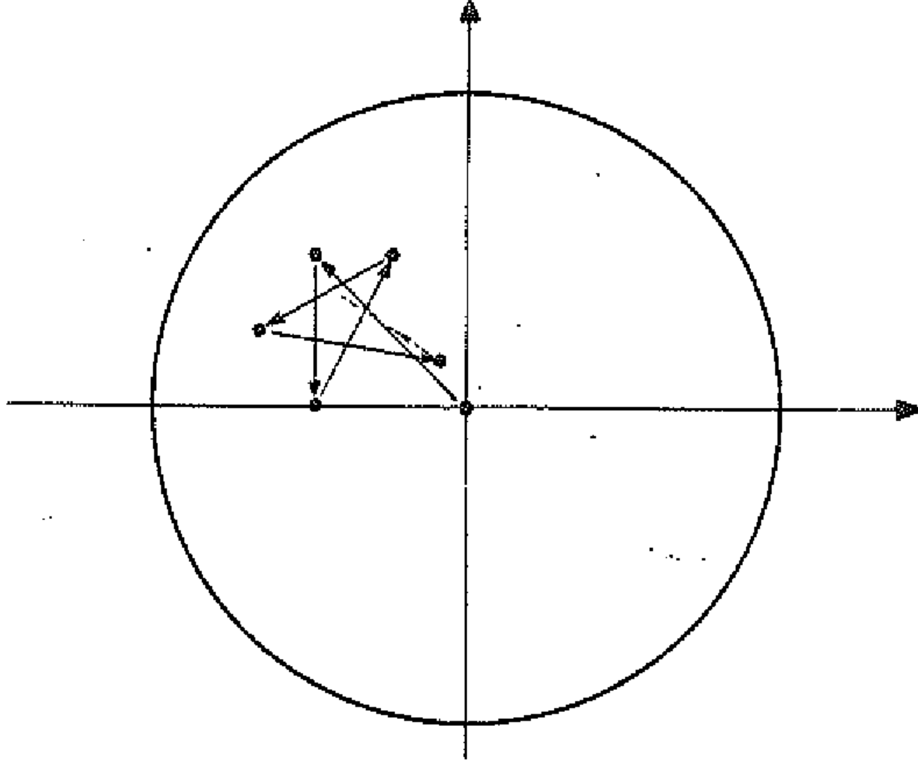
$z \rightarrow z^2 + 1.63 - i\,4.2$ sayısına gider. Örneğin 3 yerine

$3^2 + 1.63 - i\,4.2 = 9 + 1.63 - i\,4.2 = 10.63 - i\,4.2$ konmalıdır, -2.7 + i 0.3 yerine ise

$(-2.7 + i, 0.3)^2 + 1.63 - i\,4.2 = (-2.7)^2 - (0.3)^2 + 1.63 + i\,(2(-2.7)(0.3) - 4.2]$

$= 8.83 - i\,5.82$

konmalıdır. Sayılar çok karmaşıklaşınca, hesapları bir elektronik bilgisayarda yürütmek gerekir.



Şekil. 3.12 Eğer Argand düzlemindeki noktalar dizisinin tüm noktaları bir çemberin içine alınabiliyorsa, diziye sınırlı denir. (Şekildeki dizi c=1/2+1/2'i sayısından türetilmiştir.)

Şimdi, e ne olursa olsun, 0 sayısı verilen c sayısına gider. Peki c'nin kendisi hangi sayıya gider? c sayısı yerine $c^2 + c$ konmalıdır. Bu süreci ilerlettiğimizi düşünelim ve $c^2 + c$ sayısının yerine ne koyacağımıza bakalım. Böylece $(c^2 + c)^2 + c = c^4$ 4- $2c^3 + c^2 + c$ buluruz. İşlemi bir kez daha tekrarlayalım. Bir sonraki sayı

$(c^4 + 2 c^3 + c^2 + c)^2 + c = c^8 + 4c^7 + 6c^6 + 6c^5 + 5c^4 + 2c^3 + c^2 + c$ çıkar, işlem bunun üzerinde tekrarlanır ve böylece sürer gider. Böylece 0 ile başlayan bir kompleks sayılar dizisi elde ederiz:

$0, c, c^2+ c, c^4 - 2c^3 - c^2 + c,...$

Bazı *c* kompleks sayıları için, elde ettiğimiz bu sayı dizisi hiçbir zaman Argand düzleminin merkezinden çok uzaklara gidemez. Daha doğru bir şekilde söylersek; böyle c seçimleri için elde edilen sayı dizisi *sınırlıdır.* Yani dizinin bütün elemanları, merkezi koordinat

merkeziyle çakışan *sabit yarıçaplı* bir *çemberin* içinde kalırlar (Şekil 3.12). Bunun iyi bir örneği *c* = 0 durumunda görülür. Çünkü bu durumda dizinin tüm elemanları 0'a eşittir. Sınırlı sayı dizisine ikinci örnek *c* = - 1 durumudur. Çünkü bu durumda ise dizi 0, -1, 0, -1, 0, -1, ...; şeklindedir. Diğer bir örnek olan c = i için sayı dizisi 0, i, i-1. -i, i-1, -i, i-1, -i... şeklindedir. Halbuki, diğer pek çok başka c kompleks sayıları için dizi merkezden giderek daha uzaklaşarak sonsuza varır, yani dizi ıraksaktır; sabit yarıçaplı bir çember içine alınamaz. Bu duruma bir Örnek c = 1 seçimidir, çünkü elde edilen dizi 0, 1, 2, 5, 26, 677, 458330, ... şeklinde sonsuza gitmektedir, *c* = -3 seçiminde de dizi 0, -3, 6, 33, 1086, ... şeklinde aynı davranışı gösterir, c = i -1 için de dizi 0, i-1, -i-1, -1 + 3İ, -9 - i5, 55 + İ91, -5257 + i 10011, ... şeklinde sınırsızdır.

Mandelbrot kümesi, yani, bizim Tor'Bled-Nam ülkesindeki *siyah* bölge tam olarak Argand düzleminde sınırlı dizilere karşı gelen c sayılarından ibarettir. *Beyaz* bölge ise sınırsız dizilere karşı gelen *c* noktalarından oluşur. Önceden gördüğümüz o ayrıntılı resimlerin hepsi bilgisayar çıktılarından çizilmişti. Bilgisayar sistematik olarak bütün *c* kompleks sayılarını tarar. Her bir *c* değeri için olası 0, c, c^2 + c, ... dizisini bulur ve uygun bir kritere göre dizinin sınırlı kalıp kalmadığına karar verir. Eğer dizi sınırlıysa, bilgisayar ekranda c sayısına karşı gelen noktaya bir siyah yuvarlak koyar. Eğer dizi sınırlı değilse, beyaz yuvarlak koyar. Sonuçta, ekranda taranan aralıktaki her bir minik kutuya siyah mı yoksa beyaz mı nokta konacağına tek tek bilgisayar tarafından karar verilir.

Mandelbrot kümesinin karmaşıklığı, özellikle bir matematik tanımı olarak kümenin tanımının ne kadar basit olduğu göz önüne alındığında, gerçekten çok dikkat çekicidir. Ayrıca kümenin genel yapısı seçmiş olduğunuz $z \to z^2 + c$ gönderiminin cebirsel şekline pek de duyarlı değildir. Diğer pek çok tekrarlayan kompleks gönderimler de (örneğin $z \to z^3 + iz^2 + c$) (başlangıç için uygun bir sayının seçilmesi kaydıyla; bu belki 0 değil de değeri her gönderim için açık bir matematik kural tarafından uygun olarak belirlenen başka bir sayı olabilir) şaşılacak derecede benzer yapılar verir. Gerçekten, tekrarlayan kompleks gönderimlere göre, bu 'Mandelbrot' yapılarının bir tür evrensel ya da mutlak niteliği bulunmaktadır. Bu

yapıların incelenmesi matematikte *karmaşık dinamik sistemler* adıyla anılan başlı başına bir konu olmuştur.

Matematiksel Kavramların Platonik Gerçekliği?

Matematikçinin dünyasındaki nesneler ne kadar ‘gerçek'? Bir görüşe göre, söz konusu nesnelerin tümü ile ilgili hiçbir şey gerçek görünemez. Matematiksel nesneler yalnızca kavramlardır; çoğu kez, çevremizdeki dünyada oluşumları ve görünüşteki düzenleriyle matematikçiyi etkileyerek onların uslarında idealleştirdikleri nesnelerdir ama yine de ussal idealleştirmeden öte değillerdir. İnsan usunun zorunlu ürünlerinden başka bir şey olabilirler mi? Aynı zamanda matematik kavramlarında, bir matematikçinin ussal yargılarının çok ötesine uzanan derin bir gerçeklik gözlenebilir. Sanki, kavramlar değil de insan düşüncesi bazı dış gerçeğe -kendine özgü olup bize yalnız bir kısmını gösteren gerçeğe- doğru yönlendirilmektedir.

Mandelbrot kümesi bu konuda etkileyici bir örnektir. Olağanüstü özenle tasarımlanmış olan bu kümenin mimarı ne bir kişi ne de bir matematikçi ekibidir. Sistemi ilk kez[3] niceleyen Polonya kökenli Amerikalı matematikçi (ve fraktal teorisinin öncüsü) Benoit Mandelbrot, çok ilginç bir şeylerin izi üzerinde olduğunu farketmekle birlikte, sistemin özünde gizli harika yapıyı önceleri anlıyamadı. Bilgisayarının ekranında ilk görüntüler belirmeye başladığı zaman, izlemekte olduğu belirsiz yapıların, bilgisayarının yanlış işlem yapmasından kaynaklandığını sandı (Mandelbrot 1986)! Bu yapıların kümenin kapsamında yer aldığına ancak bir süre sonra inandı. Mandelbrot kümesinin karmaşık yapısının tüm ayrıntılarını hiç birimizin anlaması veya bunların bir bilgisayar tarafından gözler önüne serilmesi olanaksızdır. Sanki düşünce sistemimizin bir parçası değil de kendine özgü gerçeğe sahip bir yapıdadır. Kümeyi hangi matematikçi veya bilgisayar uzmanı incelerse incelesin, *aynı* temel matematiksel yapıya yaklaşık yapılar bulacaktır. Bilgisayarlar için de durum farklı değildir; ancak, bilgisayarların işlem hızı, bellek

kapasitesi, grafik gösterme yeteneği gibi farklı etkenleri, ayrıntılı çıktı miktarında ve hızında bazı farklar yaratabilir. Bu konuda bilgisayar, ilke olarak, bir deneysel fizikçinin fiziksel dünyanın yapısını keşfetmek için kullandığı bir deney cihazı gibi kullanılmaktadır. Mandelbrot kümesi, insan aklının bir buluşu değildir; bir keşiftir. Everest Dağı nasıl orada öylece duruyorsa, Mandelbrot kümesi *de orada* öylece duruyor!

Aynı şekilde, kompleks sayılar sistemi de, herhangi bir matematikçinin akıl yapısının çok ötesinde, derin ve süresiz bir gerçeğe sahiptir. Kompleks sayılar fikri ilk kez Gerolamo Cardano tarafından yazılan bir kitapta ileriye sürüldü. 1501-1576 yılları arasında yaşayan bir doktor olan İtalyan Cardano aynı zamanda bir kumarbaz ve yıldız falcısıydı (İsa'nın falına da bakmıştı). 1545'de, cebir üzerine 'Ars Magna' adında önemli ve etkileyici bir kitap yazdı. Genel bir kübik denklemin köklerini veren çözümünün ilk kompleks ifadesi bu kitapta yer almıştır.[V] Ancak bu ifadenin belirli bir aşamasında, denklemin üç gerçek çözümünün bulunduğu 'indirgenemez' işlemlerde, *eksi bir sayının karekökünü* almak zorunda kaldığını fark etmiştir. Ona şaşırtıcı gelse de, bu karekökleri alabilseydi, ancak bu şartla, yanıtı tümüyle (kesin yanıtın anlamı daima gerçektir) verebileceğini anladı. Daha sonraki yıllarda, 1572'de, Raphael Bombelli, 'l'Algebra' adlı kitabında Cardano'un eserini biraz daha ilerleterek, kompleks sayıların esas cebirini incelemeye başladı.

Başlangıçta, eksi sayıların söz konusu kareköklerinin alınması işlemi sadece bir araç -belirli bir amaca hizmet eden matematiksel bir buluş- olarak görünse de, bu matematiksel nesnelerin öngörülen amaçlarını aşarak çok daha fazla işler başardıkları daha sonra anlaşılmıştır. Yukarıda değindiğim gibi, kompleks sayıların matematik işlemlerine dahil edilmelerindeki ilk amaç kareköklerin serbestçe alınmasını sağlamak idiyse de, bu sayıları kullanarak, herhangi bir karekökün alınması veya ne çeşit olursa olsun bir cebir denkleminin çözümü olasılığına bir ödüle sahip olur gibi sahip oluyoruz. Çok geçmeden bu sayıların, daha önce aklımızın ucundan bile geçmeyen sihirli özelliklere sahip olduklarını anlıyoruz. Bu özellikler, bu sayıların doğasında öylece bulunuyorlar. Bu özellikler, kuşku götürmez ileri

görüşlülüklerine rağmen, ne Cardano, ne Bombelli, ne Wallis, ne Coates, ne Euler, ne Wessel, ne Gauss, ne de bir başka büyük matematikçi tarafından bu sayılara kazandıramamıştır. Böylesine bir sihir, sayıların zaten doğasında vardı ve matematikçiler yavaş yavaş bu sihirin farkına vardılar. Cardano, kompleks sayıları ilk kez ortaya koyarken, daha sonraları Cauchy integral formülü, Riemann gönderimi teoremi, Lewy genişletme özelliği gibi çeşitli adlarla tanımlanacak bu özelliklerin farkında değildi. Bu özellikler, 1539'larda Cardano'un karşılaştığı sayıların özellikleri olup hiçbir değişime uğramamıştır.

Matematik icad mı yoksa keşif midir? Matematikçiler sonuçlara ulaştıkları zaman, özünde gerçek olmayan, özenle tasarımlanmış zihinsel yapılar mı üretiyorlar, yoksa bu yapılar öylesine güçlü ve ince tasarımlanmış ki, mimarları üzerinde 'gerçek' izlenimi yaratıp onları yanıltıyorlar mı? Yoksa matematikçiler, aslında, bu yapıların özünde zaten bulunan gerçekleri, matematikçilerin işlemlerinden tamamen bağımsız varolan gerçekleri ortaya mı çıkarıyorlar? Sanırım, şimdiye kadar, birincisinden çok ikinci görüşe yatkın olduğumu, en azından kompleks sayılar ve Mandelbrot kümesi açısından ikinci görüşü benimsediğimi okurlarım anlamışlardır.

Ancak konu bu kadar basit değil. Matematikte öyle örnekler vardır ki 'keşif sözcüğünün kullanılması 'icad' sözcüğünün kullanılmasından daha doğru olur. İşte bu gibi durumlarda yapının özü, ona daha sonra kazandırılan özelliklerden fazla önem kazanır. Bunlar, matematikçilerin 'Tanrı'nın işi' ile karşı karşıya kaldıkları durumlar diye niteleyebileceğimiz durumlardır. Ancak, matematiksel yapının böyle bir eşsiz özelliğe sahip olmadığı durumlar da vardır. Bir sonuca götüren kanıtın tam ortasında matematikçi, çok özel bir sonuca ulaşabilmek için önceden tasarımlanmamış ve 'tek' olarak tanımlanamıyacak bir yapıyı kullanmak ihtiyacını duyabilir. Bu durumda elde edilecek sonucun yapısı, başlangıçta işleme dahil edilen yapıdan farklı olmayacağı için 'keşif' yerine 'icat' sözcüğünü kullanmak daha doğru olur. Bunlar gerçekten de 'insan işi'dir. Bu açıdan, gerçek matematiksel keşifler, genellikle, 'sadece bir buluş' olan icatdan daha büyük başarılar veya esinlenmiş düşünceler olarak kabul edilebilirler.

Bunun gibi sınıflamalar, sanatta veya teknikte kullanılanlardan pek farklı değildir. Büyük sanat yapıtları, diğerlerine göre ‘Tanrı’ya daha yakın'dır. Sanatçılar arasında, en büyük yapıtlarının bir çeşit göksel varlığa sahip sonsuz gerçekleri yansıttıklarına dair duygu yaygındır. [VI] Buna karşılık, daha az sözünü ettiğim göksellik, sonsuzluk gibi duyguların matematikte, özellikle derin matematiksel kavramlarda çok daha güçlü olduğunu hissetmekten kendini alamıyorum. Matematik kavramlarında insanı dürtüleyen öyle bir eşsizlik ve evrensellik var ki, benzerini sanatta veya teknikte bulmak olası değil. Matematiksel kavramların böyle bir süresiz, göksel anlamda varoldukları fikri Yunan felsefeci Platon tarafından eski çağlarda (İ.Ö. 360) öne sürülmüştür. Sonuçta, bu görüş çoğu kez matematiksel platonizm olarak anılmaya başlanmıştır. Bu konu, ilerideki bölümlerde bizim için bir hayli önemli olacaktır.

I. Bölüm’de, ussal olgunun varlığını bir algoritmanın matematiksel düşüncesi içerisinde bulduğu savına dayanan güçlü AI görüşünü ayrıntılı şekilde ele almıştım. II. Bölüm’de, algoritma kavramının gerçekten derin ve ‘Tanrı vergisi’ bir fikir olduğunu vurgulamıştım. Bu bölümde ise, bu gibi ‘Tanrı vergisi’ matematik görüşlerinin, bizim ‘dünyevi’ varlığımızdan bağımsız bir çeşit ebedi varlığa sahip olduklarını tartışmaktayız. Ussal olgu için göksel tipte bir varolma olasılığını sağlayarak güçlü AI görüşüne katkıda bulunabilir miyiz? Bana göre bunu yapabiliriz. Daha sonraki bölümlerde bu görüşün hiç de yabancısı olmayan bir görüşü savunacağım. Fakat, ussal olgu kendine böyle genel bir sığınak bulabilecekse bunu algoritma kavramıyla yapabileceğine inanmıyorum. Algoritmadan çok daha ustaca tasarımlanmış bir araca ihtiyacımız olacak. Algoritmik kavramların, matematiğin çok dar ve sınırlı bölümünü oluşturduğu savı, bundan sonraki tartışmamızın konusunu oluşturacak. Bir sonraki bölümde algoritmik olmayan matematiğin kapsamı ve ustaca tasarım ile ilgili fikirler edinmeye başlayacağız.

IV. Bölüm
Doğruluk, Kanıt ve Sezgi

Hilbert'in Matematik Programı

Doğru nedir? Dünya hakkında neyin doğru neyin yanlış olduğuna dair yargılarımızı nasıl oluştururuz? Sadece bazı *algoritmayı* -kuşkusuz doğal seçimin güçlü etkinliğini daha az etkin algoritmalara yeğleyerek- uygulamakla mı yetiniriz? Doğrunun ulu katına ulaşabilen *algoritma* dışında, bir başka yol -önsezi, içgüdü veya sezgi- var olamaz mı? Zor bir soruya benziyor bu. Yargılarımız, duygu-verileri, mantıksal işlem ve tahmin işlemlerinden oluşan karmaşık, içten-bağlantılı sistemlere dayanır. Ayrıca, dünya ile ilgili konularda neyin doğru neyin yanlış olduğu hakkında genel bir görüş birliği olmayabilir. Soruyu basite indirgemek için, sadece matematiksel doğrulukla ilgilenelim. Matematik sorularıyla ilgili olarak yargılarımızı -belki hatta 'belirli' bilgimizi- nasıl oluştururuz? Böyle bir soru bize hiç olmazsa biraz daha açık seçik anlaşılabilir görünüyor. Neyin gerçekten doğru, neyin gerçekten yanlış olduğu gibi bir soruyu gerektirmiyor -yoksa gerektiriyor mu? Sahiden *matematiksel* doğruluk nedir?

Matematiksel doğruluk ile ilgili soru, eski Yunan felsefecilerine ve matematikçilerine -ve, kuşkusuz, daha da eskilere- kadar uzanan eski bir sorudur. Ancak, yaklaşık son yüz yılda, soruya açıklık getiren önemli aşamalar, çok ilginç *yeni* sezgiler elde edilmiştir. İşte bu yeni gelişmeleri anlamaya çalışacağız. Düşünme sürecimizin gerçekten tümüyle algoritmaya dayalı olup olamıyacağı sorusuna parmak basan çok önemli konuları tartışacağız. Bu konularda uzlaşmaya varmamız bizim için önemlidir.

On dokuzuncu yüzyılın sonlarında matematikçiler, matematiksel kanıtlama yöntemlerinin giderek daha güçlenmesinin de etkisiyle, büyük gelişmeler kaydetmişlerdi (Daha önce tanıştığımız David

Hilbert ve Georg Cantor, daha sonra tanışacağımız büyük Fransız matematikçi Henri Poincaré, bu gelişmelerin öncüleridir). Böylece matematikçiler bu güçlü yöntemleri, giderek artan bir güvenle uygulamaya başlamışlardı. Yöntemlerin çoğunda, sonsuz elemanlı kümeler[!] dikkate alınıyor, kümelere gerçek 'şeyler' -potansiyel olarak varoluşlarının ötesinde, varoluşlarını tamamlamış bütünler- gözüyle bakmanın mümkün olduğu benimsendiği için kanıtlar çoğu kez başarılı oluyordu. Bu güçlü fikirlerin pek çoğu Cantor'un, tutarlı biçimde sonsuz kümeler kullanarak geliştirdiği *sonsuz sayılar* kavramından kaynaklanmıştır (Bir önceki bölümde bu konuya şöyle bir göz atmıştık).

Ancak, matematikçilerin yöntemlere duydukları güven, 1902'de İngiliz mantık bilimcisi ve felsefeci Bertrand Russell'ın ünlü ikilemini (Cantor tarafından da beklendiği gibi, 'köşegen' yönteminin doğrudan sonucu olarak) ortaya atmasıyla sarsıldı. Russell'ın tezini anlamak için önce, kümelerin tam bütünler olarak ele alınmasına ilişkin bir fikir edinmemiz gerekir. Belirli bir özellikle karakterize edilmiş herhangi bir *küme* düşünelim. Örneğin, *kırmızı* nesneler kümesi, kırmızılıkla karakterize edilir. Herhangi bir nesne yalnız ve yalnız kırmızılığa sahip ise bu kümeye ait olabilir. Bu durumda, bir tek nesneyi sahip olduğu bir özellikle tanımlayabiliyorsak, böyle nesnelerden oluşan kümenin tümü için aynı özelliği kullanabiliriz: 'Kırmızılık', bütün kırmızı nesnelerin kümesidir (Diğer başka kümelerin de, böyle basit bir özellikle karakterize edilmeyen elemanlara sahip kümelerin de, 'orada' yer aldığını algılayabiliriz).

Kavramları, kümelerle tanımlama fikri, Alman mantık bilimcisi Gottlob Frege tarafından 1884'de ileri sürülen yöntemin özünü oluşturmuştur. Bu yöntemde *sayılar,* kümelerle tanımlanmaktadır. Örneğin, gerçek 3 sayısı ne demektir? 'Üçlük' özelliğini biliyoruz ama 3'ün kendisi nedir? 'Üçlük', nesneler *topluluğunun* bir özelliğidir, bir başka deyişle, kümelerin bir özelliğidir. Bir küme, yalnız ve yalnız üç elemandan oluşuyorsa bu küme 'üçlük' özelliğine sahip demektir. Örneğin, bir olimpiyat dalında madalya kazananlar kümesi, bu 'üçlük' özel-ligine sahiptir. Aynı şekilde, üç tekerlekli bisikletin tekerlekleri, normal yoncanın yaprakları, veya $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ eşitliğinin yanıtlarının oluşturduğu kümeler de 'üçlük' özelliğine sahiptir.

Öyleyse Frege’nin, gerçek 3 sayısı ile ilgili tanımı nedir? Frege’e göre 3, kümelerin bir kümesi olmalıdır: ‘Üçlük’ özelliğine sahip tüm kümelerin kümesi.[1] Buna göre bir küme, yalnız ve yalnız Frege’in 3 kümesine ait ise, üç elemana sahip olabilir.

Bu biraz döngü gibi görünürse de, gerçekte değildir. *Sayıları,* genel bir tanımlamayla, denk kümelerin toplamları olarak tanımlayabiliriz; burada ‘denk’ sözcüğü, birbiriyle bire bir eşlenebilen elemanlara sahip anlamındadır (Daha basit ifadeyle ‘aynı sayıda elemana sahip olmak’ demektir). Buna göre 3 sayısı, elemanları arasında, örneğin, bir elma, bir portakal ve bir armuttan oluşan bir küme bulunan kümelerden birisidir. Bu tanımın, önceden değinildiği gibi, Church’ün ‘Ʒ’ tanımından çok farklı bir ‘3’ tanımı olduğuna dikkatinizi çekerim. Bugünlerde daha popüler olan başka tanımlar da vardır.

Peki, Russell’ın ikileminden ne haber? Bu ikilem, aşağıda tanımlanan bir R kümesiyle ilgilidir:

R, bizzat kendileri, kendi elemanı olmayan bütün kümelerin oluşturduğu kümedir.

Bu tanıma göre R, kümelerin belirli bir koleksiyonudur; ve bir X kümesinin bu koleksiyon içerisinde yerini alması için gerekli kriter, X kümesinin kendinin, *kendi* elemanları arasında yer almamasıdır.

Bir kümenin gerçekten kendisinin bir elemanı olabileceğini varsaymak saçma mı? Hiç de değil. Örneğin, sonsuz kümelerden oluşan I kümesini *(sonsuz* sayıda birçok elemandan oluşan kümeler) ele alalım. Elbette sonsuz olarak çok sayıda *farklı* sonsuz kümeler vardır, bu nedenle, I'ın kendisi de sonsuzdur; I gerçekten kendine aittir! Öyleyse nasıl oluyor da Russell’ın anlayışı bizi bir ikilemle karşı karşıya bırakıyor? Soruyoruz: Russell’ın ‘R’ kümesi kendinin elemanı mıdır, yoksa değil midir? Değilse R’ye ait olmalıdır çünkü R, tamamiyle, kendi kendilerinin elemanı olmayan kümelerden oluşur. Buna göre R, sonuçta R’ye aittir -işte bir çelişki! Diğer taraftan R, kendisinin bir elemanı ise, ‘kendisinin’ sözcüğü bizzat R’yi ifade ettiğine göre R, elemanlarının bizzat kendilerince temsil edilmediği kümeye aittir, yani kendinin elemanı değildir -işte yine bir çelişki![II]

Bu, hiç de hafife alınacak bir uslamlama değildir. Russell, matematikçilerin kanıtlarında kullanmaya başladıkları dönemde

küme-teorik uslamlamasını oldukça aşırı şekilde kullanmaktaydı. İşlerin kontrolden çıktığı açıkça görülüyordu ve ne çeşit bir usavarımın uygulanmasının doğru olacağı konusunda daha titiz davranmak gerekiyordu. Kullanılacak uslamlama yöntemi ikilem yaratmamalıydı ve evvelce gerçek oldukları bilinen ifadelerden yalnız doğru ifadeler çıkarılmalıydı. Russell, meslektaşı Alfred North Whitehead ile birlikte, aksiyomlardan ve yöntemsel kurallardan oluşan son derece biçimsel bir matematik sistemini geliştirmeye girişti. Amaç, her çeşit doğru matematiksel uslamlamanın kendi projelerine uygulanabilirliğini kanıtlamaktı. Russell'ın kendi paradoksuna yol açan ikilemli usavarımlardan sakınmak için kurallar dikkatle seçildi. Russell ve Whitehead'ın birlikte ürettikleri özel proje çok büyük bir yapıttı. Ancak, çok zahmetli bir uğraştı ve sonunda projenin kendi kapsamında yer alan uslamlama yöntemleriyle sınırlı kaldı. II. Bölüm'de tanıştığımız büyük matematikçi David Hilbert, daha uygulanabilir ve kapsamlı bir projeye başladı. Proje kapsamına, herhangi bir matematik alanı ile ilgili tüm doğru matematiksel uslamlama çeşitleri dahil edilecekti. Ayrıca Hilbert projenin çelişkiden uzak olduğunu kanıtlamanın da mümkün olacağını düşünüyordu. Böylece matematikçiler, sonsuza kadar, sarsılmaz bir temel üzerine oturabileceklerdi.

Ancak Hilbert ve arkadaşlarının umutları, 1931'de, 25 yaşlarında zeki bir Avusturyalı matematik mantıkçısı olan Kurt Gödel'in, Hilbert'in programını altüst eden teoremiyle söndü. Gödel'in teoremi şöyleydi: Aksiyomlardan ve yöntemsel kurallardan veya benzerlerinden oluşan herhangi bir kesin ('biçimsel') matematik sistemi, basit aritmetik teoremlerinin tanımlamalarını (II. Bölüm'de değinilen 'Fermat'ın son teoremi' gibi) kapsayacak kadar geniş kapsamlı olması ve çelişkisiz olması koşuluyla, sistemin kapsamına alınan yöntemlerle ne kanıtlanabilir ne de kanıtlanamaz bazı bildirimleri içermelidir. Buna göre, bu gibi bildirimlerin doğruluğu hakkında, onaylı yöntemlerle 'karar verilemez'. Gödel, gerçekte, uygun bir aritmetik teoremi şeklinde kodlandığında aksiyom sisteminin tutarlılığının bildiriminin 'karar verilemez' yöntem olduğunu kendiliğinden kanıtladığını göstermiştir. Söz konusu 'karar verilemezlik' kavramının özünü anlamak bizim için önemli olacaktır. Gödel teoreminin, Hilbert'in programım nasıl altüst ettiğini göreceğiz.

Gödel teoreminin, aynı zamanda, sezgimizi kullanarak, herhangi bir formel matematik sisteminin sınırlarını aşmamızı nasıl sağladığını da göreceğiz. Bunları anlayabilmemiz, bundan sonra ele alacağımız konular açısından son derece önemlidir.

Formel Matematik Sistemleri

'Aksiyomlardan ve yöntemsel kurallardan oluşan formel matematik sistemi' ile ne kastettiğimizi biraz daha açıklamamız gerekecek. Matematiksel bildirimlerimizi ifade etmek için kullandığımız bir çeşit simgeler alfabesine sahip olduğumuzu varsayalım. Bu simgeler, 'aritmetiği' sistemimize dahil edebilmemiz için, doğal sayılardan oluşan bir kodlama sistemine de olanak sağlamalıdır. Kuralların tanımlanmasını gerektiğinden fazla karmaşık hale getirse de, bilinen 0, 1, 2, 3, ..., 9, 10, 11, 12, ... rakam sistemini kullanabiliriz. Doğal sayıların açılımını göstermek için, örneğin, 0, 01, 011, 0111, 01111,... gibi daha basit bir açılımı kullanabiliriz (veya, ortak bir noktada uzlaşalım diyorsanız, ondalık sistemi de kullanabiliriz). Ancak, diğer kodlama sistemleri, açıklamalarımızda bazı karışıklıklara neden olabilir endişesiyle ben tanımlamalarımda, yukarıdaki standart kodlama sisteminden vazgeçmeyeceğim. 'Kelimeleri' veya 'sayıları' ayırmak için bir 'ara' sembolüne de gereksinim duyabiliriz ama biz yine basit yolu seçerek virgül (,) kullanacağız. 'Değişken' doğal sayıları (veya tam sayıları, rasyonel sayıları, vb. ama yine de burada doğal sayılara bağlı kalalım) gösteren *t, u, v, w, y, z, t', t'', t''',...* gibi harfler kullanmamız gerekecek. Bir ifadede ortaya çıkabilecek değişken sayıların adedini sınırlamamak için *t', t'',...* gibi harflere ihtiyacımız olabilir. *Simgelerin* gerçek adedinin sonsuz olabilmesi amacıyla, (') işaretim, formel sistemin ayrı bir simgesi olarak kabul ediyoruz. Aritmetik işlemleri için =, +, x, vs.; çeşitli parantezler (,) [;]; *mantıksal* simgeler için & ('ve') ; => ('gerektirir'); ve ('veya'), <=> (yalnız ve yalnız); ~ ('değil' veya böyle değilse...') gibi simgeler gerekecektir. Ayrıca, mantık nicelik göstergelerine, 'niceleyici'lerine, ihtiyaç vardır: varolma niceleyicisi ∃ ('vardır... şöyle ki') ve evrensel niceleyici ∀ ('tümü için ... sahibiz'). Buna göre, 'Fermat'ın son teoremi' gibi bildirimler yazabiliriz:

~ ∀ w,x,y,z $[(x + 1)^{w+3} + (y + 1)^{w+3} = (z +1)^{w+3}]$

(bkz. II. Bölüm). (‘3’ü göstermek için ‘0111’ yazabilirdim ve biçimsel sisteme daha uygun olabilecek “kuvvetini alma” kod sistemi kullanabilirdim; fakat, dediğim gibi, gereksiz karışıklıklardan kaçınmak amacıyla alışılagelmiş simgeleri kullanmakta ısrarlıyım). Yukarıdaki bildirim (ilk köşeli parantezde son bulan) şöyle okunur:

"...eşitliğini sağlayan *w, x,* y, z doğal sayıları yoktur.”

∀ simgesini kullanarak Fermat’ın son teoremini yeniden şu şekilde de yazabiliriz:

∀ *w,x,y,z* $[\sim (x +1)^{w+3} + (y + 1)^{w+3} = (z + 1)^{w+3}]$

Mantık açısından yukarıdaki okumayla aynı anlamda olmak üzere şöyle okuruz:

‘Hiçbir *w, x,* y, z doğal sayısı... eşitliğini sağlamaz.’

Teoremlerin tümünü gösterebilmek için harflerin kullanılması gerekiyor. Bu amaçla P, Q, R, S... gibi büyük harfler kullanacağım. Yine Fermat'ın teoremine uygulayalım:

$F = \sim \exists$ w,x,y,z $[(x + 1)^{w+3} + (y +1)^{w+3} = (z + 1)^{w+3}]$.

Bir teorem, birden fazla değişkene de bağımlı olabilir; örneğin, Fermat önermesiyle belli bir *w* + 3 kuvveti için ilgilenebiliriz:[III]

$G(w) = \sim \exists x,y,z [(x + l)^{w+3} + (y + 1)^{w+3} = (z + 1)^{w+3}]$

Buna göre G(0), ‘hiçbir sayının küpü iki artı işaretli sayının küplerinin toplamı olamaz’ tezini ortaya koyarken G(I) aynı tezi dördüncü kuvvetler için savunur, vb. (‘∃’den sonra '*w*’ in bulunmayışına dikkatinizi çekerim). Bu haliyle Fermat teoremi, G(w), tüm *w* değerleri tarafından sağlanır şeklinde önerilebilir:

F = ∀ w[G(w)]

G(), bir önergesel fonksiyona, yani bir veya daha fazla değişkene bağımlı önermeye örnektir.

Sistemin aksiyomları, simgelerin anlamları verildiğinde, doğruluğu kendini-kanıtlar nitelikte ortaya çıkacağı varsayılan genel önermelerden oluşan bitimli bir liste üretecektir. Örneğin, aksiyomlarımız arasında bulunabilecek önermeler veya önergesel fonksiyonlar P, Q, R () şunlar olabilir:

$(P\&Q) \Rightarrow P, \sim (\sim P) \Leftrightarrow P,$

$\sim \exists[R(x)]\ \forall[\sim R(x)]$

Bu fonksiyonların ‘kendiliğinden kanıtlanmış doğruluğu' anlamlarından hemen bulunabilir (Birinci önerme: T ve Q’nün her ikisi de doğruysa, P doğrudur; ikinci önerme: ‘P’nin doğru olmadığı doğru değildir’ ile T doğrudur’ önermelerinin özdeşliğini savunur; üçüncü önerme, Fermat’ın son teoremini ifade eden iki yöntem arasındaki mantıksal eşitliği örnekler. Aşağıdaki gibi bazı temel aritmetik aksiyomları da listeye dahil edebiliriz:

$\forall\ x,y[x+y=y+x]$

$\forall x,y,z[(x + y) \times z = (x \times z) + (y \times z)]$

Ancak, bu aritmetik işlemleri daha basit aksiyomlarla inşa ederek bunlardan uslamlama yöntemiyle elde edilecek bildirimleri teoremler olarak nitelemek tercih edilebilir. Yöntemin (kendini-kanıtlar) kuralları şöyle ifade edilebilir:

‘P’den ve $P \Rightarrow Q$ aksiyomundan Q’u uslamlama ile elde edebiliriz.’

‘$\forall x\ [R\ (x)]$ aksiyomundan, R(x)’deki x yerine bir doğal sayı kullanılarak herhangi bir önermeyi uslamlama yöntemiyle elde edebiliriz.’

Bütün bunlar, inşa edilmiş olan önermelerden yeni önermeleri nasıl elde edebileceğimizi gösteren komutlardır.

Şimdi aksiyomlardan hareketle ve yöntemin kurallarını tekrar tekrar uygulayarak uzun bir önermeler listesi hazırlayabiliriz. Herhangi bir aşamada aksiyomları tekrar sahneye çıkarır, uzayıp giden listemize dahil etmiş olduğumuz önermelerden herhangi birini tekrar tekrar kullanmaya devam edebiliriz. Böyle doğru bir şekilde inşa edilen bir listeye dahil önermeler *teorem* adıyla anılır (ancak bunların pek çoğu, matematiksel bildirimler olarak önemsizdirler veya ilginç değillerdir). Kanıtlamak istediğimiz belirli bir P önermesine sahipsek, kurallara göre yapılandırılmış ve bizim P önermemiz ile son bulan böyle bir liste bulmalıyız. Liste sayesinde, P’nin *kanıtını* sistemin içerisinde bulabiliriz; ve P, böylece, bir teorem olabilir.

Hilbert'in programının amacı, matematiğin herhangi bir iyi-tanımlanmış alan ile ilgili *her çeşit* doğru matematiksel uslamlama yöntemini içine alacak kadar geniş kapsamlı bir aksiyomlar ve yöntemsel kurallar listesi yaratmaktı. Bizim matematik alanımız *aritmetik* olsun (Fermat'ın son teoremi gibi bildirimlerin yapılabilmesi için ∃ ve ∀ gibi niceleyici göstergelerin yer aldığı bir alan). Konumuzla ilgili olarak aritmetikten daha uygun bir alan bulamayız. Çünkü aritmetik, Gödel'in yönteminin uygulanabileceği kadar genel kapsamlı bir alandır. Hilbert'in programına uygun olarak, geniş kapsamlı bir aksiyomlar ve yöntemsel kurallar sistemine sahip olursak, herhangi bir aritmetik önermesi ile ilgili matematiksel kanıtın 'doğruluğuna' ait kesin kritere de sahip oluruz. Böyle bir aksiyomlar ve kurallar sisteminin, sistem çerçevesinde formüle edilebilen *herhangi bir* matematik bildiriminin doğru olup olmadığına prensipte karar verebilmeyi sağlayacak kadar *bütünlük* taşıdığı ümit edilmekteydi.

Hilbert ise, bir matematik önermeyi, diyelim P'yi, temsil eden bir simgeler dizisi için, P'nin doğru olup olmadığına bağlı olarak, ya P veya ~ P'nin kanıtlanabileceğini umuyordu. Simgeler dizisinin, 'dizim' açısından doğru, yani formalizmin tüm kurallarını -çift parantezlerin, vs. doğru yerleştirilmesi gibi- yerine getiren 'söz dizimi / sintaks' açısından doğru olduğunu varsaymak zorundayız. Ancak bu durumda P, iyi-tanımlanmış doğru veya yanlış anlama sahip olabilir. Hilbert'in ümidi gerçekleşseydi, önermelerin anlamı ile ilgili endişelerimizden tümüyle kurtulabilirdik! P, dizim bakımından doğru bir simgeler dizisi olurdu. P bir teorem ise (yani, sistemin içerisinde kanıtlanabiliyorsa) onu, doğruluk değeri doğru olarak, ~ P bir teorem olduğu taktirde onu, doğruluk değeri yanlış olarak niteleyebilirdik. Bunun bir anlam taşıması için, dizinin eksiksiz olmasının yanısıra *tutarlı* olmasına da ihtiyacımız vardır. Başka bir deyişle, P ve ~ P'nin her ikisinin de teoremler olarak yer aldığı bir P simgeler dizisi bulunmamalıdır. Aksi halde P, aynı zamanda hem **doğru** hem de **yanlış** olur!

Matematiksel bildirimlere, formel bir matematik sisteminde yer alan simge dizilerinden başka hiçbir şey olmadıkları gözüyle bakmak suretiyle anlamlarından kurtulma görüşü, matematiğin *formalizme* veya biçimselliğe bakış açısıdır. Bu görüşü benimseyenler için

matematik bir çeşit ‘anlamsız oyun’dur. Ancak bu görüşler bana çekici gelmiyor. Matematiğe özünü kazandıran -kör algoritma işlemleri değil- ‘anlam’dır. Neyse ki Gödel formalizme ezici bir darbe indirdi! Bunu nasıl yaptı, görelim.

Gödel Teoremi

Gödel'in tartışmalarının bir kısmı çok ayrıntılı ve karmaşıktı. Ancak, bunların girdisini çıktısını incelememiz gerekmiyor. Öte yandan ana fikir, çok basit, güzel ve geniş kapsamlıydı. Teoremin karmaşık kısmı (bu kısım da büyük bir beceri eseriydi), formel sistemin her bir kuralının, ve çeşitli aksiyomlarının aritmetik işlemlerine nasıl kodlanacağını gösteriyordu (Teoremin ana fikrinin geniş kapsamlı olmasının bir nedeni de, böyle bir kodlamanın yapılabilecek en verimli çalışmalardan birisi olduğunu anlamasıydı). Kodlamayı uygulamak için, önermeleri doğal sayılarla etiketlemenin bir yolunu bulmamız gerekiyor. Bu yollardan birisi, dizinin uzunluğuna göre genel bir sıralamanın her bir belirli uzunluğu için, formel sistemin tüm simge dizilerine sadece bir çeşit 'alfabetik’ sıralamanın uygulanmasıdır (Böylece, alfabetik sıraya dizilmiş birim uzunlukta dizileri, yine alfabetik sırada iki birim uzunlukta diziler ve bunları üç birim uzunlukta diziler, vb. izleyebilir). Bu sıralamaya leksikografik sıralama[IV] adı verilir. Aslında Gödel daha karmaşık bir numaralama sistemi kullanmıştır, fakat, bu gibi farklar bizim için önemli değildir. Bizi özellikle ilgilendiren konu, yukarıda değinilen G(w) gibi tek değişkene bağlı önergesel fonksiyonlardır. Şimdi n’inci önergesel fonksiyonu (simgeler dizisinin seçilen sıralamasında) w'*e* uygulayalım;

$P_n(w)$.

İstersek numaralama sistemimizi biraz ‘gelişigüzel’ düzenleyerek bazı ifadelerin dizim bakımından doğru olmamasını sağlayabiliriz (Bu durumda, dizimsel yönden doğru dizime sahip olmayan ifadeleri kodlama sisteminden atmaya çalışmaktan çok daha kolay bir aritmetik kodlama sağlıyabiliriz). P„ *(w)* dizim bakımından doğru ise, *n ve w* doğal sayıları ile ilgili son derece iyi tanımlanmış bir aritmetik

bildirimi olacaktır. Tam olarak hangi aritmetik bildirimi olduğu, kullanılacak numaralama sisteminin detaylarına bağlı olacaktır. Bu konu, teoremin karmaşık kısmının kapsamına girmekte ve burada ele aldığımız konu bakımından bizi ilgilendirmemektedir. Sistemdeki bir teoremin kanıtını oluşturan önermeler dizileri, tercih edilen sıralama planı kullanılarak, doğal sayılarla da etiketlenebilir.

Π_n sayısı, n'inci kanıtı göstersin (Yine, 'gelişigüzel bir numaralama' kullanabiliriz ve buna göre, *n*'in bazı değerleri ile ilgili *n* ifadesi dizim açısından doğru olmayacak ve bu nedenle hiçbir teoremi kanıtlamayacaktır).

Şimdi, *w* doğal sayısına bağlı aşağıdaki önergesel fonksiyonu ele alalım:

~ ∃ $x[\Pi_x$ kanıtlar $P_w(w)]$.

Köşeli parantezler içerisindeki bildirim kısmen kelime kullanılarak verilmiş olmasına karşın mükemmel ve tam olarak tanımlanmış bir bildirimdir: x'ci kanıtın gerçekte, *w* değerine uygulanan P_w ( ) önermesinin bir kanıtı olduğunu savunmaktadır. Köşeli parantezin dışındaki 3, değişkenlerden birini bildirimden çıkarma görevini üstlenmiştir ('... önermesini sağlayan *x* mevcut değildir') ve bu nedenle, yalnız bir değişkene, *w'e,* bağımlı bir önergesel aritmetik fonksiyonu elde etmiş oluruz. Bu bildirim, bir bütün olarak, $P_w(w)$ ifadesinin kanıtının bulunmadığını savunur. Ben bu ifadenin dizim açısından doğru söz dizimine sahip olduğu kanısındayım ($P_w(w)$ gramer açısından doğru ifade edilmemiş olsa da bu kanıdayım; dizimi yanlış ifade edilmiş bir ifadenin kanıtı olmayacağı için, $P_w(w)$'in doğru ifade edilmesi durumunda ifadenin tamamı da doğru olurdu). Gerçekte, uygulanmakta olduğunu varsaydığımız gibi, *aritmetik* bildirimlere çevirme işlemi nedeniyle yukarıdaki bildirim, *w* doğal sayısı ile ilgili bir aritmetik bildirimidir (köşeli parantez içerisinde yer alan bildirim, iki doğal sayı, *x* ve *w,* ile ilgili iyi-tanımlanmış bir aritmetik bildirimidir). Bildirimin aritmetiğe kodlanabileceğinin açıkça görüldüğü söylenemez ama kodlanabilir. Bu gibi bildirimlerin aritmetiğe kodlanabileceğini kanıtlamak, Gödel'in tezinin karmaşık kısmının kapsamında yer alan en önemli 'zor iş'tir. Daha önce belirttiğimiz gibi, kesinlikle *hangi* aritmetik bildirimi olduğu,

numaralama sistemlerinin detaylarına ve daha çok, aksiyomların detaylı yapısına ve formel sistemimizin yapısına bağlı olacaktır. Bütün bunlar, teoremin karmaşık kısmına ait olduğu için ayrıntıları bizi burada ilgilendirmiyor.

Tek değişkene bağlı tüm önergesel fonksiyonları numaraladık; bu nedenle, biraz önce yazmış olduğumuz fonksiyona bir sayı vermemiz gerekiyor. Bu sayı *'k'* olsun. Önergesel fonksiyonumuz, listede *k*'ci olarak yerini alır. Buna göre,

$\sim \exists\, x[\Pi_x$ kanıtlar $P_w(w)] = P_k(w)$

olacaktır. Şimdi, bu fonksiyonu özel bir *w* değeri; *w* = *k* için incelersek, aşağıdaki önermeyi elde ederiz:

$\sim \exists\, x[\Pi_x$ kanıtlar $P_k(k)] = P_k(k)$

P_k (*k*) önermesi iyi tanımlanmış (doğru söz dizimine sahip) bir aritmetik bildirimidir. Formel sistemimizde bir kanıtı var mıdır? Olumsuz ifadesi ~ $P_k(k)$'nin bir kanıtı var mıdır? Her iki sorunun da yanıtı 'hayır' olmalıdır. Gödel'in yönteminin temelinde yatan *anlamı* inceleyerek, yanıtın 'hayır' olması gerektiğini anlayabiliriz. $P_k(k)$ sadece bir aritmetik önerme olsa da, eşitliğin sol tarafına yazdığımız: '$P_k(k)$ önermesinin, sistem içerisinde, kanıtı yoktur', ifadesini savunmak amacıyla inşa edilmiştir. Aksiyomlarımızı ve yöntem kurallarını dikkatle yerleştirdiysek ve numaralama işlemimizi doğru yaptıysak, $P_k(k)$ Önermesinin sistem içerisinde herhangi bir kanıtı olamaz. Çünkü, böyle bir kanıt olsaydı, $P_k(k)$ önermesinin kendi savunduğu bildirimin anlamı, yani 'kanıt yoktur' anlamı, yanlış olurdu ve bu nedenle $P_k(k)$, bir aritmetik önerme olarak yanlış olurdu. Formel sistemimiz, yanlış önermeleri kanıtlayacak kadar kötü inşa edilmiş olamaz! Bu nedenle gerçek, $P_k(k)$ önermesinin kanıtının olmamasıdır. Ama zaten $P_k(k)$ önermesinin bize anlatmaya çalıştığı da budur. Böylelikle, $P_k(k)$ önermesinin savunduğu doğru bir bildirim olmalıdır ve $P_k(k)$ bir aritmetik önerme olarak doğrudur. *Sistem içerisinde kanıtı bulunmayan doğru* bir önerme bulmuş olduk!

Olumsuz önerme ~ $P_k(k)$ hakkında nasıl bir yargıya varmamız gerekir? Biraz önce $P_k(k)$ doğru ise ~ $P_k(k)$ önermesinin yanlış olması gerektiğini kanıtlamıştık ve bizden, sistem içerisindeki yanlış

önermeleri kanıtlamamız bekleniyor! Bu nedenle, ne $P_k(k)$ ne de ~ $P_k(k)$, formel sistemimiz çerçevesinde kanıtlanabilir. İşte Gödel teoremi budur.

Matematiksel Sezgi

Bu aşamada çok ilginç bir konunun ortaya çıktığı görülüyor. İnsanlar çoğu kez, Gödel teoreminin, biçimselleştirilmiş matematiksel uslamlamanın gerekli sınırlarını gösteren olumsuz bir tez olduğunu sanırlar. Ne kadar geniş kapsamlı olduğumuzu düşünürsek düşünelim yine de ağın gözlerinden kaçıp gidecek önermeler daima bulunacaktır. Fakat, $P_k(k)$ önermemiz için bu konuda kaygılanmaya gerek var mı? Yukarıdaki savunmamız sonucunda $P_k(k)$ önermesinin gerçekten doğru bildirim olduğunu kanıtladık bile! Sistem kapsamında formel olarak kanıtlanamamasına karşın $P_k(k)$'nin doğru olduğunu anlayabildik. Matematiksel formalizmi ne pahasına olursa olsun savunanlar gerçekten kaygılanmaklar, çünkü uyguladığımız uslamlamayla, formalistlerin 'doğru' hakkındaki görüşlerinin eksik olduğunu gösterdik. Aritmetik için *hangi* (tutarlı) formel sistem kullanılırsa kullanılsın, doğru olduklarını görebildiğimiz fakat formalistin önerdiği yöntemle, doğruluk değeri doğru ile tanımlanamayan bildirimler vardır. Katı bir formalistin böyle bir değere yaklaşmaya çalışması durumunda izleyeceği en iyi yol belki de, doğruluk kavramından hiç bahsetmemek, yalnızca belirli bir formel sistem çerçevesinde *kanıtlanabilirlikten* söz etmektir. Ancak, böyle bir yöntem çok sınırlayıcı görünüyor. Böyle bir yöntemle Gödel teoreminin ana hatlarını bile çizemezsiniz, çünkü bu teoremin ana kısımları, gerçekte neyin doğru neyin yanlış olduğu hakkında yargıya varmak için uslamlama yönteminden yararlanır.[2] Bazı formalistler, aritmetik önermeleri olarak son derece karmaşık ve sıkıcı oldukları gerekçesiyle $P_k(k)$ gibi bildirimlere aldırmadıklarını iddia ederek daha 'pragmatik' bir yaklaşımı benimserler. Bu gibi formalistin savı şöyledir:

‘Evet, $P_k(k)$ gibi acaip bir bildirim vardır ama onunla ilgili kanıtlanabilirlik veya doğruluk görüşüm sizin içgüdüsel görüşünüzle bağdaşmaz; bu gibi bildirimlere ciddi matematikte rastlanmaz (en azından benim ilgilendiğim matematikte rastlanmaz) çünkü bu gibi bildirimler tuhaf bir şekilde karmaşık ve matematik olarak yapaydır. ’

Gerçekten de, matematik bildirimler olarak tam yazıldıklarında $P_k(k)$ gibi önermeler son derece karmaşık ve tuhaf görünümlüdür. Ancak, son yıllarda, Gödel-tipi önermelere eşdeğer, oldukça basit ve benimsenebilir matematiksel özelliklere sahip bildirimler ileri sürülmüştür.[3] Bunlar, aritmetiğin normal aksiyomlarıyla kanıtlanamazlar, fakat aksiyom sisteminin bizzat sahip olduğu “açıkça doğru olma” özelliğinin sonucudurlar.

Formalistin, ‘matematiksel doğruya' profesyonelce ilgi duymaması, matematiğin felsefesi açısından bana çok garip geliyor.

Üstelik bu tutum, o kadar da pragmatik değil. Matematikçiler kendi usavarım yöntemlerini kullanırken savlarının, karmaşık bir formel sistemin aksiyomları ve yöntem kurallarıyla formüle edilip edilemiyeceğini sürekli kontrol etmek durumunda kalmak istemezler. Sadece savlarının, doğruyu saptamak için geçerli bir araç olup olmadığından emin olmak isterler. Gödel savı böyle bir geçerli araçtır ve bu nedenle bana öyle geliyor ki $P_k(k)$*,* önceden belirlenebilen aksiyomların ve yöntem kurallarının uygulanmasıyla, yani daha alışılmış bir yöntemle, elde edilebilen bir matematiksel doğru kadar iyi bir matematiksel doğrudur.

Bu arada bir yöntem kendiliğinden ortaya çıkıyor: Diyelim $P_k(k)$ - burada şimdilik G_0 ile göstereceğim- gerçekten mükemmel geçerliliği olan bir önermedir; bu nedenle, onu ek bir aksiyom olarak sistemimize ekleyebiliriz. Kuşkusuz, bu şekilde değiştirilen yeni sistemimizin *kendine ait* Gödel önermesi, örneğin G_1 olacaktır ve bu önerme de yine sayılarla ilgili mükemmelen geçerli bir bildirimdir. G_1 önermesini de aynı şekilde sistemimize katalım. Bu durumda, kendine ait G_2 Gödel önermesine sahip (yine mükemmelen geçerli) değiştirilmiş bir sistemimiz daha olacaktır; bunu da sisteme ekleyerek G_3 Gödel önermesini elde edelim ve aynı işlemi sonsuz kere tekrarlayalım. Elde edeceğimiz G_0, G_1, G_2, G_3.....ek

aksiyomlarından oluşan listenin *tümünü* uygularsak ne olur? Şimdi elimizde sınırsız (sonsuz) bir aksiyomlar sistemi bulunduğuna göre, Gödel yönteminin uygulanabilir olduğu artık pek de açık değildir. Ancak, Gödel önermelerinin bu şekilde sürekli birleştirilmesi mükemmel bir sistematik süreç olup, aksiyomlardan ve yöntemin kurallarından oluşan normal bir sonlu mantık sistemi şeklinde yeniden ifade edilebilir. Bu sistemin de kendine ait Gödel önermesi, diyelim G_w, varolacağı ve bu önerme de sisteme eklenebileceği için Gödel önermesi G_{w+1} olarak ifade edilebilir. Bunu tekrarlarsak G_w, G_{w+i}; G_{w+2} G_{w+3}, ... gibi bir önermeler listesi elde ederiz. Bu önermelerin hepsi, doğal sayılarla ilgili olarak mükemmel tanımlanmış bildirimlerdir ve hepsi de formel sistemimize eklenebilir. Bu da yine mükemmel bir sistematik süreç olup bütün bildirimleri kapsayacak kadar geniş kapsamlıdır; fakat, kendine ait Gödel önermesine, G_{w+w}, veya G_{w2} önermesine, sahip olacağı için, bizi G_{w3} Önermesine götürecek işlemi başlatarak G_{w2}, G_{w2+1}; G_{w2+2},... vb. oluşan yeni bir sonsuz fakat sistematik aksiyomlar listesi üretebiliriz. Aynı işlemi yineliyerek G_{w4} ve sonra G_{w5}, vb. önermeler üretmemiz olasıdır. Şimdi *bu* yöntem tümüyle sistematiktir ve kendine ait G_{w2} Gödel önermesine sahiptir.

Bunun sonu var mı? Bir bakıma, hayır; fakat bizi, burada ayrıntılara girmeyeceğimiz kadar zor matematiksel görüşlere yönlendiriyor. Söz konusu yöntem, Alan Turing tarafından 1939'da sunulan bir yazıda tartışılmıştı.[4] Aritmetikte herhangi bir doğru (fakat evrensel olarak nicelleştirilmiş) önermenin, buna benzer şekilde, yinelemeye dayalı 'Gödelleştirme' süreciyle elde edilebilmesi ilginçtir! (Bkz. Feferman **1988).** Ancak, süreç, bir önermenin doğru veya yanlış olduğuna nasıl *karar vereceğiz* sorusunu da ön plana çıkıyor. Kritik konu, her aşamada, Gödel önermelerinin oluşturduğu sonsuz ailenin ek bir aksiyom (veya sınırlı sayıda aksiyomlar) üretecek şekilde nasıl kodlanması gerektiğini yanıtlamaktır. Bu amaçla sonsuz ailemizin, herhangi bir algoritmik yöntemle sistematik hale getirilmesi gerekir. Söz konusu sistemleştirmenin, kendinden bekleneni, doğru olarak gerçekleştirmesini sağlamak için, daha önce $P_k(k)$*'in* doğru bir önerme olduğunu kanıtlarken yaptığımız gibi, sistemin dışında bir kaynaktan, sezgilerden yararlanacağız. Ancak,

sezgiler sistemleştirilemez ve bu nedenle, gerçekten, *herhangi bir* algoritmik işlemin dışında kalmaktadırlar!

P_k*(k)* Gödel önermesinin, aritmetikte gerçekten doğru bir bildirim olduğunu kanıtlamaya yardımcı olan sezgi yeteneğimiz, mantıkçıların *düşünce ilkesi* adını verdikleri genel yöntemin bir örneğidir; böylece mantıkçı aksiyom sisteminin ve yöntemin kurallarının anlamı üzerinde 'düşünceye dalarak' ve kendini, bu sistem ve yöntemlerin matematiksel doğruya ulaşmak için gerçekten geçerli araçlar olduklarına inandırarak, aksiyomlarla ve kurallarla ulaşılamayacak doğru bildirimleri söz konusu sezgiyle kodlayabilir. Yukarıda ana hatlarıyla açıklandığı gibi, P_k*(k)* önermesinin doğruluğuna bu ilkeyle ulaşılmıştır. İlk Gödel savı ile ilgili bir başka düşünce ilkesi (yukarıda açıklanmamış olsa da), matematiksel doğrulara ulaşmak için geçerli bir araç olarak kabul ettiğimiz bir aksiyom sisteminin aslında *tutarlı* olduğu olgusundan yeni matematiksel doğrular üretilmesi esasına dayanır. Sezginin ilkeleri, çoğu kez, sonsuz kümelerle ilgili uslamlamayı içerirler ve bu nedenle, Russell'ınkine benzer paradokslara sürükleyebilecek türde bir sava çok fazla yaklaşmaktan sakınmak için bunları uygularken daima dikkatli olunmalıdır. Söz konusu ilkeler formalist uslamlama yönteminin tam anti-tezini oluşturur. Dikkatli davranıldığında, daha önce varlıklarının farkında olunmayan yeni matematiksel sezgilere ulaşmak amacıyla, herhangi bir formel sistemin katı sınırlarının dışına sıçramak mümkündür. Matematik literatüründe bunun güzel örneklerine rastlanabilir. Matematikçileri, doğru ile ilgili yargılarına yönlendiren ussal işlemler yalnız formel sistemlerin yöntemlerine dayalı değildir. Gödel önermesi P_k*(k)*'nin doğruluğunu anlamamız aksiyomlar aracılığıyla olmamıştır. Bir düşünce ilkesinde 'anlama', yalnız algoritmik işlemlerle başarılamayacak bir matematik işlemini gerektirir. Böyle bir matematik işleminin, matematiksel bir formel sistem çerçevesinde nasıl kodlanabileceği konusu X. Bölüm'de incelenecektir.

P_k*(k)* önermesinin 'kanıtlanamazlığını' fakat aynı zamanda doğruluğunu kanıtlayan tez ile Russell'ın ikilemi ile ilgili tez arasında belli bir benzerliğin varlığı okurun dikkatini çekmiş olabilir. Durma problemini çözecek bir makinenin varolmadığını savunan Turing

teziyle de aralarında benzerlik vardır. Bu benzerlikler rastlantısal değildir. Üçü arasında güçlü tarihsel bağlar mevcuttur. Turing, savını Gödel’in eserinden esinlenerek bulmuştur. Gödel, Russell’ın ikilemini pekâlâ biliyordu ve mantığı aşırı zorlayan bu tür ikilemli uslamlamayı doğru bir matematik teoremi haline getirebildi (Tüm bu savlar, bir önceki bölümde değinilen Cantor’un “köşegen çizik” kavramından kaynaklanmaktadır).

Bizi Russell’ın ikilemine götüren uslamlamayı red ederken niçin Gödel’in ve Turing’in savlarını kabul edelim? Russell’ın ikilemi ‘muazzam büyük’ kümeleri içeren daha belirsiz uslamlamaya dayanırken Gödel ve Turing’in savları çok daha kesin tanımlanmış olağan matematiksel teoremlerdir. Ancak, aralarındaki farkın istenildiği kadar kesin çizgilerle belirlenmemiş olduğunu kabul etmek zorundayız. Kesin çizgilerle ayırım yapılması, formalizmin amacı olmuştur. Gödel, katı formalist görüşün tutarlı olmadığını göstermiş, fakat tamamen güvenilir bir alternatif görüş de ileri sürmemiştir. Bence konu henüz çözümlenmiş değildir. Russell’ın ikilemine götüren ‘muazzam büyük' kümelere dayalı uslamlama gibi yöntemlerden kaçınmak için çağdaş matematiğin benimsediği yöntem her yönüyle tatmin edici değildir.[V] Ayrıca, bunları formalistik terimlerle -veya, bir başka deyişle, çelişkilerle karşılaşılmayacağı konusunda tam güvence vermeyen terimlerle- ifade etmek eğilimi hâlâ ağır basmaktadır.

Ne olursa olsun, bana öyle geliyor ki, Gödel’in teoreminin açıkça sergilediği sonuç, matematiksel doğruluğun herhangi bir formalist çerçeve içerisine sıkıştırılamıyacağıdır. Matematiksel doğruluk, salt formalizmin çok ötesinde bir şeydir. Godel’in teoremi olmaksızın da bunu anlamak olasıdır. Çünkü, bir formel sistem inşa etmeğe kalkışsak hangi aksiyomları veya hangi kuralları seçeceğimize nasıl karar verebiliriz? Hangi kuralları seçeceğimiz konusunda bize yol gösteren her zaman ve mutlaka, sistemin simgelerinin anlamı verildiğinde, bunlardan içgüdüsel olarak ne anladığımız olmalıdır. Hangi formel sistemin, “kendini kanıtlar” olma ve “anlamlılık" bakımından içgüdüsel olarak kabul edilebilir, hangisinin kabul edilemez olduğuna nasıl karar verebiliriz? Kuşkusuz, kendi içinde-tutarlılık fikri burada yeterli olamaz. Bu bağlamda ‘sezilebilir’

olmayan ve yanlış oldukları veya anlamsız oldukları gerekçesiyle red edeceğimiz aksiyomları veya yöntemsel kuralları içeren birçok kendi içinde -tutarlı sisteme sahip olabiliriz. Yine de gereksinim duyacağımız kavramlar, Gödel teoremi olmaksızın dahi, 'kendini-kanıtlayabilme' ve 'anlamlılık' kavramlarıdır.

Ancak, Gödel teoremi olmaksızın, sadece önce formel sistemi inşa etmek, sonra bunun doğruluğu saptamak için kullanılan matematiksel önermenin bir parçası olarak ondan kurtulmak amacıyla 'kendini-kanıtlama' ve 'anlamlılık' kavramlarını ilk ve son kez kullanabileceğimizi düşlemek mümkün olabilirdi. Daha sonra, formalist düşünceye göre, söz konusu 'bulanık' içgüdüsel kavramlar, uygun formel matematikçinin ön düşünce sisteminin bir parçası olarak rol alabilecek, fakat matematiksel doğruluğun fiilen sergilenmesinde hiçbir rol üstlenemiyecekti. Gödel teoremi bu görüşün, matematiğin temel felsefesinde yerinin olmadığım göstermektedir. Matematiksel doğruluk fikri, formalizm kavramının sınırlarının çok ötesine uzanır. Matematiksel doğruluk kavramında, mutlak ve 'Tanrı-vergisi' olan bir şey vardır. Son bölümün sonunda tartışıldığı gibi, matematiksel Platonizmin ilgi alanı budur. Herhangi bir formel sistemde bu kavram, geçici ve 'insan-yapısı' bir nitelik taşır. Formel sistemler, matematik üzerine tartışmalarda gerçekten çok değerli roller üstlenirlerse de, doğruluğun saptanması yönünde sadece kısmi (veya yaklaşık) bir rehber olabilirler. Gerçek matematiksel doğruluk salt insan yapısının ötesine geçer.

Platonizm mi Yoksa Sezgicilik mi?

Bu aşamaya kadar, matematik felsefesinin iki zıt ekolü ile ilgili görüşlerimi, formalist ekolden çok Platonist ekole ağırlık koyarak, ortaya koydum. Bunu yaparken ayırımımı oldukça basitleştirilmiş tuttum. Oysa, değinilmesi gereken birçok ince ayrıntılar var. Örneğin, 'Platonizm' başlığı altında, matematiksel düşünce nesnelerinin herhangi bir türde gerçek 'Varlığa' sahip olup olmadıkları veya sadece matematiksel 'doğruluk' kavramının mutlak olup olmadığı tartışılabilir. Bu gibi ayırımları, konumuz çerçevesinde ele almamayı

uygun gördüm. Kannımca, matematiksel doğruluğun mutlaklığı ile matematik kavramlarının Platonik varoluşu temelde aynı şeydir. Örneğin Mandelbrot kümesiyle ilişkilendirilebilecek ‘Varoluş’ kavramı, ‘mutlak’ doğasının bir Özelliğidir. Argand düzleminin bir noktasının Mandelbrot kümesine ait olup olmadığı, hangi matematikçi veya bilgisayar tarafından incelenirse incelensin, mutlak bir sorudur. Mandelbrot kümesinin ‘matematikçiden bağımsız olma’ özelliği ona Platonik bir varlık kazandırır. Ayrıca, Mandelbrot kümesinin ince ayrıntıları, bilgisayar kullanarak ulaşabileceğimiz sınırın çok ötesindedir. Bu aygıtlar, 'bilgisayardan bağımsız’, çok daha derin ve kendine özgü bir yapıyla ilgili olarak ancak yaklaşık değerler verebilirler. Ancak, bu konuda kabul edilebilir ayırım yapabilmemizi sağlayan birçok yaklaşım bulunmasını takdir ediyorum. Burada, bu ayırımların üzerinde fazlaca durmamız gerekmiyor.

Gerçek bir Platonist olduğunu, iddia eden bir kimse, Platonizmini taşıyabileceği noktada görüş ayrılıklarıyla karşılaşmayı göze almalıdır. Bizzat Gödel koyu bir Platonist idi. Şu ana kadar ele aldığım matematik bildirimleri, ötekilerinin yanında ‘ılımlı’ kalan türden bildirimlerdir.[5] Özellikle kümeler teorisinde tartışmaya açık daha çok bildirim ortaya çıkabilir. Küme teorisinin bütün dalları incelendiğinde öylesine aşırı büyüklükte ve öylesine belirsiz inşa edilmiş kümelerle karşılaşılabilir ki, benim gibi oldukça kararlı bir Platonist bile, bunların varolmalarının, veya olmamalarının, gerçekten bir ‘mutlak’ konu oluşturduğu hakkında kuşku duymaya başlayabilir.[6] Bir aşamada kümeler, öylesine karmaşıklaşır ve kavramsal yönden kuşku uyandırıcı tanımlamalara dönüşebilirler ki, bunlarla ilgili matematik bildirimlerin doğruluğu veya yanlışlığı sorusu, Tanrı-vergisi niteliğinden çok bir ‘görüş meselesi’ niteliğini alır. Bir insanın, Gödel ile birlikte, Platon izinin uzun yolunu katetmeğe ve böylesine aşırı boyutlardaki kümelerle ilgili matematik bildirimlerinin doğruluğunun veya yanlışlığının daima bir mutlak veya ‘Platonik’ konu olup olmadığını araştırmaya hazır olması, veya bir noktada bundan vazgeçip sadece kümeler oldukça yapıcı ve normal boyutta olduğu zaman mutlak doğruluk veya yanlışlığı araştırması, tartışmamızın dışındadır. Bizim için, biraz önce değindiğim standartlara göre, önem taşıyan kümeler (sonlu veya sonsuz) komik

denecek kadar küçük boyutludur! Bu nedenle, çeşitli Platonistik görüşler arasındaki ayrım bizi fazlasıyla ilgilendirmeyecek.

Ancak, *sezgicilik* (ya da *sonluculuk*) gibi başka matematik felsefeleri de vardır ki, bunlar zıt uçta yer alarak hangi sonsuz küme olursa olsun, bunların tamamlanmış varlığını kabul etmeyi red eder. [VI] Sezgicilik, 1924'te, Hollandalı matematikçi L.E.J. Brouwer tarafından, matematiksel uslamlama yönteminde sonsuz kümeler son derece serbest kullanıldığında karşılaşılabilecek (Russell'ın ikilemi gibi) ikilemlere alternatif bir yanıt -formalizminkinden farklı- olarak ileri sürülmüştür. Bu görüşün kökleri, Platon'un öğrencisi olan fakat Platon'un matematiksel nesnelerin mutlak varlığı ve sonsuz kümelerin kabul edilebilirliği hakkındaki görüşlerini red eden Aristoteles'e kadar uzanır. Söz konusu görüşe göre kümeler (sonsuz veya değil), özlerinde bir 'varlığa' sahip değillerdir; sadece, sistem kapsamında elemanlarını tayin eden kurallar sayesinde ele alınabilirler.

Brouwer'in sezgiciliğinin karakteristik bir özelliği, 'üçüncünün olmazlığı yasası'nı kabul etmemesidir. Bu yasa, bir bildirimin olumsuz şeklinin red edilmesinin, bu bildirimin önermesi ile eşdeğerde olduğunu savunur. (Simgelerle ifade edildiğinde: $\sim (\sim P) \Leftrightarrow P$.) Herhalde Aristoteles de, mantıksal yönden bu kadar 'açık seçik' ifade edilen bir önermenin red edilmesinden mutsuzluk duyardı! Basit 'sağ duyu' terimleriyle açıklandığında söz konusu yasa, 'kendini kanıtlayan doğruluk' olarak yorumlanabilir: Bir şeyin doğru olmadığı yanlışsa, bu şey kuşkusuz doğrudur! (Bu yasa, *reductio ad absurdum* yönteminin temelini oluşturur.) Fakat, sezgiciler, bu yasayı yadsıyabileceklerinin farkına vardılar. Çünkü temelde 'varoluş' kavramına farklı bir yaklaşım getiriyorlar ve bir matematiksel nesnenin gerçekten *varolduğunu* kabul etmeden önce onun kesin bir (ussal) yapısının sunulmasını gerekli görüyorlardı. Buna göre sezgici için 'varoluş', 'yapıcı varoluş' anlamındadır. *Reductio ad absurdum* yöntemine uygun bir önermede bir varsayım ileriye sürülürken, sonuçlarının bir çelişkiye götürebileceği, bu çelişkinin söz konusu varsayımın yanlış olduğuna dair istenilen kanıtı sağlayacağı imâ edilir. Varsayım, belirli bazı özelliklere sahip matematiksel bir nesnenin varolmadığını öneren bir bildirime

dönüşebilir. Bu durumda bir çelişki görülürse, basit matematikte çıkarılacak anlam, öngörülen varlığın gerçekten varolduğudur. Fakat böyle bir sav, kendi başına, böyle bir varlığı inşa edecek bir yöntem sağlayamaz. Bir sezgiciye göre bu çeşit bir varoluş, hiçbir zaman varoluş olamaz; ve işte bu bağlamda, üçüncünün olmazlığı yasasını ve reductio ad absürdüm yöntemini kabullenmeyi red eder. Gerçekten de Brouwer bu çeşit bir yapıcı-olmayan Varoluş'tan hiç hoşlanmamıştır.[7] Gerçek bir yapılandırma olmaksızın böyle bir kavram anlamsızdır diyerek tezini savunmuştur. Brouwer mantığında, bir nesnenin varolmayışının yanlışlığından bu nesnenin gerçekten varolduğu anlamı çıkarılamaz!

Kanımca, matematiksel varoluşta yapıcılık aramanın takdir edilecek bir yanı olmakla birlikte Brouwer'in sezgicilik görüşü biraz fazla aşırıdır. Brouwer fikirlerini ilk kez 1924'de, yani Church ve Turing'in eserlerinden on yıldan fazla bir süre önce, açıklamıştır. Şimdi artık, yapıcılık kavramı -Turing'in hesaplanabilirlik fikri bağlamında-, matematiksel felsefenin *alışıldık* çerçevesinde incelenebildiğine göre, Brouwer'in bizi yönlendirmek istediği aşırılıklara gitmemiz gerekmiyor. Yapıcılığı, matematiksel varoluş konusundan ayrı bir konu olarak ele alabiliriz. Sezgiciliğin izinde gidersek, matematiğin kapsadığı çok güçlü önermeleri kullanmaktan kendimizi alıkoymamız gerekir ki konu böylece tıkanacak ve kısırlaşacaklar.

Sezgici görüşün insanı içine sürükleyebileceği çeşitli zorlukları ve görünüşteki tuhaflıkları ayrıntılarıyla anlatmak istemiyorum; fakat, karşılaşılabilecek sorunlardan bir kaçına değinmek yararlı olabilir. Brouwer'in sıkça verdiği bir örnek, π'nin ondalık açılımıyla ilgilidir:

3.141592653589793...

Bu ondalık açılımın herhangi bir yerinde yirmi adet birbirini izleyen yedi rakamı

π= 3.141592653589793... 77777777777777777777...;

var mı yoksa yok mu? Basit matematiksel ifadeyle, şu anda bütün söyleyebileceğimiz ya 'var' ya da 'yok' demektir -ancak bunlardan hangisinin yanıt olduğunu bilmiyoruz! Bu, yeterince zararsız bir bildirim gibi görünebilir. Ancak, sezgiciler, π'nin ondalık açılımının bir

yerinde birbirini izleyen yirmi adet yedi rakamı vardır, aksi halde yoktur' ifadesinin geçerliliğini- böyle bir açılımın bulunduğu veya bulunmadığı (kendilerince kabul edilebilir yapıcı bir tarzda) saptanmadıkça veya saptanıncaya kadar -inkâr edeceklerdir! π'nin ondalık açılımının bir yerinde birbirini izleyen yirmi adet yedinin dizilimini göstermek için doğrudan hesaplama yeterli olacakken, böyle bir dizilimin gerçekte bulunmadığını göstermek için bir matematik teoremine ihtiyaç vardır. Hiçbir bilgisayar, bugüne değin, π'nin hesabında, böyle bir dizilimin varolduğunu saptayacak kadar gelişmemiştir. Böyle bir dizilimin varlığını olasılık çerçevesinde ümit edebiliriz ama bir bilgisayarın diyelim saniyede 10^{10} işlem hızında basamak ürettiğini varsaysak bile, açılımı bulmak için yüz ilâ bin yıl arasında bir süre gerekebilir! Bence, böyle bir açılımın varlığının, doğrudan hesaplanmaktan çok, bir gün, matematiksel işlemle saptanması olasılığı daha fazla görünüyor (bu belki çok daha güçlü ve ilginç bir teoremin yan sonucu olur) -ama sezgiciler tarafından onaylanmayacak bir tarzda saptanacaktır!

Bu özel sorun matematiğin gerçek ilgi alanına girmez. Açıklaması kolay olduğu için yalnızca bir örnek olarak verilmiştir. Brouwer, kendi aşırı sezgiciliğinin çerçevesinde, π'nin ondalık açılımının bir yerinde peş peşe gelen yirmi adet yedinin varlığının şu an için ne doğru ne de yanlış olduğunu savunacaktır. Gelecekte bir gün bu veya şu şekilde doğru yanıt, hesapla veya (sezgisel) matematiksel kanıtla, bulunduğu takdirde önerme, duruma göre 'doğru' veya 'yanlış' olacaktır. Buna benzer bir diğer örnek 'Fermat'ın son teoremidir. Brouwer'in aşırı sezgici görüşüne göre, şimdilik, bu teorem de ne doğru ne yanlıştır, fakat gelecekte bir tarihte doğru da olabilir yanlış da.[VII] Bence, matematiksel doğruluğun bu çeşit öznelliği ve zamana-bağımlılığı hiç hoşlanılmayacak bir niteliktir. Bir matematik sonucunun resmen kanıtlanıp kanıtlanmadığı veya ne zaman kanıtlandığı gerçekten öznel bir konudur. Matematiksel doğruluk bu çeşit topluma bağlı kriterlere dayandırılmamalıdır. Zamana göre değişen bir matematiksel doğruluk kavramına sahip olmak, fiziksel dünyayı tanımlamak için insanın güvenle kullanabileceğini umduğu matematik yönünden, en iyimser bir ifadeyle, beceriksizlik ve olumsuzluktur. Sezgicilik tezini savunanların hepsi, Brouwer kadar aşırı bir tutum takınmayacaktır. Ama nasıl olursa olsun,

yapılandırmacılığın amaçlarına sempati duyanlar için bile sezgici bakış açısı, açıkça görüldüğü gibi pek bir hantaldır. Sadece uygulanabilecek matematiksel uslamlama yönünden çok sınırlayıcı olması gibi tek olumsuz özelliği nedeni için bile günümüzün matematikçilerinden pek azı, sezgiciliği ciddiye alabilir.

Günümüz matematik felsefesinin üç ana akımını kısaca tanımladım: Formalizm, Platonizm ve Sezgicilik. Matematiksel doğruluğun mutlak, dışsal ve ebedi olduğunu ve insan-yapısı kriterlere dayanmadığını, matematik nesnelerinin kendilerine özgü ve zamanla sınırlı olmayan bir varlığa sahip olduklarını, ne insan toplumuna ne -de belirli fiziksel nesnelere bağlı olmadığını savunan Platonik görüşe yakınlık duyduğumu gizlemiyorum. Platonizm ile ilgili görüşlerimi bu kısımda, bir önceki kısımda ve III. Bölüm'ün sonunda açıkladım. Umarım okuyucum bu konuda benimle beraber yola çıkmaya hazırdır. Yol üzerinde karşılaşacaklarımız için bu önemlidir.

Turing'in Sonucundan Çıkan Gödel-Tipi Teoremler

Gödel teoremini sunarken birçok ayrıntıya, bu arada tarihsel olarak belki de en önemlisine, aksiyomların tutarlılığının 'karar verilemez' olduğuna ilişkin sava, değinmedim. Amacım, Hilbert ve çağdaşları için büyük önem taşıyan 'aksiyomun tutarlılığının -kanıtlanabilirliği' problemini vurgulamak değil, fakat Gödel'in belli bir önermesini, ele aldığımız biçimsel sistemin aksiyomlarını ve kurallarını kullanarak ne kanıtlanabilir ne de çürütülemez olduğunu gösteremeyeceğimizi, ancak işlemlerin anlamlarına 'sezgiyle' ulaşırsak, *doğru* bir önerme olduğunu açıkça *anlayacağımızı* vurgulamaktır!

Turing'in, Gödel'in yapıtını inceledikten sonra, kendi teoremini, durma probleminin çözülemezliğine dair teoremini, geliştirmiş olduğunu söylemiştim. Her iki teoremin birçok ortak noktası bulunmaktadır ve gerçekten de, Gödel'in sonucuna Turing'in yöntemiyle ulaşılabilir. Bunun nasıl gerçekleşeceğini inceleyelim ve bu arada Gödel teoreminin altında neler yattığı hakkında oldukça farklı bir bakış açısı edinelim.

Biçimsel matematiksel sistemin başlıca özelliği, verilen bir matematiksel Önerme ile ilgili simgeler dizisinin, sistem çerçevesinde, bir kanıt oluşturup oluşturmadığına karar vermek işleminin hesaplanabilir olmasını gerektirmesidir. Matematiksel kanıt düşüncesinin biçimleştirilmesinde yegane amaç, ne de olsa, geçerli bir uslamlama yöntemi için karar almak zorunda kalmamaktır. Önerilen bir kanıtın gerçekten bir kanıt olup olmadığını, tümüyle, mekanik ve önceden belirlenmiş bir yöntemle kontrol etmek mümkün olmalıdır; başka bir deyişle, kanıtları kontrol eden bir algoritma bulunmalıdır. Öte yandan, önerilen matematiksel bildirimlerin kanıtlarını (veya karşıt- kanıtlarını) *bulmak,* mutlaka algoritmanın görevidir demiyoruz.

Gerçekte, herhangi bir biçimsel sistemde ne zaman bir kanıt varsa, kanıtı bulmak için bir algoritma da daima vardır. Çünkü, sistemimizin, sınırlı bir simgeler 'alfabesiyle' ifâde edilebilen dilde formüle edildiğini varsaymalıyız. Daha önce yaptığımız gibi, simge dizilerini, her bir dizi uzunluklarına göre alfabetik sıralanmak şartıyla leksikografik olarak sıralıyalım. Böylece, doğru inşa edilen tüm kanıtların, leksikografik plâna uygun numaralanarak sıralanmasını sağlamış oluruz. Kanıtlar listemize sahip olmakla, formel sistemin tüm *teoremlerine* de sahip oluruz. Çünkü teoremler, doğru şekilde inşa edilmiş kanıtların son sıralarında yer alan önermelerdir. Sistemin *tüm* simgelerinden oluşan dizilerinin leksikografik listesini, bu diziler kanıt olarak anlam taşısın veya taşımasın, dikkate alabilir ve sonra, ilk diziyi, kanıt olup olmadığını denemek için kanıt-sınama algoritmamızla test ederiz ve kanıt değilse listeden atarız; sonra ikinci diziyi aynı şekilde test eder ve kanıt olmadığım anlarsak onu da listeden çıkarırız; sonra üçüncüsünü, dördüncüsünü vb. aynı şekilde test ederiz. Bu şekilde, bir kanıt varsa onu, sonuçta, listenin bir yerinde buluruz.

Hilbert, matematik sistemine, sistem kapsamında doğru formüle edilmiş herhangi bir matematik önermesinin doğruluğuna veya yanlışlığına formel bir kanıtla karar vermemizi sağlayacak kadar güçlü bir aksiyomlar ve kurallar sistemi bulmayı başarsaydı, bu gibi önermelerin doğruluğuna karar verilmesini sağlayacak genel bir algoritmik yönteme sahip olacaktık. Bu niçin böyle? Çünkü, yukarıda genel hatlarıyla çizilen yöntemle aradığımız önermeye listenin son

satırında rastgelirsek, önermeyi *ispatladık* demektir. Ama bunun yerine, önermemizin *olumsuz* şekliyle karşılaşırsak, önermemizi *çürütmüş* oluruz. Hilbert'in programı eksiksiz olsaydı, bu sonuçlardan birine veya diğerine sonuçta mutlaka ulaşırdık (ve, tutarlı olması durumunda iki sonuç birlikte asla meydana gelmezdi). Böylece, mekanik yöntemimiz herhangi bir aşamada daima son bulacak ve biz de sistemin tüm önermelerinin doğruluğu veya yanlışlığı hakkında yargıya varmamızı sağlayan evrensel bir algoritmaya sahip olacaktık. Bu durumda, matematik önermeler hakkında genel bir algoritma bulunmadığına dair Turing'in vardığı sonucun aksi kanıtlanmış olacaktı. (Bkz. Bölüm II) Sonuç olarak Gödel'in, Hilbert-tipi hiçbir programın, tartışmakta olduğumuz bağlamda eksiksiz bir program olamayacağı şeklindeki görüşünü fiilen kanıtlamış olurduk.

Aslında Gödel'in teoremi bundan daha özel bir amaçla inşa edilmiştir. Çünkü Gödel'in ilgilendiği biçimsel sistemden, genel matematik önermeler için değil yalnız aritmetik önermeler için yeterli olması beklenmekteydi. Turing makinelerinin gerekli tüm işlemlerinin aritmetikten yararlanarak uygulanması olası mıdır? Başka bir deyişle, doğal sayıların tüm *hesaplanabilir* aksiyomları (yani, Turing makinesinin işlemlerinin sonucu tekrarlayan, veya algoritmik fonksiyonlar) basit aritmetik terimleriyle ifade edilebilir mi? Gerçekte bunu yapabiliriz ama tam olarak değil. Standart aritmetik ve mantık kurallarına (∃ ve ∀ dahil) göre bir işlem daha yapmalıyız. Bu işlem, sadece

'*K(x*)'i doğrulayan en küçük doğal sayı x'i'

seçer. Burada *K(*) aritmetik işlemlerle hesaplanan herhangi bir önergesel fonksiyon olup, karşılığında böyle bir sayının bulunduğu varsayılır; yani *∃x[K(x)]* doğrudur (Böyle bir sayı bulunmasaydı işlemimiz, varolmayan ve bulunması istenen *x* sayısını bulmak çabası içerisinde 'sonsuza kadar süregiderdi')[VIII]. Ne olursa olsun, Turing'in sonucuna dayalı yukarıdaki sav, Hilbert'in, biçimsel sistem çerçevesinde tüm matematik dallarını hesaplara indirgeyen programının savunulamayacağını gösteriyor.

Yöntem, bu şekliyle, doğru fakat sistem içerisinde kanıtlanamayan bir Gödel önermesine ($P_k(k)$ gibi) sahip olduğumuzu hemen göstermez. Ancak, II. Bölüm'deki 'bir algoritmayı nasıl altedebiliriz'

tartışmasını hatırlarsanız, buna çok benzer bir şeyi burada yapabileceğimizi göreceksiniz. Hatırlayacağınız gibi, bir Turing makinesinin işleminin durup durmayacağına karar vermek için herhangi bir algoritma verildiğinde, çalışacağını bizim anlayacağımız fakat algoritmanın anlayamıyacağı bir Turing makinesi işlemini üretebiliriz (Algoritmanın, bir Turing makinesi işleminin ne zaman duracağı hakkında bize doğru bilgi vermesi gerektiği konusunda ısrar ettiğimizi, ama bazen algoritmanın kendisi sonsuza kadar işlediği için, Turing makinesinin ne zaman duracağını bize bildirmediğini anımsayınız). Bu nedenle, Gödel'in teoreminde olduğu gibi, verilen algoritmik işlemin başaramadığını gerçekleştiren bir önermeye sahip olarak, sezgiden yararlanarak, genelde neyin *doğru* olduğunu (Turing makinesinin işleminin durmayacağını) görebiliriz.

Tekrarlı Sayılabilir Kümeler

Turing'in ve Gödel'in. sonuçlarının temel öğelerini küme teorisi dilinde, grafik biçimde, tanımlamanın bir yolu vardır, Böylece esas konuların ön plana çıkabilmesi için, belirli simge sistemleriyle veya formel sistemlerle zorunlu tanımlamalar yapmaktan kurtulabiliriz. (4, 5, 8), {0, 57, 100 003}, {6}, {0}, {1, 2, 3, 4, 9999}, {0, 1, 2, 3, 4, ...}, {0, 2, 4, 6, 8, ...}, hatta tam küme N = {0, 1, 2, 3, 4, ...} veya boş küme ∅ = {} gibi küme gruplarını inceleyebilmek için yalnız 0, 1, 2, 3, 4, ..., gibi (sonlu veya sonsuz) *doğal sayı* kümelerini inceleyeceğiz. Sadece hesaplanabilir sorularla, örneğin: 'Hangi tür doğal sayı kümeleri algoritmalar tarafından üretilebilir, hangileri üretilemez?' gibi sorularla ilgileneceğiz.

Bunun gibi konuları ele almak için, istersek, her bir *n* doğal sayısının belirli biçimsel bir sistemde belirli bir simgeler dizisini temsil ettiğini düşünebiliriz. Bu, sistemdeki önermelerin ('söz dizimi' doğru yapılmış) leksikografik sıralamasına göre simgelerin n'inci sırası, yani Q_n olacaktır. Her doğal sayı bir önermeyi temsil eder. Formal sistemin tüm önermelerinin kümesi, kümesinin tümü tarafından temsil edilecek, ve örneğin, biçimsel sistemin teoremleri, doğal sayıların daha küçük bir alt kümesini, örneğin P kümesini,

oluşturacaktır. Ancak, önermelerle ilgili herhangi bir belirli numaralama sisteminin detayları önemli değildir. Doğal sayılarla önermeler arasında bağlantı kurmak için ihtiyacımız olan tek şey, kendisini temsil eden *n* doğal sayısından (uygun bir simgeler sisteminde yazılmış) Q_n önermesini elde etmek için bilinen bir algoritma, ve Q_n'den n'yi elde etmek için bir başka algoritmadır. Böyle iki algoritma verildiğinde, özel bir formel sistemin önermelerinin kümesiyle, doğal sayılar kümesi N'i özdeşleştirebiliriz.

Tüm Turing makinelerinin tüm işlemlerini kapsayacak kadar geniş kapsamlı, tutarlı -ve aynı zamanda, aksiyomlarının ve yöntem kurallarının 'doğru olduğunu kendiliğinden kanıtlar'- şeklinde nitelenebilecek kadar 'duyarlı' olduğu bir biçimsel sistem seçelim. Artık, biçimsel sistemin Q_0, Q_1,Q_2, Q_3,... gibi önermelerinden bazıları, sistem içerisinde gerçekten kanıtlara sahiptir. Bu 'kanıtlanabilir' önermelerin numaraları, N 'de bir altküme, bir P 'teoremler' kümesini oluşturacaklardır. Belirli bir biçimsel sistemde önermeleri kanıtlarıyla birlikte birbiri arkasına üreten bir algoritma bulunduğunu daha önce görmüştük (n'den algoritmik olarak '*n*'inci kanıt' Π_n'in elde edildiğini daha önce açıklamıştık. Bütün yapmamız gereken, sistem kapsamında kanıtlanabilir n'inci önermeyi, yani n'inci teoremi bulmak için n'inci kanıtın son dizesine bakmaktır). Öyleyse, P'nin elemanlarını peşpeşe üreten (tekrarlar bulunması fark etmez) bir algoritma var elimizde.

Bir algoritma kullanılarak üretilebilen P gibi bir küme, *tekrarlı sayılabilir küme* adıyla anılır. Sistem kapsamında kanıtlanamaz olan önermelerin, yani tersleri kanıtlanabilir önermelerin, (yolumuza devam ederken terslerini almak suretiyle kanıtlayarak sayabildiğimiz için aynı zamanda tekrarlı sayılabilir küme oluşturduklarını unutmayalım) tekrarlı sayılabilir birçok alt-kümesi vardır, ve bunları tanımlamak için formel sistemimize baş vurmak gerekmez. Tekrarlı sayılabilir kümelerin basit örnekleri, çift sayılar kümesi

{0, 2, 4, 6, 8, ...},

kareler kümesi

{0, 1, 2, 9, 16,...},

ve asal sayılar kümesi

{2, 3, 5, 7, 11, ...*}*'dir.

Açıkça görüldüğü gibi bu kümelerden her birini bir algoritma vasıtasıyla üretebilmekteyiz. Yukarıda verilen üç örnekten her birinde kümenin tümleyeninin, yani küme içinde yer almayan doğal sayılar kümesinin de tekrarlı sayılabilir olduğu görülecektir. Söz konusu üç örnekte, tümleyen kümeler, sırasıyla, şöyledir:

(1, 3, 5, 7, 9, ...};

(2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, ...}; ve

{0, 1, 4, 6, 8, 9,10, 12, ...}.

Bu tümleyen kümeler için de bir algoritma üretmek kolay olacaktır. Gerçekten de, herhangi bir *n* doğal sayısının çift olup olmadığına, kare olup olmadığına veya asal sayı olup olmadığına algoritmik olarak karar verebiliriz. Böyle bir algoritmayı, hem asıl kümeyi hem de onu tümleyen kümeyi üretmek için kullanabiliriz. Hem kendisi hem de tümleyen kümesi tekrarlı sayılabilir bir kümeye *yinelenen küme* denir. Elbette ki yinelenen bir kümenin tümleyeni de bir yinelenen kümedir.

Peki, tekrarlı sayılabilir fakat yinelenemiyen kümeler var mıdır? Biraz duralım, bakalım bunun arkasından ne gelecek. Böyle bir kümenin elemanları bir algoritmayla üretilebileceğine göre, kümede yer aldığından kuşkulandığımız -ve, bir an için gerçekten kümede yer aldığını varsayalım- bir elemanın gerçekten kümenin elemanı olup olmadığına karar vermemizi sağlayacak bir araca sahip olacağız. Bize gerekli olan tek şey, algoritmamızın, incelemekte olduğumuz elemanı buluncaya kadar kümenin tüm elemanlarını taramasına izin vermektir. Fakat, varlığından kuşkulandığımız elemanın kümede gerçekten bulunmadığını varsayalım. Bu durumda algoritmamız işe yaramıyacaktır, çünkü bir karara varmaksızın taramasını sonsuza dek sürdürecektir. Bu nedenle, 'tümleyen' kümeyi üretmek için bir algoritmaya ihtiyacımız vardır. Her iki algoritmayla donanımlı olarak kendimizi yeterli hissetmemiz gerek. İki algoritmadan birini ya da diğerini kullanarak zanlıyı her durumda yakalayabiliriz. Ancak, bu mutluluk, yinelenen bir kümeyle ne yapacağımıza bağlıdır. Burada kümemizin yalnızca tekrarlı sayılabilir olduğu fakat yinelenen nitelikte olmadığı varsayılmıştır: Tümleyen kümeyi üretmek için önerdiğimiz algoritma ortada yoktur! Böylece tuhaf bir durumla karşı karşıyayız.

Kümedeki bir elemanın gerçekten kümede olup olmadığına algoritma yardımıyla karar vereceğiz, ama gerçekten kümede olup olmadığını yine algoritmayla garanti edemiyoruz! Böyle bir durumla gerçekten karşılaşılabilir mi? Tekrarlı sayılabilir fakat yinelenemeyen kümeler gerçekten var mıdır? Peki, P kümesinden ne haber? Yinelenen bir küme midir? Tekrarlı sayılabilir olduğunu biliyoruz. Öyleyse tümleyen kümenin de tekrarlı sayılabilir olup olmadığına karar vermemiz gerekiyor. Aslında, P tekrarlı sayılabilir küme değildir! Bunu nasıl kanıtlayabiliriz? Pekâlâ, Turing makinesinin işlemlerinin, biçimsel sistemimizin işlemleri arasında yer aldığının varsayıldığını hatırlayınız, n'inci Turing makinemizi T_n ile gösterdiğimize göre

'T_n *(n)* durur'

bildirimi bir önermedir. Biçimsel sistemimizde her bir *n* doğal sayısı için bu önermeyi S*(n)* ile gösterelim. *S(n)* önermesi n*'nin* bazı değerleri için doğru, bazı değerleri için yanlış olacaktır. Doğal sayılar 0, 1, 2, 3, ..., *n* tarafından taranırken, tüm *S(n)* kümesi, N'in alt-kümesi olan S ile temsil dilecektir. Şimdi, Turing'in temel sonucunu (II. Bölüm) hatırlayın: $T_n(n)$'in aslında durmadığı durumlarda '$T_n(n)$ durmaz' önermesini doğrulayan bir algoritma yoktur. Bu sonuç, yanlış S(*n*)'ler kümesinin tekrarlı sayılabilir olmadığını göstermektedir.

S'in P'de yer alan kısmının, *doğru S(n)*'lerden oluştuğunu görüyoruz. Bu neden böyle? Kuşkusuz herhangi bir *S(n)* kanıtlanabilir ise, doğru olmalıdır (çünkü formel sistemimiz *anlamlı* seçilmiştir!) Bu nedenle, S'in P kümesinde yer alan kısmı, sadece *doğru S(n)* önermelerinden oluşmalıdır. Üstelik, P kümesinin kapsamı dışında hiçbir doğru *S(n)* önermesi yer alamaz, çünkü $T_n(n)$ durursa, gerçekten sistemin içerisinde yer alan bir kanıt elde edebiliriz.[IX]

Şimdi, diyelim ki, P kümesini tümleyen küme tekrarlı sayılabilmektedir. Bu durumda, bu tümleyen kümenin elemanlarını üretmek için bir algoritmaya ihtiyacımız olacaktır. Bu algoritmayı tarayarak rastladığımız her *S(n)* önermesini kaydedebiliriz. Kaydedeceğimiz tüm *S(n)* önermeleri yanlış önermeler olacağı için yöntemimiz aslında bize yanlış *S(n)* önermeler kümesinin tekrarlı

sayımını verecektir. Fakat, yanlış *S(n)* önermelerinin tekrarlı sayılabilir olmadığını biraz önce belirtmiştik. Bu çelişkiye dayanarak, P'nin tümleyen kümesinin tekrarlı sayılabilir olmadığını söyleyebiliriz. Öyleyse, kanıtlamaya çalıştığımız gibi, *P kümesi yinelenen bir küme değildir.*

Bu özellikler, gerçekte, biçimsel sistemimizin tam olmayacağını gösterir. Başka bir deyişle, sistemin içerisinde ne kanıtlanabilir ne de çürütülebilir önermeler yer almalıdır. Çünkü, bu gibi 'karar verilemez' önermeler bulunmazsa, *P* kümesini tümleyen kümenin, *çürütülemez* önermeler kümesi olması gerekirdi (kanıtlanamayan herhangi bir şey çürütülemez). Fakat çürütülemez önermelerin, tekrarlı sayılabilir küme oluşturduklarını görmüştük. Öyleyse bu durumda *P kümesi yinelenen küme* olmalıdır. Ancak *P, yinelenen bir küme değildir.* İşte bu çelişki biçimsel sistemin tamamlanamıyacağını gösterir, ve Gödel'in teoreminin ana savıdır.

Peki, N'nin formel sistemimizin doğru önermelerini temsil eden alt-kümesi *T* ne olacak? *T* yinelenebilir bir küme midir? *T* tekrarlı sayılabilir mi? T'yi tümleyen küme tekrarlı sayılabilir mi? Gerçekte, tüm bu soruların yanıtı 'Hayır'dır. Bunu anlamanın bir yolu,

'$T_n(n)$ durur'

bildiriminin yanlış önermelerinin bir algoritmayla üretilemiyeceğini, daha önce yaptığımız gibi, göstermektir. Bu nedenle, yanlış önermeler, *bütün olarak* bir algoritma tarafından üretilemezler, çünkü böyle bir algoritma, tüm yanlış '$T_n(n)$ durur' önermelerini özellikle sayacaktır. Aynı şekilde, tüm doğru önermeler kümesi de bir algoritma tarafından üretilemez (çünkü böyle bir algoritmaya, ürettiği her bir önermenin tersini aldırtmak suretiyle, tüm yanlış önermeleri üretmesi basit bir şekilde sağlanabilir). Doğru önermeler tekrarlı sayılabilir olmadığına (yanlış önermeler de öyle) göre, sistemin kapsamında kanıtlanabilir önermelere kıyasla çok daha karmaşık ve derinlemesine bir yapı oluştururlar. Bu durum yine Gödel'in teoremine bir örnektir: Matematiksel *doğruluk* kavramına, formel bir sav yoluyla ancak kısmen ulaşılabilir.

Ancak, tekrarlı sayılabilir kümeler oluşturan bazı basit doğru aritmetik önerme sınıfları vardır. Örneğin,

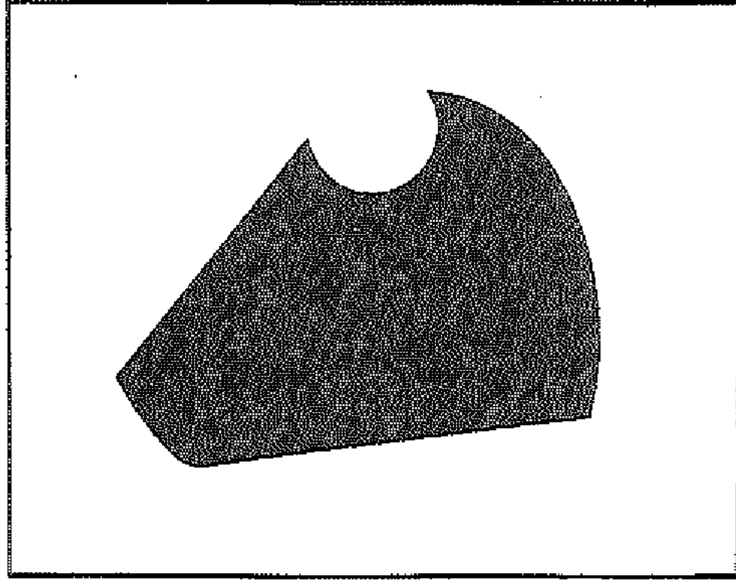
$\exists$ *w, x z [f(w, x, ..., z)* = 0]

gibi doğru önermelerin -burada *f(),* toplama, çıkarma, çarpma ve karesini alma gibi basit aritmetik işlemlerden inşâ edilmiş herhangi bir fonksiyondur -tekrarlı sayılabilir küme oluşturduğunu (bu kümeye A diyorum) görmek zor değildir.[8] Bu çeşit bir önermenin örneği, doğru olup olmadığını bilmememize karşın, 'Fermat'ın son teoremi'nin olumsuz şeklidir. Önermenin *F*( ) değeri, aşağıdaki işlemle saptanabilir:

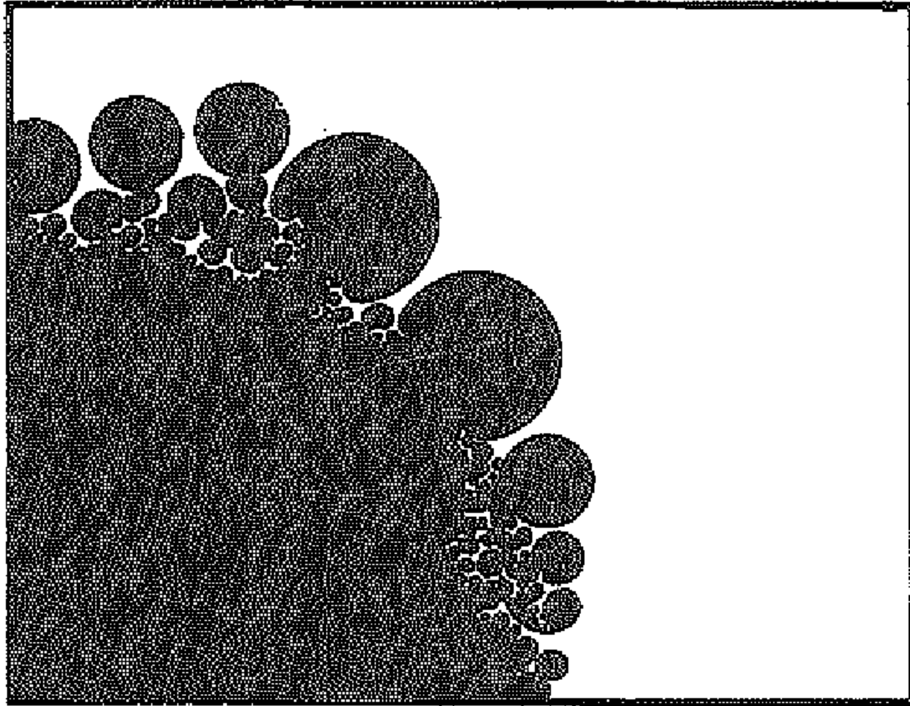
$f(w, x, y, z) = (x + 1)^{w+3} + (y + 1)^{w+3} - (z + 1)^{w+3}$

Ancak, A kümesi hiç de beklendiği gibi yinelenen bir küme değildir (İlk haliyle Gödel teoreminin bir sonucu olmasına karşın görülmesi pek de kolay olmayan bir olgudur), Böylece, 'Fermat'ın son teoremi'nin doğru veya yanlış olduğuna, ilke olarak bile, karar vermemizi sağlayacak bir algoritma bulamadık!

Şekil 4.1'de yinelenen bir kümeyi, verilen bir noktanın kümeye ait olup olmadığını doğrudan söylemenin mümkün olduğunu düşünebilmemiz için, basit sınırlara sahip bir alan şeklinde şematik olarak göstermeye çalıştım. Resimdeki her noktanın, doğal bir sayıyı temsil ettiği düşünülmelidir. Tümleyen küme de, basit görünüşlü bir alan olarak gösterilmektedir. Şekil 4.2'de, tekrarlı sayılabilir fakat yinelenmeyen bir kümeyi karmaşık sınırlara sahip bir küme olarak göstermeğe çalıştım; bu resimde, sınırın tekrarlı sayılabilir tarafındaki kümenin, diğer taraftaki kümeye kıyasla daha basit görünümlü olmasına çalışılmıştır. Şekiller son derece şematik tasarımlanmış olup, herhangi bir anlamda 'geometrik yönden doğru' olmaları amaçlanmamıştır. Özellikle, düz iki-boyutlu bir düzlem gibi gösterilmiş olmalarının bir önemi yoktur!



Şekil 4.1. Yinelenen bir kümenin son derece şematik tasarımı.



Şekil 4.2. Tekrarlı sayılabilir fakat yinelenemeyen bir kümenin (siyah alan) son derece şematik tasarımı. Amaç, beyaz alanının, hesaplanarak üretilebilen siyah alan çıkarıldıktan sonra sadece

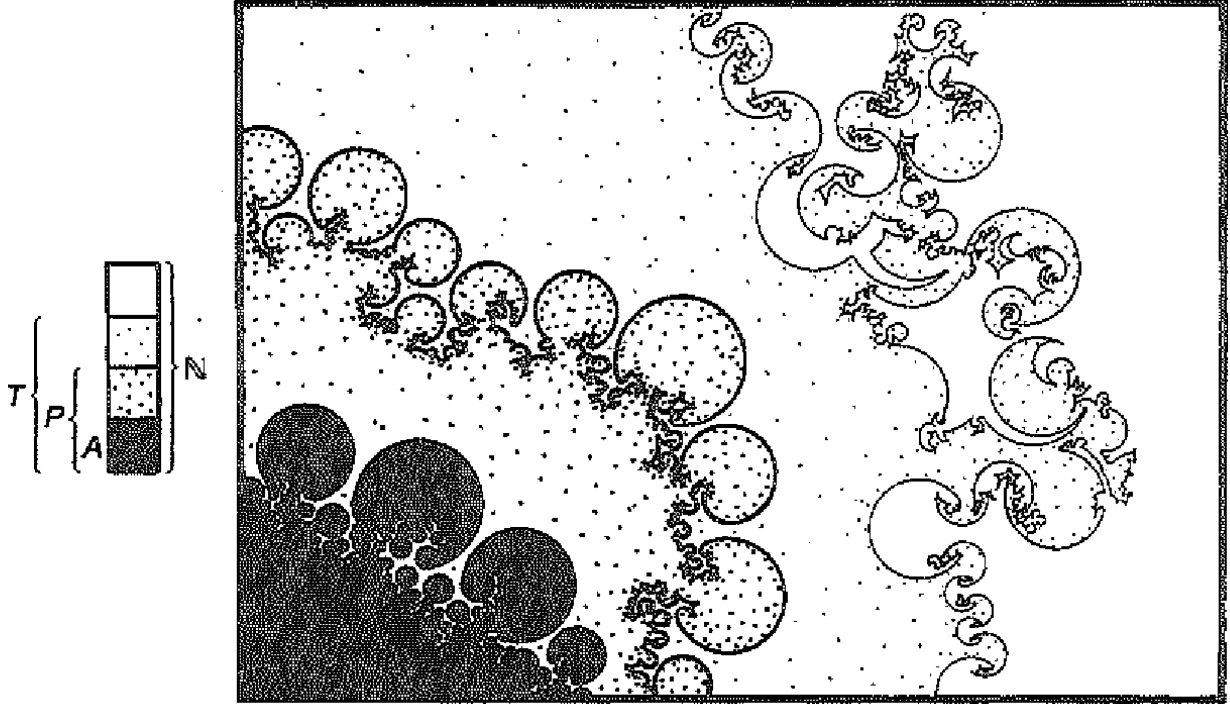
‘geriye kalan’ olarak nitelenebileceğini göstermektir; bir noktanın gerçekte beyaz alanda yer aldığını iddia etmek hesaplanabilir bir konu değildir.

Şekil 4.3’de, *P, T ve A* alanlarının, N kümesi içerisinde nasıl yer aldıklarını şematik olarak gösterdim.

Mandelbrot Kümesi Yinelenen Bir Küme midir?

Yinelenmeyen kümeler, gereğince karmaşık olma özelliğine sahip olmalıdırlar. Karmaşıklıkları, bir anlamda, tüm sistemleştirme girişimlerine karşı koyacak ölçüde olmalıdır. Aksi halde, böyle bir sistemleşme herhangi bir uygun algoritmik yöntemin elde edilmesiyle sonuçlanabilir. Yinelenmeyen bir küme için, bir elemanın (veya ‘noktanın’) kümeye ait olup olmadığına karar vermekle ilgili genel bir algoritmik yöntem yoktur. III. Bölüm’ün başında, Mandelbrot kümesi adıyla anılan, olağanüstü karmaşık görünüşlü bir kümeyle tanışmıştık. Tanımlanmasında kullanılan kurallar şaşılacak kadar basit olmasına karşın bu küme, son derece özenli bir yapının sonsuz çeşitlerini sergiler. Ölümlü gözlerimizin önüne serilen böyle bir yapı, yinelenmeyen bir küme örneği olabilir mi?

Ancak okuyucu, bu son derece karmaşık yapının, yüksek-hızlı modern elektronik bilgisayar teknolojisiyle görebilmemiz için inşâ edildiğine dikkat etmekte gecikmeyecektir.



Şekil 4.3. Çeşitli önermeler kümelerinin son derece şematik tasarımı. Sistemde kanıtlanabilir önermeler kümesi P, A gibi, tekrar tekrar sayılabilir olmasına karşın yinelenebilir değildir; doğru önermeler kümesi, T, tekrar tekrar sayılabilir bile değildir.

Elektronik bilgisayarlar, algoritmik işlemin nesnelleşmiş şekli değiller midir? Kuşkusuz öyledirler ama bu resimleri bilgisayarın ürettiğini unutmayalım. Argand düzlemindeki bir noktanın, yani bir c kompleks sayısının, Mandelbrot kümesine mi (siyah renkli) yoksa tümleyen kümeye mi (beyaz renkli) ait olduğunu saptamak için bilgisayar

$$z \rightarrow z^2 + c$$

gönderimini, c sayısını elde etmek için önce $Z = 0$’a, sonra $c^2 + c$ sayısını elde etmek için z = c’e, sonra $c^4 + 2c^3 + c^2 + c$ sayısını elde etmek için $z = c^2 + c$ sayısına vb. uygulayacaktır. Eğer, $0, c, c^2 + c, c^4 + 2c^3 + c^2 + c,$ ...dizisi yakınsaksa c tarafından temsil edilen nokta siyah renklidir; aksi halde beyaz renklidir. Makine, böyle bir dizinin *yakınsak* olup olmadığını nasıl bilir? İlke olarak bu soruda, dizinin *sonsuz* sayıda terim sonrasında ne olacağının bilindiği farz edilir. Yani soru, tek başına, hesaplanabilir bir konu değildir. Neyse ki, elemanların yalnız sonlu bir sayısından sonra dizinin ıraksak

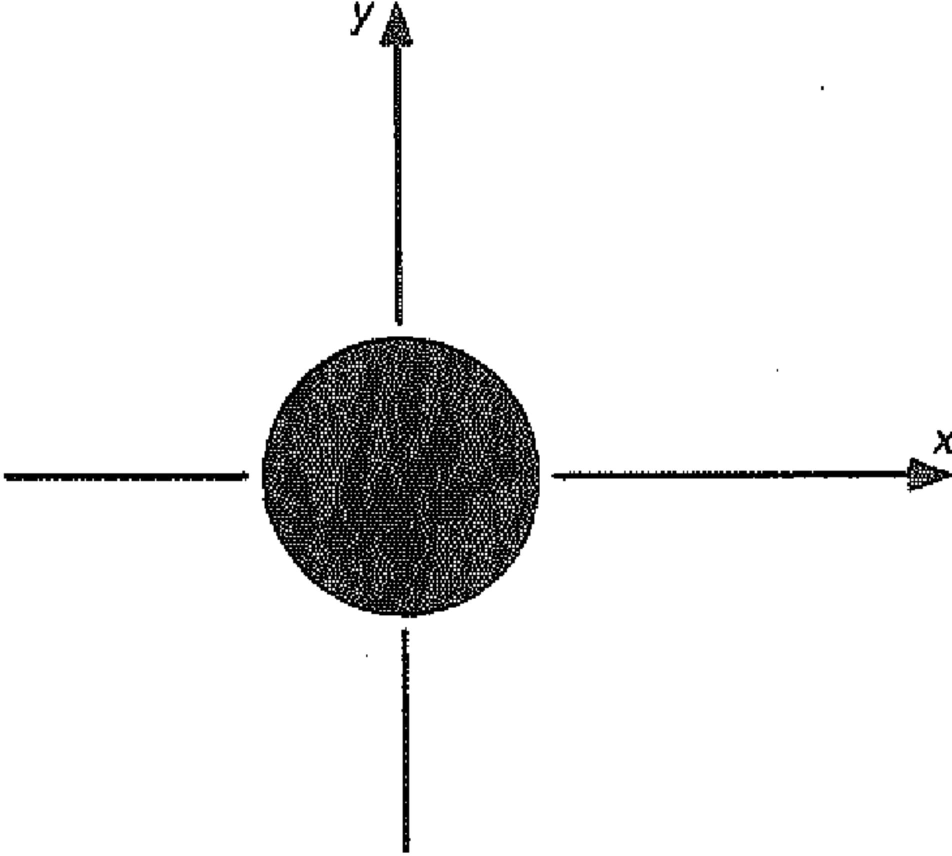
olduğunu söyleyebilmenin birçok yolu vardır (Gerçekte, 1 + √2 yarıçapındaki daireye ulaşır ulaşmaz dizinin ıraksak olduğundan emin olabiliriz).

Buna göre, belli bir anlamda, Mandelbrot kümesini tümleyen küme (yani, beyaz alan) tekrarlı sayılabilir bir kümedir, c kompleks sayısı beyaz alanda yer alıyorsa, bu gerçeği kanıtlayacak bir algoritma da var demektir. Peki, siyah alandan, yani bizzat Mandelbrot kümesinden ne haber? Siyah alanda yer aldığı sanılan bir noktanın gerçekten siyah alanda yer aldığını kesinlikle bildirecek bir algoritma var mı? Bu sorunun yanıtı henüz bilinmiyor.[9] Bu konuda meslektaşlarıma ve uzmanlara danıştım, ama hiç birisi böyle bir algoritmanın varlığından haberdar görünmüyordu. Böyle bir algoritmanın varolmadığına dair bir kanıta da rastlamamışlardı. En azından, siyah alan için bilinen bir algoritma mevcut değil gibi görünüyor. Belki Mandelbrot kümesini tümleyen küme, aslında, tekrarlı sayılabilir fakat yinelenemeyen bir kümenin örneğidir.

Bu öneriyi daha açık irdelemeden önce, şöylece değindiğim bazı konuları ayrıntılamak gerekecek. Bu konular, fiziğin hesaplanabilir ligi ile ilgili olarak daha sonra yapacağımız tartışmalar yönünden önemlidir. Daha önceki tartışmalarda pek fazla açık ifadeler kullandığım söylenemez. Argand düzlemindeki noktaların kümeleri, yani kompleks sayıların kümeleri, için ‘tekrarlı sayılabilir’ ve ‘yinelenen’ gibi terimler kullandım. Bu terimlerin, kesinlikle, yalnız doğal sayılar veya diğer sayılabilir kümeler için kullanılması gerekir. III. Bölüm’de reel sayıların sayılamadığını ve bu nedenle kompleks sayıların da sayılamadığını çünkü reel sayıların, kompleks sayıların özel bir türü, yani sanal kısımları sıfıra eşit kompleks sayılar olarak düşünülebildiklerini görmüştük. Aslında, reel sayılar kadar ‘çok sayıda’ yani C kadar, kompleks sayı vardır (Kompleks sayılarla reel sayılar arasında bire-bir ilişki kurmak için, her bir kompleks sayının reel ve sanal kısımlarının genişletilmiş ondalık açılımlarını alabilir ve bunların karşıtı reel sayının tek ve çift rakamlarına göre ilişkilendirebiliriz: Örneğin, 3.6781 ... + i 512.975 ... kompleks sayısı 50132 . 6977851... sayısına karşı gelecektir).

Bu sorundan kaçınmanın bir yolu, yalnız hesaplanabilir kompleks sayıları kullanmaktır, çünkü III. Bölüm’de gördüğümüz gibi,

hesaplanabilir reel sayılar, ve bu nedenle de hesaplanabilir kompleks sayılar, gerçekten sayılabilir. Ancak bu konuda ciddi bir zorluk vardır: İlgili algoritmalarına göre verilen hesaplanabilir iki sayının birbirine eşit olup olmadığına karar vermemizi sağlayacak bir algoritmaya sahip değiliz! (Aralarındaki farkı algoritmik yöntemle oluşturabiliriz ama bu farkın sıfır olup olmadığına algoritmayla karar veremeyiz.)



Şekil 4.4. Birim disk, uygun bir bakış açısından yinelenen bir küme olarak yorumlanabilir.

Sırasıyla 0.99999... ve 1.00000... rakamlarını üreten iki algoritmanın varolduğunu farz edelim, İki sayının eşit olduğunu gösterecek şekilde 9'ların veya 0'ların sonsuza değin devam edip etmeyeceklerini, veya sonunda bir başka rakamın ortaya çıkarak sayıların eşit olmadığını gösterip göstermeyeceğini asla bilemeyiz). Bu durumda, bu sayıların eşit olup olmadığını asla öğrenemeyebiliriz. Argand düzlemindeki birim disk gibi basit bir kümeyle bile (merkezden uzaklıkları bir birimden fazla olmayan noktaların kümesi, yani Şekil 4.4'deki siyah alan) bir kompleks

sayının disk üzerinde gerçekten yer alıp almadığına kesinlikle karar vermemizi sağlayacak bir algoritma bulunmayabilir. Sorun, diskin içindeki (veya dışındaki) noktalardan değil, fakat diskin tam sınırında, yani bizzat birim çemberde, yer alan noktalardan kaynaklanır. Birim çemberi, diskin bir parçası olarak kabul edelim. Bir algoritmanın, herhangi bir karmaşık sayının reel ve reel olmayan kısmına ait rakamları ürettiğini varsayalım. Bu kompleks sayının birim çember üzerinde yer aldığından kuşkulanıyorsak, bunu mutlaka kanıtlayamayabiliriz.

$x^2 + y^2$

hesaplanabilir sayısının gerçekten 1'e eşit olup olmadığına karar verebileceğimiz bir algoritma yoktur, çünkü buna karar vermek, hesaplanabilir kompleks $x + i\,y$ sayısının, birim çember üzerinde yer alıp almadığının saptanması kriterinden başka bir şey değildir.

Kuşkusuz, istediğimiz bu değil. Birim disk elbette yinelenen küme kabul edilmeli. Birim diskten daha basit pek fazla küme yok! Sorunu çözmenin bir yolu sınırı gözardı etmek olabilir. Diskin gerçekten içindeki ve diskin gerçekten dışındaki noktalarla ilgili olarak bu gerçekleri kanıtlayan bir algoritma mevcuttur (Sadece $x^2 + y^2$ rakamlarını peşpeşe üreterek 0.99999...'da ondalık noktasından sonra 9'dan başka bir rakam, veya 1.00000...'de 0'dan başka bir rakam bulabiliriz). Bu bağlamda birim disk yinelenen bir kümedir. Fakat savların, çoğu kez, sınırlarda neler olup bittiğine bakarak ifade edilmesi gerektiğinden, matematik yönünden bu bakış açısı oldukça anlamsız bir yaklaşımdır. Öte yandan, böyle bir bakış açısı fizik yönünden uygun olabilir. Bu konuya daha sonra döneceğiz.

Benimseyebileceğimiz ve konuyla yakından ilişkili bir görüş olanağı daha var ve bu görüşte, hesaplanabilir kompleks sayılarla ilgilenilmiyor. Söz konusu kümenin içindeki veya dışındaki kompleks sayıları saymaya çalışmak yerine, bir kompleks sayı verilmesi koşuluyla, bu sayının kümenin içinde mi, yoksa tümleyenin içinde mi yer aldığına karar veren bir algoritmaya gerek duyarız sadece. 'Verilmesi' dedim, çünkü denemekte olduğumuz her kompleks sayıda, reel ve reel olmayan kısımlara ait birbirini izleyen rakamlar, istediğimiz sürece, belki sihirli bir yöntemle, birbiri ardına ortaya çıkarlar. Bu rakamları ortaya çıkarmak için, bilinen veya bilinmeyen

herhangi bir algoritmanın varolmasına ihtiyacım yok. Yalnız ve yalnız kompleks sayının gerçekten kümede yer alması koşuluyla, tek bir algoritma bu gibi rakamlar dizisine uygulandığında, sınırlı sayıda aşamalar sonrası ‘evet’ diyorsa, bir kompleks sayılar kümesi, ‘tekrarlı sayılabilir’ addedilecektir. Bu konuda açıkladığımız ilk görüş gibi bu görüş de, şuurları ‘tanımıyor’. Bu nedenle birim diskin içinin ve birim diskin dışının her biri, bu anlamda, tekrarlı sayılabilir olurken, sınırın kendisi olmayacaktır.

Her iki görüş de bana gerçekten gereksinim duyulan görüş gibi gelmiyor.[10] Mandelbrot kümesine uygulandığında, ‘sınır tanımamak’ felsefesi, kümenin karmaşıklığının çoğuna ulaşamayabilir. Bu küme kısmen lekeler’den -içi dolgulu alanlar- ve kısmen ‘filizler’den oluşur. En karmaşık kısımlar, alabildiğine kıvrılarak uzanan filizlerde yer alır. Ancak filizler, kümenin içinde yer almazlar ve bu nedenle, iki felsefeden birini benimsediğimiz takdirde, dikkate alınmayacaklardır. Böyle de olsa, yalnız lekelerin dikkate alındığı Mandelbrot kümesinin ‘yinelenen’ olup olmadığı açıkça bilinmemektedir. Sanırım bu sorunun kaynağı, Mandelbrot kümesi ile ilgili kanıtlanmamış bir iddiadadır: Küme, 'yerel bağlantılı’ mıdır? Bu terimin anlamını veya konumuzla ilgisini burada açıklamak niyetinde değilim. Sadece, bu konuların zor konular olduğuna ve henüz çözümlenmemiş olan Mandelbrot kümesiyle ilgili, ve bazıları günümüzün matematik araştırmalarının ön cephesinde yer alan soruların sorulmasına neden olabileceğine dikkat çekmek istiyorum.

Kompleks sayıların sayılamaz olduğu problemine yeni yaklaşımlar getiren ve benimseyebileceğimiz başka görüşler de vardır, Hesaplanabilen tüm kompleks sayıları ele almak yerine, bu sayılardan ikisinin eşit olup olmadığına karar vermenin hesaplanabilir bir konu olduğunu savunan nitelikte uygun bir alt-kümeyi ele alabiliriz. Böyle bir alt-küme, sayıların reel ve reel olmayan kısımlarının her ikisinin rasyonel sayılar olarak alındığı, ‘*rasyonel*’ kompleks sayılardır. Ancak, fazlaca sınırlayıcı olması nedeniyle bu görüşün, Mandelbrot kümesinin sarmaşık filizleriyle başa çıkabileceğini sanmıyorum. Belki biraz daha tatmin edici bir yöntem olarak cebirsel sayılardan, yani tamsayı çarpanlı cebirsel

denklemlerin çözümleri olan kompleks sayılardan, yararlanabiliriz. Örneğin,

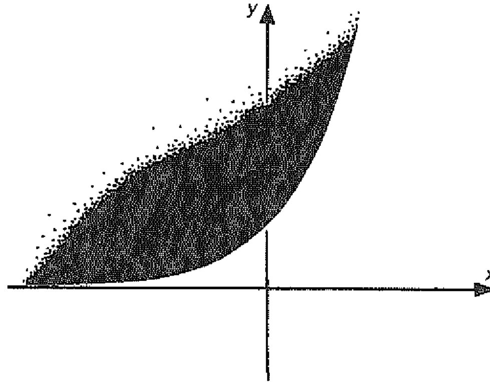
$$129\, z^7 - 33z^5 + 725z^4 + 16z^3 - 2z - \mathbf{3} = 0$$

denkleminin z için tüm çözümleri cebirsel sayılardır. Cebirsel sayılar sayılabilir, hesaplanabilir ve bunlardan ikisinin eşit olup olmadığına karar vermek gerçekten hesap edilebilir bir konudur (Rastlantıya bakın ki, bu sayılardan pek çoğu birim çemberin üzerinde ve Mandelbrot kümesinin filizleri üzerinde yer alır). İstenirse, Mandelbrot kümesinin yinelenen olup olmadığı sorusunu, bu sayılarla ifade edebiliriz.

Cebirsel sayılar, yukarıda değindiğimiz iki küme bakımından uygun olabilirse de, genelde karşılaştığımız tüm zorlukları çözümleyemezler. Argand düzleminde $x + i\,y\ (= z)$ için

$$y \geq e^x$$

bağıntısıyla tanımlanan kümeyi (Şekil 4.5 deki siyah alan) ele alalım. Kümenin içi ve tümleyen kümenin içi, yukarıda açıklanan görüşlerin herhangi birine göre, tekrarlı sayılabilir, fakat (1882'de kanıtlanan ünlü F. Lindemann teoremine göre) sınırın kendisi $y = e^x$ tek bir cebirsel noktaya, $z = i'e$, sahiptir. Bu durumda cebirsel sayılar, sınırın algoritmik özelliğini araştırmak konusunda bize yardımcı olmaz! Bu kendine özgü nitelikteki konuda yeterli olabilecek bir başka hesaplanabilir sayılar altsınıfı bulmak zor olmayabilir ama doğru görüşe henüz ulaşamamış olmanın sıkıntısından da kurtulamıyoruz.



Şekil 4.5. y≥e^x bağıntısıyla tanımlanan küme de 'yinelenen' olarak nitelemnelidir.

Yinelenmeyen Matematik Problemlerine Bazı Örnekler

Matematiğin yinelenmeyen problemlerle karşılaşıldığı birçok alanı vardır. Bu nedenle, yanıtı ya 'evet' veya 'hayır' olan, fakat bu yanıtlardan hangisinin doğru olduğuna karar verilmesini sağlayacak genel bir algoritmanın varolmadığı problemler sınıflarından bazıları son derece basit görünüşlüdür.

Önce, tamsayı çarpanlı cebirsel denklem sistemlerinin tamsayı çözümlerinin bulunması problemini ele alalım. Bu denklemler, İ.Ö. üçüncü yüzyılda yaşamış olan ve bu tip denklemleri inceleyen Yunan matematikçi Diophantos'un adıyla Diophantos denklemleri olarak anılır. Söz konusu denklemler kümesine örnek olarak,

$z^3 - y - 1 = 0,\ yz^2 - 2x - 2 = 0,\ y^2 - 2xz + z + 1 = 0$

denklemlerini verebiliriz ve burada problem, *x, y* ve *z tamsayı* değerleri için denklemlerin çözülür olup olmadığına karar vermektir. Gerçekte, bu denklemler,

$x = 13,\ y = 7,\ z = 2$

olarak verildiğinde çözülebilir. Ancak, zorunlu bir Diophantos denklemleri kümesi için[X] bu kararı verecek bir algoritma yoktur: Diophantos aritmetiği, basit içeriğine karşın, algoritmik olmayan matematiğin kapsamındadır. Daha da basit bir örnek *manifoldların topolojik eşdeğerliliğidir.* VIII. Bölüm'de tartışılacak konularla oldukça ilişkili olduğu için bu örneğe kısaca değiniyorum. 'Manifold'un ne olduğunu anlamak için önce bir ipin ilmeğini düşünün; bu, *bir* boyutlu bir manifolddur. Sonra kapalı bir yüzey düşünün; bu da *iki* boyutlu bir manifolddur. Daha sonra, *üç* veya daha fazla boyuta sahip bir 'yüzey' düşlemeye çalışın. İki manifoldun 'topolojik eşdeğerliğinin' anlamı, ikisinden birinin diğerinin üstüne, kopmadan veya yapışmadan, sürekli bir hareketle şekil değiştirerek örtülebilmesidir. Bu nedenle, bir küre yüzeyi ile bir küpün yüzeyi topolojik eşdeğerlidir; öte yandan

her ikisi, bir yüzüğün veya bir çay fincanının yüzeyi ile eşdeğerli değildir; halbuki yüzük ile çay fincanı topolojik olarak eşdeğerlidir. Bu bize, *iki*-boyutlu manifoldlar için, bunlardan ikisinin topolojik eşdeğerli olup olmadığına karar verecek bir algoritma bulunduğunu gösteriyor. Üç-boyutlular için bu sorunun yanıtı kitabın yazıldığı bu günlerde, henüz bilinmemektedir, ama dört ve daha fazla boyutlar için, eşdeğerliliği saptayacak bir algoritma yoktur. Dört-boyutlu manifold örnekleri fizikle biraz ilgilidir, çünkü Einstein'ın genel görelilik teorisi uyarınca, uzay ve zaman birlikte 4 boyutlu bir manifold oluştururlar; (bkz. V. Bölüm) Geroch ve Hartle (1986), bu algoritma-dışı niteliğin, 'kuantum kütleçekim kuvveti' ile ilişkili olabileceğini öne sürmüşlerdir (Bkz. VIII. Bölüm).

'Sözcük problemi' adı verilen başka tür bir problemi ele alalım.[11] Diyelim ki, bir çeşit simgeler alfabemiz var ve bu simgelerin çeşitli dizilerine 'sözcükler' adı veriliyor. Sözcüklerin anlamları olması gerekmiyor, fakat diyelim ki elimizde daha başka 'eşitlikler' kurabilmemizi de sağlayan, sözcükler arasındaki 'eşitlikleri' gösteren belirli (ve sonlu) bir liste mevcut. Daha fazla eşitlikler bulmak için, elimizdeki listede yer alan sözcüklerin yerini tutacak ve bu sözcüklerin bazı bölümlerini içerecek başka sözcükler (doğal olarak daha uzun sözcükler) üretebiliriz. Sözcüklerin her bir bölümünün yerine, listeye göre eşit olduğu varsayılan bir başka bölüm konulabilir. Bu durumda problem, verilen herhangi bir çift sözcüğün, bu kurallar çerçevesinde 'eşit' olup olmadıklarına karar vermektir.

Örneğin, ilk listemize aşağıdaki sözcükleri alabiliriz:

EAT = AT
ATE = A
LATER = LOW
PAN = PILLOW
CARP = ME

Bu sözcüklerden, örneğin,

LAP = LEAP

sözcüklerini aşağıdaki gibi, sürekli olarak türetebiliriz:

LAP = LATEP = LEATEP = LEAP

Şimdi problem, bir çift sözcük verildiğinde, birinden diğerine geçebilir miyiz? Örneğin, CATERPILLAR'dan MAN'i, veya diyelim, CARPET'dan MEAT'i türetebilir miyiz? Birinci örnek için yanıtın 'evet', İkincisi için 'hayır' olduğunu düşünelim. Yanıt 'evet' ise, bunu göstermenin doğal yolu, aralarındaki olası bir ilişkiyi kullanarak her bir sözcüğün bir öncekinden türetildiği bir eşitlikler dizisi sergilemektir. Değişecek harfleri kalın punto harflerle, henüz değiştirilmiş olanları italik harflerle göstermek suretiyle, aşağıdaki türevleri elde ederiz:

C**ATE**RPILLAR = CARPILL**A**R = CARPIL**LATER**= CAR**PILLOW** = **CARP**AN = ME**A**N = M**EAT**EN = M**ATE**N = MAN.

Bilinen kurallara uyarak CARPET'dan MEAT'i türetmenin mümkün olmayacağını nasıl söyleyebiliriz? Bunun için biraz daha düşünmemiz gerekir ama çok çeşitli yollar bulmamız hiç de zor değil. En basit yol şu olabilir: İlk listemizdeki her 'eşitlik'de, eşitliğin her iki tarafındaki A'ların sayısı artı W'ların sayısı artı M'lerin sayısı aynıdır. Buna göre, A'ların, W'ların ve M'lerin toplamı, yapabileceğimiz herhangi bir türevler dizisi boyunca değişmez. Ancak, CARPET için bu sayı 1 iken MEAT için 2'dir. Sonuçta, uygulanabilen bir türev yöntemiyle CARPET'dan MEAT'i türetmemizin bir yolu yoktur.

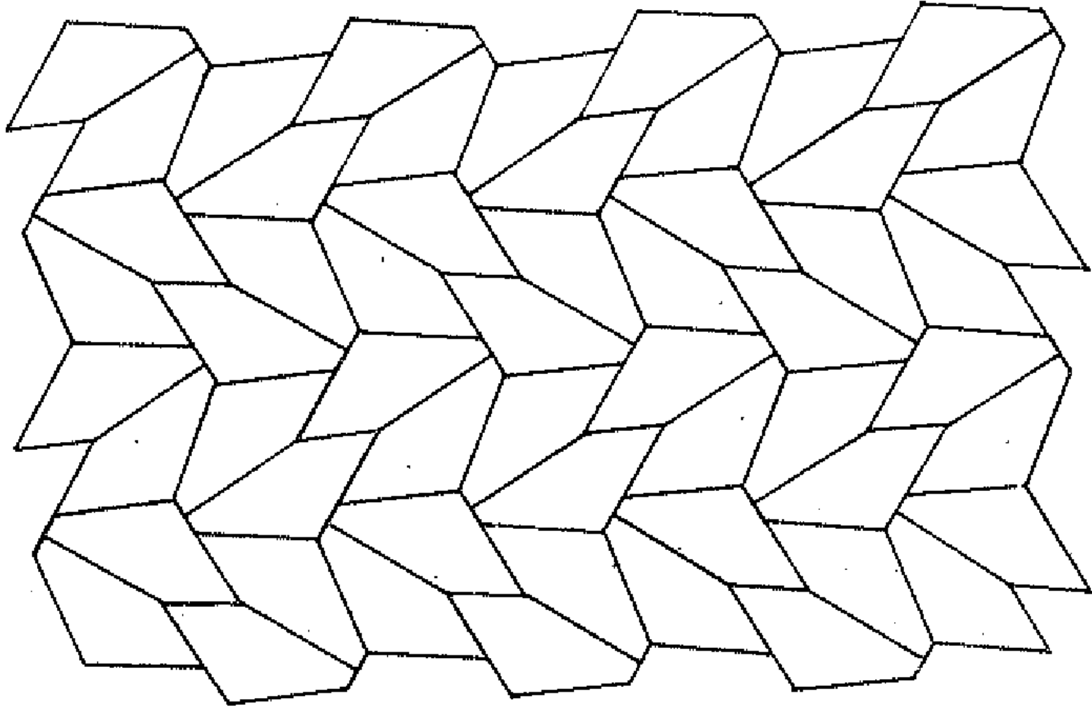
İki kelime 'eşit' olursa bunu, bilinen kurallar çerçevesinde, biçimsel bir simgeler dizisi halinde gösterebiliriz. Oysa 'eşit olmamaları' durumunda, kurallar *hakkındaki* savlara baş vurmamız gerekiyor. Sözcükler gerçekte 'eşit' oldukları zaman sözcüklerin arasındaki 'eşitliği' göstermek için kullanabileceğimiz belirgin bir algoritma vardır. Yapmamız gereken sadece, sözcüklerin olası tüm dizilerini leksikograftk bir liste halinde düzenlemek ve sonra, uygulanabilir herhangi bir kural çerçevesinde ikinci sözcüğün birincisinden türemediği, yanyana bir çift sözcüğün yer aldığı böyle bir diziyi listeden çıkarmaktır. Geriye kalan diziler, sözcükler arasında aradığımız tüm 'eşitlikleri' gösterecektir. Oysa, iki sözcüğün ne

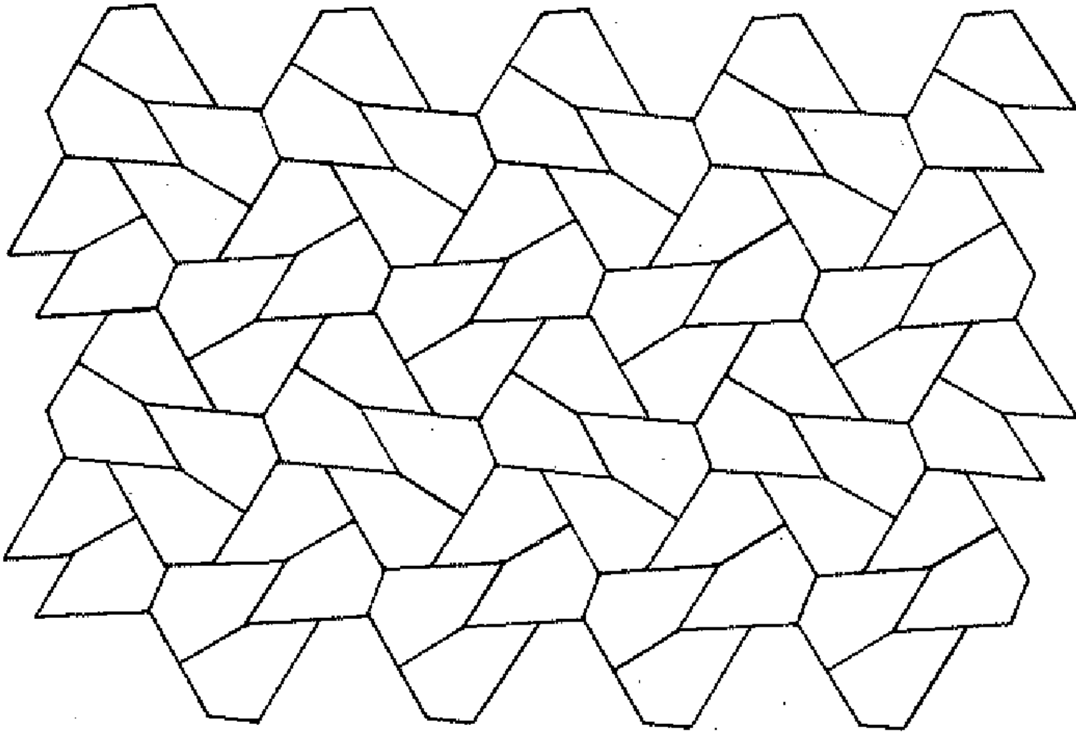
zaman ‘eşit’ olmadığına karar vermek için, genelde, böyle bir belirgin algoritma yoktur, ve bunu kanıtlamak için ‘zekâ’ya başvurmak zorunda kalabiliriz (Gerçekten de, CARPET ve MEAT’in ‘eşit’ olmadığını göstermek için yukardaki ‘hile’nin farkına varmam uzun sürdü. Başka bir örnek için, tamamen farklı bir 'hile’ gerekebilir. Bu arada zekâ, bir ‘eşitliğin’ *varlığını* göstermek için, gerekli olmasa bile yararlı olabilir).

Yukarıdaki birinci liste örneğindeki beş ‘eşitlik’ için, gerçekten ‘eşit olmadıkları’ zaman iki sözcüğün eşit olmadığını kanıtlayan bir algoritma bulmak o kadar zor değildir. Ancak, bu amaçla uygulanabilir bir algoritma *bulmak* için zekâmızı büyük ölçüde kullanmamız gerekir! Aslında, birinci listedeki *tüm* olası seçeneklere evrensel olarak uyarlanabilecek hiçbir algoritmanın bulunmadığı sonunda anlaşılır. Bu bağlamda, sözcük probleminin hiçbir algoritmik çözümü yoktur. Genel sözcük problemi, yinelenmeyen matematiğe aittir!

İlk listede, iki sözcüğün ne zaman eşit olmadığına karar verecek bir algoritmanın varolmadığı bazı *özel* eşitlikler bile yer almaktadır:

AH = HA
OH = HO
AT = TA
OT = TO
TAI = IT
HOI = IH
THAT = ITHT





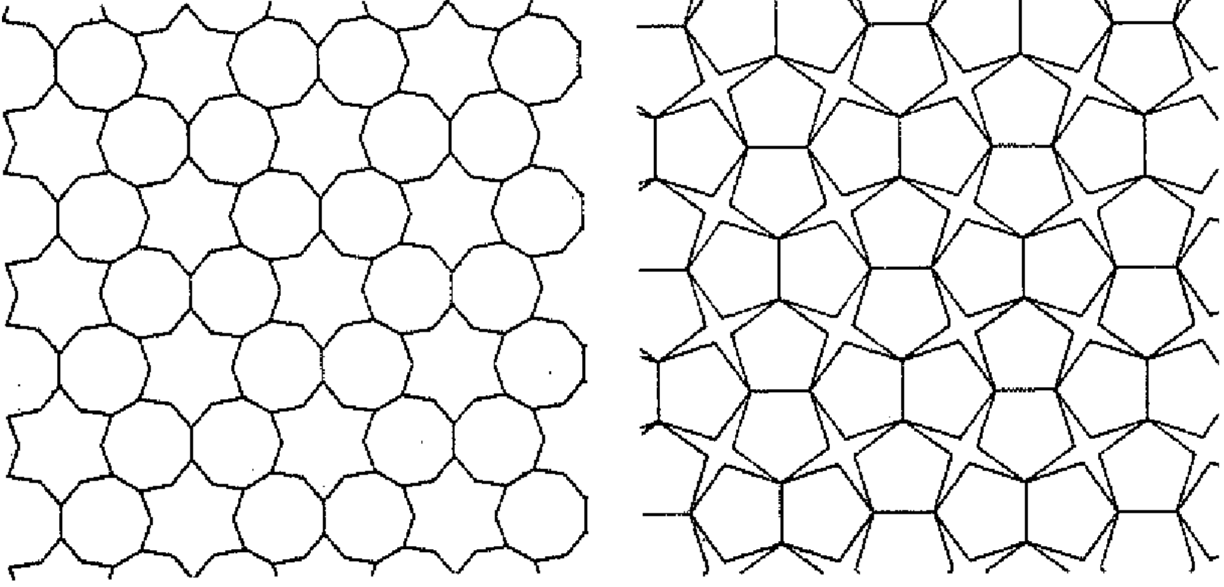
Şekil 4.6. Her birinde tek bir tür karo kullanılarak düzlemin periyodik kaplanması ile ilgili iki örnek (Marjorie Rice tarafından

1976'da bulunmuştur),

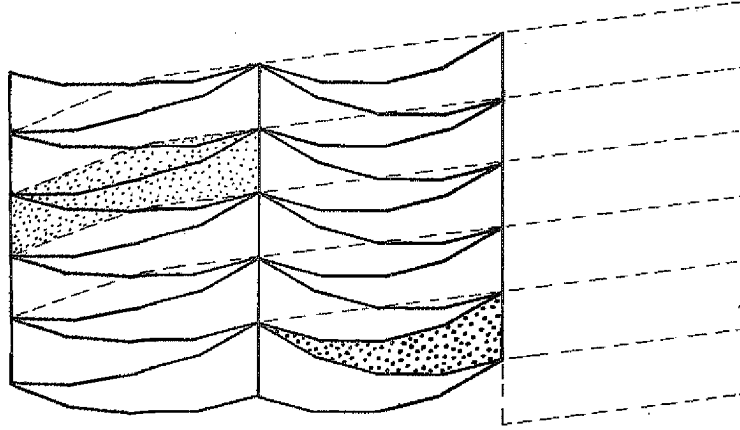
(Bu liste, G.S. Tseitin ve Dana Scott tarafından 1955'de verilen listeden uyarlanmıştır; bkz. Gardner 1958) Buna göre sözcük problemi, söz konusu listeyi kullanarak verilen iki sözcüğün 'eşitliği'ne algoritmik olarak karar veremeyeceğimiz bağlamında, *tek başına* bir örnek oluşturmaktadır.

Genel sözcük problemi, biçimselleştirilmiş matematiksel mantık varsayımlarından ortaya çıkmıştır ('formel sistemler' vs. daha önce ele almıştık.) ilk sözcük listesi, bir aksiyom sistemi ve sözcükler için bir türev kuralı rolünü oynar. Bu rol, yöntemin biçimsel kurallarıdır. Sözcük probleminin yinelenemez olmasının ispatı bu varsayımlardır.

Matematikte yinelenemeyen probleme son bir örnek olarak Eukleides düzleminin çokgen şekillerle kaplanması problemini ele alalım. Elimizde sınırlı sayıda ve farklı tipte şekiller bulunsun. Yalnız bu şekilleri kullanarak, aralarında hiçbir boşluk kalmayacak veya birbirinin üstüne binmeyecek şekilde düzlemi tamamen kaplamamızın mümkün olup olmadığını öğrenmek istiyoruz. Şekillerin böyle düzenlenmesine düzlemin 'karo kaplanması' adı verilir. Biliyoruz ki, bu gibi karo kaplamaları, kareler, eşkenar üçgenler, veya düzgün altıgenler (Şekil 10.2, X. Bölüm) kullanılarak gerçekleştirilebilir ama düzgün beşgenler kullanılarak gerçekleştirilemez. Düzlemin karo kaplanmasında, Şekil 4.6'da gösterildiği üzere, *düzgün olmayan* iki beşgenden her biri gibi diğer birçok tekli şekiller de düzlemin karo kaplanmasını oluşturabilir. Bir çift şekil kullanılarak, karo kaplama daha özenli yapılabilir. Şekil 4.7'de iki basit örnek verilmektedir. Tüm bu örneklerin ortak özelliği 'periyodik', yani her iki yönde tekrarlanabilir olmasıdır.



Şekil 4.7. İki ayrı karo türü kullanarak, düzlemin periyodik kaplanması ile ilgili iki örnek.



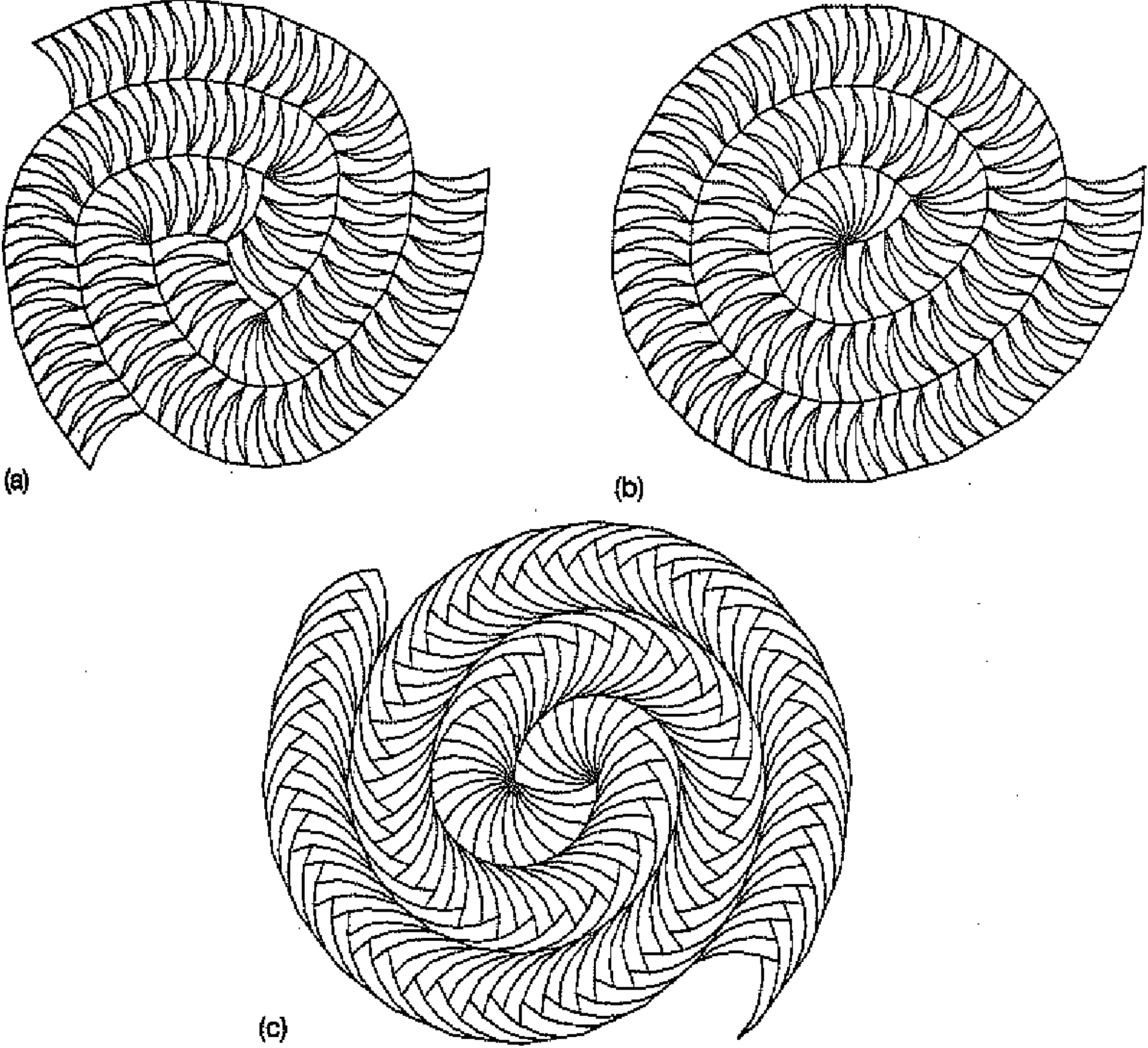
Şekil 4.8 Periyot paralelkenarı ile ilişkilendirilmiş olarak gösterilen bir periyodik karo kaplama

Matematik terimleriyle ifade etmek gerekirse, *bir periyod paralelkenarı yankı* diyoruz; bu paralelkenar, bir şekilde işaretlenip sonra kenarlarına paralel olarak iki yönde tekrar tekrar yinelendiği zaman verilen karo kaplama desenini üretmektedir. Şekil 4.8, bunun bir örneğini göstermektedir: Diken biçiminde bir karoyla yapılan periyodik kaplama sol tarafta gösterilirken, periyodik kaplaması sağda gösterilen bir periyod paralelkenar ile ilişkilendirilmiştir.

Düzlem periyodik olmaksızın da kaplanabilir. Şekil 4.9’da 'helisel’ **karoların Şekil 4.8’deki diken biçimi karolarla birlikte periyodik olmayan kaplaması** üç ayrı tipte gösterilmiştir. Bu değişik düzlem

kaplama 'her yöne uzanabilen’ olarak adlandırılır (açıkça belli nedenlerle!) ve daha Önce H. Voderberg tarafından bulunmuş şekle dayanılarak B. Grünbaum ve G.C. Shephard (1981-1987) tarafından uygulanmıştır. Bu tür karonun hem periyodik hem de periyodik olmayan kaplama yapabildiğine dikkat ediniz. Bu özellik tek veya küme halindeki karo kaplamalarda da görülür. Düzlemi yalnız periyodik olmayacak şekilde kaplayan tek karolar veya küme karolar var mıdır? Bu sorunun yanıtı evet’dir. Şekil 4.10’da, Amerikalı matematikçi Raphael Robinson (1971) tarafından inşâ edilen altı karolu bir küme görülmektedir.

Periyodik olmayan karo kümelerinin tarihçesinden biraz bahsetmek istiyorum (bkz, Grünbaum ve Shephard 1987). 1961 yılında, Çin kökenli Amerikalı mantık bilimcisi Hao Wang, karo kaplama problemi ile ilgili olarak bir karar yönteminin varolup olmadığı sorusunu yöneltti. Başka bir deyişle, düzlemi tümüyle kaplayacak farklı çokgen karolardan oluşan belirli bir sonlu kümenin varolup olmadığına karar verecek bir *algoritma* var mıdır?[XI] Hao Wang, düzlemi herhangi bir şekilde kaplayacak farklı karolardan oluşan her sonlu kümenin, düzlemi gerçekte periyodik olarak da kaplayacağı gösterilebilseydi, böyle bir karar yönteminin gerçekten var olabileceğini göstermiştir.



Şekil 4.9. Şekil 4.8'dekinin aynı 'her yöne uzanabilen' biçimi kollanan üç ayrı periyodik olmayan 'helise' karo kaplama.

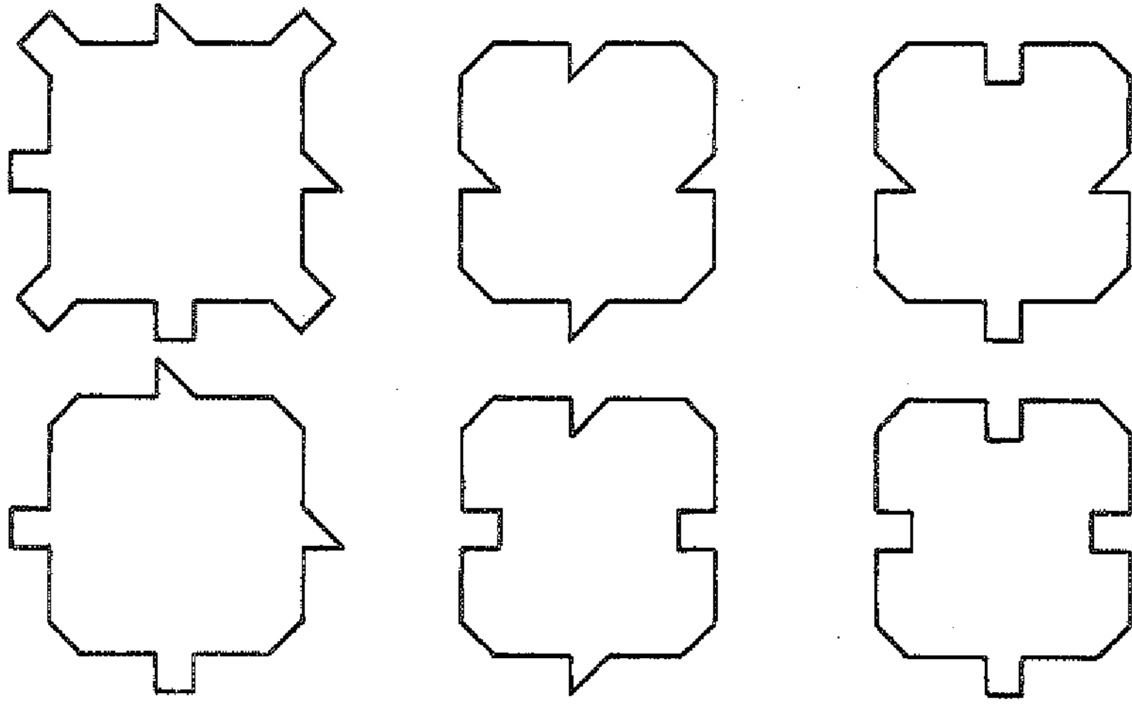
Sanırım, o zamanlar, böyle bir koşula aykırı bir kümenin, yani 'periyodik olmayan' karolar kümesinin, var olabileceğine inanılmıyordu. Ancak, 1966 yılında Robert Berger, Hao Wang'ın bazı ipuçlarını değerlendirerek, karo kaplama problemi ile ilgili hiçbir karar yönteminin varolmadığını göstermeyi başardı: Karo kaplama problemi de, yinelenemeyen matematik sorularının bir parçasıdır![12]

Böylece, Hao Wang'ın periyodik olmayan karolar kümesinin varolması gerektiği sonucundan hareketle Berger, ilk periyodik-olmayan karolar kümesini inşa etmişti. Ancak, Berger kümesi 20 426 gibi son derece fazla sayıda karo kullanımını gerektirdiği için Berger,

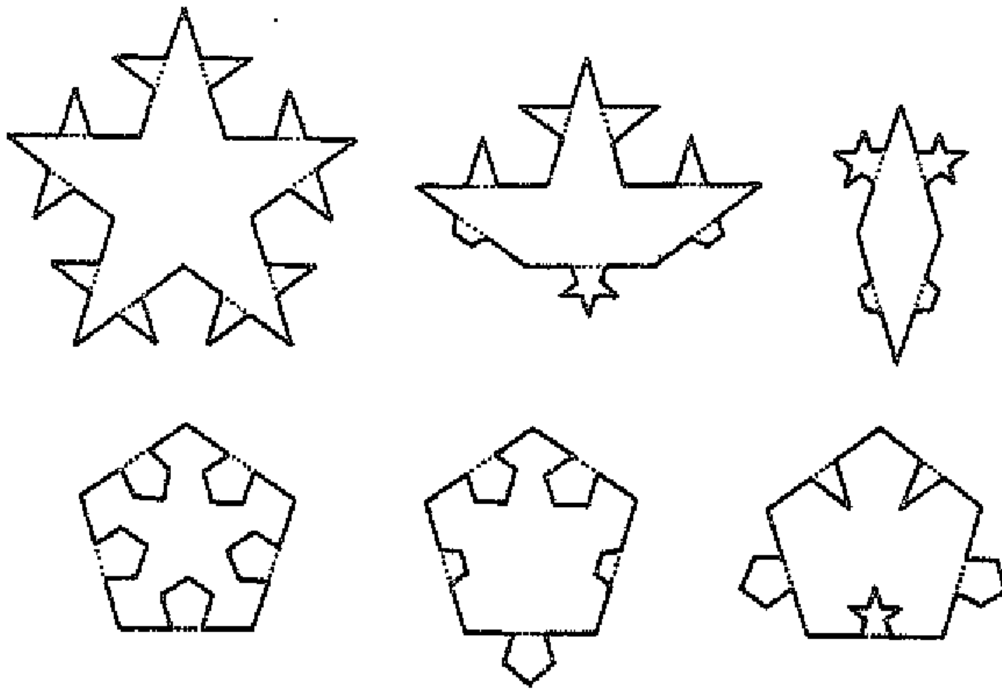
biraz daha beceri göstererek bu sayıyı 104’e indirdi. 1971 yılında Raphael Robinson söz konusu sayıyı, Şekil 4.10’da gösterilen 6 karoya kadar indirmiştir.

Başka bir periyodik-olmayan altılı küme Şekil 4.11'de gösterilmiştir. 1973’de, tamamen bağımsız bir düşünce çizgisi izleyerek bu kümeyi ben tasarımladım (Bu konuya X. Bölüm’de tekrar döneceğim; Şekil 10.3). Robinson’un periyodik-olmayan altılı kümesini gördükten sonra, bu sayıyı nasıl azaltabilirim diye düşünmeye başladım; keserek, tekrar yapıştırarak sürdürdüğüm çeşitli denemeler sonrası, karo sayısını ikiye düşürebildim. Şekil 4.12’de iki ayrı tasarım gösterilmiştir. Kaplama işlemi tamamlandığında ortaya çıkan periyodik şekiller, beş-katlı simetriye sahip ve kristal yapısına tamamen aykırı periyodiksi bir yapı dahil, dikkate değer birçok özelliklere sahiptir. Bu konuya daha sonra tekrar döneceğim. Matematiğin böylesine ‘basit’ bir alanının, bir düzlemin birbirine uyan parçalarla kaplanması gibi neredeyse ‘çocuk oyunu’ bir işlemin gerçekte matematiğin yinelenmeyen problemler konusunun bir kısmını oluşturması ilginç görülebilir. Aslında bu alanda zor ve çözümlenmemiş problemler vardır. Örneğin, tek karodan oluşan ve periyodik-olmayan bir kümenin varolup olmadığı bilinmemektedir.

Wang, Berger ve Robinson'un yaklaşımlarıyla problemde kare karolar kullanılmıştı. Ben, herhangi bir şekle sahip çokgenler kullanılabilir diyorum, yeter ki her bir karoyu göstermenin hesaplanabilir bir yöntemi var olsun. Bu yöntemlerden birisi, karoların, köşelerini, Argand düzleminin noktaları olarak kabul etmektir.

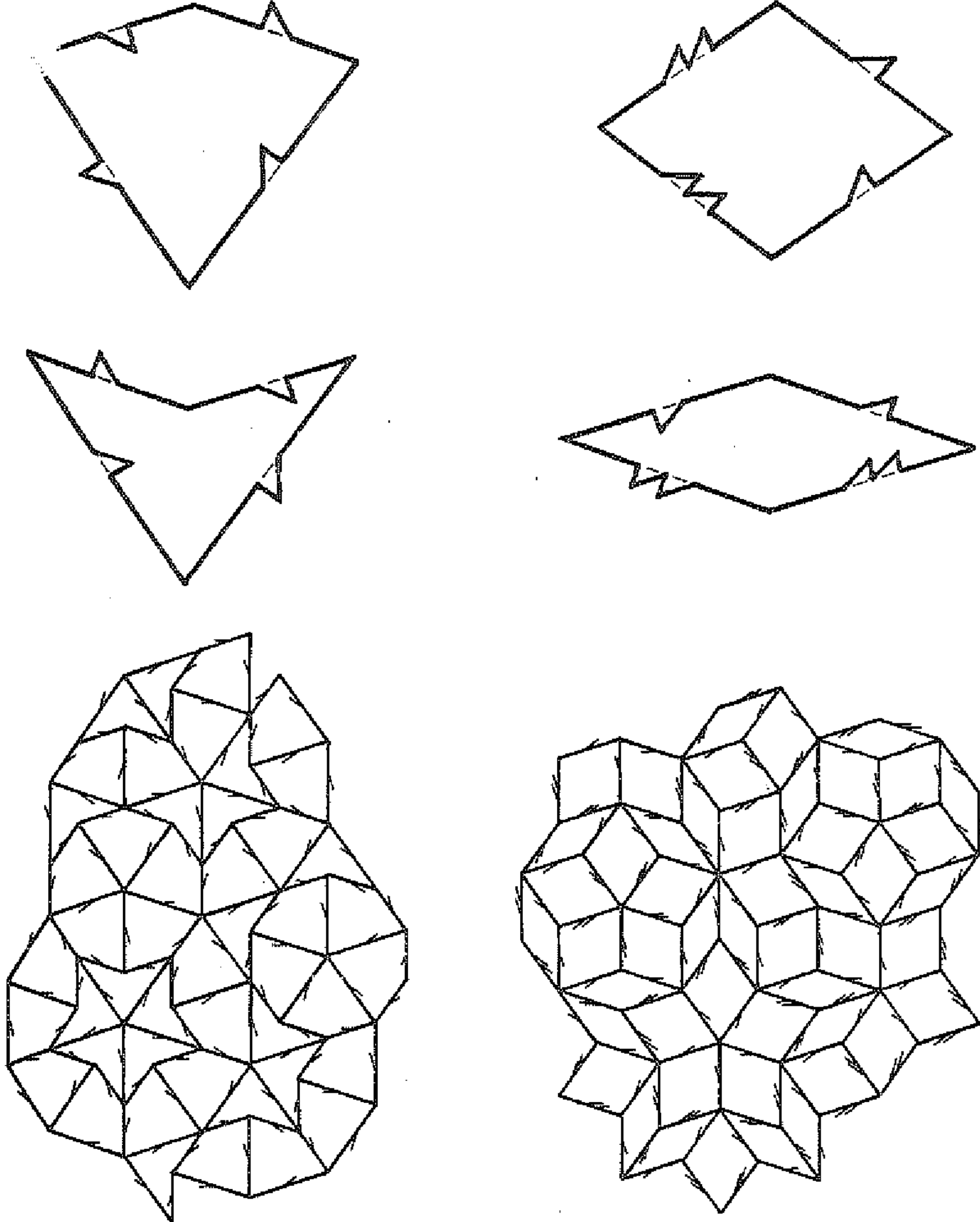


Şekil 4.10. Raphael Rabinson'un, düzlemi yalnız periyodik-olmayarak kaplayabilen altılı kümesi.



Şekil 4.11. Düzlemi yalnız periyodik-olmayarak kaplayabilen bir başka altılı küme.

Bu noktaları, cebirsel sayılarla göstermek pekâlâ mümkündür.



Şekil 4.12. Her biri sadece periyodik-olmayarak kaplayabilen iki çift karo (‘Penrose karoları’); ve düzlemin her bir çift-karoyla kaplanmış bölgeleri.

Mandelbrot Kümesi Yinelenmeyen Matematiğe Benzer mi?

Yine Mandelbrot kümesi ile ilgili tartışmamıza dönelim. Açıklama kolaylığı yönünden Mandelbrot kümesinin, herhangi bir uygun anlamda, yinelenmediğini varsayacağım. Tümleyen küme tekrarlı sayılabilir olduğu için, kümenin kendisi tekrarlı sayılamaz. Sanırım, Mandelbrot kümesinin biçiminin, yinelenmeyen kümelerin ve yinelenmeyen matematik problemlerinin özellikleri hakkında bize vereceği bazı dersler var.

III. Bölüm’de karşılaştığımız Şekil 3.2’i ele alalım. Kümenin büyük bir bölümünün, Şekil 4.13’de ‘A’ olarak işaretlediğim, büyük bir kalp biçiminde bölge ile kaplandığına dikkat ediniz. *Kardioid* (yürek biçiminde) olarak adlandırılan şekil ve iç kısmı, matematiksel olarak, Argand düzleminde

$c = z - z^2$

c noktaları kümesi olarak tanımlanabilir; burada z, merkezden uzaklığı 1/2’den az olan bir kompleks sayıdır. Bu küme, kuşkusuz, daha önce değinilen anlamda, tekrarlı sayılabilir: Bölgenin iç kısmında bir noktaya uygulandığında bu noktanın gerçekten iç bölgede bulunduğunu doğrulayacak bir algoritma vardır. Gerçek algoritma yukardaki formülden kolayca elde edilir.

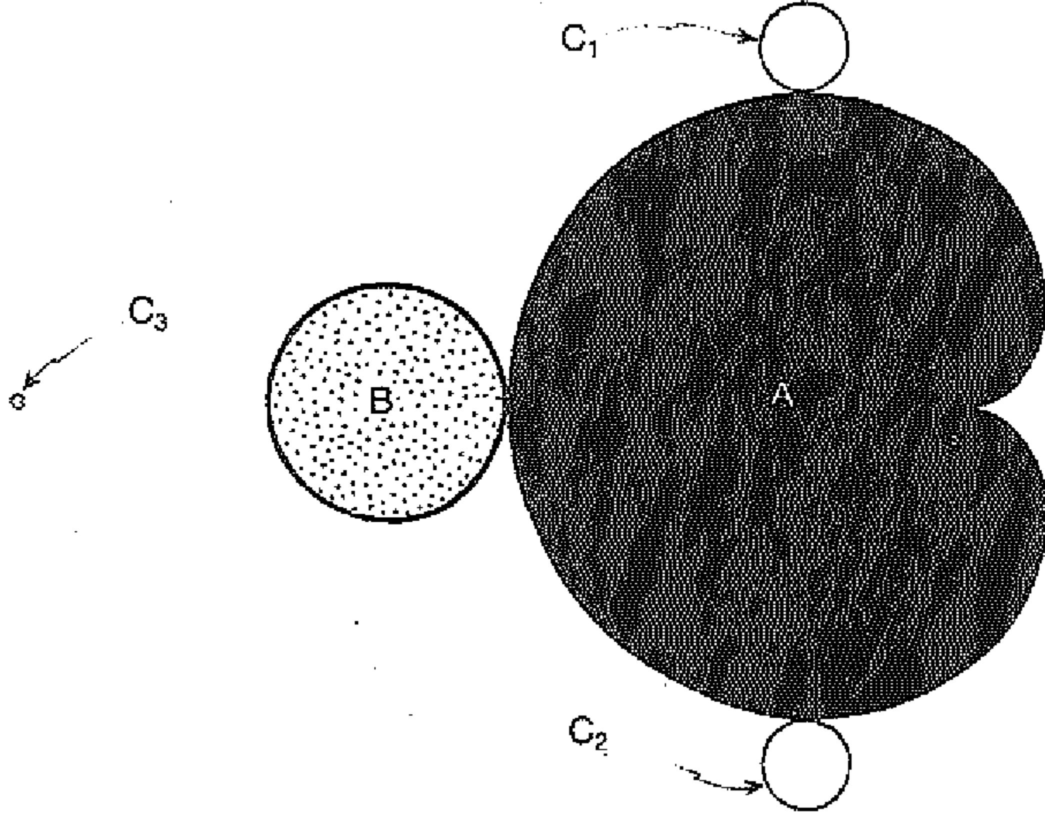
Yürek biçimindeki ana bölgenin solundaki yuvarlak bölgeye (Şekil 4.13 - bölge B) bakınız. Yuvarlak bölgenin iç kısmı .

$c = z - 1$

noktaları kümesidir; burada z, merkezden 1/4’den az uzaklıktadır, Bu bölge gerçekten de bir diskin içidir, yani tam bir dairenin içinde kalan noktalar kümesidir. Bu bölge de, yukardaki anlamda, yinelenerek sayılabilir. Peki, yürek biçimi bölgenin üzerindeki ‘siğilimsi’ çıkıntılar nedir? Şekil 3.2’de yürek-biçimi bölgenin hemen

üstünde ve hemen altında görülen ve Şekil 4.13'te C_1, C_2 olarak işaretlenen bu yuvarlak damlaların küme terimleriyle bildirimi şöyledir:

$$c^3 + 2c^2 + (1 - z)\, c + (1 - z)^3 = 0$$



Şekil 4.13. Mandelbrot kümesinin iç bölgesinin başlıca kısımları, basit algoritmik formüllerle tanımlanabilir.

burada *z,* merkezden 1/8 uzaklıktaki noktaların tümüdür. Aslında bu denklem bize yalnız C_1 ve C_2 yuvarlaklarını vermiyor, Şekil 3.2'de sol tarafta -Şekil 3.1'in ana bölgesi- ve Şekil 4.13'de C_3 ile işaretlenen kalp biçimindeki 'yavru' şekilleri de vermektedir. Yine, söz konusu bu bölgeler (birlikte veya ayrı ayrı), yukarıdaki formül sayesinde (daha önce önerilmiş olan anlamda) yinelenerek sayılabilir kümeleri oluşturur.

Mandelbrot kümesinin yinelenemeyen bir küme olduğunu kanıtlamaya çalıştığım gibi bir izlenim yarattıysam da kümenin, iyi

tanımlanmış ve çok karmaşık olmayan bazı algoritmalar kullanarak, en geniş bölgelerini açıklığa kavuşturduk. Öyle görünüyor ki, bu işlemi sürdürmeliyiz. Kümedeki en belirgin bölgeler ve kuşkusuz bu bölgelerin kapladığı alanın (tümünü kaplamadığı durumlarda) ezici yüzdesi, algoritmik olarak hesaplanabilir. Tahmin ettiğim gibi küme tümüyle gerçekte yinelenen bir küme değilse, algoritmalarımızla ulaşamadığımız bölgelerin, çok hassas ve ulaşılması zor bölgeler olması gerekir. Üstelik, böyle bir bölgeyi saptadığımız zaman, algoritmalarımızı bu bölgelere ulaşmamızı sağlayacak şekilde geliştirmek şansımız da artacaktır. Fakat yine de (yinelenemez varsayımım doğruysa) ulaşılamayan başka bölgeler olacak, bu bölgeler geliştirilmiş algoritmalarımızla bile ulaşamayacağımız duyarlılık ve karmaşıklıkların belirsizliğinde, daha da derinlerde, gizli kalacaklardır. Böyle bir aşamada sezgilerimizi, becerimizi ve çalışkanlığımızı devreye sokarak onlara ulaşabiliriz, fakat yine de ulaşamadıklarımız olacak ve bu böylece sürüp gidecektir.

Sanırım bu durum, matematiğin çoğu kez, problemlerin zor olduğu ve büyük olasılıkla yinelenemez olduğu alanlarda faaliyet gösterdiğini açıklamaktadır. Belirli bir alanda karşılaşmamız olası en olağan problemler, basit algoritmik yöntemlerle, yüzyıllardır bilinen yöntemlerle çözülebilir. Fakat bazıları ağın gözlerinden kaçıp gidecek ve onları çözebilmemiz için daha zor yöntemler bulmamız gerekecektir. Elimizden kaçıp kurtulanlar, kuşkusuz, matematikçileri tuzaklarına düşürecekler ve onları daha güçlü yöntemler bulmaya zorlayacaklardır. Bu gibi yöntemlerin, ilgili matematik alanının doğasının daha da derinliklerine inebilen sezgilere dayalı olması gerekecektir. Belki, fiziksel dünya anlayışımızda buna benzer bir şeyler vardır.

Daha önce ele aldığımız sözcük problemlerinde ve düzlem karo kaplama problemlerinde bu tür bir şeyi göz ucuyla fark etmeğe başlayabiliriz (Bu alanlar, matematiksel yöntemlerin henüz pek ilerleme kaydetmediği alanlar olsa dahi). Basit bir uslamlama yöntemi kullanarak, belirli bir sözcüğü başka bir sözcükten türetemiyeceğimizi gösterebilmiştik. Daha karmaşık problemlerin üstesinden gelmek için çok daha karmaşık uslamlama yöntemlerini devreye sokabiliriz. Sözcük probleminde tek bir yöntemin yeterli olmayacağını biliyoruz fakat kontrolümüzden kaçabilen örnekleri

biraz daha özenli ve duyarlı yöntemlerle inşa edebiliriz. Nasıl inşa edebileceğimizi anlar anlamaz, belli bir problemin algoritmamızın elinden kurtulduğunun kesinlikle *farkına varır varmaz*, algoritmamızı, bu problemi kapsamına alacak şekilde geliştirebiliriz. Yalnız 'eşit' olmayan çift sözcükler algoritmamızdan kaçabildiğine göre, kaçtıklarının farkına varır varmaz 'eşit' olmadıklarını anlarız ve algoritmamızı buna göre uyarırız. Gelişen sezgilerimiz, algoritmanın gelişmesini sağlayacaktır!

Karmaşıklık Teorisi

Algoritmaların doğası, varlığı ve sınırları ile ilgili olarak yukarda ve önceki bölümlerde ileri sürdüğüm savlar 'ilke' düzeyindeydi. Uygulanabilir olup olmadıklarını fazlaca irdelemedim. Algoritmalarının varolduğunu ve bu algoritmaları nasıl inşa edeceğimizi bildiğimiz problemler için bile, bunları yaşama geçirmek büyük beceri ve çaba gerektirebilir. Bazen birazcık beceri ve sezgi gücüyle, bir algoritmanın daha az karmaşık veya son derece hızlı olmasını sağlayabiliriz. Bu gibi konular çoğu kez çok ayrıntılı ve teknik olup, algoritmaların yapılanması, anlaşılması ve geliştirilmesi alanlarında değişik bağlamlarda bir hayli çalışma yapılmış, algoritma çalışmalarına ivme kazandırılmıştır. Bu konuda ayrıntılı bir tartışmaya girmeyi uygun görmüyorum. Ancak, bir algoritmanın süratinin ne ölçüde artırılabileceği ile ilgili bazı kesin sınırların bilinmekte veya tahmin edilmekte olduğuna değinmekte yarar görüyorum. Algoritmik özelliğe sahip matematik problemleri arasında bile, doğaları gereği, algoritmik çözümleri diğer çözümlerine göre çok daha zor olanlar vardır. Bazıları ancak çok yavaş algoritmalarla (veya, olağanüstü bellek alanı, vb. gerektiren algoritmalarla) çözümlenebilirler. Bu çeşit sorularla ilgilenen teori, *karmaşıklık teorisi* adıyla tanınır.

Karmaşıklık teorisi, *bireysel* problemlerin algoritmik çözümlerinden çok, bir problem sınıfına dahil problemlere yanıt arayan genel bir algoritmanın bulunabileceği sonsuz problemler sınıflarıyla ilgilenir. Aynı sınıfa dahil farklı problemler farklı 'boyutlar'a sahip olabilirler; bir

problemin boyutu *n* doğal sayısıyla ölçülebilir *(n* sayısının problemin boyutunu nasıl belirleyeceğini birazdan anlatacağım). Belirli bir sınıfa dahil her bir problemin gereksinim duyacağı sürenin uzunluğu -veya, daha doğrusu, ilk aşamaların sayısı- *n'e* bağlı bir *N* doğal sayısıdır. Biraz daha açıklamak gerekirse, diyelim *n* boyutundaki tüm problemler arasında algoritmanın kaydettiği en büyük aşama sayısı N'dir. Buna göre, *n* büyüdükçe N'de büyüyecektir. Gerçekte *N, n'e* göre çok daha hızlı büyüyecektir. Örneğin *N,* yaklaşık n^2, veya n^3, veya belki 2^n (büyük *n* değerleri için $2^n, n, n^2, n^3, n^4$ ve n^5' hepsinden çok daha büyük, ve hatta her *r* sabit sayısı için n^r'den daha büyüktür) ile orantılı olacak, veya *N,* yaklaşık olarak, diyelim

2^{2^n} (öncekinden de daha büyük bir sayı) ile orantılı olabilecektir.

Kuşkusuz, 'aşamaların' sayısı, algoritmanın uygulandığı makinenin tipine bağlı olabilir. II, Bölüm'de tanımlanan tek bantlı ve oldukça yetersiz tipteki Turing makinesiyle *N* sayısı, iki veya daha çok bantlı tip makineyle olduğundan daha hızlı artabilir (yani, makine daha yavaş çalışabilir). Bu gibi belirsizliklerden sakınmak amacıyla, hangi tip Turing makinesi kullanılırsa kullanılsın *N* artış oranı ölçümünün aynı kategoride yer almaşım sağlayacak şekilde N'in, n'in bir fonksiyonu olarak, büyüyebildiği durumları kapsayan geniş bir sınıflandırma yapılır. P olarak anılan ('polinom süre') bir sınıf, n, n^2, n^3, n^4, n^5 ...'lerden her birinin sabit katlarıyla[XII] verilen tüm hızları içerir. Başka bir deyişle, P kategorisindeki herhangi bir problem için ('problem' demekle, gerçekte, çözümleri için genel bir algoritmaya sahip problemler sınıfını kastediyorum)

$N \leq K x n^r$

denklemine sahibiz; burada *K* ve r sabit sayılardır (n'den bağımsız). Bunun anlamı N'in, bir sabit çarpan kere n'nin bir kuvvetinden büyük olmadığıdır.

P kategorisine dahil basit ve tipik bir problem, kuşkusuz, iki sayının çarpımıdır. Bu konuya biraz daha açıklık getirmek için önce, *n* sayısının, çarpılacak sayıları nasıl karakterize ettiğini tanımlamalıyım. Her sayının ikilik sistemde yazıldığını ve *n/*2'in bu sayının ikilik sistemde yazılmış halinde her bir rakamını kaç kez geçtiğini gösterdiğini, yani n'nin toplam ikilik hane sayısını (dijit)

verdiğini farz edelim (Sayılardan birisi diğerinden uzunsa, kısa olanıyla başlar ve diğerinin uzunluğuna ulaşıncaya kadar sola bir dizi sıfır ekleyebiliriz).

Örneğin *n* = 14 ise

1011010x0011011

olarak yazarız (aslında 1011010 x 11011 olarak yazılması gerekirken kısa sayıya sıfır ekleyerek yukarıdaki yazılımı elde ettik). Çarpımı, ikilik sistemde, 0x0 = 0, 0x1 = 0, 1x0 = 0, 1x1 = 1, 0 + 0 = 0, 0+1 = 1, 1 + 0 = 1, 1 + 1 = 10 olduğunu hatırlayarak, doğrudan doğruya şöyle yapabiliriz:

```
        1011010
      x 0011011
      ---------
        1011010
       1011010
      0000000
     1011010
    1011010
   0000000
  0000000
  -------------
  0100101111110
```

Tek tek yapılan çarpımların sayısı $(n/2)$ x $(n/2)$ - $n^2/4$'dür; buna ek olarak en fazla $(n^2/4)$ - (n/2)'toplama işlemi yapılabilir. Bu durumda toplam $(n^2/2)$-$(n/2)$ bireysel aritmetik işlemi vardır; çarpım işlemindeki elde sayılar için ayrıca bir kaç yedek aşamayı da buna ekleyebiliriz.

Böylece toplam aşama sayısı $N = n^2/2$ olur ki (sadece en büyük terimi dikkate alarak) bu sayı kuşkusuz bir polinomdur.[13]

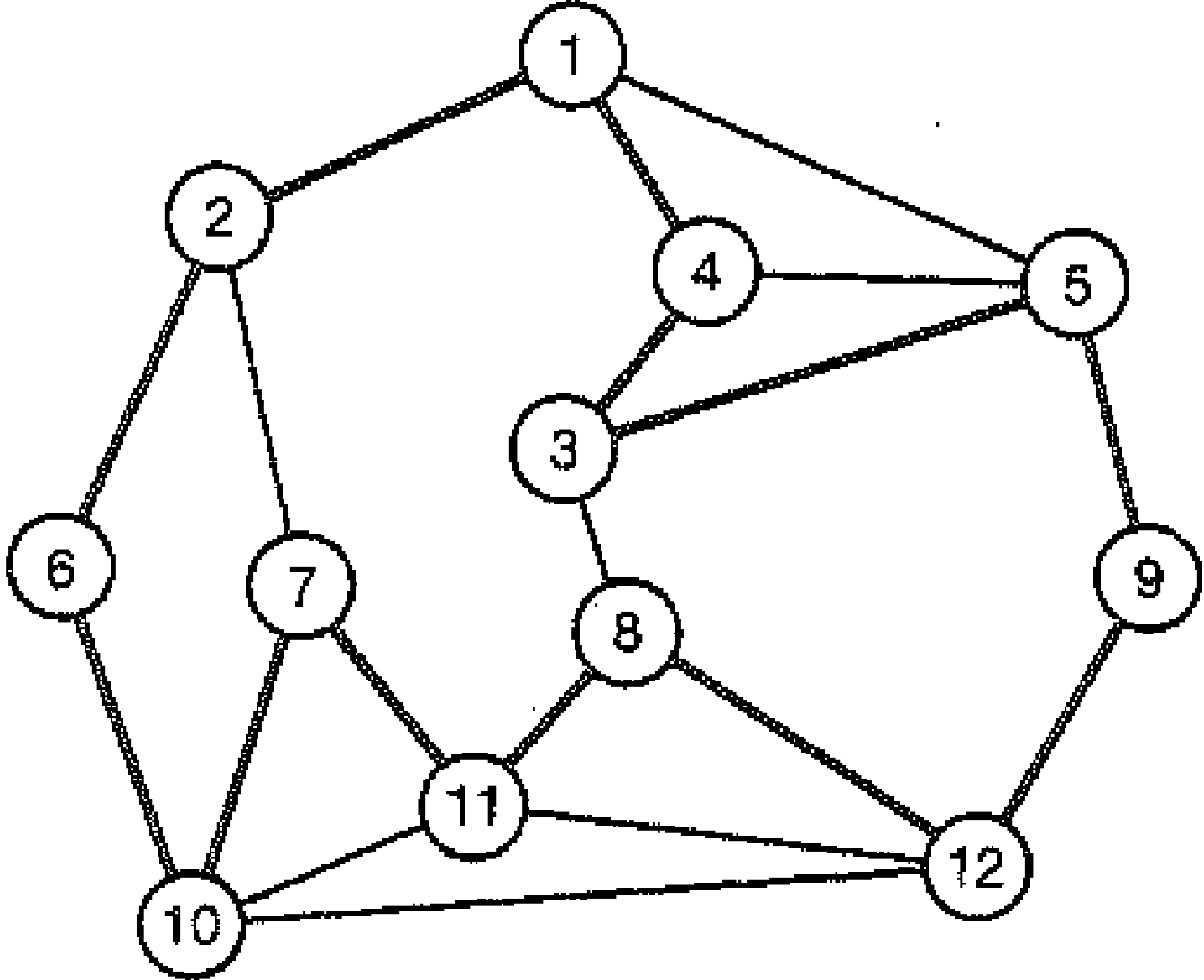
Bir problem sınıfı ile ilgili olarak genelde, problemin 'boyutu'nun *n* ölçüsünü, problemin bağımsız verilerini belirlemek için gerekli toplam ikilik hanelerin (bit) sayısı olarak alırız. Başka bir deyişle, verilen *n* için, problemin 2^n kadar farklı seçeneği söz konusudur (çünkü her hane, 0 veya 1 seçeneklerinden birisini alabilir, ve toplam *n* hane vardır) ve bu seçeneklerin N sayısını geçmeyen aşamada algoritma tarafından düzgün bir şekilde ele alınması gerekmektedir.

P kategorisinde yer almayan problemlerin(problem sınıflarının) birçok örneği vardır. Örneğin *r* doğal sayısından 2^{2^r} sayısını hesaplamak için, işlem bir yana, sadece yanıtını yazmak için 2^r kadar aşamaya gereksinim vardır; bu işlemde *n, r* sayısının ikilik gösterimindeki hane (digit) sayısıdır. $2^{2^{2^r}}$ aşamasının hesaplanması, işlemine benzer aşamaları, vb. gerektirecektir! Bu problemler polinom problemlerden çok büyüktür ve kuşkusuz P sınıfına dahil değildirler.

Yanıtları polinom sürede yazılabilen hattâ sağlamaları da aynı sürede yapılabilen sorular daha ilginçtir. Bu özelliğe sahip önemli bir problemler kategorisi (algoritmik çözümlenebilen soru sınıfları kategorisi) vardır. Böyle problemler NP problemleri (problem sınıfları) olarak anılır. NP'deki problemler sınıfına ait herhangi bir problemin çözümü varsa, algoritma bu çözümü verecektir ve polinom sürede bunun sağlamasını yapmak da mümkün olmalıdır. Problemin çözümü yoksa, algoritma bunu böyle olduğunu söyleyecektir, fakat polinom sürede veya başka şekilde, bu sonucun sağlanması gerekmiyecektir.[14]

NP problemleri, hem matematikte hem pratik dünyada birçok konuyla ilgili olarak ortaya çıkabilir. Basit bir matematiksel örnek vereyim: Bir grafikte 'Hamilton devresi' adıyla anılan (son derece basit bir düşünceyi tanımlamak için oldukça iddialı bir ad) devreyi bulmak problemi. Burada 'grafik' ile kastedilen anlam, noktalardan veya 'köşelerden, oluşan sonlu bir koleksiyon olup, belirli sayıdaki nokta çiftleri, grafiğin 'kenarları' denilen çizgilerle birleştirilmiştir (Biz,

burda, geometrik veya ‘uzaklık’ gibi özelliklerle değil yalnız hangi noktanın hangi noktaya bağlandığı ile ilgileniyoruz.



Şekil 4.14. Hamilton devresi (koyu çizgiler) içeren bir grafik. Şekilde, okuyucunun bulmak isteyebileceği bir tane daha Hamilton devresi var.

Bu nedenle, kenarların birbirinin üzerinden geçmesine aldırmadığımızı varsayarak, noktaların tümünün aynı düzlemde veya üç-boyutlu uzayda temsil edilip edilmedikleri gerçekten önemli değildir). *Hamilton devresi,* grafiğin kenarlarından oluşan ve her köşeden (verteksden) bir kez geçen bir ilmekten ibarettir. Hamilton devresini içeren böyle bir grafik örneği Şekil 4.14’de verilmektedir. Hamilton devresi problemi, verilen bir grafikte bir Hamilton devresinin varolup olmadığına karar vermek ve varsa bunu açıkça göstermektir.

Bir grafiği ikilik sayı sisteminde göstermenin çeşitli yolları vardır. Kullanılan yöntem pek önemli değildir. Örneğin noktaları 1, 2, 3, 4, 5... şeklinde numaralıyarak, uygun bir sırada çift çift dizmek olasıdır:

(1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5),

(1, 6**). ...**

Bu listedeki her bir çift yerine, eğer çift grafiğin kenarını gösteriyorsa T, göstermiyorsa ‘0’ koyarak ‘0'lar ve '1'lerden oluşan uyumlu başka bir liste yapabiliriz. Buna göre

10010110110...

dizisi, 1. köşenin 2. köşeye bunun 4. köşeye, 5. köşeye ... bağlandığını 3. köşenin, 4. köşeye, 5. köşeye... 4. köşenin, 5. köşeye... vb. bağlandığını gösterir (Şekil 4.14). İstenirse Hamilton devresi, kenarların bir alt-koleksiyonu olarak verilebilir ve bu durumda, çok daha fazla sayıda sıfıra sahip bir ikilik diziyle tanımlanabilir. Sağlama işlemi Hamilton devresini bulma sürecinden daha da hızlı gerçekleştirebilir. Bunun için, devrenin kenarlarının grafiğin orijinal kenarlarına ait olup olmadığını ve grafiğin her bir köşesinin, birisi iki kenarın her birinin ucunda olmak üzere tam iki kez kullanıldığını kontrol etmek suretiyle önerilen devrenin gerçekten bir devre olduğunu sınamak yeterlidir. Bu sağlama işlemi, polinom sürede kolayca gerçekleştirilebilir.

Gerçekte bu problem yalnız NP problemi olmayıp *tam-NP* olarak bilinen problemidir. Yani başka her NP problemi tam-NP problemine *polinom* sürede çevrilebilir. Böylece, Hamilton devresi problemini polinom sürede çözebilecek algoritmayı bulacak, başka bir deyişle, Hamilton devresi probleminin aslında P’de yer aldığını gösterecek kadar zeki olan birisi NP problemlerinin gerçekte P’de yer aldığını da anlayacaktır. Böyle bir durum çok önemli ipuçları verebilir. Genel olarak, P’deki problemler oldukça büyük *n* sayısı için, hızlı modern bir bilgisayarda 'kolay çözümlenir’ (yani, ‘makul bir sürede çözümlenebilir') olarak nitelenirken, P’de yer almayan NP problemleri, oldukça büyük *n* sayısı için, bilgisayarın önceden tahmin edilebilen işlem hızında ne ölçüde artış öngörülürse görülsün ‘kolay çözümlenemez’ (yani, ‘ilke olarak çözümlenmesine karşın uygulamada çözümlenemez’) olarak nitelenir (Büyük bir *n* sayısı için gerekli süre, P’de yer almayan NP problemi için öngörülen süreye

kıyasla, evrenin yaşından daha uzun bir süreye dönüşür ki bu, pratik bir problem yönünden hiçbir işe yaramaz!). Hamilton devresi problemini polinom zamanda çözebilen herhangi bir akıllı algoritma, herhangi bir NP problemini de polinom zamanda çözebilen bir algoritmaya dönüştürebilir!

Tam-NP[15] kapsamında yer alan başka bir problem 'seyyar satıcı problemidir. Hamilton devresi problemini andıran bu problemde, her kenara verilmiş birer sayı vardır ve bu sayıların toplamının (satıcının seyahat ettiği 'uzaklık') minimum olması öngörülür. Seyyar satıcı probleminin polinom sürede çözümü de, diğer tüm NP problemlerinin polinom sürede çözümlenmesini sağlayacaktır (Bu problemin çözümü manşet haber olacaktır! Çünkü, özellikle, son yıllarda geliştirilen gizli şifre sistemleri, yine bir NP problemi olan büyük tam sayıların çarpanlarına ayrılması problemine dayanmaktadır. Bu problem polinom sürede çözülürse, bu gibi şifreler güçlü modern bilgisayarlar vasıtasıyla çözülebilir; problemin çözülememesi durumunda ise şifreler güvende olacaktır. Bkz. Gardner 1985),

Uzmanların çoğu, Turing makinesine benzer bir aygıt kullanılarak, bir tam-NP probleminin polinom sürede çözülmesinin gerçekte olanaksız olduğunu ve sonuçta P ve NP'in aynı olmadığına inanmaktadırlar. Haklı olabilirler ama bugüne değin bunu kanıtlayan olmadı. Bu problem bugün karmaşıklık teorisinin çözülememiş en önemli problemidir.

Fiziksel Nesnelerde Karmaşıklık ve Hesapedilebilirlik

Karmaşıklık teorisi, bu kitapta ele aldığımız konular yönünden önemlidir çünkü, nesnelerin algoritmik olup olmadığı sorusundan oldukça ayrı bir konuyu gündeme getirir: Algoritmik oldukları bilinen şeyler gerçekten yararlı bir şekilde algoritmik midir? Gelecek bölümlerde karmaşıklık teorisinden çok hesaplanabilirlik teorisini tartışacağım. Çünkü, hesaplanabilirlik sorusunun aksine, karmaşıklık teorisi kapsamındaki konuların, ussal olguların odağını oluşturmadığını düşünmek eğilimindeyim (gerekçelerim oldukça

yetersiz olsa bile). Üstelik, algoritmaların uygulanabilirliğine ilişkin sorulara, karmaşıklık teorisinin bugünkü durumuyla, ancak şöyle bir değinebileceği kanısındayım.

Ancak, karmaşıklığın önemi konusunda yanılıyor da olabilirim. Daha sonra değineceğim gibi (IX. Bölüm,) *gerçek fiziksel nesneler* ile ilgili karmaşıklık teorisi, şu âna kadar tartıştığımızdan çok farklı olabilir. Böyle bir olası farkı gözler önüne sermek için, kuantum mekaniğinin gizemli özelliklerinden bazılarını irdelememiz gerekecektir. Bazılarının önemi çok daha büyük boyutlara ulaşan birçok olguyu ve bu arada atomların ve moleküllerin davranışlarını inceleyen kuantum mekaniği gizemli ama o kadar da güçlü şekilde doğrudur. Bu teoriyle VI. Bölüm'de tanışacağız. David Deutsch'a, (1985) göre, bir 'kuantum bilgisayarı' inşa etmek 'ilke olarak' olasıdır. Deutsch, bu bilgisayar için P'de yer almayan ama bu aygıt sayesinde polinom sürede çözülebilen problemlerin (problem sınıfları) varolduğunu ileri sürmektedir. Bir kuantum bilgisayarı olarak davranabilen (güvenilir) gerçek bir fiziksel aygıtın nasıl inşa edilebileceği bugüne değin açıklığa kavuşturulmamıştır. Üstelik, söz konusu problemler sınıfı kuşkusuz yapaydır, ama fiziksel bir kuantum aygıtının bir Turing makinesi üzerine inşa edilmesine ilişkin teorik olasılık bize pek erişilmez gibi görünmüyor.

'Fiziksel bir aygıt' olduğu tartışmasına giriştiğim insan beyni, karmaşık olduğu kadar şaşırtıcı ölçüde özenli ve duyarlı tasarıma sahip beynimizin kendisi sakın, kuantum teorisinin gizeminden yararlanıyor olmasın? Kuantum sonuçlarının, problemlerin çözümünde veya yargıların oluşturulmasında yararlı bir şekilde kullanılabilecekleri yöntemlerin farkında mıyız acaba? Günümüzün kuantum teorisinin sınırlarını zorlayarak sağlayacağı üstünlüklerden yararlanmamız mümkün mü? Fiziksel aygıtların, Turing makinelerinin karmaşıklık teorisi yönünde geliştirilerek inşa edilmeleri gerçekten mümkün olabilir mi? Ya gerçek fiziksel aygıtlarla ilgili hesapedilebilirlik teorisinden ne haber?

Bu gibi soruları yanıtlayabilmek için tümüyle matematiksel olan konulardan uzaklaşarak, gelecek bölümlerde, fiziksel dünyanın gerçekte nasıl davrandığını araştıracağız.

V. Bölüm
Klasik Dünya

Fiziksel Kuramın Klasik Dünyadaki Yeri

Bilinç, Doğa'nın bir parçası olabilir mi? Bunu değerlendirmek için Doğa'nın işlevleri hakkında neleri bilmeliyiz? Bedenleri ve beyinleri oluşturan elemanlara hükmeden yasaların neler olduğu gerçekten önemli mi? Yapay Zekâyı destekleyenlerin çoğunun bizi inandırmaya çalıştıkları gibi bilinçli algılamalarımız, algoritmaların uygulanmasından başka bir şey değilse, bu yasalarla ilgili gerçeği öğrenmenin pek bir önemi kalmıyor. Bir algoritmayı uygulayabilen herhangi bir makine, herhangi bir başka makine kadar işe yarayabilir. Öte yandan, bilinçle ilgili duygularımızda, algoritmaları aşan kavramlar varolabilir. Belki de, oluşumumuzu sağlayan ayrıntılı yöntem, bizi oluşturan maddeye hükmeden kesin fiziksel yasalarda olduğu gibi, bilincimizle gerçekten ilgilidir. Belki, maddenin özel doğasının altında yatan ve maddenin nasıl davranması gerektiğine hükmeden erişilmesi zor nitelik her ne ise onu anlamamız gerekecek. Fizik bilimi, henüz bu aşamaya gelmemiştir. Açığa çıkarılması gereken daha bir çok giz ve kazanılması gereken daha derin bir sezgi söz konusudur. Yine de fizikçilerin ve fizyologların çoğu, insan beyni gibi normal boyuttaki bir nesnenin işlevleriyle ilgili fizik yasaları hakkında yeterince bilgiye *şimdiden* sahip olduğumuzu ileri süreceklerdir. Beynin, fiziksel bir sistem olarak istisnai ölçüde karmaşık olduğu kuşku götürmezken ve ayrıntılı yapısı ve buna uygun işlemleri hakkında henüz bunca şey bilinmezken, bir kaç fizikçi ve fizyolog, bilgi eksikliğinin gerçekte, beynin davranışının altında yatan *fiziksel* ilkelerden kaynaklandığını iddia edecektir. Aksine, fiziği, beynimizin işlevlerini fizik yönünden yeterince tanımlayabileceğimiz, ilke olarak bile tanımlayabileceğimiz ölçüde henüz anlamıyoruz. Alışılagelmişin dışındaki bu konuyu daha sonra

tartışacağım. Önce, günümüzün fizik kuramının klasik dünyadaki yerinin genel bir değerlendirmesini yapalım. Kitabın bu bölümü, hem Newton'un mekaniğini hem de Einstein'ın göreli mekaniğini içeren 'klasik fizik' konusu ile ilgilenecektir. Burada 'klasik' sözcüğünün anlamı, 1925 yılında *kuantum kuramının,* (Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger, de Broglie, Born, Jordan, Pauli ve Dirac gibi fizikçilerin esin kaynağı yapıtlarının üretildiği dönemde) moleküllerin, atomların ve atom-altı parçacıkların davranışlarını tanımlayan bu belirsizlik içeren, belirleyici olmayan gizemli kuramın, ortaya çıkışından önce etkin olan kuramlardır. Öte yandan, klasik kuram belirleyicidir, yani gelecek daima tümüyle geçmiş tarafından belirlenir. Klasik fizik, yine de, yüzyıllar boyunca bizi olağanüstü bir şekilde doğru yolda yönlendirmiş olsa bile gizemli bir yönü olduğunu hep hissettirmiştir. Kuantum kuramını da (6. Bölüm) incelemek zorunda kalacağız çünkü, fizyologlar arasında yaygın olan görüşün aksine, kuantum olgularının, beynin işleyişi yönünden önemli olabileceğine inanıyorum, ama bu konu daha sonraki bölümlerin konusunu oluşturacak.

Bilimin bugüne kadar gerçekleştirdikleri dramatiktir. Doğayı yorumlamadaki olağanüstü gücümüzün neleri elde etmemize yardımcı olduğunu görmek için etrafımıza bakmamız yeterlidir. Modern dünyanın teknolojisi, deneysel birikimin zenginliğinden oldukça büyük ölçüde yararlanmıştır. Ancak, teknolojimizin temelini oluşturan fizik *kuramıdır,* ve işte biz burada bu kuramı ele alacağız. Elimizdeki kuramlar, dikkat çekecek ölçüde bir doğruluğa sahiptir. Fakat güçlerini bundan almazlar. Duyarlı ve ayrıntılı bir matematiksel uygulamaya olağanüstü yatkın oldukları da bir gerçektir. İşte tüm bu gerçekler bize gerçekten etkileyici güce sahip bir bilimi sunmuştur.

Fizik kuramının önemli bir bölümü çok yeni değildir. Bir başlangıç noktası vermek gerekirse, fizik kuramı, 1687'de Isaac Newton'un *Principia* (İlkeler) adlı yapıtının yayınlanmasıyla başlamıştır. Bu çok önemli yapıt, bir kaç temel fizik ilkesinden hareketle, fiziksel nesnelerin gerçekte nasıl davrandıklarını anlamak ve çoğu kez tam bir isabetle davranışlarını öngörmek yeteneğini kazandırmaktadır. (*Principia*'nın önemli bir kısmı, daha sonra Euler ve diğerleri tarafından daha pratik yöntemlerle geliştirilmişse de bunlar daha çok matematik tekniklerindeki dikkate değer gelişmelerle ilgilidir.)

Newton'un yapıtı, kendisinin de itiraf ettiği gibi, aralarında Galileo Galilei, Rene Descartes ve Johannes Kepler'in bulunduğu büyük düşünürlerin başarılarından büyük ölçüde yararlanmıştır. Platon, Eudoxus, Eukleides, Arkhimedes ve Apollonios gibi daha eski düşünürlerin önemli temel kavramları da bu yapıtta yer almıştır.

Newton'un dinamik kuramının ana çizgisinden sapmalar daha sonra başlamıştır. Önce, on dokuzuncu yüzyıl ortalarında James Clerk Maxwell elektromanyetizma kuramını geliştirmiştir. Bu kuram, yalnız elektrik ve manyetik alanların klasik davranışını değil ışığın davranışını da açıklar.[1] Bu ilgi çekici kuram, bu bölümün sonlarında tekrar ilgi alanımıza girecektir. Maxwell'in kuramı, bugünün teknolojisi yönünden önemlidir. Elektromanyetik olaylarla beynimizin işleyişi arasında ilişki olduğuna da kuşku yoktur. Ancak, kuşkulu bir yönü vardır ki, o da Albert Einstein adıyla özdeşleşen iki büyük görelilik kuramının, düşünme işlemimiz yönünden herhangi bir öneminin bulunabileceğidir. Maxwell denklemlerinin incelenmesi esnasında geliştirilen *özel* görelilik kuramı, ışığın hızına yakın hızlarda hareket eden cisimlerin şaşırtıcı davranışını açıklamak için Henri Poincaré, Hendrick Antoon Lorentz ve Einstein tarafından ileri sürülmüştür. (ve daha sonra Hermann Minkowski tarafından özenli bir geometrik yorum verilmiştir) Einstein'ın ünlü denklemi $E = mc^2$ bu kuramın bir kısmını oluşturur. Fakat kuramın teknoloji üstüne etkisi bugüne değin pek fazla olmamıştır (Nükleer fiziğin ilgi alanına girdiği yerdeki etkisi hariç), ve beynimizin işlevleri ile ilgisi en azından dolaylı bir ilişki olarak görünmektedir. Öte yandan özel görelilik, *zamanın* nitelikleri ile bağıntılı olarak fiziksel gerçeklik hakkında bize yeni bir şeyler anlatmaktadır. Gelecek bölümlerde göreceğimiz gibi bu durum bizi, algıladığımız 'zaman akışı' yönünden önem taşıyabilecek, kuantum kuramı ile ilgili bazı açmazlara sürükleyecektir. Einstein'ın evrensel kütle çekimini tanımlamak için uzay-zaman eğrilerini kullandığı *genel* görelilik kuramını iyice anlamadan önce özel kuramı anlamamız gerekir. Özel kuramın teknoloji üzerindeki etkisi hemen hemen yok gibiyken[I] beynimizin işleyişiyle arasında ilinti kurmaya kalkışmak biraz hayalcilik gibi görünebilir. Fakat, özellikle 7. ve 8. Bölümlerde kuantum kuramının tutarlı bir tablosunu çizmeden, uzayın ve zamanın uç noktalarına

doğru yol almadan önce gerekli gördüğüm konuları gün ışığına çıkarmak ve böylece *genel* kuramın daha sonraki tartışmalarımızla ilgisinin gerçekten ne kadar önemli olduğunu vurgulamak istiyorum.

Bunlar *klasik* fiziğin ilgi alanına giren konulardır. Peki kuantum fiziğinden ne haber? Görelilik kuramının aksine kuantum kuramı, teknoloji üzerinde giderek daha etkili olmaya başlamıştır. Kimya ve metalurji gibi önemli teknoloji alanlarında etkisinin anlaşılmış olmasının bunda rolü büyüktür. Gerçekten de kimya ve metalürjinin fiziğin kapsamına girdiğini, bunun kuantum kuramının bize kazandırdığı ayrıntılı yeni bir ‘sezgi’ sayesinde gerçekleştiğini, söyleyenler olabilir. Ayrıca, kuantum kuramının bize sağladığı yepyeni olgular da vardır ve sanırım bunların içinde en aşina olduğumuz olgu lazerdir. Kuantum kuramının, bazı ana konularının, düşünce işlevimizin altında yatan fizikte önemli roller üstlenmeleri de mümkün olamaz mı?

Peki henüz çok yeni bazı fiziksel kavramlara ne demeli? Okuyucularımdan bazıları, ‘kuarklar’ (bkz. s. 7-8), ‘GUT’ (Büyük Birleşik Kuramlar), ‘genleşen/enflasyoncu evren senaryosu’ (bkz. 7. Bölüm, Açıklamalar no. 13), ‘süpersimetri’, ‘(süper) sicim kuramı’, vs. gibi heyecanla ifade edilmiş fikirlere rastlamış olabilirler. Bütün bu yeni projeler, benim şimdiye kadar ele aldığım kuramlarla nasıl kıyaslanabilir? Bu yeni kuramları da bilmemiz gerekir mi? Sanırım ufkunuzu genişletmek için, temel fiziksel kuramlar ile ilgili geniş kapsamlı üç kategori oluşturmalıyız.

Bu kategorileri şöyle adlandırıyorum:

1.ÜSTÜN

2.YARARLI

3.GEÇİCİ

ÜSTÜN kategorisi, bu paragraftan önceki paragraflarda ele aldığım kuramları içermelidir. ÜSTÜN olarak nitelenebilmesi için kuramın, dünyadaki tüm olgulara, bunları hiçbirini yadsımaksızın uygulanabilmesi gerekir. Fakat benim bir koşulum daha var: söz konusu kuramlar, uygulanma kapsamları ve doğrulukları yönünden gereğince *olgusal* olmalıdırlar. ‘Üstün’ tanımını kullanma tarzıma bakarak, gerçekte bu kategoriye dahil hiç bir kuramın olmaması

gerekir! Herhangi bir başka bilim dalında bu kategoriye tam anlamıyla dahil edilebilecek belli başlı bir kuram bilmiyorum. Darwin ve Wallace tarafından önerilen doğal seleksiyon (seçme) kuramı belki bu tanıma en yakın kuramdır ama yine de bir hayli uzaktır.

ÜSTÜN kuramların en eskisi, okulda öğrendiğimiz Eukleides geometrisidir. Eski fizikçiler bunu bir fizik kuramı olarak kabul etmeseler de gerçekten bir fizik kuramıdır: Fiziksel uzayın, ve katı cisimler geometrisinin, olağanüstü doğru bir kuramıdır. Eukleides geometrisini matematiğin bir dalı değil de bir *fizik* kuramı olarak neden kabul ediyorum? Ne tuhaftır ki, bu görüşü benimsememde en belirgin etken, Eukleides geometrisinin, içinde bulunduğumuz fiziksel uzayı *tümüyle doğru olarak tanımlamadığını* artık bilmemizdir! Einstein'ın genel görelilik kuramı bize uzayın, çekimli bir alanda, aslında eğrilikli olduğunu (yani, tam anlamıyla bir Eukleides düzlemi olmadığını) bildirmiştir. Fakat bu gerçek bizi Eukleides'in geometrisini ÜSTÜN olarak sınıflandırmaktan alıkoymamaktadır. Bir metrenin üzerindeki mesafe aralıklarında Eukleides düzleminden sapmalar gerçekten miniciktir; Eukleides geometrisinin uygulamalarındaki hata payı, bir hidrojen atomunun çapından daha azdır!

Statik kuramının yani (hareketsiz cisimlerle ilgili kuramın), Arkhimedes, Pappos ve Stevin tarafından güzel bir bilime dönüştürülen bu kuramın da ÜSTÜN kategorisine dahil edilmesi mantıksal bir yaklaşımdır denilebilir. Bu kuram artık Newton mekaniğinin kapsamında yer almaktadır. 1600'lerde Galilei tarafından ileri sürülen ve Newton tarafından mükemmel ve kapsamlı bir kuram halinde geliştirilen *dinamik* kuramı da kuşkusuz ÜSTÜN sınıfına dahil edilmelidir. Gezegenlerin ve uydularının hareketlerine uygulandığında hata payı on milyonda birden azdır. Newton'un yeryüzündeki cisimler kadar yıldızlar ve galaksileri de kapsayan kuramı, bunlar için de aynı doğruluk oranına sahiptir. Benzer olarak Maxwell'in kuramı, küçücük atomlardan başlayıp bunlardan milyonlarca kez büyüklükteki galaksilere kadar olağanüstü bir ölçek içerisinde, hata payı çok düşük olarak olağanüstü bir doğrulukla uygulanabilir. (Bu ölçeğin en küçük değerlere sahip ucunda Maxwell denklemleri, kuantum mekaniğinin kuralları ile uygun şekilde birleştirilmelidir.) Maxwell'in kuramı da elbette ÜSTÜN olarak tanımlanmalıdır.

Einstein’ın özel görelilik kuramı, (Poincaré’nin öncülüğünü yaptığı, Minkowski’nin yeniden formüle ettiği kuram), ışığın hızına yakın hızlarda, Newton’un tanımlamalarının artık geçerli olamayacakları hızlarda hareket eden cisimleri şaşılacak ölçüde doğru tanımlamaktadır. Einstein’ın olağanüstü güzel ve özgün genel görelilik kuramı; Newton’un dinamik kuramını, gezegenlerin ve uydularının hareketlerine ilişkin tüm duyarlığını kalıtsal olarak içererek, doğruluğu yönünden geliştirmiştir. Ayrıca , Einstein’ın genel görelilik kuramı, bir çok gözlemsel olayın ayrıntılarını, Newton’unkiyle kıyaslanamayacak bir isabetle açıklar. Bunlardan birisi (nötron yıldızları, bkz. sayfa) Einstein kuramının 10^{14}’de bir ölçüde doğru olduğunu açıklamaktadır. İkincisi birincisini kapsamına alan her iki görelilik kuramı da gerçekten ÜSTÜN olarak sınıflandırılmalıdır (yalnız hata paylarının son derece az olması yönünden değil matematik yönünden güzel kuramlar oldukları için).

Tuhaf bir güzelliğe ve devrimsel niteliğe sahip kuantum mekaniği kuramı, bu kuram tarafından tanımlanabilen olguların ölçeği ve deneysel yöntemlerle kanıtlanan doğruluğa sahip olması dikkate alındığında ÜSTÜN sınıfına girmelidir. Bu kuram ile ilgili hiç bir gözlemsel sapmaya tanık olunmamıştır; ama kuramın asıl gücü bunun çok ötesinde, açıklamayı başardığı ve daha önce açıklanamamış olguların sayısının son derece fazla oluşundadır. Kimya yasaları, atomların kararlılığı, spektrum çizgilerinin (s. 98-99) keskinliği ve gözlemlenebilen özel dağılımları, süperiletkenlik (sıfır elektrik direnci) ve lazerlerin davranışları gibi kuramlar bunların arasında yalnız bir kaçıdır.

ÜSTÜN kategorisi için yüksek standartlar koyuyorum ama fizikte yeni kuramlardan bu sınıfa girenler yok mu? Bence yalnız bir tane var ama o da pek yeni sayılmaz: *kuantum elektrodinamiği* (veya QED). Bu kuram, Jordan, Heisenberg ve Pauli’nin yapıtından kaynaklanmış, 1926-1934 yılları arasında Dirac tarafından formüle edilmiş ve 1947-1948’de Bethe, Feynman, Schwinger ve Tomonaga tarafından uygulanabilir duruma getirilmiştir. Kuantum mekaniğinin ilkeleri ile özel göreliliğin bir bileşimi olarak ortaya çıkan bu kuram Maxwell denklemlerini, ve Dirac’ın elektronların hareketi ve spinini bünyesine alan göreli denklemini kapsamaktadır. Bir bütün olarak,

ÜSTÜN kuramların özenli yapısına veya tutarlılığına sahip olmamakla birlikte doğal olayları doğru yorumlaması ile dikkat çekicidir. QED'in özellikle dikkate değer bir öngörüsü, elektronun manyetik momentinin değerinin hesaplanması ile ilgilidir. (Elektronlar, dönen birer elektrik yükünün oluşturduğu mıknatıslar gibi davranırlar. 'Manyetik moment' terimi, bu ufak mıknatısların şiddetini tanımlar.) 1.00115965146 (son iki hanede 20 kadar hata payı değerli olabilir), QED'e göre hesaplanabilen manyetik moment iken, son deneysel değer 1.001159652193 olarak bulunmuştur (son iki rakamda 10 hata payı). Feynman'ın söylediği gibi, bu ölçüde bir duyarlılıkla, New York ile Los Angeles arasındaki mesafe, insan saçının bir telinin kalınlığı kadar hata payıyla ölçülebilir! Burada bu kuramın ayrıntılarına girmemiz gerekmiyor ama, konular arasındaki bağlantının kopmaması için, temel niteliklerine bir sonraki bölümün sonlarına doğru değineceğim.[ll]

Günümüzün bazı kuramları var ki, bunları YARARLI kategorisine alıyorum. Bunlardan ikisinin ayrıntılarına girmeyeceğim fakat değinmeden geçilmeyecek kadar önemliler. Birincisi Gell-Mann ve Zweig'ın, (atom çekirdeğini oluşturan protonlar, nötronlar, mezonlar vb. parçacıklar, daha doğrusu şiddetli kuvvetlerle etkileşen) hadron adı verilen atom-altı parçacıklarla ilgili *kuark* modelidir. Bu parçacıkların karşılıklı etkileşmelerini veren kuram, *kuantum kromodinamiği* (QCD) olarak tanınır. Bu kurama göre, tüm hadronlar, Maxwell kuramının belirli bir genelleştirilmesiyle (Yang-Mills kuramı) karşılıklı etkileşmeleri verilen ve 'kuark' adıyla bilinen elemanlardan oluşur, İkinci kuram ise (Glashow, Salam, Ward, Weinberg'in çalışmalarından esinlenerek ve yine Yang-Mills'in kuramı kullanılarak), elektromanyetik kuvvetleri, radyoaktif bozunmaya neden olan 'zayıf kuvvetlerle birleştirir. Kuram, *lepton* adı verilen (elektronlar, muonlar, nötrinolar; ile $W^{\pm}$ ve Z° - parçacıklarını, yani 'zayıf etkileşen') parçacıkları kapsamına almıştır. Her iki kuram için olumlu deneysel destek vardır. Ancak, çeşitli nedenlerle, arzu edilemeyecek kadar dağınık kuramlardır. (QED kuramı da dağınıktır ama bu ikisi ondan da dağınıktır) Gözlemlenen duyarlılık oranı ve öngörü güçleri, ÜSTÜN kategorisine dahil edilmeleri için standartın altındadır. Bu iki kuram birlikte (İkincisine QED dahil edilerek) *standart model* adıyla anılır.

Son olarak bir kuram daha var ki bence en azından YARARLI kategorisine dahil edilmelidir. Bu kuram, *evrenin büyük patlamayla oluşumu* adıyla bilinir.[III] Söz konusu kuram, 7. ve 8. Bölümlerde yer alan tartışmalarımızda önemli bir rol alacaktır.

Bundan başka bir kuramın YARARLI kapsamına girebileceğini sanmıyorum.[2] Yakın zamanlarda, 'süpersimetri' (veya 'süpergravitasyon'), 'Kaluza-Klein', ve son derece popüler 'sicim' (veya 'süpersicim') gibi adlarla tanınan pek çok kuramın yanısıra GUT kuramları (ve bunlardan esinlenerek üretilen 'enflasyoncu senaryo', bkz. 7. Bölüm, açıklama 13) adıyla tanınan başka kuramlar da vardır. Bütün bunlar, kanımca, kesinlikle GEÇİCİ sınıfına dahil edilmelidir, (bkz. Barrow 1988, Close 1983, Davies ve Brown 1988, Squires 1985.) YARARLI ve GEÇİCİ kategorileri arasında en önemli ayırım, GEÇİCİ kategori için dikkate değer deneysel desteğin bulunmayışıdır.[3]

Bu demek değildir ki, içlerinden birisi YARARLI veya ÜSTÜN kategorilerine geçemesin. GEÇİCİ kuramlardan bazıları gerçekten ilerisi için ümit veren özgün fikirler içermektedir ama bunlar, şimdilik, deneysel destek olmaksızın sadece fikirler olmaktan öteye gidemezler. GEÇİCİ kategori çok çeşitli konularda kuramları içermektedir. Bunlardan bazılarının öne sürdüğü fikirler, bakış açılarına yeni ivme kazandıracak tohumlar taşırken bazıları bana kesinlikle yanlış yönlendirilmiş veya çelişkili görünmektedir. (Saygın GEÇİCİ kategorisinden dördüncü bir kategori, örneğin YANLIŞ YÖNLENDİRİLMİŞ kategorisi türetmek dürtüsüne kapılmadım değil ama hemen vazgeçtim, çünkü dostlarımın yarusını kaybetmek istemiyorum!)

Baştaki ÜSTÜN kuramların, eski kuramlar olmaları kimseyi şaşırtmasın. Tarih boyunca GEÇİCİ kategorisine dahil edilebilecek yığınla kuram üretilmiş olmalı, ama bunlar unutulup gitmiş. YARARLI kuramların çoğu da, aynı şekilde zaman içerisinde kaybolup gitmiş olmalılar; fakat, öyle kuramlar var ki, daha sonra ÜSTÜN olarak nitelenen kuramların özünü oluşturmuşlardır. Bir kaç örnek verelim. Copernicus, Kepler ve Newton çok daha iyi kuramlar üretmeden önce, eski Yunanlıların ileri sürdüğü, *Ptolemaios Sistemi* adıyla tanınan ve gezegenlerin hareketleri ile ilgili, fevkalade özenle

tasarımlanmış bir kuram vardı. Bu sisteme göre, gezegenlerin hareketleri, çembersel hareketlerin karmaşık bir bireşimi tarafından yönetilir. Öngörülerde bulunmak için zamanında oldukça etkin bir araç olan sistem, öngörülerin daha isabetli olabilmesi için giderek daha da karmaşıklaştı. Ptolemaios sistemi bugün bize çok yapay geliyor. YARARLI kuramların iyi bir örneği (yirmi yüzyıl kadar süren bir örnek!) olan bu kuram, tarihsel öneme sahip düzenleyici bir rol oynamasına rağmen, bir fizik kuramı olarak sonunda tamamen önemini yitirdi. YARARLI kuramların en *başarılı* örneklerinden olarak Kepler'in, gezegenlerin eliptik hareketi kuramım ve bir başka örnek olarak Mendeleev'in kimyasal elementlerin periyodik tablosunu verebiliriz. Öngörülen 'olgusal' niteliğe kendileri sahip olmasalar da, daha sonra temellerini oluşturdukları ÜSTÜN kuramlar çerçevesinde 'doğru' yorumlamalar konumunu edindiler. (Kepler'in kuramını esas alan Newton kuramı ve Mendeleev'in kuramına dayanan kuantum kuramı.)

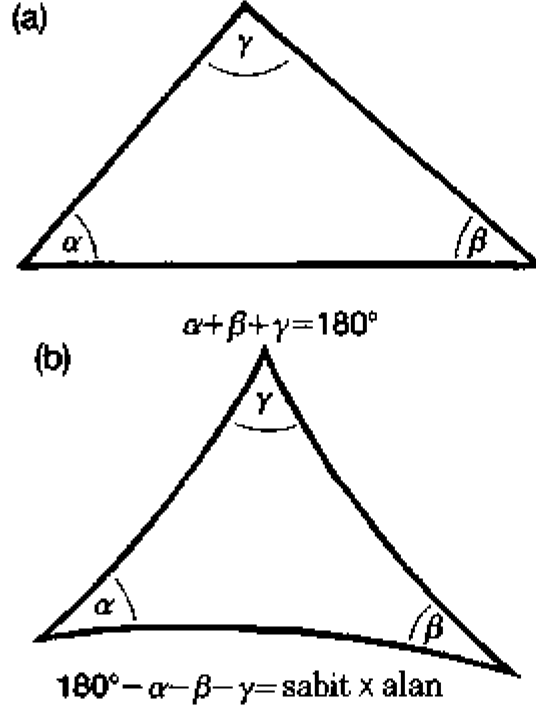
Bundan sonraki kısımlarda ve bölümlerde yalnızca YARARLI veya GEÇİCİ yeni kuramlar hakkında söyleyeceğim fazla bir şey yok. ÜSTÜN olanlar hakkında ise söyleyecek çok sözüm var. Yaşadığımız dünyayı dikkate değer ölçüde ayrıntılı şekilde anlamamızı sağlayan böyle kuramlar olduğu için şanslıyız. ÜSTÜN kuramların beynimizin ve usumuzun etkinliklerini kontrol edecek zenginlikte olup olmadıklarına daha sonra karar vermeliyiz. Bu soruya sırası geldiğinde açıklık getireceğim ama şimdilik ÜSTÜN kuramları, bildiğimiz nitelikleriyle irdeleyelim ve anlamadığımız konuyla ilgilerini araştıralım.

Eukleides Geometrisi

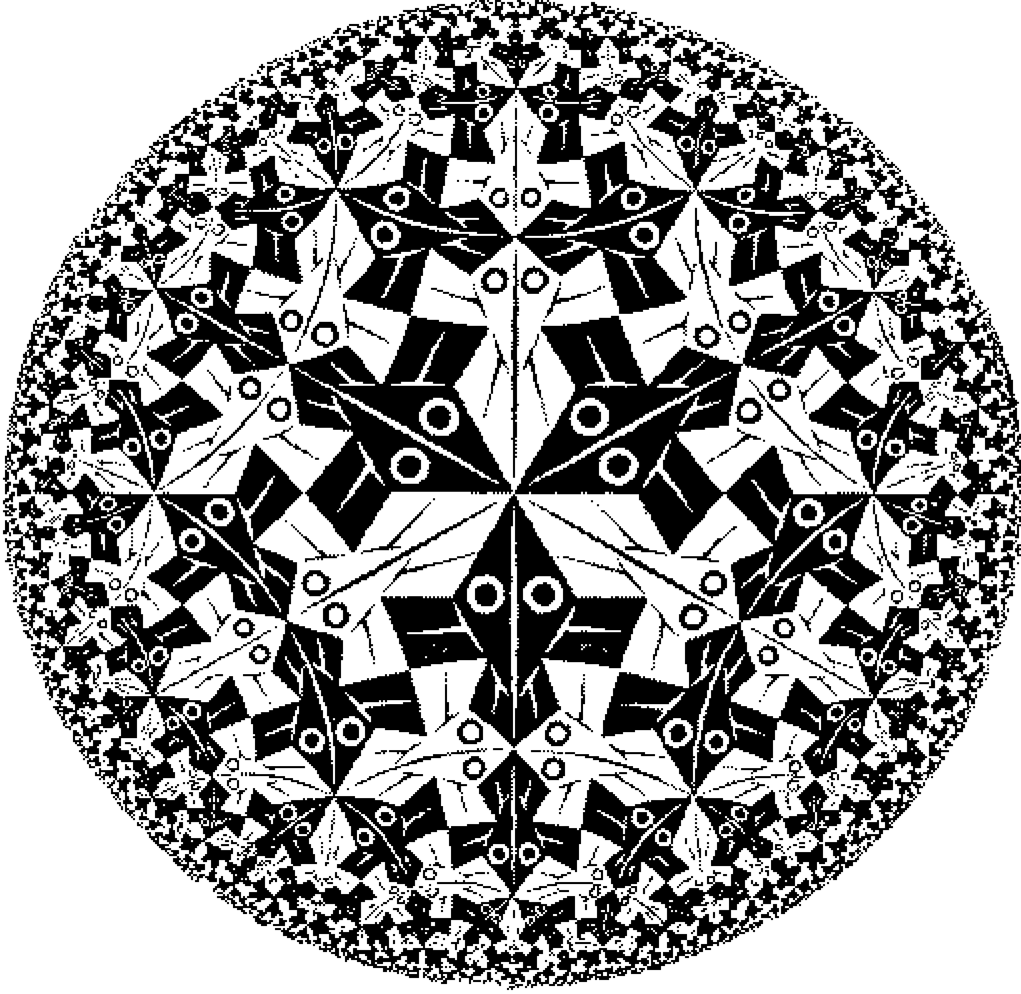
Eukleides geometrisi okulda geometri olarak öğrendiğimiz konudan başka bir şey değildir. Ancak pek çok insan Eukleides kuramının, fizik kuramından çok bir matematik kuramı olduğunu düşünür. Kuşkusuz aynı zamanda bir matematik kuramıdır ama kesinlikle yegane matematiksel geometri değildir. Yaşadığımız dünyanın fiziksel uzayını çok doğru olarak tanımlar fakat bu

mantıksal bir zorunluluk değildir, fiziksel dünyanın *gözlemlenen* özelliğidir.

Aslında, *Lobachevsky* geometrisi[IV] (veya hiperbolik geometri) olarak tanınan ve bir çok bakımdan Eukleides geometrisine benzemekle birlikte bazı ince ayrıntılar yönünden farklı bir başka geometri vardır.



Şekil 5.1. (a) Eukleides uzayında bir üçgen, (b) Lobachevsky uzayında bir üçgen.



Şekil 5.2. Lobachevsky uzayının Escher tarafından resimlenmesi.

(Siyah balıkların tümünün aynı biçim ve büyüklükte, beyaz balıkların tümünün aynı biçim ve büyüklükte olduklarını düşününüz.)

Örneğin, öğrencilik yıllarımızdan anımsayacağımız gibi, herhangi bir üçgenin iç açılarının toplamı daima 180°'dir. Bu Eukleides geometrisine göre böyledir. Lobachevsky geometrisinde ise bir üçgenin iç açılarının toplamı daima 180°'den *küçüktür,* ve ikisi arasındaki fark üçgenin alanı ile orantılıdır (bkz. Şekil 5.1). Hollandalı ressam Mauritus C. Escher, bu geometriyi gayet özenli ve doğru şekilde yorumlayarak resimlemiştir. Bunlardan birisi Şekil 5.2'de yer almaktadır. Siyah balıkların aynı biçim ve büyüklükte, beyaz balıkların da aynı biçim ve büyüklükte oldukları düşünülmelidir. Lobachevsky geometrisi, normal Eukleides düzleminde tam bir doğrulukla temsil edilemez; bu durum, çembersel bir sınır içine

sıkıştırılmış şekillerin yığılımını açıklamaktadır. Bu şekillerin içerisinde, sınıra yakın bir yerde durduğumuzu varsayınız; ortada ya da herhangi bir başka yerde dursanız da Lobachevsky geometrisinin görünüşü sizin bulunduğunuz konuma göre değişmeyecektir. Eukleides düzleminde resimlendirilmiş bu örneğe göre sınır, Lobachevsky geometrisinde gerçekte 'sonsuzluktadır'. Çembersel sınır, Lobachevsky uzayının bir parçası olarak düşünülemeyeceği gibi, sınırın *dışındaki* herhangi bir Eukleides alanı da böyle düşünülmemelidir. (Lobachevsky düzleminin sanatsal bir tasarımı Poincaré'den esinlenerek gerçekleşmiştir; şekillerin biçimleri çarpıtılmamış yalnız boyutları değiştirilmiştir.) Geometrinin 'düz çizgileri' (ki bazılarına, Escher'in balıklarının yüzleri dönüktür), çembersel sınırla dik açıda kesişen çemberlerdir.

Lobachevsky'nin geometrisinin, kozmolojik ölçekte dünyamızı doğru olarak yansıttığı pekala düşünülebilir (bkz. 7. Bölüm). Ancak, bir üçgenin iç açılarının toplamındaki eksiklik ile alanı arasındaki oransal değişmez değerin *son derece* küçük olması gerektiğinden; Eukleides geometrisi, herhangi bir normal ölçekte gerçek uzay geometrisinin mükemmel bir benzerini oluşturabilir. Bu bölümün sonlarına doğru ele alacağımız gibi, gerçekte, Einstein'ın genel görelilik kuramı bize, dünyamızın geometrisinin, Eukleides geometrisinden (Lobachevksy'nin geometrisine kıyasla daha karmaşık, 'düzensiz' olarak) saptığını anlatmaktadır.

Eukleides geometrisinin, görünüşte, dünyamızın 'uzayının' yapısını doğru olarak yansıttığı gerçeği bizi (veya atalarımızı) yanıltmış, bu geometrinin mantıksal bir gereklilik olduğuna inanmamıza, veya Eukleides geometrisinin yaşadığımız dünyaya uygulanmasının *gerekli* olduğuna dair bir önseziye kapılmamıza neden olmuştur (Büyük filozof Immanuel Kant bile buna inanmıştır). Eukleides geometrisi ile ilgili gerçek çok yıllar sonra Einstein'ın genel görelilik kuramıyla anlaşılmıştır. Eukleides geometrisinin mantıksal bir gereklilik olmanın çok gerisinde salt bir *ampirik gözlemsel gerçek* olduğu, fiziksel uzayımızın yapısına, kesinlikle uymasa bile, yeterli doğrulukla uygun olduğu bu kuram sayesinde anlaşılmıştır! Eukleides geometrisi, yüz yıllar boyunca, gerçekten ÜSTÜN bir *fizik kuramı* olagelmişti. Ayrıca, yalın matematiğin şık ve mantıksal bir parçasını oluşturmaktaydı.

Bir bakıma bu yargılar, Platon'un (İ.Ö. 360 yıllarında kaleme aldığı geometri üzerine ünlü kitapları Eukleides'in *Elementler* adlı kitabından elli yıl kadar öncedir) felsefî görüşlerinden pek uzak değildir. Platon'a göre, yalın geometrinin, noktalar, doğrular, çemberler, üçgenler, düzlemler, vb. nesneleri, gerçek fiziksel nesnelerin dünyası yönünden ancak yaklaşık olarak anlaşılabilirler. Oysa, yalın geometrinin matematik açısından kesin nesneleri, farklı bir dünyada, Platon'un matematik kavramlarının *ideal dünyasında* yer alırlar. Platon'un dünyası somut nesnelerden değil 'matematiksel nesnelerden' oluşur. Bu dünyaya olağan fiziksel yoldan değil *zekâ* yoluyla ulaşabiliriz. Usumuz, matematiksel bir gerçekle ilgilenmeye başladığı zaman, gerçeği, matematiksel uslamlama ve sezgi yoluyla algılayarak Platon'un dünyasıyla ilişkiye geçer. Bu ideal dünyanın, dış deneyimlerimizin maddesel dünyasından farklı ve daha mükemmel olduğu, ama yine de gerçek olduğu kabul edilirdi. (3. ve 4. Bölümlerde, s. 115. ve 134., matematik kavramlarının Platonik gerçekliği üzerine tartışmayı anımsayınız.) Böylece, yalın Eukleides geometrisinin nesneleri düşünce yoluyla incelenebilir ve bu ideal dünyanın bir çok özelliği böylece anlaşılabilirken, dış deneyimin 'mükemmel olmayan' fiziksel dünyasının bu ideale tamamiyle sadık kalması gerekmiyordu. Platon, o zamanların büyük olasılıkla çok kısıtlı bulunan kanıtlarına dayanarak, olağanüstü bir bilgelikle iki önemli kuram geliştirmiştir: Birincisi, matematik yalnız matematik adına incelenmeli ve anlaşılmalı, ve hiç kimse matematiğin, fiziksel deneyimin nesnelerine tamamen doğru olarak uygulanmasını talep etmemelidir. İkincisi, gerçek dış dünyanın işlevleri, sadece kesin matematikle, yani, Platon'un, zekâ yoluyla ulaşılabilen ideal dünyasıyla, anlaşılabilir!

Platon, görüşlerini geliştirmek amacıyla Atina'da bir Akademi kurdu. Akademisinin seçkin üyeleri arasında son derece etkili ve ünlü filozof Aristoteles de vardı. Fakat biz burada, Akademinin başka bir üyesinden, Aristoteles'ten daha az tanınan ama kanımca daha çok yönlü bir bilim adamı, büyük bir düşünür, matematikçi ve astronom olan Eudoxos'tan bahsedeceğiz.

Eukleides geometrisinin derin ve duyarlı, gerçekten çok önemli, bir görüşü vardır ki bunu bugün geometri olarak değerlendirmemiz zordur! (Matematikçiler bunu 'geometri' yerine 'analiz' olarak

adlandırmayı yeğlerler.) Bu görüş sonucu *reel sayılarla* tanışmamız mümkün olmuştur. Eukleides geometrisi, uzunluklar ve açılarla ilgilenir. Bu geometriyi anlamak için, uzunlukların ve açıların tanımlanmasında ne tür 'sayılara' gereksinim duyduğumuzu saptamalıyız. Ana yeni fikir İ.Ö. dördüncü yüzyılda Eudoxos (İ.Ö. 408-355) tarafından ileri sürüldü.[V] Yunan geometrisi, Pythagorasçıların, $\sqrt{2}$ gibi sayıların kesir addedilemeyeceğini öne sürmeleriyle (bkz. 3. Bölüm s. 95) bir 'kriz' dönemi geçiriyordu. Yunanlılar için, geometrik öğeleri (öğelerin oranlarını) tam sayılarla (tam sayı oranlarıyla) formüle edebilmek ve böylece geometrik öğeleri, aritmetiğin kurallarına göre inceleyebilmek önemliydi. Eudoxos'un amacı, uzunluk oranlarını (yani, reel sayıları!) *tam sayılarla* tanımlamak yöntemini bulmaktı. Bir uzunluk oranının diğerini ne zaman aştığına, veya iki uzunluğun tamamen eşit sayılıp sayılmayacağına karar vermekle ilgili ölçütleri koymayı başardı.

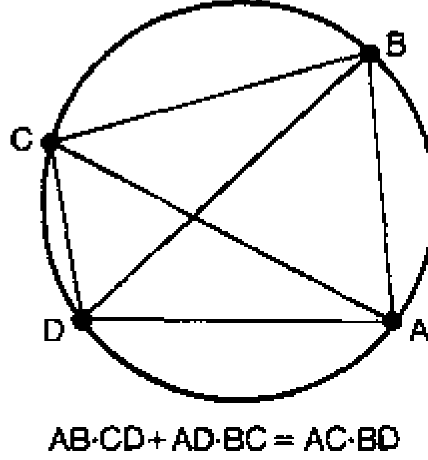
Genel hatlarıyla düşüncesi şöyleydi: *a, b, c* ve *d* dört uzunluksa, bu durumda, *a/b* oranının *c/d* oranından *büyük* olduğunu kanıtlamanın ölçütü, *M* ve *N* tam sayılarının, *a*'nın kendisiyle *N* kez toplamının *b*'nin kendisiyle *M* kez toplamından büyük olmasını, diğer taraftan, *d*'nin kendisiyle *M* kez toplamının, *c*'nin kendisiyle *N* kez toplamından büyük olmasını sağlayacak şekilde var olmasıdır.[VI] *a/b'nin c/d'den küçük* olduğunu gösteren karşıt bir ölçüt de kullanılabilir. *a/b* = *c/d* eşitliği ile ilgili ölçütün aranmasının nedeni diğer ikisinden *hiçbirinin* doğrulanabilir olmamasıdır!

Reel sayılarla ilgili soyut matematiksel kuram on dokuzuncu yüzyıla kadar gelişmedi. Dedekind ve Weierstrass gibi matematikçilerin yöntemleri, aslında, yirmi iki yüzyıl önce Eudoxos'un kullandığı yöntemlerden farklı değildi! Bu konuda çağdaş gelişmeleri burada açıklamaya gerek görmüyorum. Modem kurama 3. Bölümde s. 97'de üstü kapalı değinmiştim ama konuyu fazla dağıtmamak için reel sayılar tartışmasını, daha aşina olduğumuz ondalık açılımlarla sınırlı tutmuştum. (Gerçekte, söz konusu seri açılımları 1585'te Stevin tarafından ileri sürülmüştür.) Ondalık açılım, bizim yabancısı olmadığımız bir konu olmasına karşın, eski Yunanlılarca bilinmiyordu.

Ancak, Eudoxos'un önermesiyle Dedekind ve Weierstrass'ın önermesi arasında önemli bir fark vardır. Eski Yunanlılar, reel sayıları, geometrik öğelerle (öğelerin oranlarıyla) verilen değerler, yani 'gerçek' uzayın özellikleri, sanıyorlardı. Yunanlılar için geometrik öğeleri aritmetik terimleriyle tanımlamak önemliydi çünkü böylece bunları kesin bir dille tartışabiliyorlar, harika geometrik kuramlarının temel unsurları olan bu öğelerin toplamlarını veya çarpımlarını tam olarak bulabiliyorlardı (Şekil 5.3'te *Ptolemaios*'un dikkate değer bir teoremini şematik olarak verdim. Gerçi Ptolemaios bir çember üzerindeki dört noktanın aralarındaki uzaklıkla ilgili bu teoremi Eudoxos'un zamanından çok sonra bulmuştur. Şemada, toplamlara ve çarpımlara ne kadar gereksinim olduğu vurgulanmıştır). Eudoxos'un ölçütleri son derece verimliydi ve özellikle, Yunanlıların düzgün geometrik şekillerin alanlarını ve hacimlerini doğru olarak hesaplamalarını sağladı.

Ancak, on dokuzuncu yüzyılın matematikçileri ve elbette günümüzün matematikçileri için, geometrinin rolü değişmiştir. Eski Yunanlılar, özellikle Eudoxos için 'reel' sayılar, fiziksel uzayın geometrisinden *çıkarılabilecek* şeylerdi. Şimdilerde reel sayıların mantıksal olarak geometriden daha basit olduğunu düşünmeyi yeğliyoruz. Böylece, her biri sayı kavramından *başlayan farklı* tipte her türlü geometri inşa edebiliyoruz (Ana fikir, on yedinci yüzyılda Fermat ve Descartes tarafından öne sürülen koordinat kuramlarından kaynaklandı. Koordinatlar, geometrinin başka tiplerini *tanımlamak* için kullanılabilir.) Bu tür bir 'geometri', mantık yönünden tutarlı olmalıdır ama, deneyimlerimizin fiziksel uzayı ile doğrudan ilişkili olması gerekmez. Bu özgün fiziksel geometriyi, deneyimimizin idealleştirilmesiyle algılıyoruz (başka bir deyişle, sonsuz büyük veya sonsuz küçük boyutlara doğru uzatarak algılıyoruz, (bkz. 3. Bölüm s. 102) desek bile bugünkü deneylerimizin yeterince doğru tahmin yapmamızı sağladığı dikkate alınırsa bizim 'denenmiş' geometrimizin Eukleides'in ideal geometrisinden (s. 79) gerçekte farklı olduğunu ve aslında Einstein'ın genel görelilik kuramının öngördüğü uzay geometrisi ile tutarlı olduğunu kabul etmeliyiz. Ancak, fiziksel dünyanın geometrisi ile ilgili görüşümüzdeki değişikliğe karşın Eudoxos'un yirmi üç yüzyıllık reel sayı kavramı temelde hiç değişime uğramadığı gibi Einstein'ın kuramında da en az Eukleides'inkindeki

kadar etkili olmuştur. Gerçekten bu kavram, günümüze değin öne sürülen bütün ciddi fiziksel kuramların temel öğesini oluşturmuştur.



Şekil 5.3. Ptolemaios teoremi

Eukleides'in *Elementler* adlı yapıtının beşinci kitabı, temelde, yukarıda açıklanan ve Eudoxos'un getirdiği 'orantı kuramı'nın bir sunumudur. Söz konusu kuram, bir bütün olarak yapıtı derinden etkilemiştir. *Elementler* İ.Ö. 300 yıllarında ilk kez yayınlandığında, tüm zamanların en etkileyici yapıtı olarak kabul edilmiş olmalı: Kendinden sonra üretilen hemen hemen tüm bilimsel ve matematiksel kuramlara zemin hazırlamıştır. Yöntemleri, uzayın 'kendiliğinden kanıtlı' özelliklerine sahip oldukları varsayılan, açıkça tanımlanmış aksiyomlardan başlayan uslamlanabilir yöntemler olup bunlardan, pek çoğu çarpıcı ve önemli fakat hiç de kendini kanıtlar yapıda olmayan sayısız sonuçlara varılmıştır. Eukleides'in bu yapıtının, bilimsel düşüncenin gelişimi yönünden son derece önemli olduğu tartışılamaz.

Eski çağların en büyük matematikçisi kuşkusuz Arkhimedes'tir (İ.Ö. 287-212). Eudoxos'un orantı kuramını ustalıkla kullanarak, küre gibi veya paraboller veya spiraller gibi daha karmaşık şekilleri kapsayan alanları ve hacimleri hesapladı. Bugün bu amaçla sonsuz küçükler hesabını (kalkulus) kullanıyoruz ama tartıştığımız konu, bu yöntemin Newton ve Leibniz tarafından keşfinden on dokuz yüzyıl kadar önceydi! (Sonsuz küçükler hesabının hemen hemen yarısının, yani integralin Arkhimedes tarafından bilindiğini söyleyebiliriz!) Arkhimedes'in savlarında sergilediği matematiksel güce, modern standartlarla bile ulaşılması zordur. Yazıları, başta Galilei ve Newton

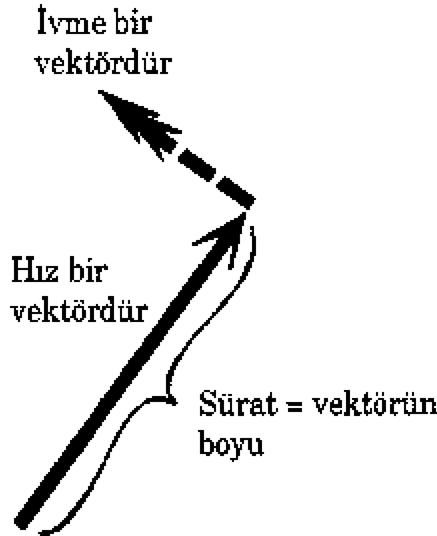
olmak üzere bir çok matematikçiyi ve bilim adamını derinden etkilemiştir. Arkhimedes, aynı zamanda, statiğin fiziksel kuramını da (ÜSTÜN?) (Kaldıraç yasası gibi dengedeki cisimlerin yasasını ve yüzen cisimlerin yasaları, vb.) keşfederek, bir tümden-gelimsel bilim halinde geliştirdi. Tıpkı Eukleides'in geometrik uzay ve katı cisimlerin geometrisi bilimlerini geliştirdiği gibi.

Arkhimedes'in değinmem gereken bir çağdaşı Apollonios'tur (İ.Ö. 262-200). Büyük bir geometri ustası olan Apollonios, koni kesitleri (elipsler, paraboller ve hiperboller) kuramıyla Kepler ve Newton'u önemli ölçüde etkilemiştir. İlginçtir ki, Apollonios'un söz konusu şekilleri, gezegenlerin yörüngelerini tanımlamak için gerekli şekillerin ta kendisidir!

Galilei ve Newton'un Dinamik Kuramı

On yedinci yüzyılın bilime katkısı, *hareket* kavramını getirmiş olmasıdır. Eski Yunanlıların statik nesneler, rigid (katı) geometrik şekiller, veya *dengedeki* cisimler (yani, tüm etki eden kuvvetler dengede olduğu için hareket etmeyen cisimler) hakkında harikulade bir anlayışı vardı ama cisimlerin *hareketine* hükmeden ilkeler hakkında bir fikirleri yoktu. *Dinamik* kuram, başka bir deyişle Doğanın, cisimlerin bir andan bir diğer ana yer değiştirmesine, bu yer değiştirmeyi kontrol eden o güzel yöntemine ilişkin kuramdan yoksundular. Bunun nedeni kısmen (ama asla tamamen değil), zamanı yeterince doğru gösteren bir aygıtlarının, yani oldukça iyi bir 'saat'lerinin bulunmamasıydı. Konum değişikliklerinin doğru zamanlanması ve cisimlerin hızlarının ve ivmelerinin iyi değerlendirilmesi için böyle bir saat gereklidir. 1583'te Galilei'nin, zamanı ölçmek için güvenilir bir aygıt olarak sarkaçın kullanılabileceğine ilişkin gözlemi, kendisi için (ve bir bütün olarak bilimin gelişmesi için!) son derece önem taşıyordu; çünkü hareketin zamanlaması doğru olarak saptanabilecekti.[4] Elli beş yıl kadar sonra 1638'de, Galilei'nin *Discorsi* (Söyleşiler) adlı yapıtının yayınlanmasıyla, yeni bir konu olan dinamik gündeme geldi ve böylece eskinin mistisizminden modern bilime geçiş başlamış oldu!

Galilei’nin buluşu olan en önemli fiziksel görüşlerden sadece *dördüne* değinmek istiyorum. Birincisi, bir cisme uygulanan kuvvet, ‘hızı’ değil *ivmeyi* tayin eder. ‘İvme’ ve ‘hız’ sözcüklerinin gerçekte anlamları nedir? Bir parçacığın, veya bir cismin üzerindeki bir noktanın *hızı,* bu noktanın konumunun, zamanla değişimi oranıdır. Hız, normal olarak, bir *vektör* nicelik olarak kabul edilir, yani değeri kadar *yönünün* de dikkate alınması gerekir (aksi halde ‘sürat’ terimini kullanırız; bkz. Şekil 5.4). İvme ise (yine bir vektör niceliktir), hızının, zamanla değişimi oranıdır. Öyleyse ivme, gerçekte, zamanla konumun değişimi oranının değişimi oranıdır! (Hem ‘saatler’ hem de ‘değişim oranları’ ile ilgili matematiksel görüşler hakkında yeterli bilgileri olmadığı için eski bilim adamlarının bunu değerlendirmeleri zordu.) Galilei, bir cismin üzerine etkiyen kuvvetin (onun örneğinde bu kuvvet çekim kuvvetiydi), bu cismin ivmesini kontrol ettiğini fakat hızını doğrudan kontrol etmediğini buldu: Halbuki Aristoteles gibi eski bilim adamları buna inanmışlardı.



Şekil 5.4 Hız, sürat ve ivme

Özellikle, kuvvet yoksa hız sabittir, buna göre, bir doğru boyunca sabit hızla hareket, kuvvet *yokluğundan* kaynaklanacaktır (Newton’un ilk yasası). Serbest hareket eden cisimler yollarına düzgün olarak devam ederler ve ilerlemelerini sürdürmek için kuvvet uygulanmasına gereksinimleri yoktur. Gerçekten de, Galilei ve Newton’un geliştirdikleri dinamik yasalarının bir sonucu, düzgün doğrusal hareketin, fizik yönünden, hareketsizlik durumundan hiç bir

farkının olmadığıdır: düzgün hareket, hareketsizlik demektir! Galilei bu görüşü açıkça vurgulamış (Newton'dan daha açık şekilde) ve denizde seyreden gemi örneğiyle somutlaştırmıştır: (bkz. Drake 1953, s. 186-7):

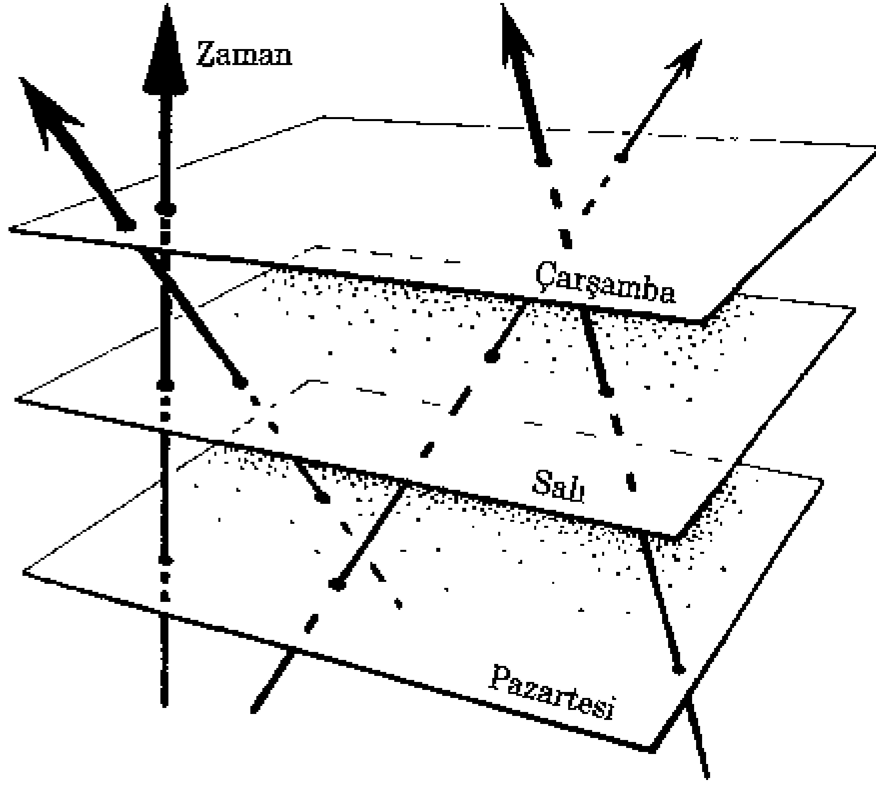
"Büyük bir geminin güverte-altı kamaralarından birine bir arkadaşınızla yerleşin ve yanınıza bir kaç sinek, kelebek ve buna benzer kanatlı böcekler, ve içinde bir kaç balık bulunan içi su dolu bir çanak alın; altındaki leğene damla damla su damlatan bir şişeyi tavana asın. Gemi seyir halinde değilken, kanatlı böceklerin kamaranın her tarafına aynı hızla uçtuklarını gözlemleyin. Balıklar hangi yöne gittiklerini umursamaksızın çanağın içerisinde her yöne yüzeceklerdir; su damlaları leğene dikine damlamayı sürdürecektir; ...Siz bütün bunları dikkatle gözlemlerken geminin, düzgün ve oraya buraya yalpalamaksızın yol alması koşuluyla istediğiniz bir hızda seyretmesini sağlayın. Dikkatle gözlemlediğiniz hareketlerde hiç bir değişiklik olmadığını göreceksiniz; sözü edilen hareketlere bakarak geminin hareket halinde mi yoksa demir atmış durumda mı olduğuna karar veremezsiniz... Su damlaları, geminin kıç tarafına savrulmadan, alttaki leğene dikine damlamaya devam edecektir, oysa damlalar havada iken gemi bir kaç fersah ilerlemiş olacaktır. Balıklar çanağın ön tarafına, arka tarafına yüzdükleri rahatlıkla yüzecekler, çanağın kenarında bir yere yerleştirilmiş lekeye doğru aynı rahatlıkla ilerleyeceklerdir. Sinekler, kelebekler, vb. her yöne uçuşlarını aynı şekilde sürdürecekler, geminin aynı yönde seyretmesinden bıkmış gibi uçuşlarını kıç tarafına doğru yoğunlaştırmayacaklardır".

Galilei Görelilik İlkesi olarak adlandırılan bu gerçek, *Copernicus'un görüşünün* dinamik bir anlama sahip olması yönünden çok önemlidir. Niccolai Copernicus (1473-1543), ve eski Yunan astronomu Aristarkhos, (İ.Ö. 310-230), (Aristoteles ile karıştırılmamalıdır!), Güneş hareketsiz dururken Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönerken bir taraftan Güneş etrafındaki yörüngesinde döndüğünü ileri sürmüştür. Hızı saatte 100 000 kilometreye varan bu eylemin neden farkına varamıyoruz? Galilei dinamik kuramını sunmadan önce bu soru, Copernicuscu görüş için tam bir bulmacaydı. Aristoteles'in, bir sistemin uzaydaki hareketi esnasında gerçek *hızının* dinamik davranışını etkilediği hakkındaki dinamik kuramı

doğru olsaydı, Dünya'nın hareketinden kuşkusuz doğrudan doğruya etkilenmemiz gerekirdi. Galilei'nin göreliliği, Dünya'nın nasıl hareket ettiğini açıklıyor ama bu hareketi biz doğrudan algılayamıyoruz.[VII]

Galilei'nin göreliliğinde, 'eylemsizlik' kavramına verilebilecek fiziksel bir anlam bulunmadığına dikkat ediniz. Bu, uzay ve zamanın incelenmesi yöntemi ile ilgili önemli bir ipucu vermektedir. Bizim uzay ve zamanın, içgüdüsel olarak çizdiğimiz resminde 'uzay', fiziksel olayların yer aldığı bir tür arenadır. Fiziksel bir nesne bir an için bu uzayın herhangi bir noktasındayken, başka bir anda ya aynı noktasında veya başka bir noktasındadır. Bir nesnenin uzaysal konumunu gerçekten değiştirip değiştirmediğini açıklamanın bir anlam taşıması için, uzaydaki noktaların, her nasılsa, bir andan öteki ana varlıklarını sürdürdüklerini düşleriz.

Fakat, Galilei'nin görelilik ilkesine göre, 'eylemsizliğin' mutlak bir anlamı yoktur, dolayısıyla 'iki ayrı zamanda aynı mekanda bulunan nokta'ya verilecek bir anlam da yoktur. Fiziksel deneyimin üç boyutlu Eukleides uzayında bir zamanda yer alan herhangi bir noktası, üç boyutlu Eukleides uzayında bir başka zamanda yer alan aynı nokta mıdır? Bunu yanıtlamanın bir yolu yok. Öyle görünüyor ki zamanın her bir anı için *yepyeni* bir Eukleides uzayına sahip olmalıyız! Fiziksel gerçekliğin *dört boyutlu uzay-zaman* grafiğini ele alalım (Şekil 5.5).



Şekil 5.5. Galilei'nin uzay-zamanı:

Tekdüze eylemli cisimcikler doğrularla gösterilmiştir.

Farklı zamanlara karşı gelen üç boyutlu Eukleides uzayları birbirinden ayrı uzaylar olarak kabul edilirler, fakat bu uzayların hepsi birleştiğinde dört boyutlu bir uzay-zaman resmi ortaya çıkar. Düzgün doğrusal hareket eden parçacıkların geçmişleri, Uzay-zamanda doğrularla (Dünya çizgileri adı verilir) tanımlanırlar. Uzay-zamanı ve hareketin göreliliği konularını Einstein'ın görelilik kuramı çerçevesinde daha ileride ele alacağım. Dört boyutluluk savının sözü edilen kuram için çok önemli olduğunu göreceğiz.

Galilei'nin büyük bilgeliklerinden üçüncüsü, *enerjinin korunumu* kavramının ilk aşamasını oluşturmuştur. Galilei, en çok, nesnelerin evrensel kütle çekiminin etkisi altındaki hareketi ile ilgilenmişti. Bir cismin eylemsizlikten kurtulduğu takdirde, ister serbest düşsün, isterse uzunluğu sabit bir sarkacın ucunda sallansın, isterse düzgün bir eğik düzlem üzerinde kaysın, hareketin hızının, daima ve *sadece,* serbest kaldığı noktadan itibaren ulaştığı düşey uzaklığa bağlı olduğuna dikkat etmiştir. Ayrıca bu hız cismin hareket ettiği noktaya geri dönmesi için daima yeterlidir. Öyleyse, yerden yüksekliğine bağlı

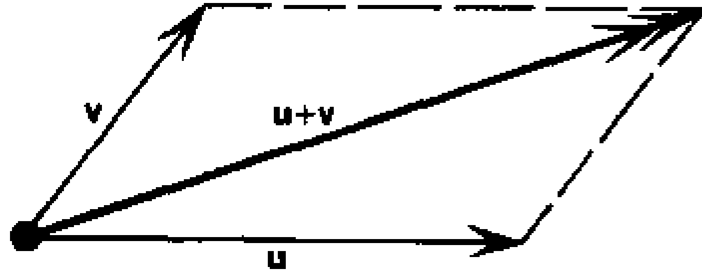
olarak depolanan enerji (gravitasyonel potansiyel enerji), cismin hareket enerjisine (onun *hızına* bağlı kinetik enerjiye) çevrilebilir ve bu enerji tekrar dönüşebilir. Enerji bir bütün olarak ne kaybolur ne de kazanılır.

Enerjinin korunumu yasası çok önemli bir fiziksel ilkedir. Bağımsız bir fiziksel koşul değildir, fakat, biraz sonra tartışacağımız gibi, Newton'un dinamik yasalarının bir *sonucudur.* Bu yasanın giderek kapsamlaşan formülasyonları yüzyıllar boyunca Descartes, Huygens, Leibniz, Euler ve Kelvin tarafından yapılmıştır. Bu konuya bu bölümde ve 7. Bölümde döneceğiz. Galilei'nin görelilik ilkesiyle birleştiğinde enerjinin korunumu yasası diğer bazı korunum yasalarına kaynak olmuştur: *Kütlenin korunumu ve momentumun korunumu.* Bir cismin momentumu, kütlesiyle hızının çarpımına eşittir. Momentumun korunum yasasının en iyi örneği bir füze fırlatma sürecinde görülür. Bu süreçte füzenin ileriye doğru momentumunun artması, (daha az kütlesel fakat buna karşılık daha hızlı) ekzos gazlarının geri momentumunu kesin olarak dengeler. Bir silahın geri tepmesi de momentumun korunumu yasasına bir örnektir. Newton yasalarının bir başka sonucu, bir sistemin kendi ekseni etrafında dönüşünü tanımlayan *açısal momentumun* korunumudur. Dünya'nın kendi ekseni etrafında dönmesi ve bir tenis topunun ekseni etrafında dönmesi açısal momentumların korunumu sayesinde süreklidir. Herhangi bir cismin kendini oluşturan her bir parçacığı bu cismin toplam açısal momentumuna katkıda bulunur; herhangi bir parçacığın katkısının miktarı, momentumu ile merkezden dikey uzaklığının çarpımına eşittir. (Sonuç olarak, serbest dönen bir cismin açısal hızı, bu cismi sıkıştırmak suretiyle artırılabilir. Paten kayanlarda ve trapezcilerde gözlemlediğimiz hız artışı buna en güzel örnektir. Kol ve bacak kaslarının gerilmesi, açısal momentumun korunumu nedeniyle, dönüş hızının artmasına neden olur!) Kütle, enerji, momentum ve açısal momentum gibi kavramların bizim için ne kadar önemli olduklarını daha sonra anlayacağız.

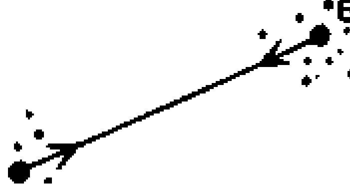
Son olarak Galilei'nin kehanet niteliğinde bir öngörüsünden söz etmek istiyorum: Hava sürtünmesi olmaksızın tüm cisimler yerçekiminin etkisiyle aynı hızda düşerler. (Okuyucu, Galilei ile ilgili ünlü öyküyü, çeşitli cisimleri Pisa Kulesinden aynı anda atmasıyla

ilgili öyküyü sanırım hatırlayacaktır.) Üç yüzyıl sonra bu öngörü, bu bölümün sonlarına doğru göreceğimiz gibi Einstein'ın, görelilik ilkesini, referans sistemlerinin ivmesini kapsayacak şekilde genişletmesini sağladı ve yerçekimi ile ilgili olağanüstü genel görelilik kuramının temel taşını oluşturdu.

Galilei'nin attığı sağlam temeller üzerine Newton, haşmetli bir katedral inşa etmeyi başarmıştır. Newton, maddesel cisimlerin davranışını düzenleyen üç yasa yarattı. Birinci ve ikinci yasalar, daha önce Galilei'nin özünü verdiği yasalardı: bir cisme hiç bir kuvvet etkimezse cisim, bir doğru üzerindeki tekdüze hareketini sürdürür; cisme bir kuvvet uygulanırsa bu durumda kütle çarpı ivmesi (yani, momentumdaki değişim oranı) bu kuvvete eşittir. Newton'un kendine özgü sezgisiyle gerçekleştirdiği yasa üçüncü yasadır: A cisminin B cismine uyguladığı kuvvet, B cisminin A cismine uyguladığı kuvvete eşit, ancak ters yönlüdür. ('Her etkiye eşdeğerde bir tepki vardır'.) Bu yasa, Newton'un anayasası olmuştur. 'Newton'un evreni', Eukleides'in geometrisinin ilkelerine bağımlı bir uzayda oraya buraya hareket eden parçacıklardan oluşur. Bu parçacıkların ivmeleri, onlara etkiyen kuvvetler tarafından belirlenir. Her parçacığın üzerindeki etki, *öteki* parçacıklardan kaynaklanan ayrı ayrı etkilerin bir araya getirilmesiyle *(vektör toplama ilkesini,* Şekil 5.6. kullanarak) elde edilir. Sistemin iyi tanımlanmış bir sistem olmasını sağlamak için kesin bir kurala, A cismi üzerindeki hangi etkinin B cisminden kaynaklanacağını bize bildirecek bir kurala gereksinimimiz vardır. Normal olarak bu etkinin A ve B noktalarından geçen bir doğru üzerinde oluştuğunu varsayıyoruz. (bkz. Şekil 5.7) Bu etki, evrensel kütle çekim etkisi ise A ve B arasındaki çekim kuvvetinin büyüklüğü cisimlerin kütleleri ile doğru, aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı olacaktır: *ters kare kuvvet yasası.* Evrensel kütle çekiminden başka etkiler için, cisimlerin konumlarının ve kütleleri dışındaki özelliklerinin dikkate alınması gerekebilir.



Şekil 5.6. Vektör toplamını veren paralelkenar yasası



Şekil 5.7. İki parçacık arasındaki çekim kuvvetinin, ikisi arasındaki doğru parçasında gerçekleştiği varsayılır (ve Newton'un üçüncü yasasıyla: A üzerinde B'den kaynaklanan etki, B üzerinde A'dan kaynaklanan etkiye daima eşit ve terstir.)

Galilei'nin çağdaşı büyük Johannes Kepler (1571-1630), gezegenlerin güneşin çevresindeki yörüngelerinin çembersel değil *eliptik* olduğunu (Güneş'in, elipsin merkezinde değil bir odağında yer aldığını) bulmuş, ve bu elipslerin tanımlandığı oranlarla ilgili iki yasa formüle etmiştir. Newton, Kepler'in üç yasasının, kendine ait genel teoremler kapsamında (ters kare kuvvet yasasından yararlanarak) elde edildiğini göstermiştir. Kepler'in eliptik yörüngeleri ile ilgili her türlü ayrıntılı hesabı, Ayrıca dönencelerin presesyonu gibi etkileri (ki yerkürenin dönüş ekseninin yönünün yavaş hareketi; yüzyıllar önce Yunanlıların farkına vardıkları bir konudur) doğruladı. Bütün bunları gerçekleştirmek için Newton, sonsuz küçükler hesabının (kalkulus) yanısıra bir çok yeni matematiksel teknik geliştirmek zorunda kaldı. Newton, çalışmalarının olağanüstü başarısını bir ölçüde üstün matematik becerisine ve aynı şekilde üstün fiziksel sezgilerine borçludur.

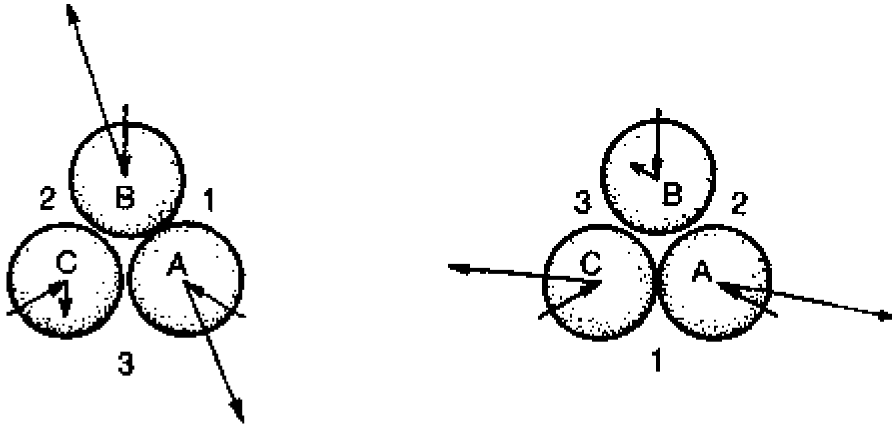
Newton Dinamiğinin Mekanik Dünyası

Kendine özgü bir kuvvet yasasıyla (evrensel çekimin ters kare kuvvet yasası gibi) Newton'un programı, doğru ve kesin bir dinamik denklemler sistemine çevrilebilir. Çeşitli cisimlerin konumları, hızları ve kütleleri belli bir zamanda belirlenirse, bunların konumları ve hızları *(değişmez* olarak alınan, kütleleri) sonraki diğer tüm zamanlarda matematiksel olarak belirlenirler. Newton mekaniğinin gerçekleştirdiği bu tür *belirleyicilik,* felsefi düşünceyi son derece etkiledi (hâlâ da etkilemektedir). Newton belirleyiciliği 'özgür istenç' sorusunu nasıl yanıtlar? Newton'un dünyasında uslara yer var mı? Newton'un dünyası hesap makinelerini de içerir mi?

Bu soruları irdeleyerek Newton belirleyiciliğinin özünü daha yakından tanımaya çalışalım. Örneğin, maddeyi oluşturan parçacıkların, hiç bir şekilde uzaysal uzantıları bulunmayan matematiksel noktalar olduklarını varsayalım. Başka bir seçenek olarak, bu parçacıkların katı küresel toplar olduklarını da varsayabiliriz. Her iki durumda da, Newton'un evrensel çekim kuramının ters kare çekim yasası gibi bildiğimiz kuvvet yasalarının etkin olduğunu varsayıyoruz. *Elektrik* ve *manyetik* kuvvetleri (ilk kez 1600 yılında William Gilbert tarafından incelenmiştir) gibi diğer doğa kuvvetlerinin, veya atom çekirdeklerini oluşturmak üzere parçacıkları (proton ve nötronları) bir arada tuttuklarını bildiğimiz etkin *nükleer* kuvvetlerin modeline de ihtiyacımız var. Elektrik kuvvetleri, ters kare çekim yasasına uyarlar ancak aynı cinsten yüklü parçacıklar (çekimsel örnekteki birbirini çeken parçacıkların aksine) birbirlerini *iterler* ve aralarındaki elektrik kuvvetinin şiddetini belirleyen parçacık kütleleri değil parçacıkların *elektrik yükleridir.* Manyetik kuvvetler de, elektrik kuvvetleri[VIII] gibi 'ters kare'dir ama, nükleer kuvvetler, uzaklığa çok farklı bir şekilde bağımlıdır: Atom çekirdeği içinde çok yakın mesafelerde son derece büyük etkiye sahip oldukları halde daha uzak mesafelerde dikkate alınmayacak kadar küçük etkiye sahiptirler.

Katı küresel toplar modelini ele alalım: İki küre çarpıştığı zaman *esnek* bir şekilde geri saçılırlar. Başka bir deyişle, mükemmel birer bilardo topu gibi, enerji kaybına (veya toplam momentum kaybına) uğramaksızın birbirlerinden tekrar ayrılırlar. Bu olay esnasında iki top arasındaki etkin kuvvetlerin nasıl davrandığını incelemeliyiz.

Açıklamamızı basitleştirmek için, bir topun diğeri üzerine uyguladığı kuvvetin, topların merkezlerini birleştiren doğru parçası üzerinde oluştuğunu ve değerinin, bu doğru parçasının uzunluğunun bir fonksiyonu olduğunu varsayabiliriz (Newton'un *evrensel çekim* yasasında bu varsayım Newton'un kuramı sayesinde kendiliğinden doğrulanır; öteki güç yasaları için, tutarlı bir koşul olarak varsayılabilir.) Yalnız iki topun çarpıştığını varsayarsak, her şey çok iyi tanımlanabilir ve sonuç sürekli olarak başlangıç durumuna bağlı kalır (yani, başlangıç durumundaki yeterince küçük değişiklikler sonuçta yalnız küçük değişikliklere neden olur.) Topların çarpışmadan, birbirlerine hafifçe değerek saçılmalarını da göz önüne alırsak, topların çarpışmadan geçişlerine sürekli olarak ulaşılır. Ancak sorun üçlü veya daha fazla topun yer aldığı çarpışmalarda ortaya çıkar. Örneğin, A, B ve C topları bir anda bir araya geldiklerinde, önce A ve B'nin bir araya geldiklerini ve hemen ardından C'nin B ile çarpıştığını mı? yoksa önce A ve C toplarının bir araya geldiklerini ve hemen ardından B'nin A ile çarpıştığını mı varsayacağız? (Şekil 5.8) Örneğimizde görüldüğü gibi, tam bir üçlü çarpışmada *belirsizlik* vardır. İsteseydik, üçlü ve daha yüksek mertebeden çarpışmaları, 'sonsuz olasılık dışı' gerekçesiyle hiç dikkate almayabilirdik. Bu varsayım kendi içinde tutarlı olmakla birlikte asıl sorun, sonuç davranışının başlangıç davranışına sürekli bir şekilde bağlı kalmayabileceğindedir.



Şekil 5.8. Bir üçlü çarpışma. Sonuçtaki davranış, hangi parçacıkların önce bir araya geldiklerine bağlıdır ve bu nedenle sonuç sürekli biçimde girdiye bağımlıdır.

Bu bizim için pek tatmin edici olmayabilir, bu nedenle *noktasal* parçacıklardan oluşan bir modeli yeğleyebiliriz. Ancak, bazı kuramsal zorluklardan (parçacıkların birbirlerine yaklaşımları esnasında kuvvetlerin ve enerjilerin sonsuza gitmesinden), sakınmak amacıyla parçacıklar arası kuvvetlerin kısa mesafelerde daima itici oldukları gibi başka varsayımları benimseyebiliriz. Böylece, hiç bir parçacık çiftinin gerçekten çarpışmamasını sağlayabiliriz (çarpıştıklarında noktasal parçacıkların nasıl davrandıklarını saptamak probleminden de bu sayede kurtulabiliriz!) Ancak ben gözümüzde sorunu daha iyi canlandırmak için tartışmalarımda 'bilardo topuna' benzer küreleri örnek olarak alacağım.

Şimdi, (çoklu çarpışma problemini bir yana bırakırsak) Newton'un[5] bilardo topu modeli gerçekliğin *belirleyici bir* modelidir. Başka bir deyişle, fiziksel davranış, gelecekteki (veya geçmişteki) tüm zamanlar için tüm topların (diyelim, bazı problemlerden kaçınmak için, sınırlı sayıda topların) herhangi bir zamandaki konumları ve hızları bilindiğinden matematiksel olarak tamamiyle belirlenebilir. Öyleyse bilardo toplarının dünyasında maddesel şeylerin 'özgür istençle' gerçekleştirdiği eylemi etkileyecek 'us'a yer yoktur. 'Özgür istence' inanıyorsak, öyle görünüyor ki, *gerçek* dünyamızın bu şekilde inşa edilebileceğinden kuşkulanmaya zorlanıyoruz demektir.

Canımızı sıkan 'özgür istenç' sorusu, bu kitap boyunca geri planda sürüp gidecektir; ancak, tartışmak zorunda olduğum konuların yalnızca geri planında kalacaktır. Bu bölümün sonlarına doğru belirgin fakat önemsiz bir rol (görelilik kuramında ışıktan hızlı sinyaller yollanabilme konusunda) üstlenecektir. 'Özgür istenç' sorusunu 10. Bölümde doğrudan ele aldığım zaman çözümüne yapacağım katkıya tanık olduğunda okuyucu kuşkusuz düş kırıklığına uğrayacaktır. Bu aşamada varsayımların ötesinde gerçek olduğuna inandığım bir konu var, ama bu konuyu formüle etmek hem karmaşık hem de zor. Fiziksel kuramlar yönünden *belirleyicilik* önemli olmasına önemlidir ama öykünün ancak bir kısmını oluşturduğuna inanıyorum. Örneğin, dünya, belirlenebilir olabilir ama *hesaplanabilir değildir.* Buna göre gelecek, *ilkede* hesaplanabilir olmayan bir şekilde şu an tarafından belirlenebilmektedir. 10.

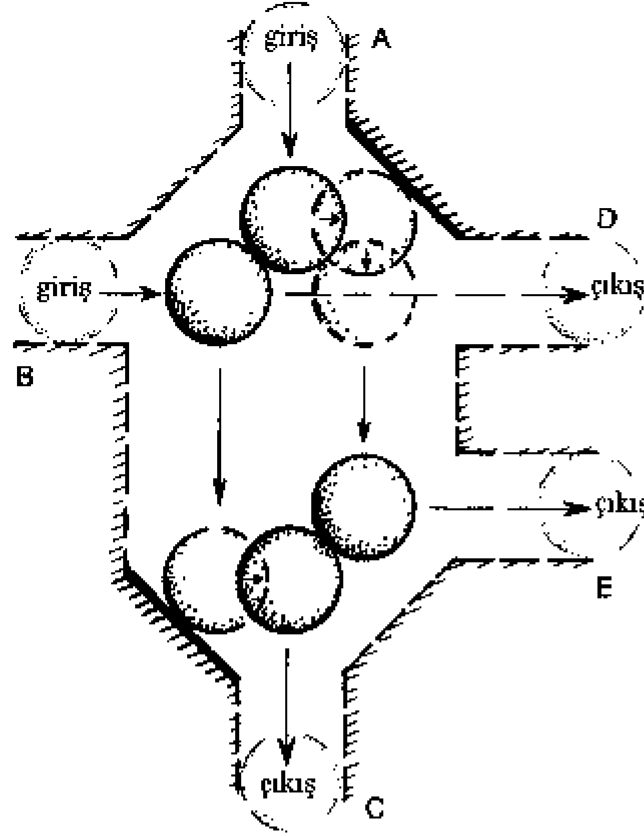
Bölümde, bilinçli usumuzun eyleminin gerçekten algoritmik olmadığını (yani, hesaplanabilir olmadığını) gösteren savları sunmaya çalışacağım. Buna göre, sahip olduğumuza inandığımız özgür istenç ile dünyaya hükmeden yasaların hesaplanamaz bir eylemi arasında sımsıkı bir ilişki kurmamız gerekirdi. Özgür istençle ilgili bu görüşü benimseyelim veya benimsemeyelim, (Newton'unki gibi) belirli bir fizik kuramının gerçekten *hesaplanabilir* mi olduğu yoksa sadece bir belirleyici kuram mı olduğu ilginç bir sorudur. Hesaplanabilirlik belirleyicilikten farklıdır ve ben işte bu farklı bir soru olma gerçeğini bu kitapta vurgulamaya çalışıyorum.

Bilardo Topu Dünyasındaki Yaşam Hesaplanabilir mi?

Hesaplanabilirlik ile belirlenebilirliğin farklı olduğunu, hesaplanabilir olmayan fakat belirlenebilen, komik ölçüde yapay bir 'maket evren' sunarak göstereyim. Diyelim bu evrenin herhangi bir 'an'daki 'durumunu' bir (m, *n)* doğal sayı çiftiyle tanımlayalım. T_u belirli bir evrensel Turing makinesi, diyelim 2. Bölümde (s. 66) tanımladığımız makine olsun. Maket evrenimizin, bir sonraki 'zaman biriminde'ki durumunu saptamak için T_u makinesinin m üzerindeki eyleminin sonunda durup durmayacağını öğrenmeliyiz. (yani, 2. Bölümde s. 69'daki bildirime göre $T_u(m) \neq \square$ olur mu yoksa $T_u(m) = \square$ bulur muyuz karar vermeliyiz.). Durursa, bir sonraki zaman birimindeki durumu (m + 1, *n)* olmalıdır; durmazsa *(n* + 1, *m)* olmalıdır. Turing makineleri için durma problemine ait hiçbir algoritmanın bulunmadığını 2. Bölümde görmüştük. Buna göre, tamamiyle belirleyici olmasına karşın maket evrenin 'geleceğini' önceden haber verecek bir algoritma var olamaz![6]

Kuşkusuz bu örneği fazlaca ciddiye almamak gerekir ama en azından yanıtlanması gereken bir sorunun varlığını gösteriyor. Herhangi bir belirleyici fiziksel kuramın hesaplanabilir olup olmadığını sorgulayabiliriz. Sahiden de Newton'un bilardo topu dünyası hesaplanabilir mi?

Fiziksel hesaplanabilirlik konusu kısmen, sistemden sormayı tasarlamakta olduğumuz sorunun çeşidine bağlıdır. Newton'un bilardo topu örneği ile ilgili yanıtı bulmanın hesaplanabilir (yani algoritmik) bir konu olmadığını göstereceğini *tahmin* ettiğim bir çok soru sorabilirim. Bunlardan birisi: A topu, B topu ile gerçekten çarpışır mı? Tüm topların konumları ve hızları *başlangıç verileri* olarak *(t = 0)* zamanında verildiği takdirde problem, bu verilere dayanarak A ve B toplarının daha sonraki bir *(t* > 0) zamanında çarpışıp çarpışmayacağını bulmaktır. Problemi (özellikle gerçekçi olmasa bile) biraz daha özgün hale getirmek için tüm topların eşit yarıçapa ve kütleye sahip olduklarını ve her bir top çifti arasında bir ters kare kuvvet yasasının etkili olduğunu varsayalım. Böyle bir problemin algoritmik olarak çözümlenemeyeceğini tahmin etmemin bir nedeni, Edward Fredkin ve Tommasso Toffoli (1982) tarafından bulunan 'hesaplanabilirlik için bilardo topu örneği'ne benzer bir örnek kullanmamızdır. Fredkin-Toffoli örneğinde (bir ters kare kuvvet yasası kullanmak yerine) toplar, çeşitli 'duvarlar' arasına hapsedilmişlerdir, fakat biraz önce tanımlamakta olduğum Newton topları gibi, esnek bir şekilde birbirlerinden saçılabilirler (Şekil 5.9). Fredkin -Toffoli modelinde, bir bilgisayarın tüm temel mantık işlemleri, toplar tarafından gerçekleştirilebilir.



Şekil 5.9. Fredkin-Toffoli bilardo topu bilgisayarında bir 'yer değiştirme' (A. Ressler tarafından tasarımlanmıştır). Eğer bir top B noktasından girerse, diğer bir top, bir başka topun A'dan girmesine bağlı olarak D veya E noktasından çıkar (A ve B noktalarından girişlerin eşanlı olduğu varsayılır).

Herhangi bir T_u, Turing makinesinin hesap işlemi taklit edilebilir: Turing makinesi Fredkin-Toffoli makinesinin 'duvarları'nın tasarımım, vb. niteliklerini tanımlar; hareket halindeki topların bir başlangıç durumu, girdi bandının bilgilerini kodlar, ve Turing makinesinin çıktı bandı, topların son durumu tarafından kodlanır. Buna göre, özellikle, şu soru sorulabilir: Falanca Turing makinesinin hesaplama işlemi hiç durur mu? 'Durma', A topunun sonunda B topuyla çarpışmasıyla ifade edilebilir. Bu sorunun algoritmayla yanıtlanamayacağı gerçeği (bkz. 2. Bölüm, s. 71) en azından Newton'un, 'A topu, B topuyla hiç çarpışabilir mi?' sorusunun da algoritmayla yanıtlanamayacağını ima etmektedir.

Gerçekte Newton'un problemi, Fredkin ve Toffoli tarafından ileri sürülen problemden çok daha acemice tasarımlanmıştır. Fredkin ve

Toffoli, örneklerinin durumlarını, *ayrı ayrı* parametrelerle (‘top ya kanaldadır ya değildir’ gibi ‘seçenekli’ bildirimlerle) tanımlamayı başarmışlardır. Fakat Newton’un probleminde topların ilk konumlan ve hızlan, ayrı ayrı değil, *reel sayılarla* ifade edilen koordinatlarla tanımlanmıştır. Böylece, 4. Bölümde Mandelbrot kümesinin yinelenebilir olup olmadığı sorusunu yönelttiğimizde dikkate almak zorunda kaldığımız sorularla yine yüz yüze geliyoruz. Girdi ve çıktı verileri için sürekli değişken parametreler verildiği zaman ‘hesaplanabilir’ ne anlamdadır?[7] Problem, bu aşamada, tüm başlangıç konumu ve hız koordinatlarının *kesirli* sayılarla verildiğini varsayarak kolaylaştırılabilir. (Ancak, daha sonraki aşamalarda *t* zamanının kesirli değerleri nedeniyle bu koordinatların kesirli olarak kalmaları beklenemez). Kesirli sayıları kullanarak, incelemek istediğimiz başlangıç verileri kümelerine yaklaşık kümeleri seçebiliriz. Elimizde kesirli başlangıç verileri olduktan sonra, A ve B’nin sonuçta çarpışıp çarpışmayacağına karar verecek bir algoritmanın varolmayabileceğini tahmin etmek hiç de mantıksız değildir.

Ancak, gerçekte ‘Newton’un bilardo topu dünyası hesaplanamaz’ gibi bir savla anlatmak istediğimiz bu değildir. Newton’un bilardo topu dünyasını kıyasladığım Fredkin-Toffoli’nin ‘bilardo topu bilgisayarı’ gerçek bir hesap yöntemine uygundur. Ne de olsa Fredkin ve Toffoli’nin savundukları ana fikir, sundukları modelin bir (evrensel) bilgisayar gibi davranabileceğidir! Benim tartışmaya açmaya çalıştığım konu ise, ‘hesaplanamaz’ nitelikte uygun fiziksel yasalarla donanımlı olarak insan beyninin, bir anlamda, Turing makinesinden ‘daha iyi’ olup olmayacağıdır.

“A topu, B topu ile asla karşılaşmazsa problemimizin yanıtı ‘Hayır’dır,” gibi bir donanım işe yaramaz. Söz konusu topların asla karşılaşmayacaklarını kanıtlamak için sonsuza kadar beklemek zorunda kalabiliriz! Turing makinelerinin de yaptığı budur zaten.

Aslında Newton’un bilardo topu dünyasının (en azından, çoklu çarpışma problemini gözardı edersek) hesaplanabilir olduğuna ilişkin bazı açık belirtiler yok sayılamaz. Böyle bir dünyanın davranışını hesaplamaya çalışmanın olağan yöntemi yaklaşık hesap yapmaktır. Topların merkezlerinin, noktalardan oluşan bir uzay ağında yer aldığını, ve koordinatlarının, diyelim, bir birimin yüzde birleri olarak

ölçülen uzay ağı deliklerinin köşe noktaları ile temsil edildiklerini gözümüzde canlandıralım. Zamanı da ‘kesikli’ olarak alalım: tüm zaman birimleri, herhangi küçük bir birimin tamsayı katları olmalıdır (Δ *t* ile gösterilsin diyelim) Bu durumda ‘hızlarla’ ilgili bazı farklı olasılıklar ortaya çıkacaktır. (Birbirini izleyen iki zaman biriminde, Δ *t* ile bölündüğünde koordinatların değerlerindeki farklar.) Kuvvet yasası kullanılarak ivme değerleri de yaklaşık olarak bulunabilir ve bunlar ‘hızları’ bulmak için kullanılır, ve buna göre bir sonraki zaman biriminde öngörülen ortalamanın değerine göre yeni koordinatlar hesaplanır. Hesap işlemi, arzu edilen doğruluk oranı korunduğu sürece bir çok zaman birimi boyunca devam eder. Doğruluk oranı kaybolmadan önce pek fazla zaman birimi hesaplanamayabilir. Bu durumda yönteme, biraz daha ince bir ağ sistemi ve zaman aralıklarıyla geliştirilen yeni bir uzay ağ sistemi kullanılarak tekrar başlanır ve daha fazla doğruluk oranı sağlanarak işlem geleceğe doğru ilerletilir. Geliştirilmiş doğruluk oranı ve zaman aralıklarıyla hesap işlemi geleceğe doğru bu şekilde tekrarlanarak ötelenebilir. Newton’un bilardo topu dünyası (çoklu çarpışmaları bir yana bırakarak) böylece yaklaşık bir yöntemle hesaplanabilir ve bu bağlamda Newton’un dünyasının hesaplanabilir olduğu söylenebilir.

Ancak Newton’un dünyasının *uygulamada* ‘hesaplanamaz’ olduğunu söylemek hiç de yanlış olmaz. Çünkü, başlangıç verilerinin *tanımlanmasındaki* doğruluk daima sınırlıdır. Aslında bu tür bir problemin özünde saklı önemli ölçüde bir ‘kararsızlık’ vardır. Başlangıç verilerindeki ufacık bir değişiklik, sonuç davranışında fevkalade büyük bir değişikliği süratle yaratabilir. (Bir bilardo topunu, önce bir ara topa vuruş yaparak bu ara top vasıtasıyla cebe düşürmeyi deneyen bilardocu ne demek istediğimi anlayacaktır!) Birbirini izleyen çarpışmalar söz konusu olduğunda davranış değişikliği daha da belirginleşir. (İkiden fazla sayıda cismin etkileşiminde) Newton’un uzaktan kütleçekim eylemi için de durum aynıdır. Bu tür değişken davranış için çoğu kez ‘kaos’, veya ‘kaotik davranış’ terimleri kullanılır. Kaotik davranış, örneğin iklimsel hava şartları yönünden önemlidir. Problemin tek tek elemanlarına hükmeden Newton denklemleri çok iyi bilinmesine karşın, uzun dönemli hava tahminlerinin güvenilirliği için aynı şey söylenemez!

Kaotik davranış, 'hesaplanamazlığın' herhangi bir şekilde kontrol edilebileceği türde, bir davranış biçimi değildir. Başlangıç durumunun tanımlanabileceği doğruluk değerinin bir sınırı olduğu için, sistemin son durumu, başlangıç durumuna bağlı olarak hesaplanamaz. Olsa olsa, geleceğe yönelik davranışa yararsız, rasgele bir eleman katılmış olur, hepsi o kadar. İnsan beyni, fiziksel yasaların *yararlı* hesaplanamaz elemanlar içermesini öngörüyorsa, bu elemanların, yukarıdaki gibi bir elemandan çok daha farklı ve çok daha olumlu özellik taşıması gerekir. Bu nedenle, 'kaotik' davranışı, 'hesap edilememezlik' olarak nitelemek yerine 'önceden tahmin edilemezlik' olarak tanımlıyorum. 'Önceden tahmin edilemezlik', biraz sonra tartışacağımız gibi, (klasik) fizikten kaynaklanan belirleyici yasalarda çok yaygın bir olgudur. Önceden tahmin edilemezlik özelliği, bir düşünce makinesinin inşasında, kuşkusuz, desteklemekten çok 'en aza' indirmeyi amaçlayacağımız bir özelliktir!

Hesaplanabilirlik ve önceden öngörülemezlik gibi kavramları daha genel bir düzeyde tartışmak için fizik yasaları hakkında önceden olduğundan daha geniş kapsamlı bir bakış açısı yardımcı olacaktır. Bu sayede yalnız Newton mekaniğini değil, bu kuramı aşan daha sonraki kuramları da tartışabileceğiz. Bu nedenle Hamilton'ın ilginç mekanik formülasyonuna şöyle bir göz atmamız gerekecek.

Hamilton'ın Mekaniği

Newton mekaniğinin başarıları yalnız fiziksel dünyaya fevkalade uygulanabilir olmasından değil aynı zamanda buradan çıkan matematiksel kuramın zenginliğinden kaynaklanır. Doğanın tüm ÜSTÜN kuramlarının, matematiksel fikirler için olağanüstü verimli kaynaklar oluşturması ilginçtir. Bu gerçekte derin ve güzel bir giz vardır: Son derece doğru olan bu kuramlar aynı zamanda salt *matematik* için de olağanüstü verimlidirler. Kuşkusuz bu giz, fiziksel deneyimlerimizin gerçek dünyası ile matematiğin Platonik dünyası arasındaki derin ilişki hakkında bize bir şeyler anlatmaktadır. (Bu konuyu daha sonra 10. Bölümde, tartışmaya çalışacağım.) Newton mekaniği bu yönden belki en üstün kuramdır; çünkü doğuşuyla,

sonsuz küçükler hesabına olanak sağlamıştır. Üstelik, Newton kuramı özellikle *klasik mekanik* olarak tanınan önemli matematiksel fikirler bütününün gelişmesine öncülük etmiştir. Bu fikirlerin gelişiminde, Euler, Lagrange, Laplace, Liouville, Poisson, Jacobi, Ostrogradski, Hamilton gibi on sekizinci ve on dokuzuncu yüzyılların büyük matematikçilerinin katkıları olmuştur. 'Hamilton kuramı'[8] olarak adlandırılan çalışma, klasik mekaniğin bir özeti niteliğindedir. Bu nedenle Hamilton kuramından burada biraz söz etmek amacımız için yeterli olacaktır. Özgün ve verimli görüşleriyle dikkat çeken İrlandalı matematikçi William Rowan Hamilton (1805-1865), (ki s. 172'de bahsi geçen Hamilton devrelerini de o bulmuştur), mekanik kuramının bu yeni formülasyonunu, dalga yayılımı ile benzerlikleri öne çıkaracak şekilde geliştirmiştir. Dalgalarla parçacıklar ve Hamilton'ın denklemleri arasında varlığı ima edilen bu ilişki, sonraları *kuantum mekaniğinin* gelişmesinde son derece önem kazanmıştır. Bu fizik yasalarına bir sonraki Bölümde tekrar döneceğim.

Hamilton'ın fikirlerinin yeni bir öğesi, fiziksel sistemleri tanımlamak için kullanılan 'değişkenler'dir. Şimdiye kadar hızları sadece konumun zamanla değişimi olarak kabul ederken parçacıkların *konumlarını* esas almıştık. Newton sisteminin başlangıç durumunun belirlenmesinde, bir sonraki davranışın saptanması amacıyla tüm parçacıkların konumları *ve* hızlarına gereksinim duyduğumuzu anımsayın (s. 25). Hamilton formülasyonunda ise, parçacıkların hızları yerine *momentumlarını* esas seçmeliyiz. (s. 22'de gördüğümüz gibi, bir parçacığın momentumu hızı ile kütlesinin çarpımıdır.) Kendi başına ufak bir değişiklik gibi görünse de, her parçacığın konumu ve momentumunun, birbirine az çok eşdeğerde *bağımsız* nicelikler olarak kabul edilmesi önemli bir şeydir. Böylelikle, başlangıçta, çeşitli parçacıkların momentumlarının, konum değişkenlerinin zamanla değişimleriyle bir ilişkisi 'yokmuş gibi' davranabiliriz, konum eylemlerinden tümüyle bağımsız davranabileceklerini düşünebiliriz. Hamilton denklemleri olarak şimdi *iki* denklem kümesine sahibiz. Birinci denklem kümesi, çeşitli parçacıkların *momentumlarının* zamanla nasıl değişmekte olduklarını gösterirken, ikinci küme *konumlarının* zamanla nasıl değiştiğini gösterir. Her durumda, bir niceliğin zamanla değişimini o andaki konum ve momentum bileşenleri belirlemektedir.

Hamilton'ın birinci denklemler kümesi, Newton'un son derece önemli ikinci hareket yasasının (momentumun zamanla değişimi = kuvvet) bir ifadesi olurken, ikinci denklemler kümesi, momentumların gerçekte hızlar cinsinden *ne olduklarını* gösterir (yani, konumun zamanla değişimi = momentum ÷ kütle). Galilei-Newton hareket yasalarının ivmelerle tanımlandığını, başka deyişle konumun zamanla değişiminin zamanla değişimiyle ('ikinci dereceden' denklemlerle) tanımlandığını, anımsayınız. Şimdi ise zamanla değişimlerin zamanla değişimlerinden değil yalnızca zamanla değişimlerden ('birinci dereceden' denklemlerden) bahsetmek yetiyor. Tüm bu denklemler bir tek önemli nicelikten türerler; *H Hamilton fonksiyonu.* Bu fonksiyon, sistemin toplam enerjisinin tüm konum ve momentum değişkenleri cinsinden ifadesidir.

Hamilton formülasyonu, mekaniğin çok şık ve simetrik bir tanımını verir. Okuyucuların pek çoğu sonsuz küçükler hesabını pek yakından tanımıyor olabilirlerse de - ki buna burada ihtiyacımız olmayacak - bir kaç denklemi buraya almak isterim. Sonsuz küçükler hesabı söz konusu olduğu sürece bilmemiz gereken tek şey, her denklemin sol tarafında görülen 'nokta'nın, *zamanla değişim* (birinci eşitlikte momentumun zamanla değişimini, ikinci eşitlikte konumun zamanla değişimini) gösterdiğidir:

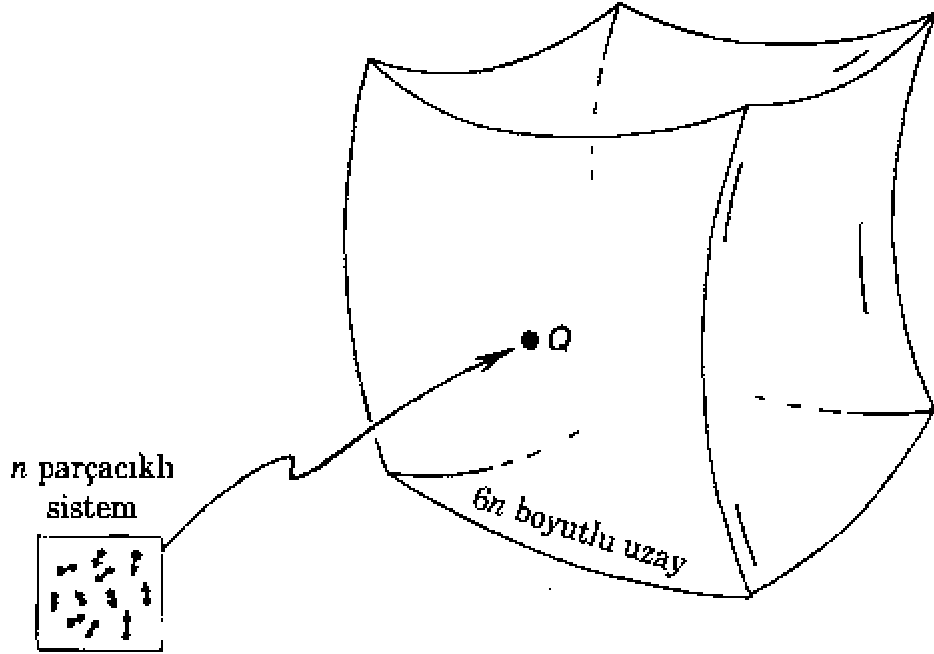
$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}.$$

Burada *i* indisi tüm farklı p_1, p_2, p_3, p_4, ... momentum koordinatlarını ve tüm farklı x_1, x_2, x_3, x_4, ... konum koordinatlarını göstermek için kullanılmıştır. *n* adet serbest parçacık için, 3*n* adet momentum koordinatına ve 3*n* adet konum koordinatına (uzayda üç bağımsız yönün her birisi için) sahip olacağız. ∂ simgesi 'kısmi türev alma işlemini' ('öteki tüm değişkenleri sabit tutarken türev alma') gösterir, ve *H* yukarıda tanımlanan Hamilton fonksiyonudur. (Türev hakkında bilginiz yoksa, üzülmeyin. Denklemlerin sağ tarafındaki ifadelerin x_i*'ler* ve p_i*'ler* cinsinden iyi tanımlanmış matematiksel bildirimler olduğunu bilmeniz yeterli olacaktır.)

x_1, x_2, ... ve *p_1, p_2, ...* koordinatlarının, aslında, parçacıkların bilinen Kartezyen koordinatlarından (yani, birbirlerine dik üç ayrı yönde ölçülen x_i izdüşümlerinden) daha genel oldukları kabul edilir. x_i koordinatlarından bazıları, *açı* veya diğer bir genel değişken olabilirler. (Örneğin, böyle i indislerine, karşıt gelen p_i'ler, momentumlar değil, *açısal* momentumlar olacaktır s. 22). Bu durumlarda bile Hamilton denklemlerinin aynı formu hâlâ korumaları dikkate değer. Gerçekte, uygun *H* fonksiyonları seçildiğinde Hamilton denklemleri, yalnız Newton'un hareket denklemleri için değil, herhangi bir klasik denklemler sistemi için de geçerliliklerini korumaktadırlar. Özellikle, biraz sonra ele alacağımız Maxwell (-Lorenz) kuramında da geçerlidirler. Hamilton denklemleri özel görelilik kuramında da geçerlidir. Gerekli dikkat gösterilirse genel görelilik dahi Hamilton kuramının kapsamına alınabilir. Ayrıca, Schrödinger denkleminde (s. 170) göreceğimiz gibi Hamilton formülasyonu kuantum mekaniksel denklemleri elde etmek için bir hareket noktası oluşturur. Dinamik denklemlerin yapısındaki böylesine bir bütünlük, geçen yüzyıllarda fizik kuramlarında meydana gelen tüm devrimsel değişikliklere karşın korunan bütünlük, gerçekten dikkate değer!

Faz Uzayı

Hamilton denklemlerinin biçimi, klasik bir sistemin evrimini gözümüzde canlandırmamızı sağlayacak niteliktedir. *x_1, x_2..., p_1, p_2,...* koordinatlarından her biri için bir boyut olmak üzere çok boyutlu bir 'uzay'ı gözünüzde canlandırmaya çalışın. (Matematiksel uzaylar çoğu kez üçten fazla boyuta sahiptir.) Bu uzaya 'faz uzayı' denir (bkz. Şekil 5.10). *n* adet serbest parçacıktan oluşan sistem için bu, 6*n* boyutunda bir uzaydır. (Her bir parçacık için üç konum ve üç momentum koordinatı gereklidir.)



Şekil 5.10. Faz uzayındaki bir *Q* noktası, fiziksel sistemin, bütün parçacıklarının eşanlı hareketleri dahil, tüm durumunu temsil eder.

Okuyucu, bir *tek* parçacık için bile bu değerin, gözünde canlandırmaya alışık olduğu boyutların iki katı olduğundan yakınabilir! İşin sırrı, bu kadarcık bir güçlükten yılmamaktır. Altı boyut, kağıt üzerinde resimlemek için(!) gerçekten fazladır ama, sistemi kağıt üzerinde resimleyebilseydik bile bunun bize fazlaca bir yararı olmazdı. Hava molekülleri ile dolu bir oda için, faz uzayının boyutlarının sayısı şöyle olabilirdi:

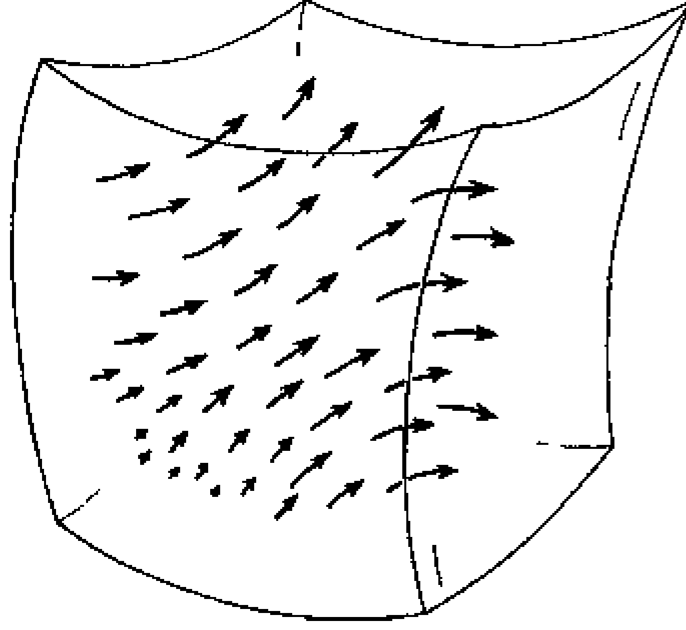
10 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

Böylesine büyük bir uzayın hayalimizde doğru bir imgesini elde etmeğe uğraşmak boşuna değil mi? Öyleyse işin püf noktası, böyle bir işe, tek parçacığın faz uzayı için bile olsa kalkışmamaktır. Yalnızca üç boyutlu (veya sadece iki boyutlu olsun) bir alanı gözünüzde canlandırmaya çalışın. Bu yeterli. Şekil 5.10'a bir kez daha bakın. İşinize yarayacaktır.

Şimdi, Hamilton denklemlerini bu faz uzayında nasıl gözümüzde canlandıracağız? Önce, faz uzayındaki bir *Q* noktasının tüm $x_1, x_2,...$ konum koordinatlarını ve tüm $p_1, p_2,...$ momentum koordinatlarını temsil ettiğini, başka bir deyişle, parçacıkların her biri için belirlenen

eylemin özel bir durumunda *tüm fiziksel sistemi* temsil ettiğini unutmamalıyız. Hamilton denklemleri, değerlerini bildiğimiz zaman bu koordinatların değişim oranlarını bildirir, başka bir deyişle, tek tek bütün parçacıkların hareketlerini belirler. Faz uzayı diline çevirirsek, Hamilton denklemleri, faz uzayındaki bir *Q* noktasının şu andaki konumu belirlendiğinde, bu *Q* noktasının faz uzayında nasıl hareket etmesi gerektiğini belirlerler. Böylece, faz uzayının her bir noktasında, bir küçük oka, daha doğrusu bir vektöre sahip oluruz; bu ok, tüm sistemimizin zamanda evrimini tanımlamamız için Q'nun hareket ettiği yönü bize bildirir. Okların tümünün yerleşim planı, *vektör alanı* adıyla tanınır (Şekil 5.11). Hamilton'ın denklemleri faz uzayında bir vektör alanını tanımlar.

Fiziksel *belirleyiciliğin,* faz uzayında nasıl yorumlanması gerektiğini görelim, t = 0 anındaki başlangıç verileri için, tüm konum ve momentum koordinatları ile belirlenen özel bir değerler kümesine sahip oluruz; başka bir deyişle, faz uzayında belirli bir *Q* noktasına sahip oluruz. Sistemin zamanda evrimini bulmak için yalnızca okları izlememiz yeterlidir. Böylece, sistem ne denli karmaşık olursa olsun, zaman içindeki tüm evrimi, karşılaştığı okları izleyerek hareket eden tek nokta ile tanımlanır. Okların, faz uzayında *Q* noktasının 'hızını' gösterdiği düşünebilir. 'Uzun' bir okta *Q* hızla hareket eder, fakat ok 'kısa' ise Q'nun hareketi yavaşlayacaktır. t zamanında fiziksel sistemimizin ne yapmakta olduğunu görmek istersek, okları izleyerek Q'nun nereye varacağına bakmamız yeterlidir. Kuşkusuz, bu belirleyici bir yöntemdir. Q'nun hareketi tamamiyle Hamilton'ın vektör alanıyla belirlenmiştir.



Şekil 5.11. Hamilton denklemlerine göre zaman evrimini temsil eden bir faz uzayı vektör alanı.

Peki hesaplanabilirlik için neler söyleyebiliriz? Faz uzayında hesaplanabilir bir noktadan, (başka deyişle, tüm konum ve momentum koordinatları hesaplanabilir sayılarla ifade edilen bir noktadan (bkz. 3. Bölüm s. 97), hareket edersek ve *t* hesaplama süresince beklersek, *t* anında ve başlangıç noktasındaki koordinatların değerlerine göre hesaplanarak elde edilebilen bir noktaya ulaşabilir miyiz? Bu sorunun yanıtı elbette Hamilton'ın *H* fonksiyonuna bağlıdır. Aslında, *H* fonksiyonun tanımı içinde, Newton'un evrensel çekim sabiti ve ışık hızı gibi *fiziksel sabit değerler* vardır. Kütleçekimi ve ışık hızı ile ilgili bu sabit değerler, seçilecek birimlere bağlıdır ama diğer bazı sabitler yalın sayılar olabilir. Ayrıca, olumlu bir yanıt almayı umuyorsak bu sabit değerlerin hesaplanabilir sayılar olmasından kuşkumuzun olmaması gerekecektir. Bütün bu koşullar sağlandığında, fizikte doğal olarak karşılaşılan olağan Hamilton denklemlerine göre tahminim odur ki yanıt gerçekten olumlu olacaktır. Ancak bu yalnızca bir tahmindir ve bu ilginç soru umarım gelecek yıllarda daha fazla incelenecektir.

Öte yandan, bana öyle geliyor ki, bilardo topu dünyası ile ilgili olarak kısaca değindiğim nedenlerle faz uzayının bizim konumuzla çok yakın bir ilişkisi yoktur. Faz uzayı noktasının koordinatları için *sonsuz doğruluk* -yani tüm ondalık haneleri bilmek- gerekecektir,

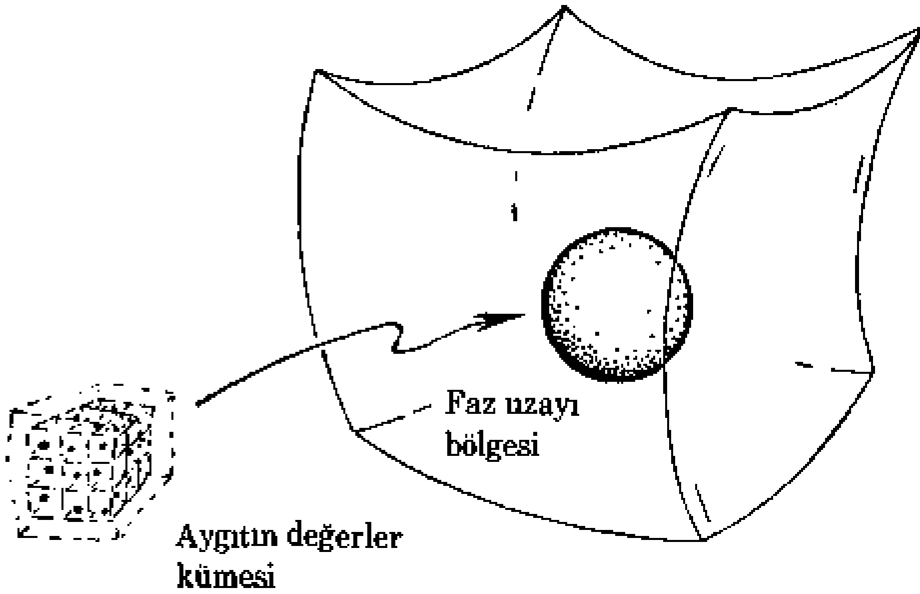
noktanın hesaplanamaz olduğunu söylemek ancak bu şekilde bir anlam taşıyabilir. (Sonsuz olmayan bir ondalık açılımla tanımlanan bir sayı daima hesaplanabilir bir sayıdır.) Bir sayının ondalık açılımının sınırlı bir bölümü, bu sayının tüm açılımının hesaplanır olup olmadığını bize asla bildirmez. Fakat tüm fiziksel ölçümler, doğru olarak nasıl uygulanabilecekleri ile ilgili kesin sınırlamalara sahiptirler ve yalnız ondalık hanelerin sınırlı sayısı hakkında bilgi verirler. Bu gerçek, fiziksel ölçümlere uygulandığı şekliyle 'hesaplanabilir sayı' kavramını tümüyle geçersiz mi kılar?

Gerçekten de, fizik yasalarının herhangi bir (varsayılan) hesaplanamaz öğesini *yararlı* bir şekilde kullanabilen bir aygıtın sınırsız doğrulukta ölçüm yapabileceğine büyük olasılıkla güvenilemez. Fakat belki de ben bu noktada biraz katı davranıyorum. Diyelim ki, bilinen kuramsal nedenlerle, algoritmik olmayan ilginç bir matematik işlemini taklit edebilen bir aygıta sahibiz. Aygıtın doğru davranışı, bu davranışı daima kesin olarak onaylandığı sürece, hiç bir algoritmaya sahip olmayan (4. Bölümde incelediklerimiz gibi) matematiksel yönden ilginç bir dizi evet / hayır sorusuna doğru yanıt verecektir. *Verilen* herhangi bir algoritma herhangi bir aşamada başarısız olacak ve işte *bu aşamada* aygıt bize yeni bir şey verecektir. Aygıt belki de, gerçekten, sorular listesini aşağılara doğru tarayarak soruları yanıtlamak için doğruluk oranını giderek daha artırarak incelediği bir fiziksel parametreye gereksinim duymaktadır. Ancak aygıtımızdan, *sınırlı* bir doğruluk aşamasında, en azından sorular listesi için gelişmiş bir algoritma buluncaya kadar, yeni bir şey elde ederiz; bu durumda, *geliştirilmiş* algoritmamızın bize bildiremediği şeye ulaşabilmek amacıyla daha büyük doğruluk oranına doğru ilerlememiz gerekir.

Ancak, bir fiziksel parametre için durmadan artan bir doğruluk gereksinimi, bilginin kodlanması yönünden olumsuz ve arzu edilmeyen bir etkendir. Bilgimizi *kesikli* [veya 'ondalık' (digital)] olarak edinmemiz yeğlenir. Böylece, listenin aşağılarına doğru böyle kesikli birimler veya belki bir *sabit kümenin* birimlerini tekrar tekrar inceleyerek aradığımız yanıtlara, giderek uzayan zaman aralıklarına yayılmış olarak yer alması olası sonsuz bilgiye ulaşabiliriz. (Kesikli birimler halinde bilgilerin, 2. Bölümde tanımlanan Turing makinesinin 0 ve 1'lerden oluşan açılımları gibi tekrarlanan kısımlardan

oluştuğunu da düşünebiliriz.) Bu durumda, ayrık (kesikli) durumları ayrı zaman aralıklarında incelemeye alarak dinamik yasalara uygun evrimden geçirdikten sonra aynı işlemi tekrarlayan bir aygıta gereksinimimiz olduğu anlaşılıyor. Böyle bir aygıtımız olsaydı, her bir işlemin yüksek doğruluk oranına sahip olup olmadığını kontrol etmek zorunda kalmazdık.

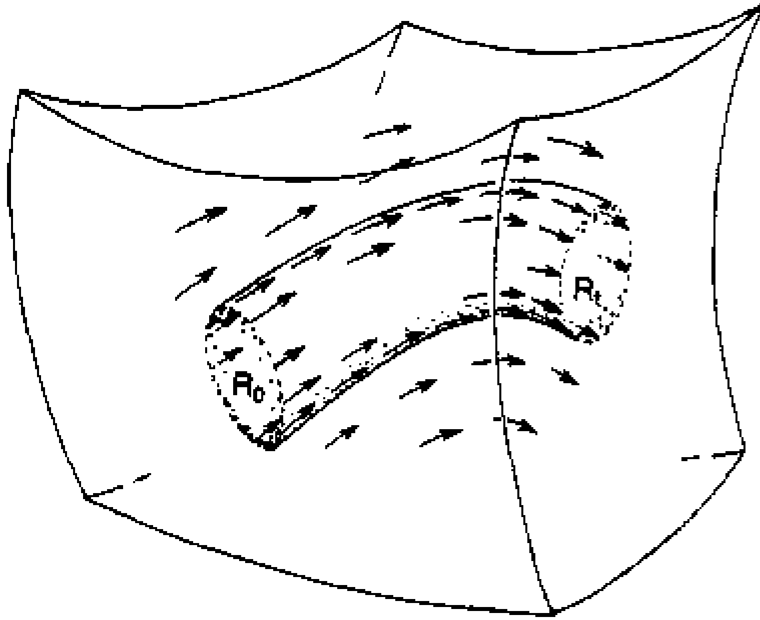
Hamilton sistemleri gerçekten böyle davranır mı? Sistemin en önemli öğelerinden birisi davranışının kararlı olmasıdır; dolayısıyla aygıtımızın kesikli durumlarından hangisinde olduğu çok açık şekilde anlaşılabilir. Bu durumlardan birine girdiği zaman orada kalmasını, (en azından oldukça uzun bir süre boyunca) bir başka duruma sürüklenmemesini isteriz. Ayrıca, sistem bu durumlarda birisine belki bir hata payıyla girdiyse, bu hata paylarının giderek artmasını hiç istemeyiz; aslında amacımız, bu tür hata paylarının zaman içerisinde *giderek kaybolmasıdır.* Tasarlanan aygıtımız, sürekli parametrelerle tanımlanması gerekli parçacıklardan (veya diğer alt birimlerden) oluşmalıdır, ve ayrı tanımlanabilir her bir 'kesikli' durumun, sürekli parametrelerin *değer kümesinin* bir kısmını kapsaması gerekir. (Örneğin, kesikli seçenekleri göstermenin bir yolu, bir kutuda veya bir başka kutuda yer alan bir parçacığa sahip olmaktır. Parçacığın kutulardan birinde gerçekten yer aldığını belirtmek için, parçacığın konum koordinatlarının, parametrelerin hangi değer kümesinde bulunduğunu belirtmeliyiz.)



Şekil 5.12. Faz uzayında bir bölge, tüm parçacıkların konum ve momentumlarına ait olası değerlerin kümesine eşdeğerdir. Böyle bir bölge, bir aygıtın ayrımlanabilir bir durumunu (yani, bir 'seçeneğini') temsil edebilir.

Faz uzayı yönünden bunun anlamı, 'kesikli' seçeneklerimizden her birinin aynı bölgede yer alan ayrı faz uzay noktalarının, aygıtımıza ait bu seçeneklere bire bir karşı gelebilmesi için, faz uzayında bir *bölgeyi* temsil etmesi gerektiğidir. (Şekil 5.12)

Şimdi aygıtımızın bu seçeneklerden belirli birinin karşıtı R_0 bölgesinde yer alan bir faz uzayı noktasından hareket ettiğini varsayalım.



Şekil 5.13. Zaman içerisinde, R_0 faz durumu bölgesi vektör alanı tarafından yeni bir R_t bölgesine, sürüklenir. Bu, aygıtımızla ilgili belirli bir seçeneğin zaman evrimim göstermektedir.

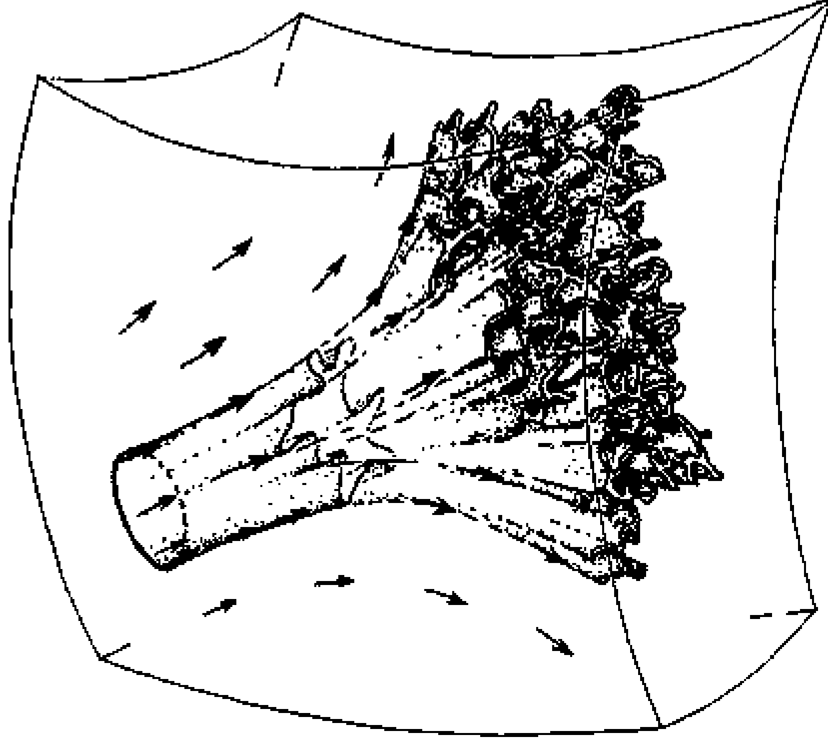
R_0 bölgesinin zaman içerisinde Hamilton vektör alanında ilerleyerek *t* zamanında R_t bölgesi üstüne geldiğini düşünelim. Bu şekilde düşünmekle aynı anda, aynı seçeneği veren *tüm* olası başlama durumlarını da gözümüzde canlandırmış olacağız. (bkz. Şekil 5.13) *Kararlılık* sorusu (burada ilgi duyduğumuz anlamda), *t* değeri arttıkça R_t bölgesinin yerelliğini koruduğu mu yoksa faz uzayında yayılmaya mı başladığıdır. Bu gibi bölgeler zaman içerisinde yerelliklerini korudukları takdirde sistemimiz bir ölçüde

kararlılığa sahiptir demektir. Faz uzayında birbirine yakın yer alan noktalar (sistemin birbirine çok benzeyen ayrıntılı fiziksel durumlarına uyabilmek için), faz uzayında birbirlerine yakın konumda kalmayı sürdürecekler ve tanımlamalarındaki hata payları zamanla artmayacaktır. Sözü edilen bölgelerin faz uzayında herhangi bir biçimde yayılması, sistemin davranışında etkin bir önceden tahmin edilemezlik yaratacaktır.

Hamilton sistemleri hakkında genel olarak ne söylenebilir? Faz uzayındaki bölgeler zamanla yayılma eğiliminde midir yoksa değil midir? Bu kadar geniş kapsamlı bir problem için bu konuda gözlenecek pek az şey var gibi görünüyor. Ancak, seçkin Fransız matematikçisi Joseph Liouville'e (1805-1882) borçlu olduğumuz çok güzel bir teorem bize, herhangi bir Hamilton evrimi çerçevesinde faz uzayının herhangi bir bölgesinin *hacminin* değişmez olarak kalması gerektiğini bildirmektedir. (Faz uzayımız çok büyük boyutlarda olduğu için, söz konusu 'hacim' de kuşkusuz büyük olacaktır.) Bu nedenle, her bölgesinin hacmi ile R_o bölgesinin hacminin *aynı* olması gerekir. İlk bakışta bu durumun, kararlılık sorumuza olumlu yanıt verdiği sanılabilir. Faz uzayının hacmi bakımından, bölgemizin boyutu artamıyacağı için faz uzayı içerisinde yayılamıyacağı varsayılabilir.

Oysa bu yanıltıcıdır, ve biraz düşününce durumun bunun tam tersi olduğunu görürüz! Şekil 5.14'te, ne tür bir davranış bekleyebileceğimizi genel çizgileriyle göstermeye çalıştım. Başlangıç bölgesi R_o'u, küçük ve makul bir biçimde, yani çok kıvrımlı değil de yuvarlaksı ölçüde küçük tasarımlayarak R_o kapsamındaki durumların akla uygun olmayan ölçüde doğruluk gerektirmemesini amaçladım. Ancak, zaman ilerledikçe R_t bölgesinin biçimi bozulmaya ve uzamaya başlıyor, başlangıçta bir amipi andırıyor, ama daha sonra, faz uzayında ileriye doğru daha da gerilerek gayet karmaşık bir şekilde öne ve arkaya bükülüyor. Hacim aslında değişmiyor, fakat aynı küçük hacim, faz uzayının geniş bölgeleri üzerinde çok seyrek bir yapıda yayılabiliyor. Daha açık örneklemek amacıyla; büyük bir su kabının içine damlatılan küçük bir mürekkep damlasını düşünün. Damlanın içerdiği mürekkep miktarı değişmezken, suyun içinde giderek seyrekleşen ve zayıflayan bir yapıda yayılacaktır. Faz

uzayında R_t bölgesinin davranışı da büyük olasılıkla böyle olacaktır. Faz uzayının *tümüne* yayılmasa bile (ki bu aşırı bir durum olup, 'ergodik' eylem olarak anılır), başlangıçtakinden çok daha geniş bölgeye yayılması olasıdır. (Daha geniş açıklama için bkz. Davies 1974).



Şekil 5.14. Liouville teoremi bize, faz uzayı hacminin zaman evrimiyle değişmediğini bildirmişse de bu hacim, söz konusu evrimin son derece "karmaşık" olması nedeniyle, doğal olarak, etkin bir şekilde dışa doğru yayılacaktır.

Sorun şu ki, hacmin korunması, *biçimin* korunmasını çağrıştırmamaktadır: Küçük bölgeler biçim değiştirme eğilimi göstermekte ve biçimin bozulması uzun mesafelerde giderek artmaktadır. Bölgenin yerel olarak yayılabileceği 'yönlerin' çok sayıda olması nedeniyle problem, küçük boyuttaki bölgelerden çok, büyük boyuttaki bölgelerde daha da ciddileşir. Aslında, Liouville'in teoremi bölgesinin kontrol altında tutulması konusunda 'yardımcı' olmaktan çok, bizi gerçek bir problemle karşı karşıya bırakmaktadır! Liouville'in teoremi olmasaydı, bir bölgenin faz uzayında yayılmasının, uygun koşullarda, genel hacmin azaltılmasıyla telafi edilmesi düşünülebilirdi. Ancak, Liouville teoremi bunun *olanaksız* olduğunu

bildiriyor ve biz de, normal tipte tüm klasik dinamik (Hamilton) sistemlerinin evrensel bir özelliği olarak bu çarpıcı görüşü kabullenmek zorundayız.[9]

Peki, klasik mekanik yönünden bu konuda varsayımlar üretmek olası mıdır? Gerçekten, iyi bir soru bu. Faz uzayında sözü edilen yayılma, bir sistemin ilk durumu hakkında ne kadar doğru bilgi sahibi olursak olalım (mantıksal sınırlar içerisinde), zaman içerisinde belirsizliklerin giderek artacağını ve ilk aşamadaki bilgilerimizin hemen hemen işe yaramaz duruma geleceğini bildirir. Klasik mekanik, bu bağlamda, *öngörülemezdir.* (‘Kaos’ kavramını anımsayın.)

Öyleyse nasıl oluyor da Newton’un dinamiği bu kadar başarılı sayılıyor? *Birinci* neden gökyüzü mekaniğinde (yani, gökcisimlerinin çekim etkisinde hareketinde), kütleleri arasında büyük ölçüde farklar bulunan nispeten az sayıda ve birbiriyle tutarlı cisimlerin (güneş, gezegenler ve uydular) söz konusu olmasıdır; öyle ki, ilk yaklaşık öngörülere dayanarak, daha küçük kütleli cisimlerin tedirgeyici etkilerini ihmal edebilir, daha büyük kütleye sahip olanları ise, sadece birbirinin etkisinde hareket eden *bir kaç* cisim olarak değerlendirebiliriz. *İkinci* neden, göksel cisimleri oluşturan bireysel parçacıklara uygulanan dinamik yasaların, bizzat bu cisimlerin kendilerine de uygulanabilecekleri varsayımıdır; öyle ki iyi bir yaklaşıklıkla, Güneş, gezegenler ve uyduların kendilerini birer parçacık olarak kabul edersek, söz konusu göksel cisimleri oluşturan bireysel parçacıkların hareketlerinin küçük ayrıntıları hakkında kafamızı yormaya gerek kalmaz![10] Yine, sadece *bir kaç* cisimden ibaret oldukları gerekçesiyle faz uzayında yayılmalarım önemsemeyiz.

Gök mekaniği ile uyduların hareketi (ki bu gök mekaniğinin özel bir bölümünü kapsar) ve az sayıda parçacık içeren basit sistemlerin incelenmesinin dışında, Newton mekaniğinin kullanıldığı başlıca konularda, hiç de, ‘belirleyici şekilde öngörülebilir’ olması istenmiyor! Aksine, genelde Newton yaklaşımı, davranışın genel özelliklerini yalnızca ima eden modelleri inşa etmek için kullanılır. Enerjinin korunumu, momentumun ve açısal momentumun korunumu gibi yasaların bazı kesin sonuçları, davranış özellikleriyle ilişkili olarak

her ölçekte geçerlidir. Ayrıca, bireysel parçacıklarla ilgili dinamik yasalarıyla birlikte dikkate alınabilecek istatistiksel özellikler de vardır ve bu gibi özellikler, davranışla ilgili genel öngörülerin yapılması amacıyla kullanılabilir. (bkz. 7. Bölümde termodinamik tartışması; tartışmakta olduğumuz faz uzayında görülen yayılma, termodinamiğin ikinci yasasıyla yakından ilişkilidir ve gerekli özen gösterilerek bu görüşler anlamlı öngörülerin yapılmasında kullanılabilirler.) Newton'un kendisinin havada sesin yayılma hızını hesaplaması (bir yüzyıl kadar sonra Laplace tarafından özenle düzeltilmiştir) bunun güzel bir örneğidir. Ancak, Newton'un (veya, daha genel olarak, Hamilton'ın) dinamik kuramının özünde yer alan belirleyiciliğin uygulandığı gerçekten çok enderdir.

Faz uzayında yayılma bize bir başka önemli ipucu verir: *klasik mekanik dünyamızda geçerli olamaz!* Bu sonucu biraz fazla abartıyor olabilirim; belki de bu kadar kesin konuşmamalıyım. Klasik mekanik, akışkanların, özellikle gazların, ama büyük ölçüde sıvıların, davranışını iyi tanımlar. Bu gibi parçacık sistemlerinin sadece genel 'ortalama' özellikleri ile yetinebilen klasik mekanik, daha ayrıntılı bir düzenli yapıya gereksinim duyduğu için katı cisimlerin yapısını açıklamakta problemlerle karşılaşır. Faz uzayında yayılmakta olduğu için yapısal düzeni sürekli eksilen sayısız çok noktasal parçacıktan oluşan bir katı cismin biçimini nasıl koruyacağı problemi vardır. Katıların gerçek yapısını doğru dürüst anlayabilmek için kuantum kuramına gereksinimimiz olduğunu artık biliyoruz. Kuantum etkileri, faz uzayında yayılmayı bir şekilde önleyebiliyor. Bu önemli konuya daha sonra tekrar döneceğiz. (bkz. 8. ve 9. Bölümler).

Bu konu, bir 'hesap makinesinin' inşası sorusuyla da gündeme gelmektedir. Faz uzayında yayılma, kontrol edilmesi gereken bir eylemdir. Bir hesap makinesinin 'kesikli' durumlarından birisine karşılık olan bir bölgenin (R_o bölgesi gibi) faz uzayında yayılmasına izin verilemez. Fredkin-Toffoli'nin 'bilardo topu' bilgisayarının bile, işlevini yerine getirebilmesi için *katı duvarlara* gereksinim duyduğunu anımsayınız. Bir çok parçacıktan oluşan bir cisim için 'katılık', işlevini yerine getirmek için gerçekten kuantum mekaniğine gereksinimi olan bir şeydir. Öyle görünüyor ki 'klasik' bir hesap makinesinin bile, doğru

dürüst çalışabilmesi için kuantum fiziğinin etkinliğinden biraz yararlanması gerek!

Maxwell'in Elektromanyetizma Kuramı

Newton'un tasarladığı dünyada, uzaktan etki yaratan kuvvetler aracılığıyla birbirini etkileyen minik parçacıklar düşleriz; bu parçacıklar, tümüyle noktasal değilseler, gerçek fiziksel temas sonucu ara sıra birbirleriyle çarpışırlar. Daha önce değindiğim gibi (s. 24), elektrik ve mıknatıs kuvvetleri (her ikisinin de varoldukları eski çağlardan beri biliniyordu ve 1600'de William Gilbert, 1752'de Benjamin Franklin tarafından oldukça ayrıntılı incelendiler), çekici oldukları kadar itici olabilseler de ters kare kuvvet yasasını sağlamaları yönünden kütleçekimsel kuvvetlere benzer davranış gösterirler. Bu kuvvetlerin şiddetini kütle değil elektrik yükü (ve manyetik kutup şiddeti) belirler. Bu aşamada her iki kuvveti de, Newton kuramı kapsamına kolayca alabiliriz. Işığın davranışı da, ya ışığın taneciklerden (ki bu taneciklere 'foton' adını vereceğiz) oluştuğunu varsayarak ya da ışığın bir ortamda yayılan dalga hareketi olduğunu varsayarak Newton kuramına dahil edilebilir. İkinci seçenekte (eter) denen ortamın kendisinin de parçacıklardan oluştuğu varsayılmalıdır.

Hareket halindeki elektrik yüklerinin manyetik kuvvetlere neden olabileceği gerçeği konunun biraz daha karmaşık hale gelmesine yol açmıştır, ama yukarıdaki görüşü bir bütün olarak etkilememiştir. Sayısız matematikçi ve fizikçi (Gauss dahil), Newton kuramı çerçevesinde hareket halindeki elektrik yüklerini tarif eden ve genel olarak yeterli gözüken denklem sistemleri önerdiler. 'Newtoncu' tasarıma ilk ciddi eleştiri, büyük İngiliz deneyci ve kuramcısı Michael Faraday (1791-1867) tarafından yapılmış olmalı.

Bu eleştirinin niteliğini anlamak için önce fiziksel alan kavramını anlamalıyız. Bir manyetik alan düşünün. Çoğunuz bir mıknatısın üzerine konan bir kağıt parçasının üstüne dökülen demir tozlarının davranışına tanık olmuşsunuzdur: Demir tozları, 'manyetik kuvvet çizgileri' denilen çizgiler boyunca dizilerek ilginç bir görüntü

sergilerler. Demir tozları kalktıktan sonra da çizgilerin kaldığını düşünelim. Bu çizgiler *manyetik alanı* oluşturur. Uzaydaki her noktada bu ‘alan’ belirli bir yönü, bu noktadaki manyetik etki yönünü belirler. Gerçekte, her noktada bir *vektör* bulunduğu için manyetik alan bize bir vektör alanı örneği sağlar. (Bir önceki kısımda ele aldığımız Hamilton vektör alanıyla bu alanı kıyaslayabilirdik, ama burada manyetik vektör alanı, faz uzayında değil normal uzayda bulunan bir alandır.) Aynı şekilde, elektrik yüklü bir cismin çevresi de farklı bir alanla, *elektrik alanı* ile çevrilidir, Benzer olarak *kütleçekimi alanı* da herhangi bir kütleli cismin çevresinde yer alır. Bunların hepsi uzayda vektör alanlarıdır.

Bu görüşler Faraday’dan çok önceleri yaygındı ve Newton mekaniğinde kuramcıların cephanesinin bir parçasıydılar. Fakat önde gelen görüş, bu gibi ‘alanların’ tek başlarına gerçek fiziksel maddenin yerini tutmadığıydı. Daha çok bu alanlar çeşitli noktalara uygun bir parçacık konulduğunda etkili olacak kuvvetlerin ‘hesabını tutmak’ için düşünülmekteydiler. Ancak, Faraday’ın son derece zengin deneysel bulguları (hareketli bobinler, mıknatıslar, vb.) onu, elektrik ve manyetik alanların *gerçek* birer fiziksel ‘nicelik’ olduklarına inandırdı, ve üstelik, değişken elektrik ve manyetik alanların bazen alan dışındaki boş uzay içinde birbirlerini ‘iteleyerek’ bir tür dalga üretebildiklerine inandırdı! Faraday ışığın, bu tür dalgalardan oluşabileceğini varsaydı. Bu varsayım, o dönemde yaygın olarak benimsenen ‘Newtoncu’ görüşe aykırıydı, çünkü bu görüş alanlara herhangi bir bağlamda, ‘gerçek’ gözüyle bakmıyordu. Alanlar Newton için noktasal parçacıkların uzaktan eylemiyle bilinen asıl gerçekliğini tanımaya yararlı matematiksel yardımcılardan öte bir şey değillerdi.

Faraday’ın deneysel bulgularıyla birlikte, dikkate değer Fransız fizikçisi André Marie Ampère’in (1775-1836) daha önceki deneysel bulgularıyla karşılaşan, ve Faraday’dan esinlenen büyük İskoç fizikçi ve matematikçisi James Clerk Maxwell (1831-1879), Faraday’ın deneysel bulgularından kaynaklanan ve elektrik ve manyetik alanların sağladıkları matematiksel denklemler üzerinde düşündü. Dikkate değer bir sezgiyle, söz konusu denklemlerde bir değişiklik önerdi: bu değişiklik önemsiz gözüküyordu ama temel sonuçlara yol açtı. Önerilen bu değişiklik, hiç de bilinen deneysel gerçeklere dayanmıyordu. (Ancak bu gerçeklerle tutarlıydı.) Maxwell’in kendi

kuramsal koşullarının, kısmen fiziksel, kısmen matematiksel ve kısmen estetik kurallarının, bir sonucuydu. Maxwell denklemlerinin, bir öngörüsü elektrik ve manyetik alanların boş uzayda birbirlerini gerçekten 'ittiklerini' göstermesidir. Salınım yapan bir manyetik alan, salınım yapan bir elektrik alanı yaratır ve (Faraday'ın deneysel bulgularına göre) bu salınım yapan elektrik alan tekrar salınım yapan bir manyetik alan yaratır. (Maxwell'in kuramsal yorumuna göre) bu manyetik alan yine bir elektrik alanı yaratır ve bu böylece sürer gider. (Bu tür dalgaların ayrıntılı resimleri için bkz. Şekil 6.26 ve 6.27, s. 149 ve 151.) Maxwell, bu etkinin uzayda yayılma hızını hesaplayabildi ve ışık hızına eşit olduğunu buldu! Üstelik, *elektromanyetik* dalgalar adı verilen bu dalgalar ışığın, uzun zamandan beri bilinen girişim ve iyi anlaşılamamış kutuplanma özelliklerini de göstermekteydi (bu konuları 6. Bölümde inceleyeceğiz, s. 108, 149). Belirli bir dalgaboyuna (4×10^{-7} - 7×10^{-7} m) sahip olan görülür ışığın elektromanyetik dalga olarak özelliklerinin belirlenmesinin yanısıra, başka dalgaboylarında elektromanyetik dalgaların da bulunabileceği ve bunların tellerdeki elektrik akımı tarafından oluşturulabileceği öngörüldü. Bu gibi dalgaların varolduklarını, Alman fizikçi Heinrich Hertz 1888'de deneysel olarak kanıtladı. Faraday'ın umudu, bu suretle, Maxwell'in harikulade denklemlerinde gerçekten sağlam bir temel bulmuş oluyordu!

Maxwell'in denklemlerinin ayrıntılarını burada değerlendirmek bizim için gerekli değilse bile, onlara şöyle bir göz atmanın da bir sakıncası olamaz:

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mathrm{curl}\,\vec{B} - 4\pi\vec{j}, \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mathrm{curl}\,\vec{E},$$

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = 4\pi\rho, \qquad \mathrm{div}\,\vec{B} = 0.$$

Burada $\vec{E}$, $\vec{B}$ ve $\vec{j}$, sırasıyla, elektrik alanını, manyetik alanı ve elektrik akımını tanımlayan vektör alanlarıdır; p elektrik yükünün yoğunluğunu gösterir; c ise yalnızca bir sabit sayıdır: Işığın hızı.[11] 'Curl' ve 'div' gibi terimleri dikkate almasanız da olur, çünkü bunlar sadece çeşitli uzaysal kısmi türevleri göstermektedirler. (Uzay koordinatlarına göre alınan kısmi türevlerin bazı toplamlarıdır. ∂

simgesiyle gösterilen ‘kısmi türev’ işlemini, Hamilton’ın denkleminden anımsayacaksınız.) İlk iki denklemin sol tarafında görülen ∂/∂t elemanları, aslında, Hamilton’ın denklemlerinde kullanılan ‘nokta’ ile aynı olup, aralarında yalnız teknik bir fark vardır. Böylece, $\partial\vec{E}/\partial t$’nin anlamı ‘elektrik alanındaki zamanla değişim oranı’;

$\partial\vec{B}/\partial t$’nin anlamı ise ‘manyetik alandaki zamanla değişim oranı’ olmaktadır. Birinci denklem[IX] elektrik alanının, manyetik alanın ve elektrik akımının o andaki eylemleriyle zaman içinde nasıl değişmekte olduğunu gösterir; ikinci denklem ise manyetik alanın, elektrik alanının o andaki eylemleriyle zamanla nasıl değişmekte olduğunu gösterir. Üçüncü denklem, genel bir anlatımla, ters kare kuvvet yasasının değişik bir yazım şekli olup elektrik alanının (o andaki) yüklerin dağılımı ile nasıl ilişkilendirilmesi gerektiğini gösterir; dördüncü eşitlik ise aynı şeyi manyetik alan için gösterir, ama burada ‘manyetik yükler’ yoktur (yani bir mıknatısın ‘kuzey kutbu’ ile ‘güney kutbu’ tek başlarına var olamazlar).

Bu denklemler bir bakıma Hamilton’ın denklemlerine benzemekteler: İlgili niceliklerin (burada elektrik ve manyetik alanlar), zaman içindeki değişim oranını, aynı niceliklerin verilen bir süre içerisindeki değerleri cinsinden belirlerler. Bu nedenle, diğer Hamilton kuramları gibi, Maxwell denklemleri de *belirleyicidir.* Aralarındaki tek fark -ancak bu önemli bir farktır-Maxwell denklemlerinin parçacık denklemi değil *alan* denklemleri olmalarıdır. Sistemin durumunu yani (uzayın her bir noktasındaki alan vektörlerini) tanımlamak için, parçacık kuramı (her parçacık için üç konum koordinatı ile üç momentum koordinatından ibaret) sonlu sayıda değişkene gereksinim duyarken burada *sonsuz* sayıda değişkene gereksinim duyarız. Bunun anlamı Maxwell kuramına göre faz uzayının, *sonsuz* boyutlu bir uzay olduğudur! (Daha önce değindiğim gibi, Maxwell denklemlerini genel olarak Hamilton kuramının kapsamına almak olasıdır, ama söz konusu sonsuz boyutluluk nedeniyle bu kapsamın biraz genişletilmesi gerekecektir. [12])

Maxwell kuramının fiziksel gerçeklik görüşümüze getirdiği temel *yenilik,* alanların bundan böyle hak ettikleri şekilde ciddiye alınmaları ve Newton kuramındaki ‘gerçek’ parçacıkların birer matematiksel

uzantısı gibi sayılmamaları gerektiğidir. Nitekim Maxwell, alanların elektromanyetik dalgalar halinde yayılırken belli bir miktar *enerjiyi* taşıdıklarını göstermiştir. Maxwell, söz konusu enerji için açık bir matematik ifade elde etmeyi başarmıştır. Enerjinin, 'kütleden bağımsız' olarak elektromanyetik dalgalarla bir yerden diğerine taşındığı gerçeği, Hertz'in bu dalgaları saptamasıyla deneysel olarak doğrulanmıştır. Radyo dalgalarının enerji taşıdıkları -hâlâ çok çarpıcı olsa da- artık pek yadırgamadığınız bir gerçektir.

Hesaplanabilirlik ve Dalga Denklemi

Maxwell, denklemlerinin doğrudan sonucu olarak, uzayın yük veya akım bulunmayan bölgelerinde (yani yukarıdaki denklemlerde j = 0, *p* = 0 olduğu yerlerde), elektrik ve manyetik alanların tüm bileşenlerinin *dalga denklemini*[X] sağladıklarını buldu. Dalga denklemi Maxwell denklemlerinin 'basit bir özel halinin kopyası' sayılabilir, çünkü elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin hepsinin değil, sadece *bir* niceliğin sağladığı denklem olup bunun çözümleri, Maxwell kuramındaki 'kutuplanma' (elektrik alanı vektörünün yönü, bkz, s. 149) gibi ek sorunlar olmaksızın dalga yayılımını örnekler.

Dalga denkleminin ilgimizi çekecek bir yönü daha vardır, çünkü bu denklem *hesaplanabilirlik* özellikleri yönünden incelenmiştir. Marian Boykan Pour-El ve Ian Richards (1979, 1981, 1982, 1989) dalga denkleminin çözümlerinin, normal anlamda *belirleyici* olarak davransalar da -yani başlangıç anında verilen veriler diğer tüm zamanlarda çözümü belirler- alanın belirlenen değerinin daha sonraki bir hesaplanabilir zamanda gerçekte *hesaplanamaz* özelliğe sahip 'kendine özgü' bazı başlangıç verilerinin varlığını göstermişlerdir. Bu nedenle, gayet mantıklı bir fiziksel alan kuramı ile ilgili denklemler her ne kadar (Maxwell kuramı gibi gerçek dünyada doğrulanan bir kuram olmasa da), Pour-El ve Richards tarafından ileri süren görüş bağlamında, hesaplanamaz bir evrim yaratabilir!

İlk bakışta bu, oldukça şaşırtıcı bir sonuçtur ve bir önceki kısımda savunduğum 'akla uygun' Hamilton sistemlerinin olası hesaplanabilirliği varsayımını doğrular nitelikte görünmemektedir.

Ancak, Pour-El ve Richards'ın vardıkları sonuç, kuşkusuz çok ilgi çekici ve matematiksel yönden doğru olsa da, fiziksel yönden bir anlam taşıyacak şekilde varsayımımla çelişmez. Çünkü ileri sürdükleri 'kendine özgü' türde başlangıç verileri, fiziksel olarak anlam taşıyan bir alan için doğal olarak öngöreceğimiz şekilde 'düzgün değişken'[13] değildir. Pour-El ve Richards, aslında, bu tür bir alana izin vermediğimiz takdirde dalga denklemi için *hesaplanamazlığın* doğamıyacağını kanıtlamaktadırlar. Bu tür alanlara izin verilse bile, herhangi bir fiziksel 'aygıtın' (insan beyni? gibi) böyle bir 'hesaplanamazlık'tan nasıl yararlanabileceğini anlamak zor olurdu. Bu sonucun sadece yüksek duyarlılıklı ölçümlere izin verilen durumlarla bir ilgisi olabilirdi ama, daha önce tanımladığım gibi, fiziksel olarak bu ilişki de pek gerçekçi değildir. Ne var ki, Pour-El ve Richards tarafından ulaşılan sonuçlar, bugüne değin üzerinde çok az çalışılmış önemli bir araştırma konusuna ilginç bir başlangıç olmaktadırlar.

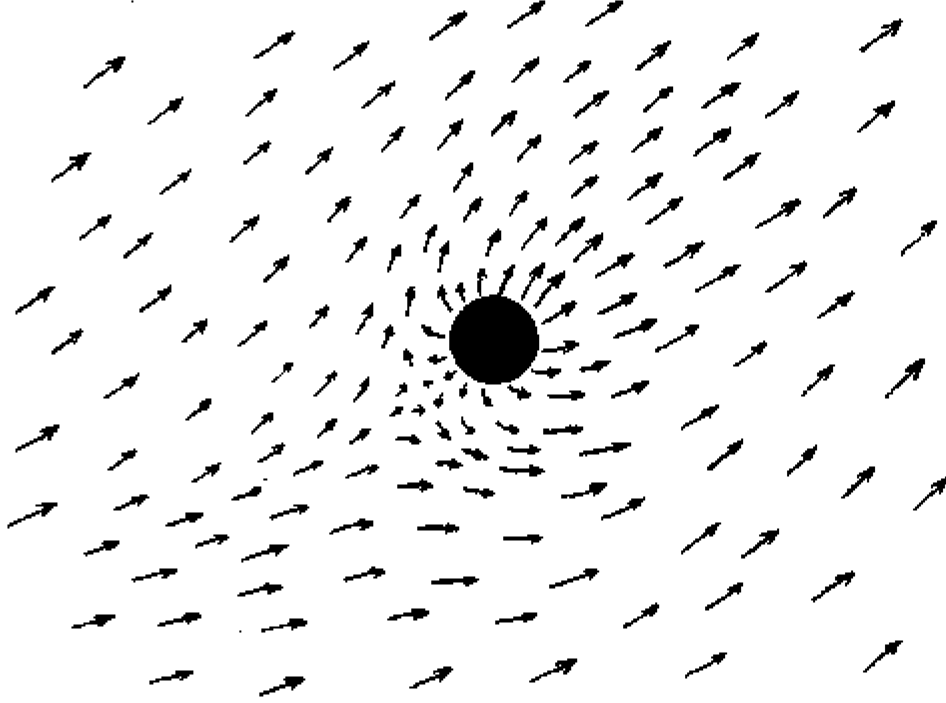
Lorentz Hareket Denklemi; Başıboş Parçacıklar

Yukarıdaki haliyle Maxwell denklemleri, bir denklem sistemi olarak tamam değildir. Elektrik yükleri ve elektrik akımlarının dağılımı *verildiğinde,* elektrik alanı ve manyetik alanın yayılımını harika bir şekilde vermektedirler. Söz konusu yükler, -başlıcaları elektronlar ve protonlar olmak üzere - fiziksel *yüklü parçacıklardır* ve elektrik akımları bu parçacıkların hareketlerinden oluşur. Yüklerin nerede olduklarını ve nasıl hareket ettiğini bilirsek, elektromanyetik alanın nasıl davranması gerektiğini Maxwell denklemleri bize bildirir. Maxwell denklemlerinin bize bildirmediği, bizzat parçacıkların nasıl davranmaları gerektiğidir. Bu sorunun yanıtı, kısmen de olsa, Maxwell'in gününde biliniyordu ama tatminkar bir denklemler sistemi, 1895'te Hollandalı seçkin fizikçi Hendrick Antoon Lorentz tarafından bulunan ve özel görelilik kuramından esinlenerek, kendi adıyla tanınan yüklü bir parçacık için Lorentz hareket denklemlerini bulununcaya kadar kurulamadı (bkz. Whittaker 1910, s. 310, 395).

Lorentz denklemleri, parçacığın bulunduğu noktadaki elektrik/manyetik alanlar nedeniyle, yüklü bir parçacığın hızının zaman içinde nasıl değiştiğini belirler.[14]Lorentz denklemleri Maxwell denklemlerine eklendiği zaman, hem yüklü parçacıklar, hem de elektromanyetik alanın zaman evrimi ile ilgili yasalar tamamlanmış olur.

Ancak, bu sistem de bile her şey tam yolunda gitmiyor. Alanlar, parçacıkların çaplarının boyutları ölçeğinden (elektronun 'klasik yarıçapı' boyutu yaklaşık 10^{-15} m alınarak) daha küçük ölçeklerde çok değişken değilseler, denklemler mükemmel sonuçlar verir ve parçacıkların hareketleri hızlı değildir. Ancak burada, başka koşullarda önemli olabilecek bir *ilke* sorunu vardır. Lorentz denklemlerini kurmak için bizim yapmamız istenen şey, yüklü noktasal parçacığın bulunduğu noktadaki elektromanyetik alanı belirlemektir (ve, aslında, o noktadaki 'kuvvetin' değerini bulmaktır). Bunun için parçacığın 'merkezi' mi esas alınacak, yoksa yüzeydeki tüm noktalarına göre alanın ortalamasını mı (yani ortalama kuvveti mi) alacağız? Alan, parçacık ölçeğinde sabit değilse bu iki seçenek farklı sonuçlar verebilir. Bundan daha ciddi bir başka sorun var: Parçacığın yüzeyindeki (veya merkezindeki) alan gerçekte nedir? *Yüklü* bir parçacıktan söz ettiğimizi unutmayın. *Bizzat parçacıktan kaynaklanan* elektromanyetik bir alan vardır ve bu parçacığın içine konduğu 'tabana alana' eklenmelidir. Parçacığın kendi alanı, 'yüzeyine' yakınlaştıkça fevkalade şiddetlenir ve rahatlıkla yakın çevresindeki diğer tüm alanlara baskın çıkar. Üstelik, parçacığın kendi alanı çevresinde, az veya çok doğrudan doğruya dışa (veya içe) yöneleceği için, parçacığın içine konarak karşılık vermesi beklenen *gerçek* alan hiç de sabit olmayacak, parçacığın yüzeyinde değişik yerlerde farklı yönlerde etkin olacaktır (Şekil 5.15). Parçacığın üstünde farklı yönlerde farklı etkin olan kuvvetler parçacığı bulunduğu yerde döndürecek mi yoksa biçimini mi bozacak diye endişelenmeye, bu arada, parçacığın ne tür esnekliğe vb. özelliklere, sahip olduğunu merak etmeye başlamalıyız *(görelilik* ile ilgili özellikle sorunlu konular var ama okuyucumu bunlarla sıkmak istemiyorum). Problemin, göründüğünden de karmaşık olduğu açıkça anlaşılıyor.

Belki en iyisi parçacığı bir *nokta* olarak ele almaktır. Fakat bu kez başka tür sorunlarla karşılaşırız, çünkü *noktasal* parçacığın yakın çevresindeki kendi elektrik alanı *sonsuz* olacaktır. Lorentz denklemlerine göre bulunduğu yerin elektromanyetik alanına cevap vermesi gerekirse, bir sonsuz alana cevap vermesi gerekecektir!



Şekil 5.15. Lorentz hareket denklemlerini nasıl tam olarak uygulayabiliriz? Yüklü bir parçacık üzerindeki kuvvet, sadece parçacığın bulunduğu yerdeki alanı incelemekle elde edilemez, çünkü orada parçacığın kendi alanı baskındır.

Lorentz yasası uyarınca, parçacığın hiçbir belirsizliğe neden olmadan yanıt verebileceği sonlu bir taban alan sağlamak için *parçacığın kendi alanını dış alandan çıkarmanın* bir yolunu bulmak gerekir. Bunun nasıl gerçekleştirileceği problemi 1938'de Dirac tarafından çözüldü (Dirac'tan daha sonra yine söz edeceğiz.) Ancak, Dirac'ın çözümü bazı korkutucu sonuçları beraberinde getirdi. Parçacıkların ve alanların davranışını, başlangıç verilerine göre belirlemek için, her parçacığın başlangıç konumunu ve hızını bilmenin yeterli olmadığını, başlangıç *ivmesinin* de bilinmesi gerektiğini savundu. (Standart dinamik kuramlar kapsamında oldukça anormal bir durum.) Olası başlangıç ivmesi değerlerinden

bazıları verilince, parçacık sonuçta öylesine çılgınca davranmaya başlıyor ki, neredeyse ışık hızına ulaşan bir hızla anında ivmelenip kaçıyor! Bunlar Dirac'ın 'başıboş çözümleri' olup, Doğa'da gerçekten oluşan hiç bir olguya uygun değillerdir. Başlangıç ivmelerini gerektiği şekilde seçerek, başıboş parçacıkları gemlemenin bir yolunu bulmalıyız. Bunu yapmak her zaman için olasıdır ama bunun için 'ön bilgiye' sahip olmamız gerekir; başka bir deyişle, başlangıç ivmeleri o şekilde belirlenmeli ki, hangi çözüm sonunda başıboş çözüme dönüşecek önceden bilinebilsin. Standart bir belirleyici fizik probleminde, başlangıç verilerini belirlemenin yolu bu olamaz. Alışıldık belirleyicilikte bu veriler gelişi güzel olarak, ve geleceğe yönelik koşullardan arındırılmış olarak verilebilir: Burada ise gelecek, geçmişte bir zamanda verilen verilerle tamamen belirlenmekle beraber bu veriler, gelecekteki davranışın akla uygun olması koşuluyla kesin olarak sınırlanıyor.

Temel klasik denklemler hakkında söyleyeceklerimiz bu kadar. Klasik fizik yasalarında bile belirlenebilirlik ve hesaplanabilirlik konusunun rahatsızlık verici ölçüde bulanık olduğunun okuyucu farkına varmış olmalı. Fizik yasaları, geleceğin, geçmişte meydana gelmesine izin verilen bir şeyi etkilemesine izin veren *teleolojik* bir öğeye mi sahiptir? Aslında fizikçiler, klasik elektrodinamiğin (klasik yüklü parçacıklar ile elektrik ve manyetik alanlardan ibaret) kavramlarını, normalde, gerçekliğin ciddi tanımlamaları olarak benimsemezler. Yukarıda değinilen sorunlara olağan yanıtları şudur: Tek tek yüklü parçacıklarla kendimizi *kuantum elektrodinamiğinin* uygulama alanında buluruz ve burada, tamamiyle klasik bir yöntem kullanarak anlamlı yanıtlar çıkarmak olanaksızdır. Kuşkusuz haklılar, ama daha sonra tartışacağımız gibi, *kuantum* kuramının *kendisinin* bu konuda sorunları bulunmaktadır. Aslında Dirac'ın, yüklü bir parçacığın dinamiği problemini ele almasına neden, (fizik yönünden daha uygun) kuantum probleminin daha ciddi başlıca zorluklarının aşılmasını sağlayacak bazı ipuçlarını böylece elde edebileceğini düşünmesi olmuştur. Kuantum kuramının sorunlarıyla ilerde karşılaşacağız.

Einstein ve Poincaré'nin Özel Görelilik Kuramı

Duran bir referans sisteminden hareketli bir referans sistemine geçtiğimiz takdirde, Galilei ve Newton fizik yasalarının hiç değişmeden kalacaklarını bildiren Galilei'nin görelilik ilkesini anımsayın. Bunun anlamı şudur: Sadece yakın çevremizdeki nesnelerin dinamik davranışını inceleyerek, olduğumuz yerde durup durmadığımıza veya bir yönde tekdüze hızla hareket halinde olup olmadığımıza karar veremeyiz. (Galilei'nin denizde yol alan gemisini anımsayın, s. 19). Fakat, Maxwell denklemlerini bu yasalarla birleştirdiğimizi varsayalım. Galilei'nin göreliliği hâlâ geçerliliğini korur mu? Maxwell'in elektromanyetik dalgalarının c sabit hızıyla -ışık hızı- yayıldığını anımsayın. Halbuki sağduyumuzu dinlersek, bir yönde çok hızlı ilerlediğimiz takdirde bu yöndeki ışık hızının c'nin altına düşmüş gibi görünmesi (bu yöndeki ışık kaynağına yaklaştığımız için), zıt yöndeki ışık hızının ise, Maxwell kuramının öngördüğü *sabit* ışık hızından farklı olarak c'nin üstüne çıkmış gibi görünmesi (ışık kaynağından uzaklaştığımız için) gerekir. Sağduyumuz haklıdır: Newton ve Maxwell denklemleri bir aradayken Galilei ilkesi doğrulanmıyor.

Bu konuları uzun uzun irdeleyen Einstein 1905'te (aslında ondan biraz önce Poincaré 1898-1905 yılları arası gibi) özel görelilik kuramına ulaştı. Poincaré ve Einstein, birbirinden bağımsız olarak, Maxwell denklemlerinin de bir görelilik ilkesini doğruladığını buldular (bkz, Pais 1982). Başka bir deyişle, her ne kadar bu durumla ilgili kurallar, Galilei-Newton fiziği kuralları ile *uyuşmasa da,* Maxwell denklemleri, duran bir referans sisteminden hareketli bir sisteme geçtiğimiz takdirde değişmeme özelliğine sahiptirler. Kuralları birbiriyle uyumlu hale getirmek için, denklem kümelerinden birini veya diğerini değiştirmek gerekiyordu; aksi halde, görelilik ilkesinden tümüyle vazgeçilmeliydi.

Einstein'ın, görelilik ilkesinden vazgeçmek gibi bir niyeti yoktu. Olağanüstü fiziksel içgüdüsü ona, dünyamızın fizik yasaları adına, böyle bir ilkenin doğrulanması gerektiğini ısrarla söylüyordu. Üstelik, bilinen tüm olgularla ilgili olarak, Galilei-Newton fiziğinin, ışığın

hızıyla kıyaslandığında, söz konusu uyuşmazlığın önemli olamayacağı ölçüde düşük hızlar için denenmiş olduğunun pekala farkındaydı. Bu tür uyuşmazlıkların önemli sayılabileceği hıza ancak *ışığın kendisi* sahip olabilirdi. Bu nedenle, hangi görelilik ilkesini benimsememiz gerektiğini bize ancak ışığın davranışı bildirebilirdi ve ışıkla ilgili denklemler Maxwell denklemleriydi. Maxwell kuramı ile onun görelilik ilkesi korunmalı, dolayısıyla Galilei-Newton yasaları buna göre değiştirilmeliydi!

Poincaré ve Einstein'dan önce Lorentz, bu soruları sormuş ve kısmen yanıtlamıştı. 1895 yılına gelindiğinde Lorentz, maddeyi bir arada tutan kuvvetin elektromanyetik kaynaklı olduğunu kabullenmişti (Bunun doğruluğu sonradan gerçekten anlaşıldı). Böylece gerçek maddesel cisimlerin davranışının, Maxwell denklemlerinden türeyen yasalara uyması gerektiği görüşünü benimsemişti. Bu görüşün bir sonucu şu oldu: Işığın hızıyla kıyaslanabilir bir hızla hareket eden bir cisimin boyu, hareket yönünde biraz büzülür ('FitzGerald-Lorentz büzülümü'). Lorentz bu sonucu, Michelson ve Morley'in 1887'de ulaştıkları şaşırtıcı bir bulguyu -elektromanyetik olguların, 'mutlak' bir eylemsizlik durumunu belirlemek için kullanılamıyacaklarını gösteren sonucu- açıklamak için kullanmıştır. (Michelson ve Morley, beklentinin aksine olarak, yeryüzünde ışığın görünür hızının, Dünya'nın Güneş'in etrafındaki hareketinden etkilenmediğini gösterdiler.) Madde daima, (tekdüze) hareketinin yerel olarak belirlenemeyeceği bir şekilde mi davranır? Bu, Lorentz'in ulaştığı *yaklaşık* sonuçtu. Ayrıca Lorentz, elektromanyetik kuvvetler dışında kalan tüm öteki kuvvetlerin önemsiz sayıldığı bir madde kuramıyla kendini sınırlamıştı. Seçkin bir matematikçi olması nedeniyle Poincaré, Maxwell denklemlerinin temelindeki görelilik ilkesinden hareketle, 1905'te maddenin tekdüze hareketinin yerel olarak belirlenemeyeceği, *kesin* bir davranış biçiminin var olduğunu göstermeyi başardı. Bunun fiziksel bazı sonuçlarını da elde etti (Bunlara bir süre sonra inceleyeceğimiz 'eşzamanlılığın göreliliği' dahildir). Poincaré'nin bu sonuca yalnızca *bir* olasılık gözüyle baktığı ve Einstein'ın taşıdığı bir görelilik ilkesinin mutlaka bulunması gerektiği görüşünü paylaşmadığı anlaşılıyor.

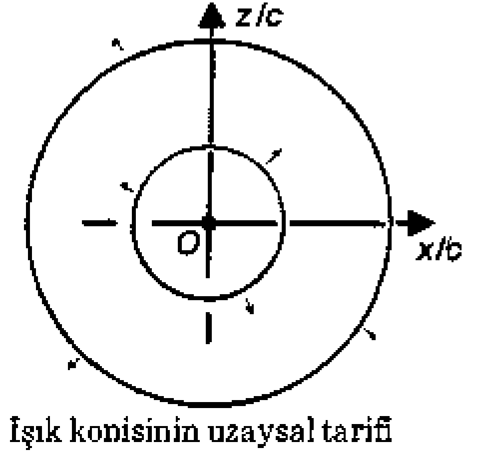
Maxwell denklemlerince sağlanan görelilik ilkesi, diğer adıyla *özel görelilik,* kavranması oldukça zor bir ilke olup, ilk bakışta, içinde

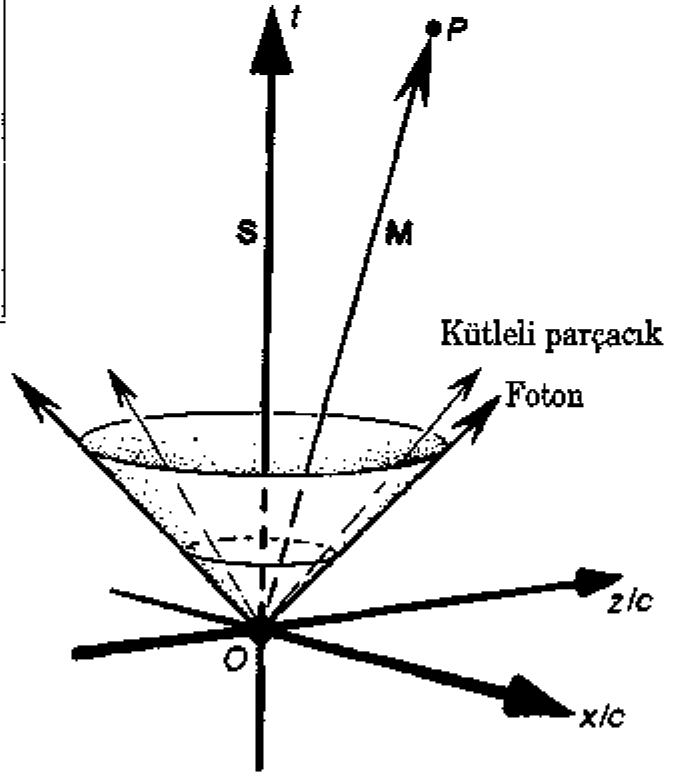
yaşadığımız dünyanın gerçek nitelikleri olarak kabullenilmesi güç, önseziden uzak pek çok nitelik taşımaktadır. Aslında, özel göreliliğe, son derece kendine özgü görüşleri ve yaratıcılığı olan Rus asıllı Alman geometrici Herman Minkowski'nin (1864-1909) 1908'de bulduğu *ek* bir *öğe* olmaksızın doğru dürüst bir anlam verilemez. Minkowski, Zürih Politeknik okulunda Einstein'ın hocasıydı. Temel nitelikte yeni görüşü, uzayla zamanı birbirinden ayrılmaz bir bütün olarak alması ve *dört boyutlu bir uzay-zaman* olarak nitelemesiydi. 1908'de Göttingen Üniversitesinde verdiği ünlü konferansında bunu şöyle açıklamıştı: "Bundan böyle kendi başına uzay, kendi başına zaman gölgeler gibi yitip gitmeye mahkumlar ve yalnızca bu ikisinin bir tür birleşimi bağımsız bir gerçekliği koruyacaktır."

Özel göreliliğin temel özelliklerini, Minkowski'nin muhteşem uzay-zamanı yardımıyla kavramaya çalışalım.

Uzay-zaman kavramını anlamanın zorluklarından birisi, gözümüzde canlandırmamazı zorlaştıran dört boyutlu olması özelliğidir. Ancak, faz uzayı gibi bir kavramın zorluğunu aştıktan sonra sadece dört boyut gözümüzü korkutmamak! Daha önce yaptığımız gibi biraz 'aldatmacaya' baş vuracağız ve biraz daha küçük boyutlu bir uzay canlandıracağız gözümüzde; bu kez hilemiz o kadar büyük çapta olmayacak ve gözümüzde canlanan tablo da bu durumda daha doğru olacak. İki boyut (bir uzay ve bir zaman), bir çok amaca pekala hizmet edebilir, ama umarım okuyucum biraz daha cesur davranarak üç boyuta (iki uzay ve bir zaman) çıkmamı anlayışla karşılar. Üç boyut çok iyi bir tablo çizmemizi sağlayacak ve ilke olarak fikirler, fazla değişikliğe uğramaksızın dört boyuta genellenebilecektir. Bir uzay-zaman şemasıyla ilgili olarak aklımızdan çıkarmamamız gereken husus, şemadaki her noktanın bir *olayı* temsil ettiğidir; başka bir deyişle, her nokta sadece bir *an* için varolur ve bu nedenle uzaydaki bir noktanın anlık bir varlığı vardır. Şemanın tümü, geçmişi, şimdiki hali ve geleceği ile bütün tarihi gösterir. Bir parçacık zaman içerisinde sürekli olduğu için bir noktayla değil, parçacığın *dünya çizgisi* adı verilen bir eğriyle temsil edilir. Parçacık ivmesiz hareket ediyorsa doğrusal, ivmeli hareket ediyorsa eğri olan bu çizgi parçacığın varlığının tüm tarihçesini belirler.

Şekil 5.16'da, iki uzay ve bir zaman boyutlu bir uzay-zaman tasarımladım. Dikey yönde ölçülen standart bir zaman koordinatı *t,* ve yatay ölçülen iki uzay koordinatı *x/c* ve z/c olduğunu varsayıyoruz. [XI] Merkezdeki koni, uzay-zaman merkezi O'nun (gelecekte) *ışık konisidir.*





Şekil 5.16. Minkowski uzay-zamanında bir ışık konisi (sadece iki uzaysal boyutlu); 0 ile gösterilen uzay-zaman merkezindeki olayı da yer alan bir patlamadan sonra ışık yayılımının tarihçesini tanımlıyor.

Önemini anlamak için *O* olayında meydana gelen bir patlama düşünün (Böyle bir patlama uzayın merkezinde, *t* = 0 anında meydana gelmiştir). Patlama sonucu çıkan ışığın tarihi bu ışık konisidir. İki boyutlu uzayda ışık demetinin tarihi, c ışık hızıyla dışarıya doğru hareket eden bir çember olur. Üç boyutlu uzayda ise bu, c hızıyla dışa doğru genleşen küre yüzeyi, yani ışığın küresel dalga cephesi olacaktır. Fakat burada *y* uzay boyutunu ihmal

ettiğimiz için bir çember elde ederiz. Tıpkı bir havuzun ortasına atılan taşın düştüğü noktadan kaynaklanan içi içe halkalar şeklinde dalgalar gibi. Bu çemberi bir uzay-zaman resminde görebilmek için koninin yatay kesitlerini alabiliriz.

Bu yatay düzlemlerin her birisi, *t* zaman koordinatının artan değerlerine karşı gelen değişik uzay temsilleridir. Görelilik kuramının önemli bir niteliği, hiç bir maddesel parçacığın ışık hızından daha hızlı hareket edememesidir. (İlerde bu konuyu açacağız). Merkezdeki patlamadan çıkan tüm maddesel parçacıklar ışığın gerisinde kalmalıdırlar. Bunun uzay-zaman cinsinden anlamı, patlamadan çıkan parçacıkların dünya çizgilerinin ışık konisi içinde kaldıklarıdır.

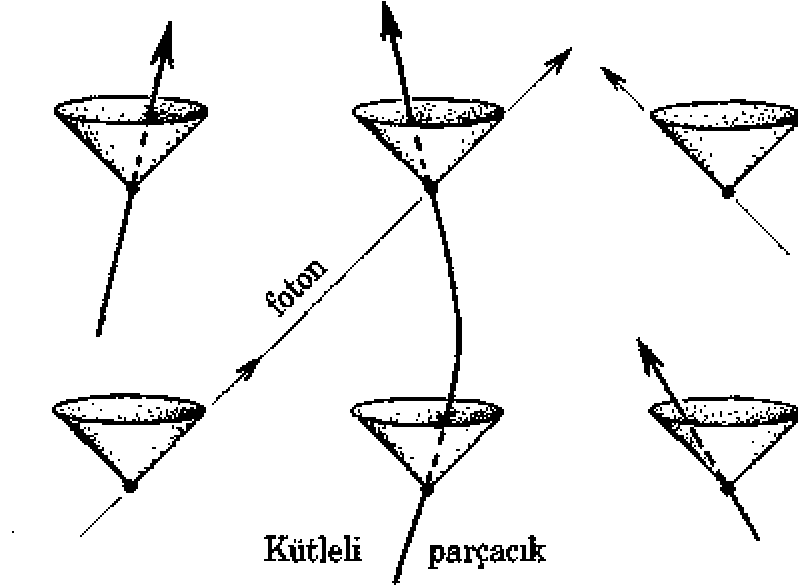
Işığı elektromanyetik dalga olarak değil foton adı verilen parçacıklar cinsinden tarif etmek çok kez daha yararlı olmaktadır. Şu an için bir ‘foton’u yüksek frekanslı bir elektromanyetik salınınım taşıdığı ‘enerji paketi’ olarak düşünebiliriz. Aslında bu terimin kullanımı fiziksel açıdan ancak kuantum tanımlarında daha uygun olacaktır. Fakat burada ‘klasik’ fotonlar da işimize yarayacak. Boş uzayda fotonlar her zaman doğrular boyunca c temel hızıyla hareket ederler. Bunun anlamı Minkowski uzay-zaman resminde bir fotonun dünya çizgisinin düşeyle 45° yapan bir doğru ile gösterildiğidir. *O*’daki patlamadan kaynaklanan fotonlar, tepesi *O* noktasında bulunan ışık konisini oluştururlar.

Bu özellikler uzay-zamanın her noktasında geçerli olmalıdır. Koordinat merkezinin bir Ayrıcalığı yoktur; *O* noktası diğer başka bir noktadan farklı değildir. Dolayısıyla uzay-zamanın her noktasında, merkezdeki ışık konisiyle aynı önemi taşıyan, birer ışık konisi bulunmalıdır. Herhangi bir ışık çakmasının geçmişi veya ışığın parçacık yorumunu kullanırsak fotonun dünya çizgisi her noktada *O* noktadaki ışık konisi üstünde kalır, halbuki bir maddesel parçacığın geçmişi mutlaka geçtiği her noktadaki ışık konisinin içinde kalacaktır. Bu durum Şekil 5.17’de gösterilmiştir. Tüm noktalardaki ışık konilerinin oluşturduğu küme, uzay-zamanın *Minkowski* geometrisinin bir parçası olarak görülmelidir.

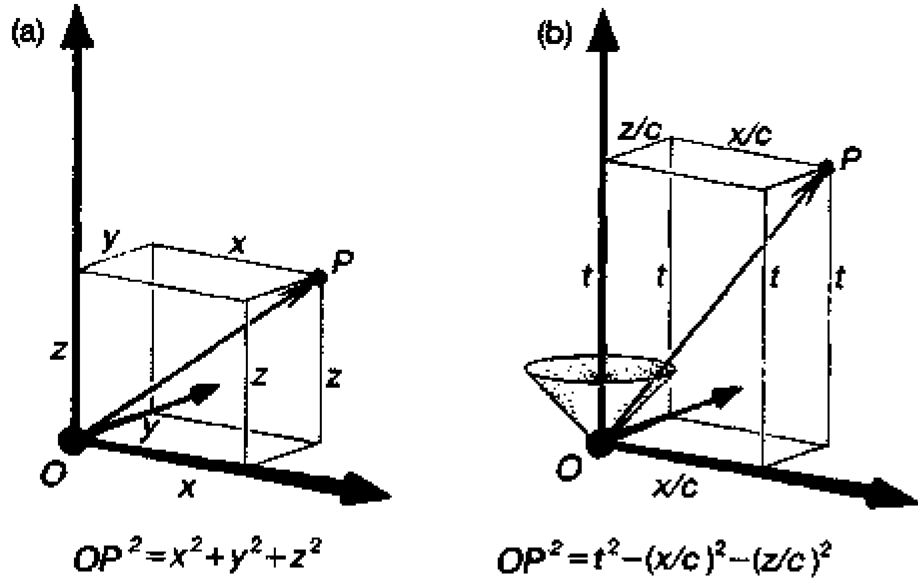
Minkowski geometrisi nedir? Işık konisi yapısı bu geometrinin önemli bir unsurudur. Ancak Minkowski geometrisi deyince bundan daha fazlası anlaşılır. Eukleides geometrisindeki mesafeyle kayda

değer benzerlikler taşıyan bir uzaklık kavramı vardır. Üç boyutlu Eukleides geometrisinde, bir noktanın merkeze olan r uzaklığı, standart Kartezyen koordinatları cinsinden ifadesiyle verilir.

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$



Şekil 5.17 Minkowski geometrisinin bir resmi.



Şekil 5.18 Uzaklık ölçümlerinin bir karşılaştırımı.

a) Eukleides geometrisinde

b) Minkowski geometrisinde (uzaklık bu durumda geçen zaman anlamındadır)

(Şekil 5.18a'ya bakınız.) Bu ifade iki boyutlu hali daha çok bilinen Pythagoras teoreminden ibarettir. Üç boyutlu Minkowski geometrimiz için, esas olarak bir işaret farkı ile aynı ifadeyi kullanıyoruz:

$$s^2 = t^2 - (x/c)^2 - (z/c)^2.$$

Kuşkusuz daha doğru bir yöntemle *dört* boyutlu Minkowski geometrisini dikkate aldığımız da 'uzaklık' ifadesi şöyledir:

$$s^2 = t^2 - (x/c)^2 - (y/c)^2 - (z/c)^2.$$

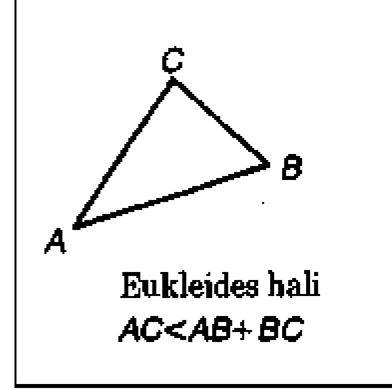
Bu ifadedeki 'uzaklık' niceliği s'nin fiziksel anlamı nedir? (*t*, *x/c, y/c, z/c)* veya (*t, x/c, z/c)* koordinatlarına sahip *P* noktasının, üç boyutlu uzayda (Şekil 5.16), *O*'nun (gelecek) ışık konisinde yer aldığını varsayalım. Bu durumda *OP* doğru parçası bir maddesel parçacığın, diyelim patlamayla oluşan belirli bir parçacığın, geçmişinin bir kısmını temsil edebilir. Minkowski uzayında, *OP* doğru parçasının *s* uzunluğu, dolaysız bir fiziksel yoruma sahiptir. Parçacığın *O* ve *P* olayları arasında yaşadığı *zaman aralığıdır*! Başka bir deyişle parçacık, son derece duyarlı bir saatle donatılı olsaydı[15], *O* ve *P* olaylarında bu saatin kaydedileceği zamanlar arasındaki fark tam olarak *s* değerine eşit olurdu. Beklentilerin aksine, *t* koordinat değişkeni *t,* ölçümlenen bu süreyi, saatin koordinat sisteminde (yani, *x/c, y/c, z/c* sabit koordinatlarının sabit değerlerinde) olmadığı sürece belirleyemez. Bunun anlamı, saatin, şemada 'dikey' olarak gösterilen bir dünya çizgisine sahip olacağıdır. Demek ki *'t',* yalnız 'durgun' (yani, 'dikey' dünya çizgili) gözlemciler için 'zaman' bildirir. Hareketli (O merkezinden sabit hızla uzaklaşan) bir gözlemci için 'doğru' süre ölçümü, özel göreliliğe göre, *s* niceliği tarafından sağlanır.

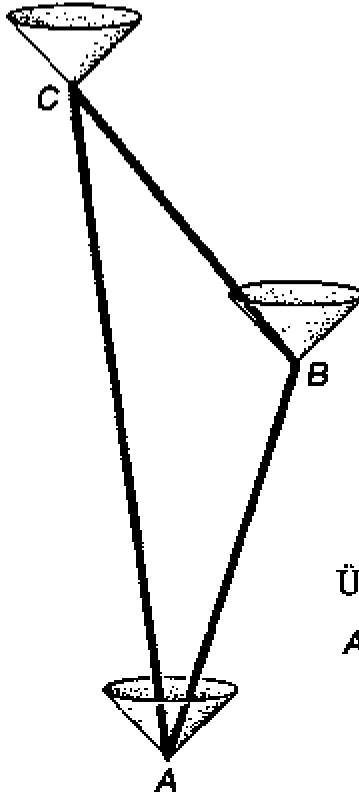
Bu ölçüm, ölçüm sonucu koordinat değeri *t* ile verilen 'sağ duyuya' uygun Galilei-Newton göreliliği anlamındaki ölçümden çok farklıdır. Göreli (Minkowski anlamında) zaman ölçümü sonucu s'nin, herhangi bir hareket söz konusu olduğunda, daima *t*'den biraz *küçük* olduğuna dikkat edelim. (Çünkü, yukarıdaki formüle göre, *x/c, y/c* ve *z/c* değerlerinin tümü sıfır olmadığı sürece s^2, t^2'den küçüktür.) Hareket, (yani, OP'nin *t*-ekseni boyunca yer almaması) koordinat sistemimizde ölçülen *t* ile kıyaslandığında, saatin 'geri kalmasını'

sağlama eğiliminde olacaktır. Bu hareketin hızı, c'den çok daha küçükse, bu durumda, *s ve t* hemen hemen aynı değeri alacaklardır ve bu 'hareket halindeki saatlerin neden geri kaldıklarının' doğrudan farkına varamamamızın nedenini açıklayacaktır. Öte yandan hız, ışık hızına eşitse, bu durumda *P* ışık konisi üstünde yer alır; ve *s* = 0 buluruz. Işık konisi, 0'dan Minkowski 'uzaklığı' (yani, 'zaman') sıfır olan noktaların kümesidir. Buna göre, bir foton zaman akışını asla algılamayacaktır! (P'nin koninin *dışında* yer aldığı daha da aşırı bir örnek vermiyoruz, çünkü bu durumda *s* eksi bir sayının kare kökü olarak - sanal bir değer alırdı ve maddesel parçacıkların veya fotonların ışıktan daha hızlı hareket edemeyeceklerine dair kuralı çiğnemiş olurduk.)[XII]

Minkowski'nin uzaklık kavramı, uzayda, birinin zamanı diğerinin ışık konisinde yer alan *herhangi bir* çift noktaya da uygulanabilir ve böylece bir parçacık birinden ötekisine seyahat edebilir. Bu amaçla O'nun, uzay-zamanın bir başka noktasına alındığım varsaymamız yeterlidir. Yine, noktalar arasındaki Minkowski uzaklığı, birinden ötekine tekdüze hareket eden bir saat tarafından yaşanan zaman aralığını ölçer. Parçacık bir foton ise ve Minkowski uzaklığı sıfır ise, biri ötekinin ışık konisinde yer alan iki nokta elde ederiz ve böylece o noktadaki ışık konisini *tanımlarız.*

Minkowski geometrisinin, fiziksel saatlerle ölçülen (veya 'yaşanan') zaman olarak yorumlanan ilginç 'uzunluk' ölçümü dahil ana yapısı, özel göreliliğin gerçek özünü içerir. Özel olarak, okuyucu, göreliliğin 'ikizler ikilemi' adı verilen örneği belki biliyordur: İkiz kardeşlerden birisi yeryüzünde dururken diğeri, ışığın hızına yaklaşan bir hızla, yakındaki bir yıldıza gider ve döner. Döndüğünde ikizlerin aynı şekilde yaşlanmadıkları görülür; seyahat eden kardeş hâlâ gençken, evde kalan kardeş yaşlı bir adam olmuştur. Bu örnek, Minkowski'nin geometrisiyle kolayca açıklanabilir ve şaşırtıcı bir olgu olmakla birlikte aslında ikilem olmadığı anlaşılabilir. *AC* dünya çizgisi evde kalan kardeşi temsil ederken, AB ve *BC* doğru parçalarından, yani yıldıza yolculuğun gidiş ve dönüş aşamalarını gösteren doğru parçalarından oluşan dünya çizgisi seyahat eden kardeşi temsil eder (Şekil 5.19).





Şekil 5.19. Özel göreliliğin 'ikizler ikilemi' adı verilen problemi bir Minkowski üçgen eşitsizliğiyle anlaşılır. (Kıyaslama amacıyla, Eukleides üçgeni de verilmiştir)

İkizlerden evde kalan kardeş, Minkowski uzaklığı *AC* ile ölçülen bir süre geçirirken, seyahat eden kardeş, Minkowski uzaklıkları *AB* ve *BC* toplamı[16] kadar süre geçirmiştir. Eşit olmayan bu süreler şöyle gösterilir:

$$AC > AB + BC$$

Demek ki, evde kalan kardeş, yıldıza yolculuk yapan kardeşten daha uzun bir süre geçirmiştir.

Yukarıdaki eşitsizlik, Eukleides geometrisinin iyi bilinen *üçgen eşitsizliğini* (A, *B* ve *C, Eukleides* uzayında üç nokta olarak) andırmaktadır:

$$AC < AB + BC$$

Buna göre, bir üçgenin iki kenarının toplamı daima üçüncü kenardan büyüktür. Bunu bir ikilem saymıyoruz! Bir noktadan ötekine

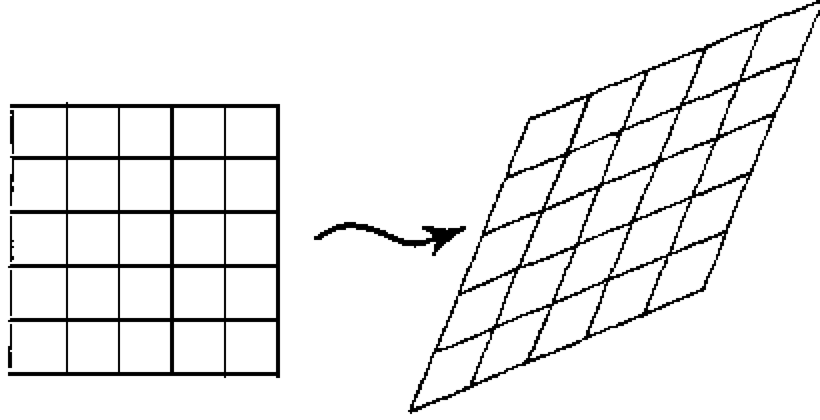
(örneğimizde A'dan *C'*ye) izlenen bir yol boyunca ölçülen Eukleides uzaklığının, gerçekte aldığımız yola bağlı olduğunu biliyoruz. (Örneğimizde söz konusu iki yol, *AC* ve daha uzun açılı ABC'dir.) Eukleides üçgeni örneğinde iki nokta (A ve C) arasındaki en kısa mesafe bu noktaları birleştiren doğru parçasıdır *(AC* çizgisi) *Minkowski* örneğinde eşitsizlik işaretinin ters yönde olmasının nedeni, 'uzaklık' tanımının değişmiş olmasındandır: Minkowski'nin *AC* uzaklığı, birleştirilmiş *ABC* uzaklığından daha 'uzundur'. Aynı şekilde, Minkowski 'üçgen eşitsizliği', çok daha genel bir sonucu yansıtır: İki olayı bağlayan dünya çizgileri arasında *en uzunu* (geçirilen en uzun süre), düz (yani, *ivmesiz*) olanıdır. İkiz kardeşler aynı *A* olayından hareket etseler ve aynı *C* olayına ulaşsalar ve birinci kardeş A'dan *C*'ye ivmesiz olarak hareket etse fakat ikinci kardeş ivmeli hareket etse, iki kardeş tekrar buluştukları zaman birinci kardeş daima daha uzun bir zaman aralığı yaşamış olacaktır.

Sezgilerimize böylesine aykırı gelen ve tuhaf bir zaman ölçüm yöntemini sunmak haksızlık gibi görünebilir ama günümüzde, bu yöntemin doğruluğunu gösteren yığınla gözlemsel kanıt bulunmaktadır. Örneğin, belirli bir zaman ölçeğinde bozunan (yani parçalanarak başka parçacıklar oluşturan) bir çok atom-altı parçacık bulunmaktadır. Dış uzaydan yeryüzüne ulaşan kozmik ışınlarla, veya insan yapısı parçacık hızlandırıcılarından bize gelen bu parçacıklar, bazen ışık hızına yakın bir hızla hareket ederler. Bu şartlar altında bunların bozunma süreleri, yukarıdaki açıklamalara dayanarak yorumlanabilecek yöntemle gecikir. Daha da etkileyici bir örnek 'atom saatleri' olup, bu saatler öylesine dakik ölçüm yeteneğine sahiptirler ki, geri kalmalarına neden olabilecek herhangi bir etken, alçaktan uçan hızlı uçakların taşıdığı saatler tarafından *doğrudan* saptanabilir. Bu son örnek, *'t'* ölçümünü değil aksine Minkowski'nin *s* 'uzaklık' ölçümünü doğrulamaktadır. (Uçağın *yüksekliğini* dikkate alırsak, *genel* göreliliğin bazı kütle çekimsel etkenlerini de dikkate almak gerekir, ama bunlar gözlemin ayrıntılılarıyla ilgilidir; bir sonraki bölümde ele alınacaktır.) Ayrıca, özel göreliliğe ilişkin başka etkenler de vardır ve bunlar günümüzde duyarlı olarak doğrulanmaktadırlar.

$$E = mc^2$$

Bunlardan birisi Einstein’ın ünlü bağıntısıdır; enerji ile kütleyi çarpıcı bir şekilde bir diğerine ilişkilendiren bu bağıntı bölümün sonunda bizleri hayrete düşürecek bir takım ipuçlarıyla karşı karşıya bırakacak!

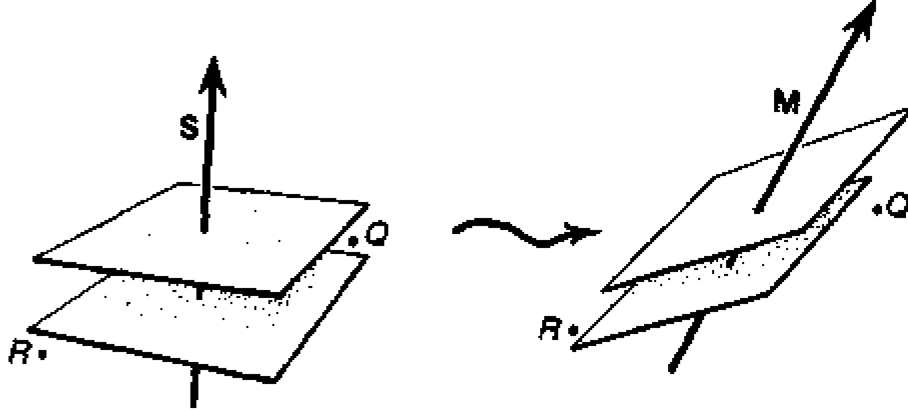
Görelilik ilkesinin bu kısımda yer alan konumuzla nasıl bir ilgisi olduğunu henüz açıklamadım. Farklı hızlarda düzgün hareket eden gözlemciler nasıl oluyor da Minkowski geometrisi kapsamında *eşdeğerli* olabiliyor? Şekil 5.16’daki zaman ekseni (‘durgun gözlemci’), örneğin *O*’dan *P*'ye uzanan bir başka doğrusal dünya çizgisine, (‘hareketli gözlemci’) nasıl eşit olabilir? Önce Eukleides geometrisini ele alalım Farklı iki doğrunun bir bütün olarak geometrik yönden birbirine eşdeğer oldukları biliniyor. Eukleides uzayının tamamını, bir doğru diğerinin üstüne çakışana kadar, kendi üzerinde ‘eğip bükmeden’ kaydırdığımızı düşünelim. *İki boyutlu* bir örnek olarak Eukleides *düzlemini* düşünelim. Bir kağıt parçasını bu düzlemin üzerinde kaydırarak kağıt üzerine çizilen herhangi bir doğrunun, yüzey üzerinde verilen herhangi bir doğruyla üst üste getirebildiğini gözümüzde canlandıralım. Bu sert (eğilip bükülmez) kayma hareketi, geometrinin yapısını korur. Aynı durum, biraz daha az açık görülse de, Minkowski geometrisi için de söz konusudur. Bu arada sert (rigid) kelimesinin anlamı hakkında dikkatli olmamız gerekiyor. Şimdi, bir kağıt parçasını kaydırmak yerine, kendine özgü bir malzeme kullanalım ve açıklamamızı basitleştirmek için önce iki boyutlu örnekle başlayalım. Malzememizde, köşegen doğrusu aynen kalırken 45°’den küçük açı yapanlar bir yönde gerilsin, 45°’den büyük açı yapanlar ters yönde büzülsünler (Şekil 5.20). Üç boyutlu bir örneği Şekil 5.21’de göstermeğe çalıştım. Minkowski uzayının, *Poincaré hareketi* (veya homojen olmayan Lorentz hareketi) adıyla tanınan bu tür ‘sert hareket’ çok fazla ‘sert’ görünmese de, tüm Minkowski uzaklıklarını korur, ve ‘tüm uzaklıkların korunması’ kavramı, Eukleides örneğinde ‘sert’ (rigid) sözcüğünün tam anlamını verir.



Şekil 5.20. İki uzay-zaman boyutunda bir Poincaré hareketi.

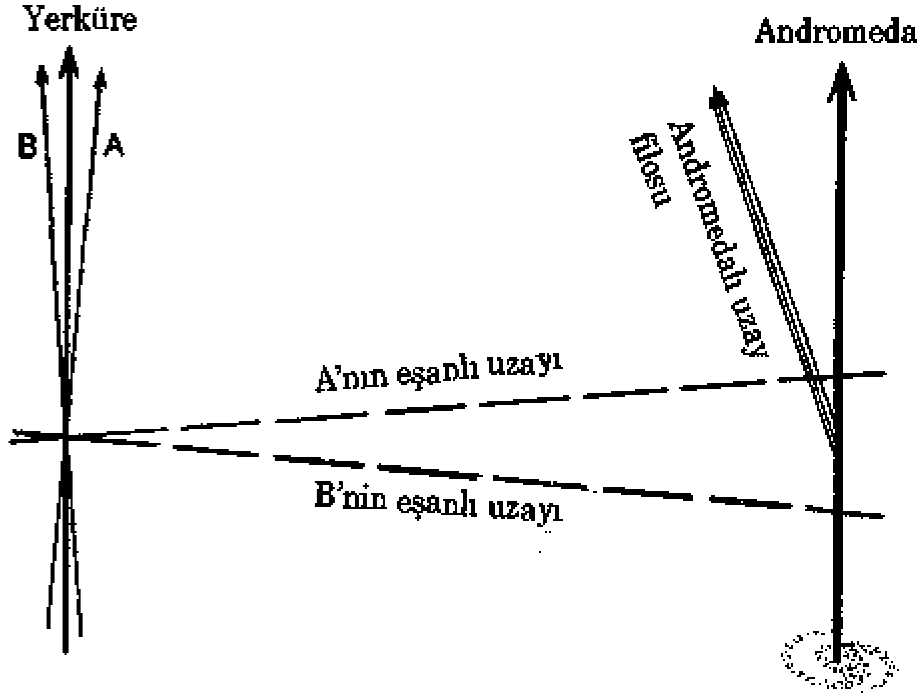
Özel görelilik ilkesi, bu tür Poincaré uzay-zaman hareketleri altında fiziğin değişmeyeceğini bildirir. Özellikle, Şekil 5.16'daki özgün Minkowski tasarımında zaman ekseninin, dünya çizgisini oluşturduğu 'durgun' *S* gözlemcisi, dünya çizgisi *OP* boyunca yer alan "hareketli" *M* gözlemcisiyle aynı fiziğe sahiptir.

S gözlemcisi için, her *t* = sabit değeri ile tanımlanan koordinat düzlemi herhangi bir *t* anındaki 'uzayı' temsil eder, yani, *S,* gözlemcisinin eşanlı olarak kabul ettiği olayların kümesidir. Bu düzlemlere, *S'nin eşanlı uzayları* adını verelim. Diğer bir *M* gözlemcisine geçtiğimiz zaman, ilk eşanlı uzaylar kümesini, Poincaré hareketiyle yeni bir kümeye taşıyarak, *M* için eşanlı uzaylar sağlayabiliriz.[17] Dikkat ederseniz, *M*'nin eşanlı uzaylarının 'yana yatmış' bir görünümü var (Şekil 5.21). Eukleides geometrisinin sert hareketleri yönünden değerlendirirsek, söz konusu eğikliğin ters yönde olduğunu düşünebiliriz ama Minkowski örneğinden tam bekleyebileceğimiz yönde eğiktirler. *S,* tüm olayların *t* = sabit değer düzleminde eşanlı oluştukları kanısındadır; oysa *M* farklı düşünür: Ona göre, 'yana yatık' eşanlı uzaylarının her birinde oluşan olaylar eşanlı olarak görünür! Minkowski geometrisi, tek bir 'eşanlılık' kavramı içermez; düzgün hareket eden her gözlemci için 'eşanlılık' kendisine göre tanımlanacaktır.



Şekil 5.21. Üç uzay-zaman boyutunda bir Poincaré hareketi. Soldaki şema S için eşanlı uzayları, ve sağdaki şema ise *M* için eşanlı uzayları göstermektedir. *S, R'* nin Q'dan önce oluştuğunu düşünürken, *M, Q*'nun *R'den* önce oluştuğunu düşünüyor. (Buradaki hareket, (pasif) edilgendir; yani, sadece, iki ayrı *S ve M* gözlemcisinin, aynı uzay-zaman ile ilgili farklı tanımlamaları üzerine etki eder.)

Şekil 5.21'deki iki olayı, *R ve Q* olaylarını ele alalım. *S*'ye göre *R* olayı *Q* olayından öncedir; çünkü *R, Q*'ya göre daha önceki eşanlı bir uzayda yer alır; fakat *M*'ye göre bu öncelik tam tersidir, yani *Q, R*'den daha önceki bir eşanlı uzayda yer alır. Bu nedenle, bir gözlemci için, *R* olayı *Q*'dan önce meydana gelirken, öteki gözlemci için *R*'den önce meydana gelen olay Q'dur! *(R* ve *Q, uzaysal olarak ayrık oldukları* için bu böyledir; başka bir deyişle, her biri diğerinin ışık konisinin dışında yer alır ve böylece hiç bir maddesel parçacık veya foton, bu olayların birinden ötekine ulaşamaz.) Nispeten yavaş hızlarda bile, zamansal öncelik sırasında, birbirinden uzak mesafelerde olan olaylar için büyük farklar doğacaktır. Sokakta yavaş yavaş yürürken birbiriyle karşılaşan iki gözlemci düşünün, içinde bulunduğumuz Samanyolu'na en yakın büyük galaksi olup 20 000 000 000 000 000 000 kilometre uzakta bulunan Andromeda galaksisindeki olaylar, bu iki gözlemci tarafından, birbirleriyle karşılaştıkları ana göre eşanlı olarak kabul edilseler, arada doğacak farklar bir kaç günü geçmeyebilir (Şekil 5.22). Ama gözlemcilerden birisine göre, Dünya gezegenini yok etmek için harekete geçen uzay filosu yoldadır; ötekisi içinse, filonun böyle bir amaçla yola çıkıp çıkmamasına henüz karar bile verilmemiştir!



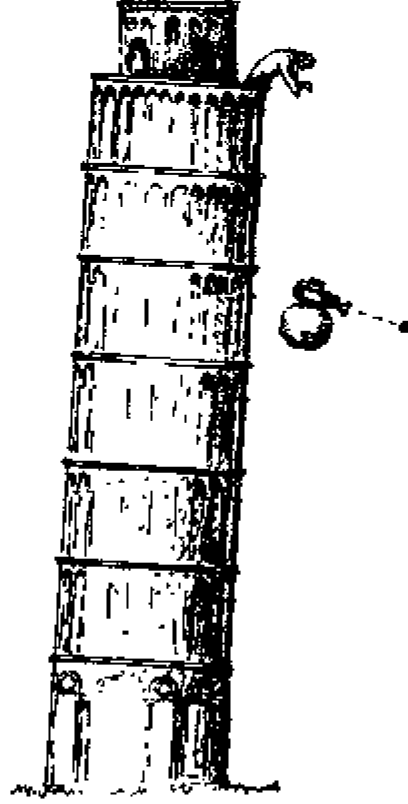
Şekil 5.22. A ve B gözlemcileri birbirleriyle karşılaştıkları anda, Andromedalı uzay filosunun harekete geçip geçmediği konusunda çelişkili görüştedirler.

Einstein'ın Genel Göreliliği

Galilei'nin, tüm cisimlerin, kütleçekim alanında eşit hızda düşeceklerini söyleyen muazzam sezgisini anımsayın. (Bu, doğrudan gözleme dayalı olmadığı için bir sezgidir; çünkü, hava direnci nedeniyle tüyler ve kayalar aynı hızda düşemezler! Galilei'nin sezgisi, hava direncinin sıfıra indirilmesi durumunda, tüm cisimlerin birlikte düşeceklerini anlamasıydı.) Bu sezginin gücünün doğru dürüst değerlendirilip büyük bir kuramın temel taşının oluşturulabilmesi için üç yüzyıl geçmesi gerekti. Bu kuram, Einstein'ın genel görelilik kuramıdır. Kütleçekiminin anlaşılması için uzay-zaman eğriliği kavramını gerektiren olağanüstü bir kuramdır. Galilei'nin sezgisinin 'uzay-zamanın eğriliği' fikriyle ne ilgisi olabilir? Parçacıkların bilinen kütleçekim kuvvetleriyle ivmelendiğini savunan Newton'un anlayışından görünüşte böylesine farklı bir görüş, bu kuramı nasıl verebildi? Benzersiz doğruluğa sahip Newton kuramını

nasıl aşabildi? Galilei'nin sezgisinin içerdiği bir kavramın daha sonraki Newton kuramında dikkate alınmaması gerçekten olası mı?

Yanıtlaması en kolay soru olduğu için tartışmaya son sorudan başlayacağım. Newton kuramına göre, evrensel kütleçekimi etkisinde bir cismin ivmesini kontrol eden nedir? Birincisi, cismin üzerine etkiyen kütleçekim kuvvetidir ki bu kuvvet Newton'un evrensel çekim yasasına göre, *cismin kütlesiyle doğru orantılı* olmalıdır. İkincisi, üzerine bir kuvvet uygulandığında cismin kazandığı ivme vardır ki bu ivmenin değeri Newton'un ikinci yasasına göre, *cismin kütlesiyle ters orantılıdır.* Galilei'nin sezgisine esin kaynağı olan gerçek, Newton'un çekim kuvveti yasasındaki 'kütle' ile yine Newton'un ikinci yasasındaki 'kütle'nin aynı olmasıdır. ('Aynıdır' yerine 'orantılıdır' demek de olasıdır.) İşte bu olgu, cisim kütleçekimi etkisiyle ivme kazanırken, cismin kazandığı ivmenin kütlesinden *bağımsız* kalmasını sağlar. Newton'un genel bildiriminde, kütle ile ilgili bu iki kavramın aynı olmasını öngören hiç bir şey yoktur. Newton bunu sadece *önermiştir.* Nitekim, her ikisinin de ters kare kuvvet alanı yasaları olması yönünden elektrik kuvvetleri kütleçekim kuvvetlerine benzer; fakat elektrik kuvveti, Newton'un ikinci yasasındaki *kütleden* tamamen farklı olan cismin *elektrik yüküne* orantılıdır.



Şekil 5.23. Galilei, iki kayayı (ve bir video kamerasını) Pisa Kulesinden aşağı atıyor.



Şekil 5.24. Astronot, uzay aracının, yerçekiminden etkilenmemiş gibi önünde asılı durduğunu görür.

‘Galilei’nin sezgisi’, elektrik kuvvetleri için geçerli değildir: Bir elektrik alanında ‘düşen’ cisimlerin (yani, elektrik yüklü nesnelerin) tümü aynı hızda düşmezler!

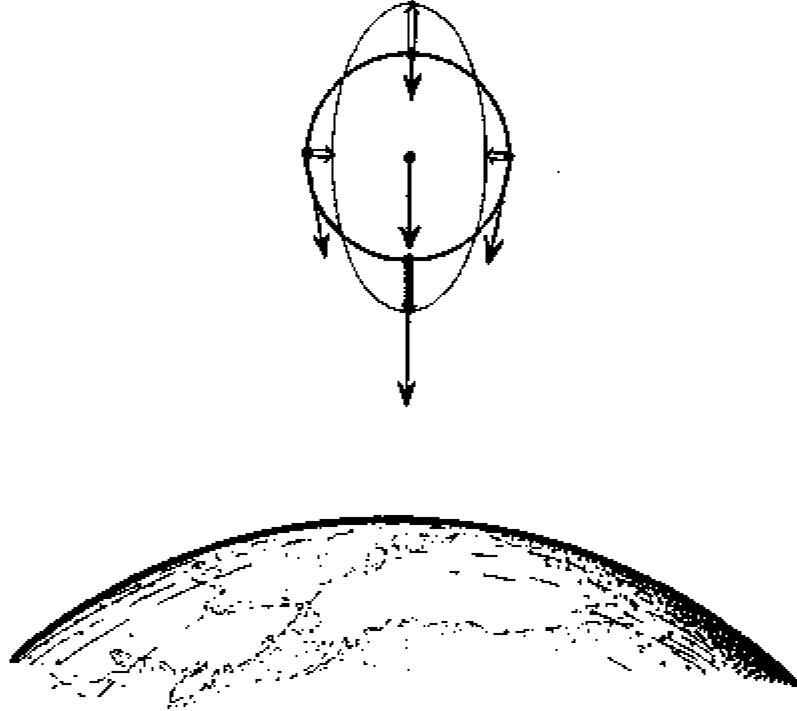
Şu an için Galilei’nin, hareketin kütleçekim etkisiyle olduğu görüşünü benimsediğimizi varsayalım ve bunun sonuçlarının neler olabileceğini araştıralım. Galilei’nin iki kaya parçasını Pisa Kulesinden aşağıya attığını düşünelim. Kaya parçalarından birisinin üstüne bir video kamera tutturulmuş ve öteki kaya parçasının düşüşünü kaydediyor olsaydı video kaydındaki görüntü kayanın yerçekimi ile *etkilenmemiş* gibi havada asılıymışçasına durduğunu gösterirdi (Şekil 5.23)! Buysa bütün cisimlerin yerçekiminde aynı hızla düştüğünü doğrular.

Havanın direnci burada yadsınıyor. Uzay uçuşu, uzayda hava olmadığı için, bu düşünceleri daha iyi deneme olanağı sağlar. Uzayda ‘düşüş’, yerçekimi etkisiyle uygun bir yörüngeyi izlemekten ibarettir. ‘Düşme’ eyleminin, yeryüzünün merkezine doğru dümdüz bir çizgiyi izlemesi gerekmez. Düşüş eyleminin bir yatay bileşeni de bulunabilir. Yatay bileşen yeterince büyükse cisim yere hiç yakınlaşmadan, yerkürenin çevresinde düşülebilir. Yerçekimi etkisi altında serbest yörüngede yolculuk yapmak biraz lüks (ve çok pahalı!) bir ‘düşme’ şeklidir. Yukarıda verdiğim video kamera kaydı örneğinde olduğu gibi, ‘uzay yürüyüşüne’ çıkan bir astronot, uzay aracının, altındaki koskocaman yer kürenin çekim kuvvetinden etkilenmemiş gibi, gözünün önünde asılı durduğuna tanık olur! (bkz. Şekil. 5.24) Bu nedenle, serbest düşüşün ‘ivmeli referans ortamına’ geçmek suretiyle yerçekiminin etkilerini yerel olarak ortadan kaldırmak olasıdır.

Çekim alanının etkileri bir ivmenin etkilerine benzediği için yerçekimi, serbest düşüşle bu şekilde *yok edilebilir.* Gerçekten, yukarı doğru çıkmakta olan bir asansörün içindeyseniz, bağıl çekim alanında bir artış, inmekte olan bir asansörün içinde ise bir azalış hissedersiniz. Asansörün asılı olduğu kablo koparsa, (hava direncini ve sürtünme etkilerini dikkate almayarak) aşağıya doğru ivmelenme, yerçekiminin etkisini tümüyle ortadan kaldıracak, ve asansörün içindeki insanlar, asansör zemine çarpıncaya kadar, -astronot örneğinde olduğu gibi- asansörün içinde serbestçe asılı

kalacaklardır! Bir trende veya uçakta bile ivmelenme sonucu, yerçekiminin şiddeti ve yönünün, insanın görsel kanıtının 'aşağı yönün' neresi olması gerektiğini önerdiği yere tam isabet etmediği duygusu yaratılabilir. Bunun nedeni, ivme ve yerçekimi etkilerinin birbirine çok benzemesi, insan duyularının bunları ayırt edememesidir. Yerçekiminin yerel etkilerinin, ivmeli referans ortamınınkilerle eşdeğerde olması Einstein'ın *eşdeğerlik ilkesi* olarak adlandırdığı olgudur.

Bütün bunlar 'yerel' değerlendirmelerdir! Ancak, yeterli duyarlıkta (tamamen yerel olmayan) ölçümler yapmamıza izin verilirse, ilke olarak, 'gerçek' çekim alanı ile yerel ivme arasındaki *ayırımın* belirlenmesi olasıdır. Şekil 5.25'te, yerçekimi etkisiyle serbest düşmekte olan ve başlangıçta durgun olan, bir küre yüzeyine dizilmiş olan parçacıkların, (Newtonsal) çekim alanının *düzgün olmamasından* nasıl etkilendiklerini, biraz abartarak da olsa gösterdim. Alan, iki nedenle düzgün değildir. Birincisi, yeryüzünün merkezinin sonlu bir uzaklıkta yer alması nedeniyle yeryüzüne yakın parçacıklar aşağıya doğru ivmelenecek ve yeryüzüne daha yakın parçacıkların ivmelenmesi yeryüzünden uzak olanlarınkine kıyasla daha büyük olacaktır (Newton'un ters kare kuvvet yasasını anımsayın). İkincisi, aynı nedenle parçacıklar yatay olarak farklı yer değiştirecekleri için ivmenin *yönünde* biraz farklar olacaktır. Söz konusu bu düzgün olmama nedeniyle küresel şekil, bozulmaya, 'ovalleşmeye' başlar. Dünya'nın merkezi yönünde (ve de zıt yönde) uzar, çünkü merkeze yakın kısımlar, daha uzaktaki kısımlara göre biraz daha fazla ivmelenirler; küresel şekil, yatay yönlerde daralır, çünkü yatay yönlerde ivmeler, hafifçe içe doğru, yerkürenin merkezi yönünde, etki yaratır.

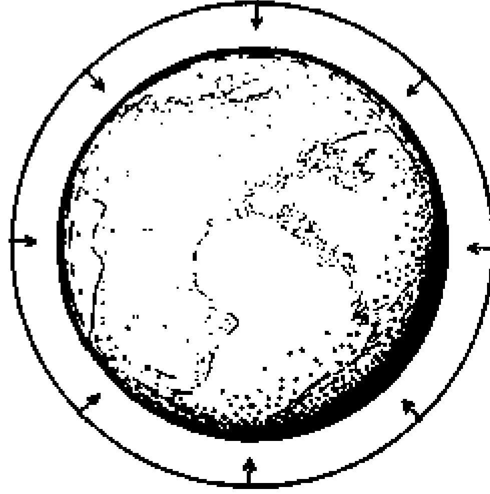


Şekil 5.25. Gelgit etkisi. Çift oklar, bağıl ivmeyi (WEYL) gösterir.

Bu şekil bozucu olgu, kütleçekiminin *gelgit etkisi* olarak bilinir. Dünya'nın merkezini Ay'ın merkezi, parçacıkların üstüne dağıldığı küreyi yeryüzüymüş gibi düşünürsek, denizlerde gelgitin oluşmasında Ay'ın rolünü anlarız. Bu durumda eliptik uzama hem Ay'a doğru, hem de Ay'dan uzağa doğru gerçekleşir. Gelgit etkisi, çekim alanlarının, serbest düşüşle 'yok edilemeyen' genel bir özelliğidir. Bu etki, Newton'un çekim alanında düzgünlükten sapmayı ölçer. (Gelgit etkisiyle bir şeklin bozulmasının *miktarı,* çekim merkezinden uzaklığa ters orantılı olarak değil *ters hacim* olarak azalır.)

Newton'un evrensel kütleçekim kuvvetinin ters kare alan yasası, gelgit etkisi dilinde basit bir şekilde yorumlanabilir: Kürenin başlangıçta[18] içinin boş olduğunu varsayarsak, elipsoidin *'hacmi',* kürenin hacmine *eşittir.* Bu hacim özelliği, ters kare yasasının bir özelliğidir; başka hiç bir kuvvet yasası bu özelliğe sahip olamaz. Şimdi, kürenin içinin boş değil de M kütlesine sahip madde ile dolu olduğunu varsayalım. Bu maddenin çekim kuvveti nedeniyle içe doğru bir ivme bileşeni daha oluşacaktır. Parçacıklardan oluşan

küremizin şekil değiştirerek biçimini aldığı elipsoidin hacmi, *M* kütlesiyle *orantılı* bir miktarda *küçülecektir.* Hacim azaltan bu etkinin bir örneği, söz konusu küreyi, Dünya'yı değişmez bir yükseklikte çepeçevre sarar varsaydığımızda görülebilir. (Şekil 5.26) Bu durumda yerçekimi nedeniyle aşağı doğru (yani, içe doğru) oluşan ivme, kürenin hacminin azalmasına neden olur. Hacim azaltma özelliği, Newton'un evrensel çekim yasasının geriye kalan kısmını verir. Başka bir deyişle, çekim kuvvetinin *cismin* kütlesiyle orantılı olduğunu gösterir.

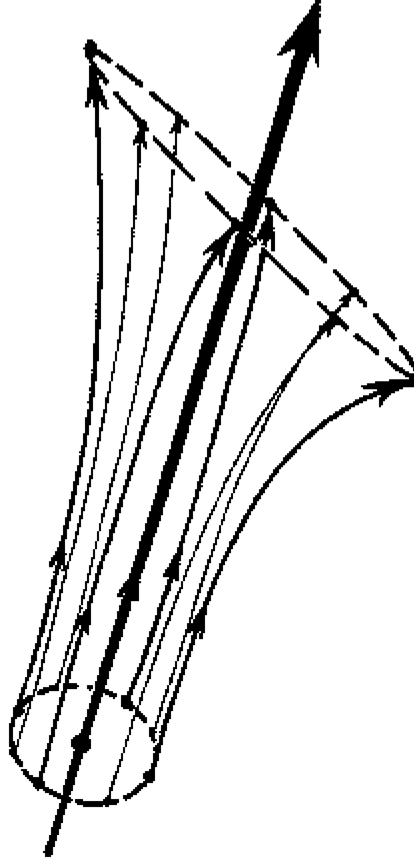


Şekil 5.26. Eğer küre, bir madde dağılımım (burada, Dünya'yı) çevreliyorsa içeriye doğru net bir ivme (RICCI) vardır.

Bu durumun bir uzay-zaman resmini çizmeğe çalışalım. Şekil 5.27'de, küresel yüzeye dağılmış parçacıkların dünya çizgilerini (Şekil 5.25'te daire şeklinde çizilmişti) göstermiş, kürenin merkezindeki noktanın durgun 'serbest düşme' göründüğü bir ortamı tanımlamıştım. Genel göreliliğin ana fikri, serbest düşme hareketine 'doğal hareketler' - kütleçekiminin olmadığı hallerdeki düzgün doğrusal hareketin benzeri- gözüyle bakmaktır. Bu nedenle, serbest düşme hareketini, Uzay-zamanda 'doğrusal' dünya çizgileriyle tanımlandığı şekilde düşünmeye çalışalım! Ancak, Şekil 5.27'nin görünüşüne bakılırsa, 'doğrusal' tanımını kullanmak biraz şaşırtıcı olacağı için terminolojik bir yaklaşımla, serbest düşen *parçacıkların* dünya çizgilerine Uzay-zamanda *geodezik* adını vereceğiz.

Bu, iyi bir adlandırma mıdır? 'Geodezik' sözcüğünün anlamı nedir? İki boyutlu bir eğri yüzeydeki iki noktayı birleştiren örnek olarak ele

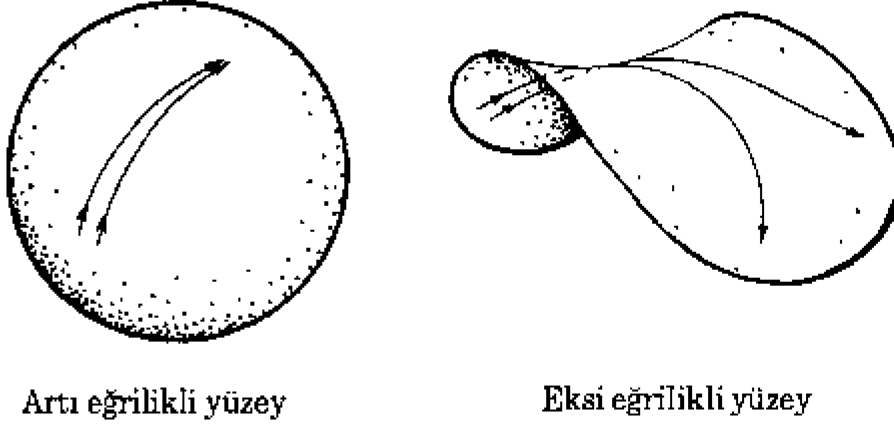
alalım. Geodezikler, böyle bir yüzey üstündeki ‘en kısa eğrilerdir’. Eğri yüzeye gerilen bir sicim parçasını (ki kaymaması için çok uzun olmalıdır) düşünürsek bu sicim parçası, geodezik boyunca uzanacaktır. Şekil 5.28’de, birisi ‘artı eğrilikli’ (bir kürenin yüzeyi gibi), öteki ‘eksi eğrilikli’ (bir eyerin yüzeyi gibi) olmak üzere iki yüzey tasarımlanmıştır. Artı eğrilikli yüzeyde, başlangıçta birbirine paralel uzanan iki yakın çizgi giderek birbirlerine *yakınsayacak,* eksi eğrilikli yüzeyde ise aynı çizgiler birbirinden ıraksayacaklardır. Serbest düşen cisimlerin dünya çizgilerini düşünürsek, bu çizgileri bir bakıma bir yüzeyin geodeziklerine benzetebiliriz. Bu benzetme altında, yerçekimsel gelgit etkisi ile bir yüzeyin eğriliğinin etkileri arasında bir yakınlık vardır, fakat bu kez hem artı ve hem eksi eğriliklerin etkilerinin *her ikisi* de mevcuttur. Şekil 5.25 ve Şekil 5.27’ye bakınız.



Şekil 5.27. Uzay-zaman eğrisi: Uzay-zamanda gösterilen gelgit etkisi.

Uzay-zaman ‘geodezikleri’ bir yönde (Dünya yönünde çizildikleri zaman) birbirinden *ıraksamaya* başlıyorlar (Şekil 5.28’de eksi eğrilikli yüzeyde olduğu gibi) ve başka yönlerde (Dünya’ya göre yatay olarak

yer değiştirdikleri zaman) birbirlerine *yakınsamaya* başlıyorlar (Şekil 5.28'de artı eğrilikli yüzeyde olduğu gibi). Bu durumda, uzay-zamanımız, gerçekten de, örneklediğimiz iki yüzeye benzer bir yüzey gibi görünüyor ama boyutunun büyük olması, artı ve eksi eğriliklerini karmasının farklı yerlerde farklı olmaları nedeniyle biraz daha karmaşık bir yapı sunuyor.



Şekil 5.28. Eğrilikli yüzeyde geodezikler. Artı eğrilikli yüzeyde geodezikler yakınsak, eksi eğrilikli yüzeyde ıraksaktırlar.

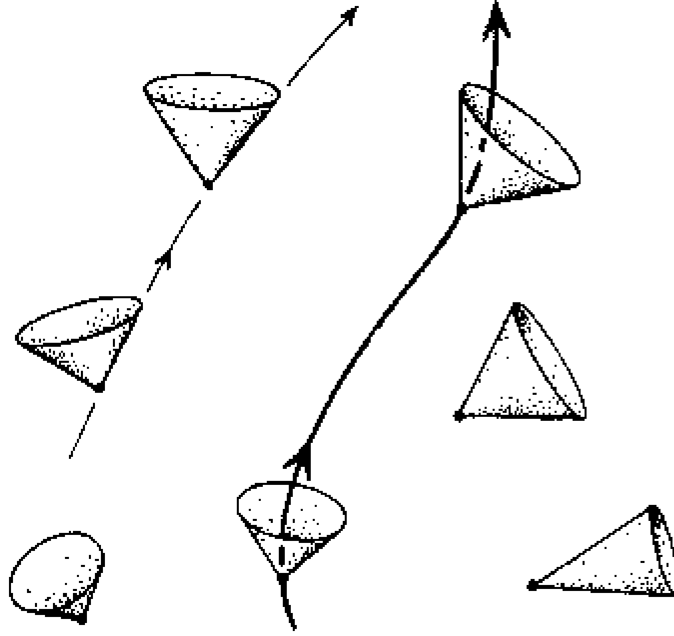
Böylece uzay-zaman 'eğriliği' kavramının, kütleçekim alanlarının davranışını tanımlamak için nasıl kullanılabileceği anlaşılıyor. Böyle bir tanımlama olasılığı sonuçta Galilei'nin sezgisini (eşdeğerlik ilkesini) izleyerek, serbest düşme yardımıyla kütleçekim 'kuvvetini' yok etme olanağını veriyor. Gerçekte, bu aşamaya kadar söylediklerimden hiçbirisi Newton kuramı dışına çıkmamızı gerektirmemiştir. Ortaya çıkan yeni tablo yalnızca bu kuramın *yeniden formüle* edilmesidir.[19] Ancak, Minkowski'nin özel görelilik tanımından, yani kütleçekiminin *yokluğunda* geçerli olan uzay-zaman geometrisinden, öğrendiklerimizle bu tabloyu birleştirirsek yeni fizik devreye girecektir. Bu bireşimin sonucu Einstein'ın *genel göreliliğidir.*

Minkowski'nin bize ne öğrettiğini anımsayın. (Kütleçekiminin yokluğunda) bir uzay-zamanımız vardır ve bu Uzay-zamanda iki nokta arasında kendine özgü bir çeşit 'uzaklık' ölçüsü tanımlanmıştır: Uzay-zamanda bir parçacığın geçmişini tanımlayan bir dünya çizgisi verirsek bu dünya çizgisi boyunca ölçülen 'uzaklık', bu parçacığın gerçekten yaşadığı 'süreyi' tanımlar. (Aslında, bir önceki kısımda bu 'uzaklığı', doğru parçalarından oluşan dünya çizgileri boyunca

uzanan bir çizgi olarak tanımladık ama bu tanımlama aynı zamanda eğri dünya çizgileri için de geçerli olup burada 'uzaklık' eğri boyunca ölçülür.) Kütleçekim alanı varolmasaydı, yani uzay-zaman eğrilikli olmasaydı, Minkowski geometrisini kesin kabullenebilirdik. Fakat kütleçekimi varsa Minkowski geometrisinin sadece yaklaşık olduğunu, tıpkı bir düzlemi eğri bir yüzeyin geometrisinin sadece yaklaşık tanımını vereceğini kabul ettiğimiz gibi, kabul ederiz. Eğrilikli bir yüzeye çok daha güçlü bir mikroskop altında bakarak yüzeyin geometrisini çok daha küçük ölçeklerde inceleyebilseydik yüzeyin giderek daha çok düzleme yaklaştığım gözlemlerdik. Eğrilikli yüzeyin *yerel olarak* Eukleides düzlemine benzediğini söylüyoruz.[20] Aynı şekilde, kütleçekimi varken, uzay-zaman geometrisinin *yerel olarak* Minkowski geometrisine *(düz* uzay-zamana) benzediğini söylüyoruz; Fakat bu kez daha büyük mikyaslı bir 'eğrilik' söz konusudur (bkz. Şekil 5.29). Uzay-zamanda herhangi bir nokta, Minkowski uzayında olduğu gibi, bir *ışık konisinin* tepesini oluşturur. Fakat ışık konileri Minkowski uzayındaki gibi düzgün olarak dizilmemişlerdir. 7. Bölüm'de, bu düzgün olmama halinin belirginleştiği uzay-zaman modellerinden bazı örnekler vereceğiz: (bkz. 7. Bölüm, Şekil 7.13 ve Şekil 7.14). Maddesel parçacıklar, dünya çizgilerini temsil eden *eğrilere* sahip olup bu eğriler daima ışık konilerinin *iç tarafına* yönelmişlerdir; fotonların eğrileri ise ışık konilerinin yüzeyi *boyunca* uzanırlar. Aynı zamanda, herhangi bir eğri boyunca, Minkowski uzayında olduğu gibi, parçacıklar tarafından yaşanan süreyi ölçen bir Minkowski 'uzaklık' kavramı vardır. Eğrilikli bir yüzeyde olduğu gibi bu uzaklık ölçümü, düz bir yüzey geometrisinden farklı bir yüzeyin *geometrisini* tanımlar.

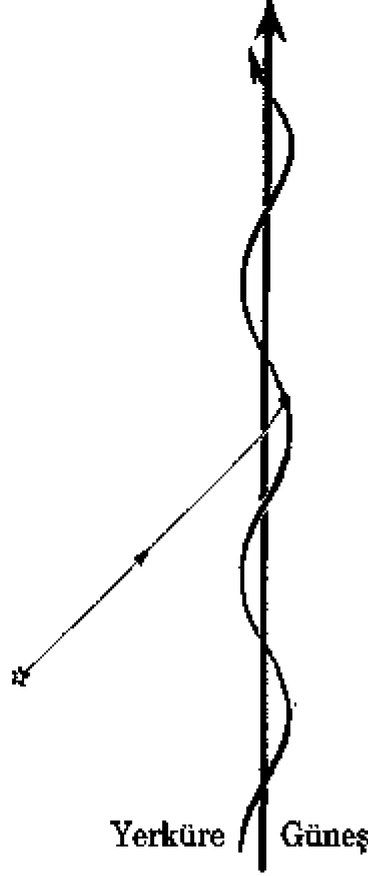
Uzay-zamanda geodezikler bundan böyle, Minkowski/Eukleides geometrileri arasındaki farkı unutmaksızın, iki boyutlu yüzeylerdekilerine benzer bir yorumla yorumlanabilir. Buna göre, uzay-zamandaki geodeziklerimiz minimum uzunlukta (yerel) olmaktan çok, dünya çizgisi boyunca 'uzaklığı' (yani, zamanı) *maksimum yapan* (yerel) eğrilerdir. Kütleçekimi etkisinde serbest düşen parçacıkların dünya çizgileri, bu kurala göre, gerçekte uzay-zaman geodezikleridir. Böylece, özellikle, kütleçekim alanında hareket eden gök cisimleri de bu gibi geodeziklerle pekala tarif edilebilirler. Üstelik, boş uzayda ışınların yolu da (fotonların dünya

çizgileri) geodeziklerdir, fakat[21] bu kez geodezikler *sıfır* ‘uzunluktadır’. Örnek olarak Şekil 5.30’da Dünya ve Güneş’in dünya çizgilerini şematik olarak gösterdim: Dünya’nın, Güneş’in dünya çizgisi çevresindeki hareketi, bir ‘burguyu’ andıran bir geodeziktir. Uzak bir yıldızdan Dünya’ya ulaşan bir fotonun izlediği yolu da gösterdim. Fotonun dünya çizgisi, Einstein kuramına göre ışık, Güneş’in kütleçekim alanı nedeniyle *sapabildiği* için hafifçe ‘bükülmüş’ görünümdedir.



Şekil 5.29. Bir eğrilikli uzay-zaman tasarımı.

Newton’un ters kare yasasının, Einstein’ın göreliliğiyle nasıl birleştirilebileceğini, ve nasıl bağdaştırılabileceğini henüz tartışmadık. Bir kütleçekim alanında serbest düşen parçacıkların oluşturduğu küreye tekrar dönelim. Kürenin içinin boş olması durumunda, Newton kuramına göre, kürenin başlangıç hacminin değişmediğini; fakat, kürenin başlangıçta *M* kütlesini çevrelemesi durumunda çökerken, *M* kütlesi ile orantılı bir hacim azalmasına uğradığını anımsayınız. Einstein kuramında da aynı kurallar (küçük bir küre için) geçerlidir, fakat hacmin azalmasını belirleyen tam olarak *M* değildir; kürenin çevrelediği maddenin *basıncının* da (normalde çok ufak) bir katkısı vardır.



Şekil 5.30. Yerküre ve Güneş'in dünya çizgileri; ve uzak bir yıldızdan gelen ışının Güneş tarafından saptırılması.

Dört boyutlu uzay-zaman eğriliğinin tam matematiksel ifadesi (yani herhangi bir noktada herhangi bir olası yönde hareket eden parçacıkların üstündeki gel-git etkisini de tanımlaması gereken ifadesi), *Riemann eğrilik tensörü* diye adlandırılan bir şeyle verilir. Bu, tanımı için her noktada yirmi reel sayı gerektiren, karmaşık bir matematiksel niceliktir. Söz konusu yirmi sayıya tensörün *bileşenleri* denir. Farklı bileşenler, Uzay-zamanda farklı yönlerdeki farklı eğrilikleri gösterirler. Genellikle R_{ijkl} simgesiyle gösterilen Riemann tensörünü (ne bu küçük indislerin anlamım, ne de bir tensörün gerçekte nasıl bir şey olduğunu) burada açıklamak niyetinde olmadığım için, kısaca

RİEMANN

olarak yazacağım. Söz konusu tensör, *Weyl* tensörü ve *Ricci* tensörü olmak üzere (her biri on *bileşenli)* iki kısma ayrılabilir. Bu ayrılmayı şematik olarak yazacağım:

RIEMANN = WEYL + RICCI.

(Ayrıntılı tanımların burada bizlere gerçekten bir yararı olamaz.) Weyl tensörü WEYL, serbest düşen parçacıklardan oluşan küremizin, başlangıç hacminin değişiminden çok biçiminin *bozulmasını* ölçer; RICCI ise, söz konusu kürenin başlangıçtaki *hacimden değişimini* ölçer.[22] Newton'un evrensel kütleçekim kuramının, serbest düşmekte olan kürenin başlangıçta çevrelediği *kütle* ile bu hacim azalmasının orantılı olduğunu öngördüğünü anımsayın. Genel bir anlatımla, bu bize şunu söyler: Maddenin *kütle* yoğunluğu - veya ($E = mc^2$ nedeniyle) buna eşdeğerdeki *enerji* yoğunluğu - Ricci tensörüne *eşitlenmelidir.*

Aslında genel görelilik kuramının alan denklemleri, (yani Einstein *alan denklemleri)* bundan ibarettir.[23] Ancak, bu konu başka bazı teknik ayrıntıları içerdiği için, daha fazla açıklamaya gerek duymuyorum. *Enerji-momentum* tensörü adında bir niceliğin tanımlandığını ve bunun, maddenin ve elektromanyetik alanların enerjisi, basıncı ve momentumuyla ilgili tüm bilgileri kapsadığını not etmekle yetiniyorum. Sözü edilen bu tensöre ENERJİ diyeceğim. Buna göre Einstein denklemleri, son derece şematik olarak şu şekilde yazılabilir:

RICCI = ENERJİ

(ENERJİ tensörünün tanımı içinde basıncın bulunması ve bir bütün olarak denklemlerin tutarlı olması koşulu, yukarıda tanımlanan hacmin azalması etkisine basıncın da katkısı bulunduğunu gösterir.)

Bu denklem, Weyl tensörü hakkında bir şey söylemiyor. Fakat Weyl tensörü önemli bir niceliktir. Boş uzayda gözüken başlangıç biçiminin bozulması etkisi tümüyle WEYL nedeniyledir. Aslında, Einstein'ın yukarıda verilen denklemleri daha önce görmüş olduğumuz Maxwell denklemlerine benzer olarak, WEYL ile ENERJİ tensörlerini birbirine bağlayan *diferansiyel* denklemlerin varlığını gerektirir.[24] Gerçekten de, WEYL'i, $(\vec{E},\vec{B})$ alan çifti ile tanımlanan elektromanyetik alan niceliğinin (ki aslında bu alan çifti, Maxwell tensörü adıyla bilinen bir tensör oluşturur) evrensel kütleçekimindeki eşdeğeri olarak görmek verimli bir bakış açısı olacaktır. Bu nedenle, belirli bir anlamda WEYL, *kütleçekim* alanının ölçüsüdür. WEYL'in

kaynağı, ENERJİ tensörüdür; bu durum, $(\vec{E},\vec{B})$ elektromanyetik alanları için kaynağın, Maxwell kuramındaki yük ve akım dağılımları $(p,\vec{j})$ olmasına benzeşmektedir. Bu bakış açısı, 7. Bölümde yer alarak tartışmamızda bize yardımcı olacaktır.

Formülasyonları ve temellerinde yatan ana kavramlar arasındaki bunca farka karşın, Einstein kuramı ile kendisinden iki buçuk yüzyıl önce Newton’un ileri sürdüğü kuram arasında gözlemsel düzeyde büyük fark bulmanın zorluğu dikkati çekebilir. Fakat, ele alınan hızların, c ışık hızından küçük olmaları ve kütleçekim alanlarının çok şiddetli olmaması (kaçış hızlarının c’den az olması için; bkz. 7. Bölüm) koşulları altında Einstein kuramı Newton kuramındaki aynı sonuçlara ulaşır. Ancak, her iki kuramdan yapılan çıkarımların farklı olduğu konularda Einstein kuramı daha doğrudur. Çok etkileyici gözlemsel testler, Einstein’ın daha yeni kuramını tümüyle doğrulamıştır. Tıpkı Einstein’ın dediği gibi saatler bir kütleçekim alanında biraz geri kalmakta ve bu etki günümüzde çok değişik yöntemlerle doğrudan ölçülebilmektedir. Işık ve radyo sinyalleri güneş tarafından gerçekten saptırılmakta ve geciktirilmektedir, ve bu etkiler artık iyi denenmiş genel görelilik etkileridir. Hareket halindeki uzay araştırma araçlarının ve gezegenlerin, Newton yörüngelerine, Einstein kuramı doğrultusunda ufak çapta düzeltmeler yapılmalıdır; bunlar da gözlemsel olarak doğrulanmıştır. (Özellikle, Merkür gezegeninin hareketinde, 1859’dan beri astronomları kaygılandıran ve ‘günberi ilerlemesi’ adı verilen anormallik, 1915’te Einstein tarafından izah edilmiştir.) Belki de, hepsinden etkileyicisi, bir çift minik kütleli yıldızdan oluşan ve *çift pulsar* denilen (büyük olasılıkla iki ‘nötron yıldızı’ndan ibaret, bkz. 7. Bölüm) bir sistemle ilgili gözlemlerin, Newton kuramının tamamiyle gözardı ettiği, fakat Einstein *kütleçekimsel dalgaların* yayılması etkenini doğrudan kanıtlamasıdır. (Varlığına işaret ettiği kütleçekimsel dalgalar tıpkı, elektromanyetik dalgalar gibi c ışık hızıyla yayılırlar.) Einstein’ın genel göreliliğini yadsıyan onaylı hiç bir gözlem yoktur. Başlangıçtaki tüm tuhaflığına karşın, Einstein’ın kuramı kesinlikle bizimle birliktedir!

Göreli Nedensellik ve Belirleyicilik

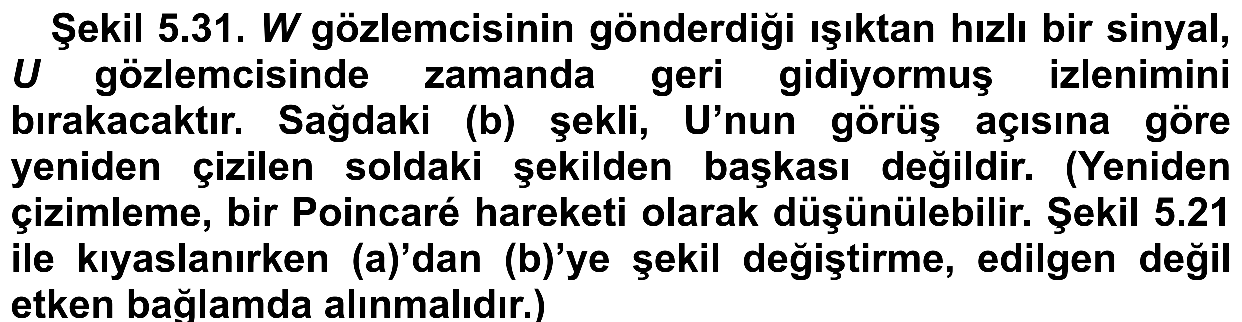
Görelilik kuramında, dünya çizgilerinin daima ışık konisinin içinde olması koşuluyla, maddesel cisimlerin ışıktan hızlı hareket edemeyecekleri ilkesini anımsayınız (Şekil 5.29). (Özellikle genel görelilik kuramında, bildirimlerimizi bu yerel tarzda yapmalıyız. Çünkü ışık konileri her noktaya düzgün olarak yerleştirilemediği için bizden çok *uzaktaki* bir parçacığın hızının, bulunduğumuz şu noktadaki ışığın hızını aşıp aşmadığını söylemek pek anlamlı olmaz.) Fotonların dünya çizgileri ışık konileri yüzeyindedir. Hiç bir parçacığın dünya çizgisinin koni *dışına* çıkmasına izin verilemez. Aslında, daha genel bir bildirimle, hiç bir *sinyalin* ışık konisinin dışında seyahat etmesine izin verilmediği söylenmeliydi.

Bunun neden böyle olması gerektiğini değerlendirmek için, Minkowski uzayı diyagramımızı ele alalım (Şekil 5.31) Işık hızından biraz daha fazla bir hızda sinyal gönderen bir aygıtın yapılabildiğini varsayalım. Bu aygıtı kullanarak W gözlemcisi kendi dünya çizgisi üstünde yer alan bir A olayından, A'nın ışık konisi dışında bulunan bir *B* olayına sinyal gönderebilir. Şekil 5.31a'da bu durum *W*'nin görüş açısından tasarımlanmışken, Şekil 5.31b'de, *W*'den hızla uzaklaşan ikinci bir *U* gözlemcisinin görüş açısından (diyelim ki, *A* ile *B* arasındaki bir noktaya göre) yeniden tasarımlanmıştır. *U* gözlemcisi için *B* olayı A olayından daha önce meydana gelmiş gibi görünür! (Bu 'yeniden çizimleme', s. 65'te yukarıda açıklandığı gibi, bir Poincaré hareketidir.) *W*'nin görüş açısından, *U*'nun eşanlı uzayları 'yana yatmış' gibi görünürler; işte bu nedenledir ki *U* gözlemcisi, *B* olayını *A* olayından önce meydana gelmiş olarak gözler. Böylece, W tarafından gönderilen sinyali *U,* zamanda geriye doğru hareketliymiş gibi gözlemler!

Bu örnek henüz tam bir çelişki değil. Fakat *U'*nun görüş noktasının simetrisine göre (özel görelilik ilkesine göre) *üçüncü* bir *V* gözlemcisi, *W*'nin ters yönünde *U*'dan uzaklaşarak ve *W*'nin aygıtına benzer bir aygıtla donanımlı olarak, kendi görüş noktasından (yani, *V*'den) tekrar *U* yönüne ışıktan hızlı bir sinyal gönderebilir. Bu sinyal de *U*'ya, zamanda geriye doğru giden fakat artık ters uzaysal yönde gelen bir sinyal olarak görünecektir. Gerçekten de *V, W* tarafından gönderilen ilk sinyalin *B* noktasında alındığı anda ikinci sinyali *W*" iletebilir. *U*'nun ölçümüne göre bu sinyal, ilk sinyal gönderme olayı A'dan daha önceki bir *C* olayı olarak *W*'ye ulaşır. (Şekil 5.32) Fakat,

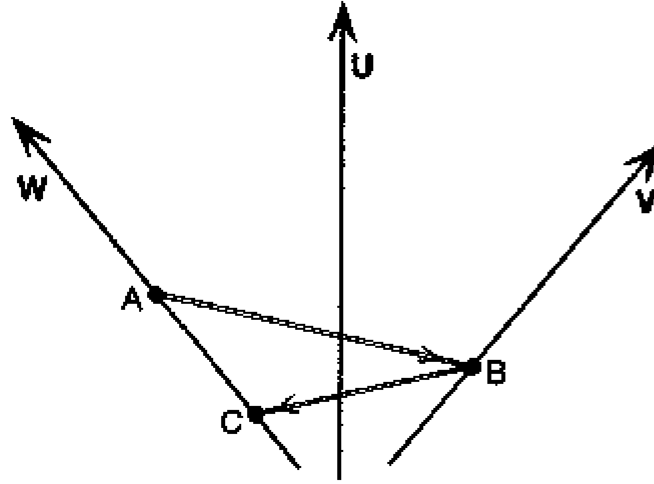
daha kötüsü, *W'nin kendi dünya çizgisinde C* olayı gerçekten *A* olayından öncedir ve bu nedenle W, *A*'da sinyali göndermeden önce *C* olayının meydana gelişini gerçekten yaşar! *V* gözlemcisinin *W*'ye geri gönderdiği mesaj, *W* ile önceden yapılacak bir düzenlemeyle, *V*'nin B'de aldığı mesajı sadece tekrarlayabilir. Böylece *W*, kendi dünya çizgisinde daha önceki bir zamanda, daha sonra göndermek zorunda olduğu aynı mesajı almış olur. Bu iki gözlemci arasına yeterince uzak mesafe koyarak, geri dönen sinyalin ilk sinyalden önce alınması için gerekli zaman aralığının istediğimiz kadar büyük olmasını sağlayabiliriz. Diyelim *W*'nin ilk mesajı, ayağını kırdığını bildiriyor. *W*, geri dönen mesajı, ayağını kırdığı kaza olmadan *önce* alabilir ve böylece (varsayalım) kendi özgür istenciyle, kazadan sakınmak için gerekli önlemi alır!

Bu durumda, ışıktan hızlı sinyal sistemimiz, Einstein'ın görelilik ilkesiyle birleşince, normal 'özgür istenç' duygumuzla açıkça görülen bir çelişki yaratmıştır. Gerçekte konu, göründüğünden ciddidir.



Şekil 5.31. *W* gözlemcisinin gönderdiği ışıktan hızlı bir sinyal, *U* gözlemcisinde zamanda geri gidiyormuş izlenimini bırakacaktır. Sağdaki (b) şekli, U'nun görüş açısına göre yeniden çizilen soldaki şekilden başkası değildir. (Yeniden çizimleme, bir Poincaré hareketi olarak düşünülebilir. Şekil 5.21 ile kıyaslanırken (a)'dan (b)'ye şekil değiştirme, edilgen değil etken bağlamda alınmalıdır.)

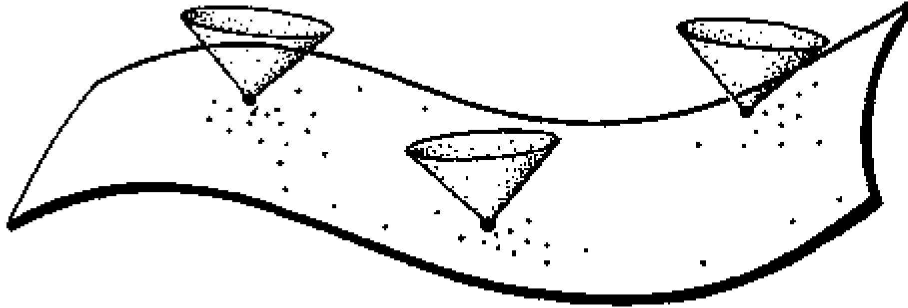
Çünkü, diyelim ki ‘*W* gözlemcisi’ sadece bir mekanik aygıttır ve ‘HAYIR’ mesajı aldığında ‘EVET’, ‘EVET’ mesajı aldığında ‘HAYIR’ mesajı yollamaya programlanmıştır. Diyelim, V gözlemcisi de benzer bir mekanik aygıttır; fakat ‘HAYIR’ mesajı aldığında ‘HAYIR’, ‘EVET’ mesajı aldığında, ‘EVET’ yanıtı vermeğe programlanmıştır. Bu durum bizleri yine, önceden karşılaştığımız çelişkiyle karşı karşıya bırakır[25] fakat bu kez, görünüşte *W*'nin ‘özgür istence’ sahip olup olmaması önemli değildir; Ayrıca, ışıktan hızlı bir sinyal aygıtının fiziksel bir olasılık olarak ‘devrede olmadığını’ bildirir. Bunun kafamızı karıştıracak bazı dolaylı sonuçlarını daha sonra değerlendireceğiz (6. Bölüm, s. 168).



Şekil 5.32. *V* gözlemcisi, *W* gözlemcisinin aygıtına benzer fakat ters yöne dönük, ışıktan-hızlı bir sinyal aygıtı ile donanımlı olsa, bu aygıt *W* tarafından kendi geçmişine mesaj yollamak için kullanılabilirdi!

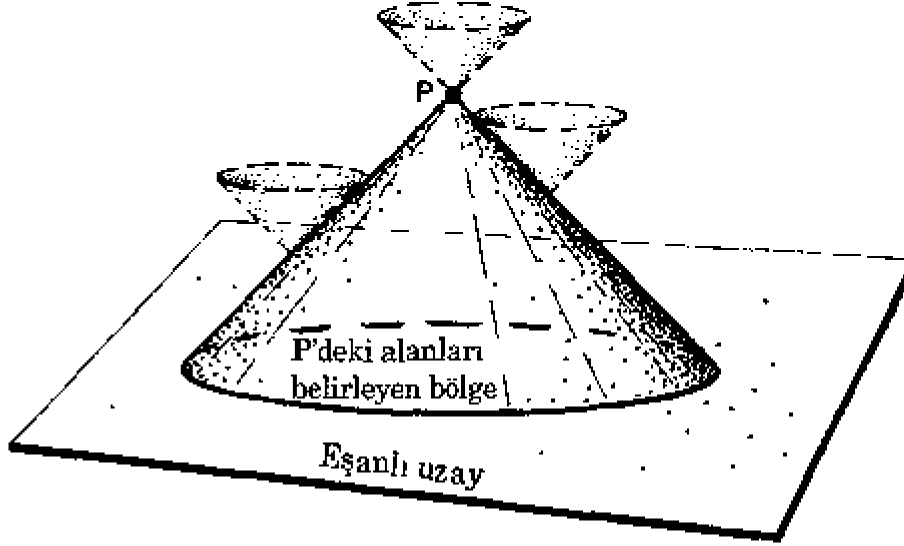
Öyleyse varsayalım ki, yalnızca olağan fiziksel parçacıklarla taşınan sinyaller değil her türlü sinyal, ışık konileriyle kısıtlandırılmış olsun. Yukarıda örneklenen sav özel göreliliğe uygundur, ama genel görelilik kuramında özel kuramın kuralları sadece yerel düzeyde geçerlidirler. Tüm sinyallerin, ışık konilerinin içinde tutulmasını gerektiren neden, özel göreliliğin yerel düzeyde geçerliliğidir ve böylece genel görelilikte de geçerli olmaktadır. Bunun, bu kuramlarda *belirleyiciliği* (determinizmi) nasıl etkilediğini görelim. Newtoncu (veya Hamiltoncu, vb.) anlayışta ‘belirleyiciliğin’, *belli bir anda* verilen *başlangıç verilerinin,* öteki tüm anlardaki davranışı tamamiyle belirlediği şeklinde anlaşıldığını anımsayın. Newton

kuramındaki uzay-zamana göre, başlangıç verilerini belirlediğimiz 'belli an', dört boyutlu uzay-zamanın (belirli bir zamandaki uzayın tümü) üç boyutlu bir dilimi olacaktır. Görelilik kuramında bununla ilişkilendirilebilen bir evrensel 'zaman' kavramı yoktur. Normal yöntem, çok daha esnek bir yaklaşımla, herhangi bir 'zamanı' kullanmaktır. Özel görelilikte, sözü edilen zaman dilimi yerine, gözlemcinin eşanlı uzayı, başlangıç verilerinin belirlenmesi için kullanılabilir. Fakat genel görelilikte, 'eşanlı uzay' kavramı da artık iyi tanımlı değildir. Bunun yerine, çok daha genel bir kavram olan 'uzaysal yüzey' kavramı uygulanabilir.[26] Şekil 5.33'te tasarımlanan böyle bir yüzeyin belirgin özelliği, her bir noktasındaki ışık konisinin tamamen yüzey dışında kalması, ve böylece *yerel olarak* eşanlı bir uzaya benzemesidir.



Şekil 5.33. Genel görelilikte, üzerinde başlangıç verilerinin tanımlanmasına uygun bir uzaysal yüzey.

Özel görelilikteki belirleyicilik, verilen bir *S* eşanlı uzay üstündeki başlangıç verilerinin, uzay-zamanın bütünündeki davranışı belirleyebilmesi diye ele alınabilir. (Bu tanım, özel göreli bir kuram olan Maxwell kuramı için geçerlidir.) Ancak bundan daha kuvvetli bir tanım yapılabilir. S'nin geleceğindeki bir yerde bulunan *P* noktasında neler olacağını öğrenmek istiyorsak, *S* uzayının tümünde değil, yalnızca sınırlı bir bölgesinde yer alan başlangıç verileri yeterlidir; çünkü 'bilgi' ışıktan hızlı yol alamaz ve böylece *P*'ye ulaşamayacak kadar uzak *S* noktaları, P'yi hiçbir şekilde etkileyemez (bkz. Şekil 5.34).[XIII] Böyle bir tasarım, Newton kuramına göre ortaya çıkan tasarımdan çok daha tatmin edicidir, çünkü Newton anlayışında, bir noktada biraz sonra nelerin olup biteceğini tahmin etmek için, ilke olarak *sonsuz* 'zaman diliminin' tümünde nelerin olup bittiğini bilmek zorundayız.



Şekil 5.34. Özel görelilikte, *P* noktasındaki olay sadece eşanlı uzayın sınırlı bir bölgesinde belirlenen verilere bağlıdır. Bunun nedeni, etkilerin *P* noktasına ışıktan hızlı gidememeleridir.

Newton verilerinin yayılabileceği hızla ilgili bir sınırlama yoktur, nitekim, Newton kuvvetlerinin etkisi anidir.

Genel görelilikte belirleyicilik, özel görelilikte olduğundan daha karmaşık bir konudur; bu nedenle sadece bir kaç noktaya değinmekle yetineceğim. Birincisi, başlangıç verilerinin tanımlanması için (eşanlı bir yüzey yerine) bir uzaysal yüzeyi kullanmalıyız. Böylece, eğer ENERJİ tensörüne katkıda bulunan madde alanlarının (doğal olarak) belirlenebilir davranışlı olduklarını varsayarsak, Einstein denklemleri kütleçekim alanlarının yerel olarak belirlenebilir şekilde davrandıklarını gösterir. Ancak, önemli sayılabilecek sorunlar vardır. Işık konisiyle tanımlanan 'nedensellik' yapısı da dahil uzay-zamanın geometrisinin kendisi belirlenmektedir. Işık konisi yapısını önceden belirleyemediğimiz için, gelecekteki bir *P* olayının davranışını belirlemek amacıyla S'nin hangi kısımlarını kullanacağımızı bilemiyoruz. Bazı özel durumlarda S'nin tümü bile yetersiz kalabilmektedir ve dolayısıyla evrensel belirleyicilik yok olmaktadır! (Bu aşamada zor sorularla karşı karşıyayız. Bu sorular genel görelilik kuramında yer alan henüz çözümlenmemiş 'kozmik sansür' adı verilen *kara deliklerin* oluşumu ile ilgili bir sorunun kapsamındadır (Tipler ve arkadaşları 1980); (bkz. 7. Bölüm) Şiddetli kütleçekim alanlarında 'belirleyiciliğin geçersizliği' gibi bir olasılığın, insan ölçeğinde doğrudan etkili olması olanaksız görünebilirse de,

buna dayanarak genel görelilikte belirleyicilik sorununun istediğimiz düzeyde açık tanımlanmamış olduğunu anlamaktayız.

Klasik Fizikte Hesaplanabilirlik: Neredeyiz?

Bu bölüm boyunca, belirleyicilikten ayrı bir konu olarak *hesaplanabilirlik* konusundan gözümü ayırmamağa, 'özgür istenç' ve ussal olgular söz konusu olduğunda hesaplanabilirlikle ilgili konuların en azından belirleyicilik konuları kadar önemli olduklarım göstermeğe çalıştım. Fakat belirleyiciliğin kendisinin, klasik kuram kapsamında kesin çizgileriyle tanımlanmamış olduğu ortaya çıktı. Elektrik yüklü bir parçacığın hareketini tarif eden Lorentz hareket denklemlerinin rahatsız edici problemler yarattığını gördük. (Dirac'ın 'başıboş çözümlerini' anımsayınız.) Genel görelilik kuramındaki bazı sorunlar da dikkatimizi çekti. Bu gibi kuramlarda belirleyicilik yoksa, kuşkusuz hesaplanabilirlik de yoktur. Ancak, ne Lorentz hareket denklemlerinde, ne de genel görelilik kuramında belirleyiciliğin olmaması bizim yönümüzden, dolaysız olarak bile pek fazla felsefi önem taşımaz. Özgür istençlerimize böyle olgularda hâlâ bir 'sığınak' bulmuş değiliz: Noktasal parçacıkları tarif eden Lorentz hareket denklemini (Dirac tarafından açıklandığı gibi), düşünürsek söz konusu problemlerin kaynaklandığı düzeyde fizik yönünden uygun olmadıkları görülmektedir. Diğer yandan klasik genel görelilik konusunda ise klasik kuramın bu gibi problemleri yaratabilecek ölçekleri, (örneğin karadelikler gibi) beynimizden tamamen farklı ölçeklerdedir.

Klasik kuramda *hesaplanabilirlik* ile ilgili bugünkü konumumuz nedir peki? Genel görelilik yönünden durumun, özel görelilik yönünden olduğundan tartışmakta olduğumuz nedensellik ve belirleyicilik dışında farklı olmadığını tahmin etmek mantıksaldır. Başlangıç verilerine dayanılarak bir fizik sisteminin gelecekteki davranışı belirlenebiliyorsa, bu davranışın (Newton kuramı için kullandığım aynı uslamlamayla) yine bu veriler[27] kullanılarak *hesapedilmek* suretiyle belirlenmesi gerekir. *(Düzgün* değişen veriler için gözükmeyen, ancak dalga denkleminin çözümleriyle ilgili olarak

Pour-El ve Richards'ın bulduğu 'yararsız' bir tüp hesaplanamazlık dışında) gerçekten de, tartıştığım fizik kuramlarının herhangi birinde önemli bir 'hesaplanamaz' öğeye rastlamak zordur. Bu kuramların çoğunda, elbette, başlangıç verilerinde küçücük bir değişikliğin sonuçtaki davranışta son derece büyük farklara yol açabildiği 'kaotik' davranışın oluşması beklenebilir. (Genel görelilik kuramında durumun böyle olduğu söylenebilir; bkz. Misner 1969, Belinskii ve arkadaşları 1970) Fakat, daha önce değindiğim gibi, bu tip bir hesaplanamazlığın, yani 'öngörülemezliğin', fizik yasalarında olası hesaplanamaz öğeleri 'gemlemek', kontrol etmek için uğraşan bir aygıta ne yararı olabilir bilinmez. 'Us', bu gibi öğelerden herhangi bir şekilde yararlanabiliyorsa, bu öğelerin klasik fiziğin kapsamı dışında yer almaları gerekir. Bu konuya, kuantum kuramına biraz değindikten sonra, tekrar döneceğiz.

Kütle, Madde ve Gerçeklik

Klasik fiziğin bize sunduğu varlıkların kısa bir özetini çıkaralım. Birincisi, çeşitli fiziksel eylemler için bir arena olarak önemli bir rol üstlenen uzay-zaman var. İkinci olarak, bu eylemlere katılan fakat kesin matematik yasalarıyla sınırlanan *fiziksel nesneler* var. Fiziksel nesneler iki çeşittir: *Parçacıklar* ve *alanlar.* Parçacıkların gerçek doğası ve ayırıcı özellikleri hakkında, her birinin kendine özgü dünya çizgisine, (durgun) kütleye ve belki elektrik yüküne, vb. sahip olmaları dışında pek az şey söylenir. Öte yandan, alanlar çok kesin tanımlanır: Maxwell denklemlerini sağlayan elektromanyetik alanlar ve Einstein denklemlerini sağlayan kütleçekim alanları.

Parçacıkları tarif etmek konusunda biraz rahat olabiliriz. Eğer bir parçacığın dış alanlar üzerindeki etkisi dikkate alınmayacak kadar önemsizse bu tür bir parçacığa *test parçacığı* adı verilir. Bu gibi parçacıkların, bir dış alan içinde nasıl hareket ettiği kesinlikle tanımlanmıştır. Lorentz kuvvet yasası elektrik yüklü test parçacıklarının elektromanyetik alanlar içindeki hareketini, geodezik yasası ise kütleçekim alanındaki hareketi tanımlar. Burada, parçacıklar, *noktasal* parçacıklar, yani, bir boyutlu dünya çizgilerine

sahip, parçacıklar olarak kabul edilmelidir. Ancak, parçacıkların alanlar üzerindeki (dolayısıyla öteki parçacıklar üzerindeki) tepkileri, başka bir deyişle, parçacıkların alanlar için *kaynak* oluşturmaları da, dikkate alındığında; parçacıklar uzayda yayılmış nesneler olarak düşünülmektedirler. Aksi halde, her parçacığın yakın çevresindeki alanlar sonsuz büyük değerler alabilir. Bu yaygın kaynaklar, Maxwell denklemleri için gerekli elektrik yükü ve akımı dağılımını $(p, \vec{j})$ ve Einstein denklemleri için gerekli ENERJİ tensörünü sağlar. Bütün bunların yanısıra, tüm parçacıkların ve alanların içinde yer aldıkları uzay-zamanın kendisi, evrensel kütleçekimini tanımlayan dinamik bir yapıya sahiptir. Arena'nın kendisi de kendi içindeki eyleme katılmaktadır!

Klasik fiziğin, fiziksel gerçekliğin doğası hakkında bize öğretisi budur. Pek çok şey öğrenildiği açıkça görülüyor ve bizler görüşlerimizin, herhangi bir aşamada inşa edilecek daha derin tasarımlarla, alt üst edilmeyeceğinden emin olmamalıyız. Görelilik kuramıyla işlenen devrimsel nitelikteki değişikliklerin bile, kuantum kuramının getirdiği değişikliklerle kıyaslandığında pek sönük kaldıklarını bir sonraki bölümde tartışacağız. Ancak, klasik kuramla ve onun maddesel gerçeklik hakkında bize anlattıklarıyla işimiz daha bitmedi. Bir sürpriz daha var!

'Madde' nedir? Madde, gerçek fiziksel nesneleri, bu dünyanın 'cisimlerini' oluşturan gerçek özdür. Sizin, benim ve evlerimizin yapıldığı şeydir. Maddeyi nasıl *niceleriz*? Ders kitaplarımız bize Newton'un verdiği açık yanıtı verir. Bir cismin içerdiği madde miktarını ölçen, cismin, veya cisimler sisteminin *kütlesidir.* Bu tanım gerçekten doğru görünüyor: Toplam madde miktarını doğru olarak ölçecek kütle dışında herhangi bir başka fiziksel nicelik yoktur. Üstelik kütle *korunur:* Herhangi bir sistemin kütlesi, ve bu nedenle toplam madde içeriği, ne olursa olsun değişmez.

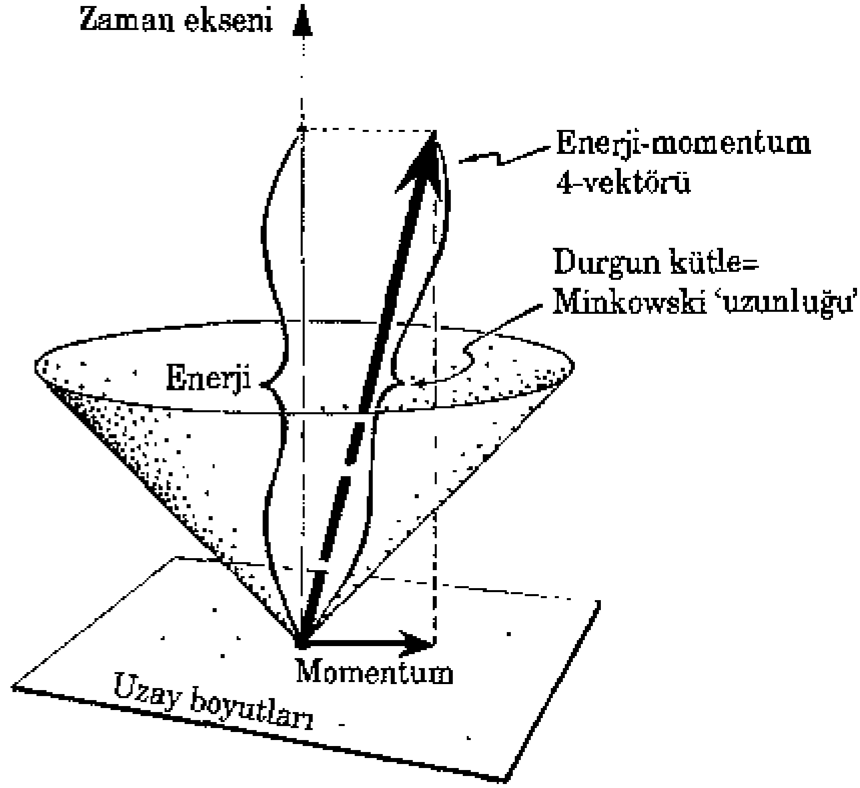
Ne var ki Einstein'ın ünlü özel görelilik kuramından gelen

$$E = mc^2$$

bağıntısı kütle (m) ve enerjinin *(E)* birbiriyle yer değiştirebildiğini söylemektedir. Örneğin, bir uranyum atomu parçalanıp, daha küçük parçalara ayrıştığında, durgun duruma getirilmeleri halinde, bu parçaların kütlelerinin toplamı uranyum atomunun parçalanmadan

önceki kütlesinden daha *azdır*; fakat, parçacıkların hareket *enerjisi - kinetik* enerjisi (bkz. s. 22)[XIV] dikkate alındığında ve c^2 ile *(E = mc*^{2} ile) bölünerek kütle değerlerine çevrildiğinde, toplamın aslında *değişmediğini* buluruz. Kütle, gerçekten korunur fakat, kısmen enerjiden oluşması nedeniyle, maddenin miktarının ölçüsü olduğu artık o kadar kesin değildir. Ne de olsa enerji, maddenin hızına bağlıdır. Hareket hızı, bir ekspres tren için bayağı büyüktür, ama bu trenin içinde oturuyor olsaydık, kendi bakış açımıza göre, tren hiç bir harekete sahip değil gözükürdü. Bu eylemin enerjisi (bireysel parçacıkların rasgele hareketlerinin *ısıl enerjisi* değilse de) söz konusu uygun referans noktasının seçimiyle, 'sıfıra inmiştir'. Einstein'ın kütle-enerji ilişkisini en çarpıcı şekilde yansıtan bir örnek verelim: π°-mezonu adı verilen bir atom-altı parçacığın parçalandığını düşünelim. Bu parçacık kuşkusuz, iyi tanımlanmış (artı işaretli) kütleye sahip, *maddesel* bir parçacıktır. Saniyenin 10^{-16}'da biri kadar süre sonra (yukarıda değindiğim uranyum atomu gibi ama çok daha hızlı bozunarak), hemen daima *iki fotona* ayrışır (Şekil 5.36). π°-mezonuyla birlikte duran bir gözlemci için her bir foton, enerjinin yarısını yani π°-mezon'un kütlesinin yansını taşır. Foton 'kütlesi' bulutsu yapıdadır: yani *saf enerjidir.* Çünkü, fotonlardan birinin yönünde hızla gidebilseydik, kütle-enerjisini dilediğimiz kadar küçük bir değere düşürebilirdik: Bir fotonun gerçek kütlesi (veya, az sonra inceleyeceğimiz gibi, *durgun* kütlesi) aslında *sıfırdır.* Bütün bu örnekler, korunan kütlenin tutarlı bir tanımını veriyor, ama bu tanım daha önce gördüğümüz tamının tıpatıp benzeri değildir. Kütle, bir anlamda, hâlâ 'maddenin niceliğinin' bir ölçüsüdür ama görüş açısında önemli değişiklik olmuştur: Kütle enerjiyle eşdeğerde olduğu için, bir sistemin kütlesi, enerjisi gibi, gözlemcinin hareketine bağlıdır!

Bu konuyu biraz daha ayrıntılandırmakta yarar görüyorum. Kütlenin rolünü üstlenen korunumlu nicelik, *enerji-momentum dört-vektörü* adı verilen niceliktir. Minkowski uzayının *O* merkezinde, *O* noktasındaki gelecek ışık konisinin *içinde* (veya, fotona karşı gelen limit durumunda, koninin *yüzeyinde kalan)* bir okla gösterilebilir. (bkz. Şekil 5.35).

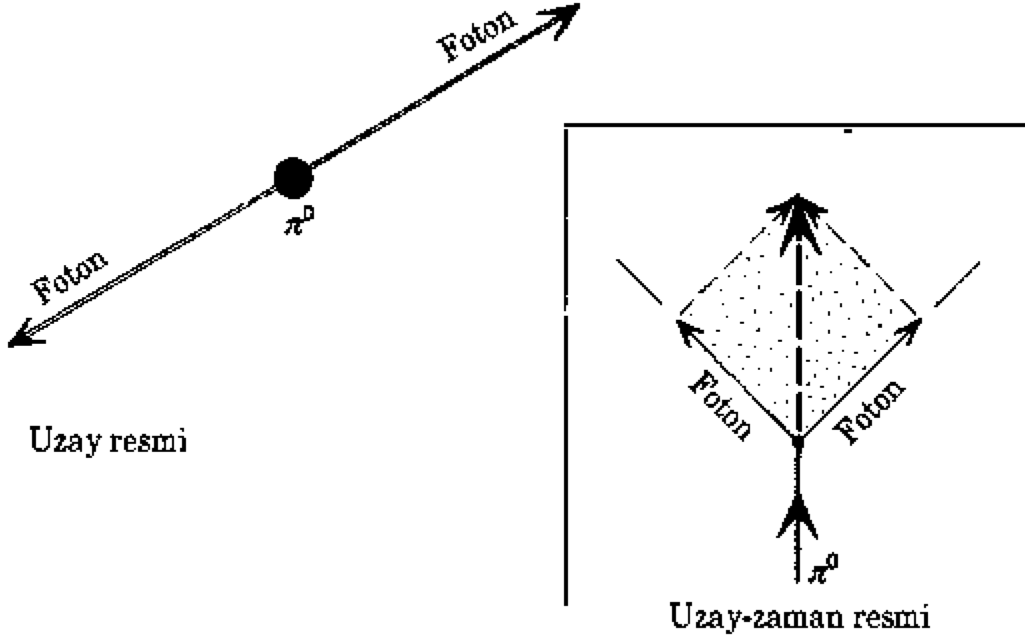


Şekil 5.35. Enerji-momentum 4-vektörü

Nesnenin dünya çizgisiyle aynı yöne yönelik bu ok, nesnenin enerjisi, kütlesi ve momentumu ile ilgili tüm bilgileri içerir. Buna göre, okun uc noktasındaki '*t*-değeri' (veya okun 'yüksekliği'), gözlemci tarafından ölçüldüğünde, nesnenin *kütlesini* (veya c^2 ile bölünmüş *enerjisini),* gözlemcinin referans çerçevesine göre, tanımlar; uzaysal bileşenleri ise (*c* ile bölünmüş) *momentumunu* verir.

Bu okun Minkowski 'uzunluğu', *durgun kütle* olarak bilinen önemli bir niceliktir. Cisimle beraber duran bir gözlemciye göre kütleyi tanımlar. 'Madde miktarı'nı ölçmek için uygun bir nicelik oluşturduğu görüşünü benimseme eğiliminde olabiliriz. Ancak, böyle iki nicelik toplanmaz: Bir sistem ikiye ayrılıyorsa, sistemin başlangıçtaki durgun kütlesi, sonuçta ortaya çıkan iki parçanın durgun kütlelerinin toplamına eşit değildir. Yukarda verdiğimiz π°-mezonu örneğini anımsayın. π°-mezonu artı durgun kütleye sahipken, sonuçta elde edilen iki fotondan her ikisinin de durgun kütleleri sıfırdır. Ancak, toplanma özelliği, Şekil 5.36'da gösterilen *vektör* toplama yasası bağlamında 'toplamak' zorunda olduğumuz dörtlü ok için geçerlidir. Böylece 'madde miktarı'nı ölçen nicelik bu *okun tümü* olmaktadır!

Şimdi, Maxwell'in elektromanyetik alanını düşünelim. Bu alanın enerji taşıdığını söylemiştik. $E = mc^2$ bildirimine göre bir kütleye sahip olmalı. Öyleyse Maxwell alanı da bir maddedir! Maxwell alanı, parçacıkları birarada tutan kuvvetlerle yakından ilişkili olduğuna göre bunun gerçekten böyle olduğu kabul edilmeli. Herhangi bir cismin kütlesine, kendi elektromanyetik alanlarının önemli ölçüde bir katkısı olmalı.[28]



Şekil 5.36. Kütleli π°-mezonu, kütlesiz iki fotona bozunur. Uzay-zaman resmi, enerji-momentum dört-vektörünün nasıl korunduğunu gösteriyor: Paralelkenar yasasına göre toplandığında, π°-mezon'unun dört-vektörü, iki fotonun 4-vektörlerinin toplamına eşittir.

Einstein'ın kütleçekim alanına ne demeli? Bir çok yönden Maxwell'in alanına benzemektedir. Maxwell kuramına göre elektrik yüklü cisimler hareket halindeyken nasıl *elektromanyetik* dalgalar yayıyorsa, kütleli cisimler de hareket halindeyken (Einstein'ın kuramına göre) *kütleçekimsel* dalgalar yayabilirler (s. 79). Bu dalgalar da, tıpkı elektromanyetik dalgalar gibi ışık hızıyla hareket edecek ve enerji taşıyacaklardır. Fakat bu enerji standart yöntemle, ENERJİ tensörüyle, ölçülmez. (Yalın) bir kütleçekimsel dalga için bu tensör her yerde *sıfırdır*! Ancak, uzay-zaman *eğriliğinin* (ki şimdi tümüyle WEYL tensörü tarafından verilmektedir), kütleçekimsel

dalgaların ‘maddesini’ temsil edebileceği söylenebilir. Fakat kütleçekimsel enerjinin *yerel olmaması* nedeniyle, uzay-zamanın eğriliğini sadece sınırlı bölgelerde incelemek suretiyle söz konusu enerjinin niceliği saptanamaz. Bir kütleçekim alanının enerjisi -ve bu nedenle kütlesi- gerçekten çok kaygan bir yılan balığı gibi elimizden kaçıp gidiyor, belirli bir yerde tutmamızı zorlaştırıyor. Ancak, bu tanımın ciddiye alınması gerekir. Çünkü kütleçekimi kuşkusuz *orada* öylece duruyor ve kütle kavramının tümüyle korunabilmesi için dikkate alınması gerekiyor. Kütleçekimsel dalgalara uygulanan iyi (ve artı tanımlı) bir kütle ölçeği var (Bondi 1960, Sachs 1962). Ama, yerel olmama özelliği nedeniyle, böyle tanımlanmış kütle (bir kasırganın tam merkezindeki sakin bölge gibi) uzay-zamanın eğriliğinin sıfır olduğu *düz* bölgelerinde bazen sıfırdan farklı olabilmektedir! (bkz. Penrose / Rindler 1986, s. 427) (yani *WEYL ve RICCI* tensörlerinin, her ikisi birden, sıfırdır!) Bu gibi durumlarda, kütle-enerjinin mutlaka bir yere yerleştirilmesi gerekiyorsa, bu yer her türlü madde veya alandan tamamen arınmış bir bölge olan *düz, boş uzay* neden olmasın demek geliyor içimizden. ‘Madde’ ya *orada,* boş bölgelerin en boşunda bulunmaktadır ya da hiç bir yerde yoktur!

Tam anlamıyla bir paradoks gibi görünüyorsa da bizim en yetkin klasik kuramlarımızın, gerçekten üstün kuramlarımızın, dünyadaki ‘gerçek’ maddenin doğası hakkında bize kesinlikle önerdiği budur, biraz sonra tartışmaya başlayacağımız kuantum kuramını bir yana bıraksak, klasik kurama göre bile maddesel gerçeklik sandığımız kadar açık değildir. Maddenin nicelenmesi, hatta nerede bulunduğu veya bulunmadığı, olağanüstü öncelikli konulara bağlı olup sadece yerel olarak değerlendirilemez! Söz konusu yerelsizlik size şaşırtıcı geliyorsa, birazdan daha büyük şoklarla karşılaşmaya hazırlıklı olun.

VI. Bölüm
Kuantumun Büyüsü ve Kuantum Gizemi

Felsefecilerin Kuantum Kuramına Gereksinimleri Var mı?

Klasik fizik'te, sağ duyuya göre, 'orada bir yerde' nesnel bir dünya vardır. O dünya, kesin tanımlanmış matematiksel denklemlerin yönetiminde, açık ve belirlenebilir bir evrim içerisindedir. Newton'a göre bu nasıl böyleyse Maxwell ve Einstein'a göre de böyledir. Fiziksel gerçekliğin, bizden bağımsız olarak varolduğu bilinir ve ona hangi gözle baktığımızdan etkilenmez. Üstelik bedenlerimiz ve beynimiz o dünyanın bir parçasıdır, ve aynı açık ve belirlenebilir evrimin içinde oldukları kabul edilir. Tüm eylemlerimiz, davranışlarımızı bilinçli istemlerimizin de etkilediği hakkında ne düşünürsek düşünelim, bu denklemlerle belirlenir.

Böyle bir tanım, gerçekliğin doğası, bilinçli algılamalarımız ve görünüşteki özgür istencimizle ilgili ciddi[1] felsefi savların temelinde yatar. Bazı insanlar, yüzyılımızın ilk çeyreğinde, dünyanın gerçek davranışı ile klasik fizik tanımlamaları arasındaki ince farklarla ilgili gözlemlerden kaynaklanan, temel fakat tedirgin edici kavramlardan oluşan *kuantum. kuramının* da bu tanımda yer alması gerektiği düşüncesiyle bir rahatsızlık duygusuna kapılabilirler. Birçoklan için 'kuantum kuramı', parçacıklar, atomlar veya moleküller düzeyinde, tanımlamalarımızın kesinliğini engelleyen ve sadece olasılıklar üzerine kurulu davranışlar üreten, pek de açık olmayan bir 'belirsizlik ilkesi' kavramından öteye gidemez. Biraz sonra göreceğimiz gibi kuantum tanımlamaları, aslında, alışageldiğimiz klasik kuramlardan kökten farklı olmalarına karşın çok kesindirler. Üstelik, aksini savunan yaygın bir görüş bulunsa da, olasılıklar, *-belirleyici olarak* evrimleşen- parçacıklar, atomlar veya moleküller düzeyindeki kuantumdan değil, fakat görünüşe göre, bilinçli algılayabildiğimiz bir

klasik dünyanın doğasıyla ilişkili gizemli ve daha büyük çapta bir eylem vasıtasıyla ortaya çıkmaktadır. Bunu anlamaya ve kuantum kuramının fiziksel gerçeklik ile ilgili görüşümüzü değiştirmeye bizi nasıl zorladığını görmeye çalışmalıyız.

Kuantum kuramı ile klasik kuramlar arasındaki farkların çok önemsiz olduğunu düşünmek eğilimindeyiz ama bu farklar, normal boyutlarda bir çok fiziksel olgunun temelinde yatarlar. Katı cisimlerin varlığı, maddeyi oluşturan kuvvetler ve fiziksel özellikleri, kimyanın doğası, maddelerin renkleri, donma / kaynama olayları, kalıtımın güvenilirliği -bütün bunlar ve diğer bir çok bildiğimiz özelliklerin açıklanmaları kuantum kuramını gerektirir. Belki bilinçli olma olgusu da, tamamen klasik terimler kullanılarak anlaşılamaz. Belki uslarımız, *klasik* fiziksel yapının 'nesneleri' tarafından uygulanan bir algoritmanın özellikleri değil de, dünyamızı *gerçekten* yöneten fizik yasalarının tuhaf ve harikulade bir özelliğinden kaynaklanan niteliklerdir. Belki, bir anlamda, tüm zenginliğine ve gizemliliğine karşın tamamiyle klasik evrende yaşamak yerine, duyarlı yaratıklar olarak, kuantum dünyasında yaşamamız gerekliliğinin 'nedeni' budur. Bizler gibi düşünen, algılayan yaratıklar onun öz maddesinden oluşabilsinler diye kuantum dünyası *gerekebilir* mi? Böyle bir soruyu bizim değil, yaşanabilir bir evren yaratmağa kararlı bir Tanrının yanıtlaması daha uygun olur! Fakat bu soru bizi de ilgilendiriyor. Klasik dünya, bir parçası olarak bilinçliliği barındıramıyorsa, uslarımız, klasik fizikten ayrılan belirli kavramlara bir şekilde bağımlı olmalı. Bu konuyu, kitabın başka bir bölümünde tartışacağım.

Felsefenin başlıca sorularının derinliklerine dalacaksak, fizik kuramlarının en kesini ve gizemlisi olan kuantum kuramıyla gerçekten uzlaşmalıyız: Dünyamız nasıl davranmaktadır, ve, gerçekte, 'bizler' olan 'uslarımızı' ne oluşturur? Bilim, bir gün, Doğayı anlamamızı sağlamak için kuantum kuramından fazlasını veren *çok daha* engin bir kuramı bize sunabilir. Benim kişisel görüşüm, kuantum kuramının bile, içinde yaşadığımız dünyanın eksiksiz bir resmini çizmek için gerekli bazı temel kavramlardan yoksun, sadece boşluğu doldurmayı amaçlayan bir kuram olduğudur. Fakat bu bizim için bir bahane olmamalıdır; felsefi sezgilerden istediğimiz ölçüde yararlanmak istiyorsak dünya görüşümüzü kuantum kuramına göre yorumlamalıyız.

Ne yazık ki kuramcılar, bu tanımın *gerçekliği* hakkında çok ayrı (gözlemsel olarak aynı da olsa) görüşlere sahiptirler. Fizikçilerin çoğu, Niels Bohr'dan esinlenerek, *nesnel* bir tanımın yapılamayacağını söylerler. Kuantum düzeyinde, 'orada bir yerde' gerçekte hiç bir şey yoktur. Gerçek, yalnız 'ölçmelerin' sonuçlarıyla ortaya çıkar. Kuantum kuramı, sadece hesap yöntemini bildirir ve dünyanın gerçek resmini çizmeye kalkışmaz. Kuantum kuramına böylesi bir yaklaşım bana fazlasıyla bozguncu bir yaklaşım gibi geliyor ve bu nedenle daha olumlu bir çizgi izleyerek kuantum tanımına *nesnel fiziksel gerçeklik* kazandıran *kuantum durumuna* ulaşacağım.

Schrödinger denklemi bu durumla ilgili tümüyle belirleyici (determinist) bir zaman evrimini sağlar. Fakat zaman evrimli kuantum durumunda ve gözlemlenebilen fiziksel dünyanın gerçek davranışı arasındaki ilişkide çok garip bir şey var. Bazen, -bir 'ölçümün' gerçekleştiğini düşündüğümüzde -büyük çaba göstererek evrimleştirmeye çalıştığımız kuantum durumunu bir yana bırakarak, bu durumu sadece, *yeni* olası durumlar kümesinin birinden diğerine 'atlayacağı' çeşitli olasılıkların hesaplanmasında kullanmalıyız. 'Kuantum sıçraması' gibi yadırganacak bir kavramın yanısıra bir başka sorun da var: 'Ölçmenin' gerçekten yapıldığını saptayan fiziksel bir sistemin bu kararını doğrulayan etken nedir? Ölçüm aygıtının kendisi, ne de olsa, kuantum bileşenlerinden esinlenerek imal edilmiştir ve bu nedenle belirleyici Schrödinger denklemine uygun davranmalıdır. 'Ölçmenin' gerçekten yapıldığını saptamak için bilinçli bir varlığa mı gereksinim duymalıyız? Sanırım, kuantum fizikçilerinden yalnız ufak bir azınlık böyle bir görüşe katılacaktır. Bir olasılıkla, insan gözlemcilerin kendileri de minik kuantum bileşenlerinden oluşmuşlardır!

Bu bölümün sonlarına doğru sözünü ettiğim kuantum durumu için 'sıçrama' sürecinin tuhaf sonuçlarını tartışacağım; örneğin, bir yerde yapılan bir 'ölçmenin', uzak bir bölgede bir 'sıçramayı' nasıl oluşturabileceğini tartışacağım. Fakat önce, başka bir tuhaf olayla karşılaşacağız: Bazen bir cismin katedeceği iki alternatif ve karşıt konumlu yol, birleştirildiklerinde birbirlerini tamamiyle yok edecekler ve bundan öteye ne biri ne de öteki konumlanamayacaktır! Kuantum durumlarının nasıl tanımlandıklarını da oldukça ayrıntılı

inceleyeceğiz. Bu tanımlamaların, klasik tanımlamalardan ne kadar farklı olduklarını göreceğiz. Örneğin, bir parçacık, aynı anda ayrı yerlerde olabilir! Birkaç parçacık bir arada düşünüldüklerinde, kuantum tanımlamalarının nasıl karmaşıklaştığı hakkında bir fikir edineceğiz. Parçacıkların her biri ayrı ayrı tanımlanamasalar bile, değişik seçeneklerde düzenlendiklerinde kompleks toplamlar oluşturabilirler. Özdeş parçacıkların birbirinden ayrı kimliklere sahip olamamalarının nedenlerini öğreneceğiz. *Spin* özelliğini, bu tuhaf ve temelde kuantum mekaniksel, olan kavramı, ayrıntılı inceleyeceğiz. 'Schrödinger'in kedisi' denen düşünce deneyinin ikilemli sonuçlarını irdeleyeceğiz.

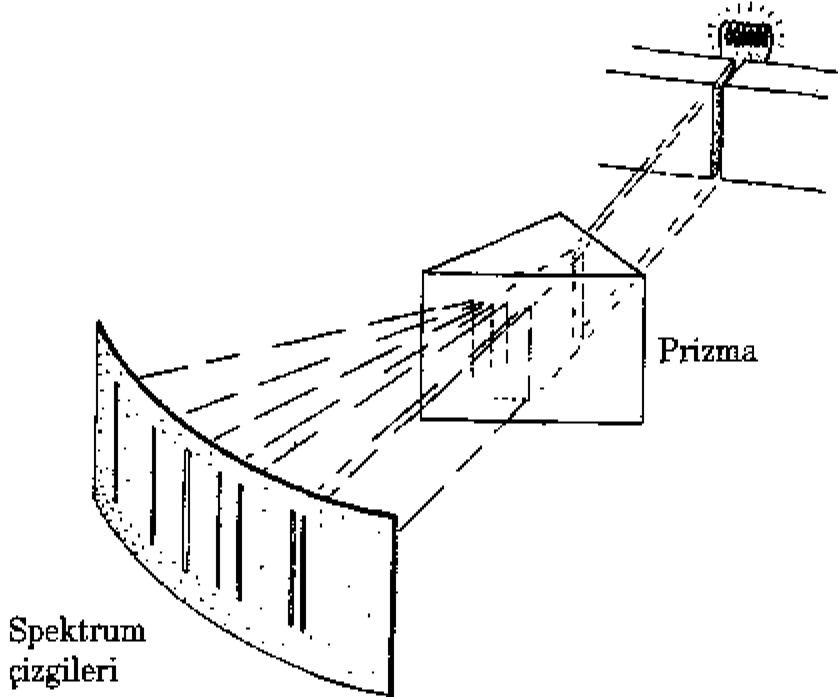
Bu bölümde yer alan konuların bir kısmı, önceki (veya sonraki) bölümlerde ele aldıklarımızın aksine kolay anlaşılır olmayabilir ama kuantum dünyasına ulaşmamızın başka yolu yok. Bir görüş bir türlü açıklığa kavuşmuyorsa yılmamanızı, yapıyı bir bütün olarak düşünerek kıyısından köşesinden de olsa bir iki kırıntı ele geçirmeğe uğraşmanızı öneririm. Elinizden hiçbir şey gelmiyorsa da umutsuzluğa kapılmayın. Bu durumda, ele avuca sığmamazlık yapının doğasında var demektir!

Klasik Kuramın Sorunları

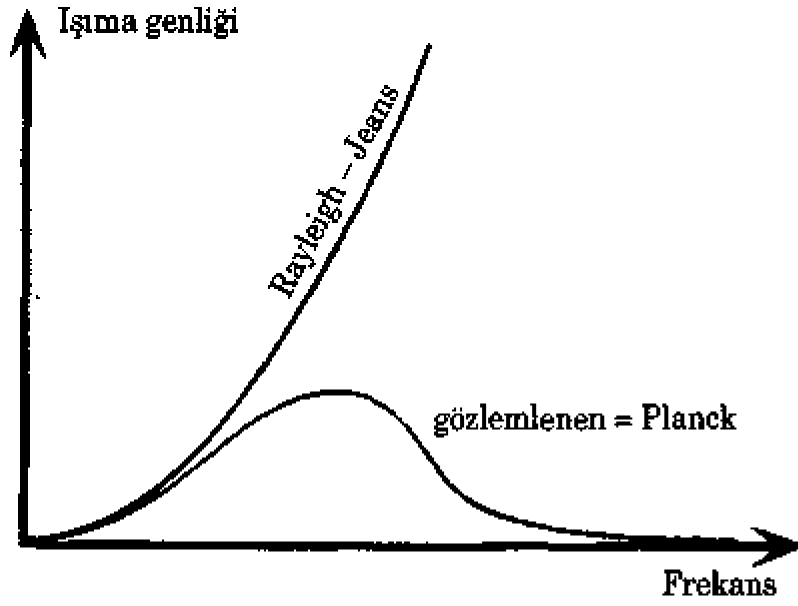
Klasik fiziğin, dünyamızı doğru ve tam olarak yansıtmadığını nasıl bilebiliriz? Başlıca nedenler, gözlemsel kanıtlarla gösterilmiştir. Kuantum kuramını fizikçiler bize kendi istekleriyle sunmadılar. Çoğunlukla kendi istekleri dışında bir çok bakımdan, felsefe yönünden tatmin edici olmayan bir yabancı dünyanın içine itildiler. Tüm görkemine karşın klasik dünyanın da karmaşık sorunları vardır. Bu sorunların kaynağı, iki tür fiziksel nesnenin bir arada var olmak zorunda olmalarıdır: Her biri *sonlu* sayıda (altı adet) değişkenle (üç konum ve üç momentum) tanımlanan *parçacıklar,* ve *sonsuz* sayıda parametre gerektiren *alanlar.* Bu ikili, fizik yönünden gerçek bir tutarlılığa sahip değildir. Parçacıkların ve alanların dengede olmalarını ('tamamen oturmuş olmalarını') gerektiren bir sistemde tüm enerji parçacıklardan alınıp alanlara verilir. Bu, enerjinin 'eş

bölüşümü’ denilen bir olayın sonucudur: denge durumunda, enerji, sistemin tüm özgürlük derecelerinin arasına eşit miktarda yayılır. Alanlar, sonsuz özgürlük derecelerine sahip oldukları için, zavallı parçacıkların payına hiç bir şey düşmez!

Özellikle, klasik atomlar durgun olmadıkları için, parçacıkların tüm eylemi, alanların dalga kiplerinin enerjisine dönüşür. Yeni Zelanda asıllı İngiliz deneysel fizikçisi Ernest Rutherford’un 1911’de sunduğu atomun ‘Güneş sistemi’ tasarımını anımsayınız. Gezegenlerin yerini elektronlar ve güneşin yerini ise minik bir çekirdek alır. Bunları bir arada tutan evrensel çekim kuvveti değil elektromanyetik kuvvetlerdir. Bu tasarımda ortaya çıkan temel ve görünüşte çözümsüz problem, çekirdeğin yörüngesinde hareket eden elektronun, Maxwell denklemleri uyarınca, çekirdeğin üstüne doğru sarmal hareketiyle ve saniyenin minik bir oranı içerisinde sonsuzluğa doğru giderek artan yoğunlukta elektromanyetik dalgalar üretmesi gerektiğidir! Ancak, böyle bir şey gözlenmemiştir. Aslında, gözlenen olayı, yani atomların kararlılığını, klasik kuramla açıklamak olası değildir.



Şekil 6.1. Isıtılan bir maddedeki atomlar, özgün frekanslarda ışık yayarlar. Bu ışıma, bir prizmadan geçirilerek, atomların özelliğini yansıtan spektrum çizgileri kümesi oluşturulur.



Şekil 6.2. Sıcak bir cismin ('siyah cisim') ışıma genliğinin klasik yöntemle (Rayleigh-Jeans) ve gözlemle ölçülen değerleri arasındaki farktan hareketle Planck, kuantum kuramının ilk aşamasını başlattı.

Atomlar, ancak belirli frekanslarda elektromanyetik dalgalar (ışık), gözlemlendiği şekliyle keskin *spektral çizgileri* yayabilirler (Şekil 6.1). Üstelik bu frekanslar, klasik kuramda yeri olmayan 'anlamsız' (çılgın) kurallara[2] bağlıdır.

Konumuzla ilgili bir başka örnek, 'siyah cisim ışıması' olarak tanınan olaydır. Belirli bir ısıda, elektromanyetik ışımanın parçacıklarla dengede olduğu bir cisim düşünün. 1900 yılında Rayleigh ve Jeans, bu durumda, tüm enerjinin alan tarafından sınırsız olarak emileceğini hesapladılar! Burada fiziksel yönden alışılmadık bir durum söz konusudur. (Morötesi felaket; enerji durmaksızın giderek artan frekanslarda alana yönelmelidir.) Ancak doğa kendisini bu felaketten sakınabilmektedir. *Düşük* alan salınım frekanslarında, enerji Rayleigh ve Jeans tarafından hesaplandığı gibidir; fakat morötesi felaketini öngördükleri *yüksek* frekanslarda, enerji dağılımının sonsuz artmadığını, aksine frekans arttıkça sıfıra yaklaştığını gözlemler göstermiştir. Verilen bir ısıda, çok özgün bir frekansda (renk) enerji en yüksek değerine ulaşır; bkz. Şekil 6.2. (Akkor halindeki bir demir parçasının ışıması veya güneşin sarı-beyaz ışığı, aslında, bunun en bilinen örnekleridir.)

Kuantum Kuramının Başlangıcı

Bu sorunlar nasıl çözümlenecek? Newton'un parçacıklar resminin, kuşkusuz, Maxwell alanlarının desteğine gereksinimi var. Daha ileriye giderek *her şeyin* bir alan olduğunu, parçacıkların herhangi bir alanın, küçük fakat sonlu boyutlu, 'düğümleri' olduklarını varsayabilir miyiz? Bunun da bazı zorlukları var çünkü parçacıklar kıvrılarak, salınarak, durmadan değişerek sonsuz biçim değiştirebilirler. Fakat, gözlemlenen hiç böyle değildir. Fizik dünyasında aynı türden tüm parçacıklar *birbirine özdeştir.* Örneğin, iki elektron birbirinin tamamen aynıdır. Atomlar veya moleküller bile ancak sonlu sayıda farklı düzenlemeler oluşturabilirler.[3]Eğer parçacıklar alanlar olarak kabul edilirse, alanları sonlu ve kesikli özelliklere kavuşturacak yeni bazı öğelere gereksinim var demektir.

1900'de, zeki fakat tutucu ve tedbirli bir Alman fizikçisi olan Max Planck, yüksek frekanslı 'siyah cisim' kiplerinden kurtulmak için devrimsel nitelikte bir görüş sundu: Elektromanyetik salınımlar yalnız, E enerjisi ile v frekansı arasında belli bir ilişki bulunan kuantumlardan oluşur:

$$E = hv$$

Burada *h, Planck sabiti* olarak bilinen, Doğanın yeni bir temel sabitidir. Böyle bir zorlama varsayım yoluyla Planck'ın, bugün *Planck ışıma yasası* adı verilen kuramı ile, ışıma genliğinin frekansa bağımlılığını gözlemlerle bağdaştırması şaşırtıcıdır. (Planck sabitinin değeri normal standartlara göre çok küçüktür: yaklaşık 6.6×10^{-34} Joule-saniyedir.) Planck bu cesur atılımıyla kuantum kuramının perdesini aralamış oldu. Einstein başka bir şaşırtıcı öneride bulununcaya kadar fazlaca bir dikkat de çekmedi. Einstein'ın buluşu şöyleydi: Elektromanyetik alan tamamiyle bu tür bağımsız birimlerden oluşur! Maxwell ve Hertz'in, *ışığın* elektromanyetik alan salınmalarından oluştuğunu gösterdiklerini anımsayın. Böylece, Einstein'a -ve Einstein'dan iki yüzyıl kadar öncesi Newton'a- göre ışık aslında *parçacıklardır*! (On dokuzuncu yüzyılın başlarında İngiliz kuramcı ve deneycisi Thomas Young ışığın dalgalardan oluştuğunu göstermişti.)

Işığın aynı zamanda hem parçacıklardan hem alan salınmalarından oluşması nasıl olasıdır? Bu iki kavram yadsınamaz kadar birbirine terstir. Yine de bazı deneysel sonuçlar ışığın parçacıklardan oluştuğunu gösterirken bazıları dalgalardan oluştuğunu göstermiştir. 1923’te Fransız aristokrat ve fizikçi Prens Louis de Broglie, parçacık-dalga karmaşasına bir aşama daha katarak, doktora tezinde (bu tez için Einstein’ın onayını almak istemişti!), *madde* parçacıklarının bazen dalgalar gibi davrandıklarını savundu! De Broglie’nin, m kütlesine sahip herhangi bir parçacık için dalga frekansı v, Planck’ın bildirimini bir kez daha doğrular. Einstein’ın $E = mc^2$’si ile birleştirildiğinde ortaya çıkan eşitlik v’nin m ile bağlantısını gösterir:

$$hv = E = mc^2$$

de Broglie’nin önermesine göre klasik kuramın bir niteliği olan parçacık-alan ikiliğini Doğa tanımamaktadır. Gerçekten, v frekansıyla salınan her neyse yalnız kesikli hv/c^2 kütle birimlerinden oluşabilir. Nasıl oluyorsa oluyor Doğa, *parçacıkların ve alan salınımlarının aynı şeyler* oldukları tutarlı bir dünya inşa etmeyi başarıyor! Veya, daha doğrusu, Doğa’nın dünyası, ‘parçacık’ veya ‘dalga’ diye uygun tanımlar yapmamıza ancak kısmen olanak veren daha incelikli bir içerik taşıyor.

Planck bağıntısı, yirminci yüzyıl bilimsel düşününün ünlü simalarından Danimarkalı fizikçi Niels Bohr tarafından (1913) parlak bir biçimde kullanıldı. Bohr’un açısal momentum kuralında (s. 22) öngörülen fikir, çekirdeğin yörüngesindeki elektronların açısal momentumunun yalnızca *h/2*□’nin tam katları değerler alabileceği idi. Sonradan Dirac, daha kullanışlı bir simge olan ħ tanımını verdi:

$$\hbar = h/2\pi$$

Buna göre, açısal momentum (hangi eksene göre ölçülürse ölçülsün) sadece şu değerleri alabilir:

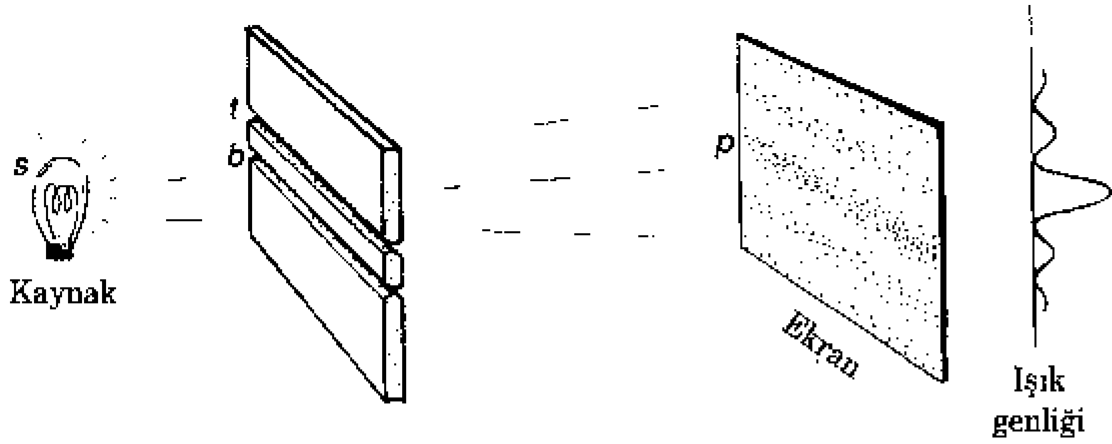
0, ħ , 2 ħ , 3 ħ , 4 ħ,...

Bu yeni içeriğiyle atomun ‘Güneş sistemi’ modeli, oldukça doğru bir şekilde, birbirinden ayrık kararlı enerji düzeylerini ve Doğanın gerçekten uyduğu ‘çılgın’ kuralları vermekteydi!

Bu çarpıcı başarısına karşın Bohr'un parlak önerisi, 'eski kuantum kuramı' olarak anılan, ancak geçici bir yararı olan 'yamalı bohçadır'. Bugün bildiğimiz şekliyle kuantum kuramı, biri Alman Werner Heisenberg, diğeri Avusturyalı Erwin Schrödinger olmak üzere dikkate değer iki fizikçi tarafından birbirinden bağımsız olarak başlatılmıştır. Önceleri, iki yaklaşım, 1925'te Heisenberg'in 'matriks mekaniği' ve 1926'da Schrödinger'in 'dalga mekaniği' olarak birbirinden ayrı kuramlar olarak görülmüşse de, daha sonra aralarındaki yakın ilişki anlaşılmış; büyük İngiliz teorik fizikçisi Paul Adrien Maurice Dirac tarafından kapsamlı tek bir kuram halinde geliştirilmiştir. Bu kurama ve bunun sağladığı olağanüstü öngörülere daha sonra tekrar değineceğiz.

Çift Yarık Deneyi

Kuantum mekaniğinin ilk ana deneyini inceleyelim. Bu deneyde bir elektron veya ışık demeti, veya başka tür 'parçacık-dalga' demeti bir çift dar ve uzun yarıktan geçirilerek arkadaki ekrana düşürülür (Şekil 6.3). Daha açık örneklemek için, ışığı ele alalım ve ışığın kuantumlarına bilinen isimlendirmeye uyarak, 'fotonlar' diyelim. Işığın, parçacıklar (yani, fotonlar) olduğunun en açık belirtisi ekranda gözükür. Işık, aralıklı olarak yerelleşmiş enerji birimleri halinde ekrana ulaşır; ışık enerjisi, $E = hv$ Planck formülü uyarınca frekansı ile ilişkilidir. Ekrana ulaşan enerji asla bir fotonun yarısı (veya herhangi bir başka oranı) kadar değildir. Işık düşümü, foton birimleri cinsinden bir ya- hep-ya-hiç olayıdır. Sadece tam sayıda foton görülebilir.

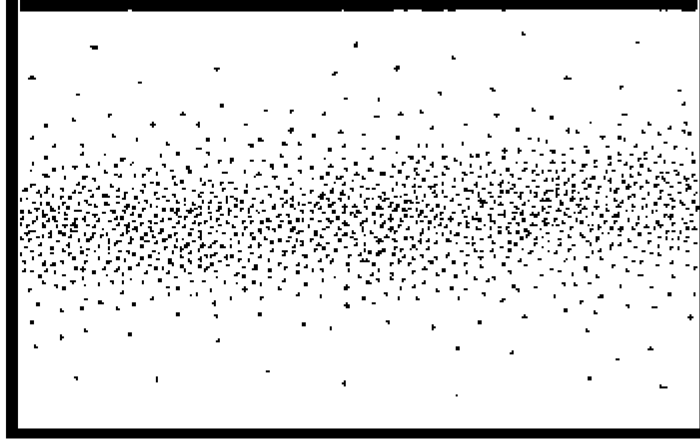


Şekil 6.3. Monokromatik (tek renkli) ışıkla yapılan iki ince yarık deneyi.

Ancak, fotonlar yarıklardan geçerken bir *dalga davranışı* ortaya çıkar. Önce, yalnız bir yarığın açık (diğerinin kapalı) olduğunu varsayın. Işık açık kalan yarıktan geçtikten sonra dalga yayılma olayının bir özelliği olarak *kırınım,* sonucu dağılır. Fakat bu durumda bile parçacık niteliklerini önde tutabiliriz. Yarığın kenar çevresinin bir etki yaratarak, fotonları rasgele miktarlarda bir tarafa veya öteki tarafa saptırdığını düşünebiliriz. Yarıktan geçen ışık hatırı sayılır büyüklükte bir genliğe sahipse, yani oldukça fazla miktarda foton içeriyorsa, ekrandaki aydınlanma düzgün bir dağılım gösterir. Işık genliği iyice azaldığından, parçacık niteliklerine uygun olarak, fotonların ekrana vurduğu yerlerde bireysel noktalar halinde aydınlanma oluşur. Aydınlanmanın düzgün görünümü ışığın içerdiği fotonların çok fazla sayıda olması nedeniyle istatistiksel bir etkidir (Şekil 6.4) (Kıyaslama amacıyla belirteyim: Altmış mumluk bir ampul saniyede yaklaşık 100 000 000 000 000 000 000 foton üretir!) Gerçekten de fotonlar yarıktan geçerken rasgele dağılıyorlarmış görüntüsü verirler; değişik sapma açılarında değişik olasılıklarla dağılma, ekrandaki aydınlanmanın gözlemlenen görüntüsünü verir.

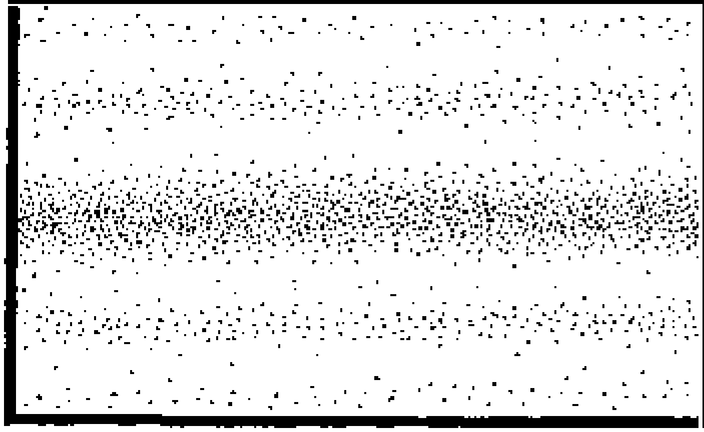
Ancak, parçacık nitelikleri ile ilgili esas problem, her iki yarığı da açtığımız zaman başgösterir! Yalın, katıksız bir renk, teknik adıyla *monokromatik* (yani, tek bir dalga uzunluğuna veya frekansa sahip; parçacık görüntüsünde ise fotonlarının tümünün aynı enerjiye sahip oldukları ışık) sağlayan sarı sodyum lambası ışık kaynağımız olsun. Burada, dalga uzunluğu 5 x 10^{-7} m kadardır. Yarıkların her birinin açıklığı 0.001 mm kadar ve birbirlerinden uzaklığı 0.15 mm kadar

olsun. Ekran yaklaşık bir metre uzakta yer alsın. Oldukça güçlü bir ışık genliğinde, yine düzgün görünümlü bir aydınlanma elde ederiz, fakat bu kez girişim deseni adı verilen bir *dalga* niteliği belirgindir. Ekranın ortasına yakın yerde yaklaşık üç milimetre eninde şeritler olmuştur (Şekil 6.5). Oysa, ikinci yarığı da açtığımızda sadece ekrandaki aydınlanmanın iki katına çıkmasını beklerdik. Toplam genel aydınlanma yönünden beklentimiz gerçekleşmiştir. Fakat şimdi, genliğin ayrıntılı dağılımı, tek yarıkla yapmış olduğumuz deneyle elde ettiğimiz genlikten tamamiyle farklıdır.



Şekil 6.4. Bir yarık açık olduğunda ekranda görülen genlik dağılımı tek tek küçük noktalar şeklindedir.

Ekranın bazı noktalarında, girişim deseninin en parlak olduğu noktalarda, aydınlanma genliği, ilk deneydeki genliğe kıyasla, iki kat değil tam dört kat artmıştır. Desenin en fazla silikleştiği diğer yerlerde genlik sıfıra iner. Sıfır genlikli noktalar parçacık yorumu için belki en büyük problemi yaratmaktadır. Yarıklardan birinin açık olması durumunda fotonun güle oynaya ulaştığı bu noktalar, ikinci yarığın da açılmasıyla birdenbire fotona *yasaklanıverdi.* Fotona izleyeceği yol için ikinci bir seçenek sunarak nasıl oluyor da onun öteki yolu da izlemesini *önlüyoruz*? Fotonun dalgaboyunu, fotonun 'büyüklüğü' olarak alırsak, ikinci yarık birincisinden 300 foton büyüklüğü kadar uzaktadır (her bir yarık birkaç dalgaboyu kadar açıktır) (Şekil 6.6). Öyleyse foton, yarıklardan birinden geçerken öteki yarığın açık olup olmadığını nasıl biliyor? Aslında, ilke olarak, söz konusu 'yapıcı' veya 'yıkıcı' girişim olaylarının oluşması için iki yarığın birbirinden uzaklığı konusunda bir sınır yoktur.

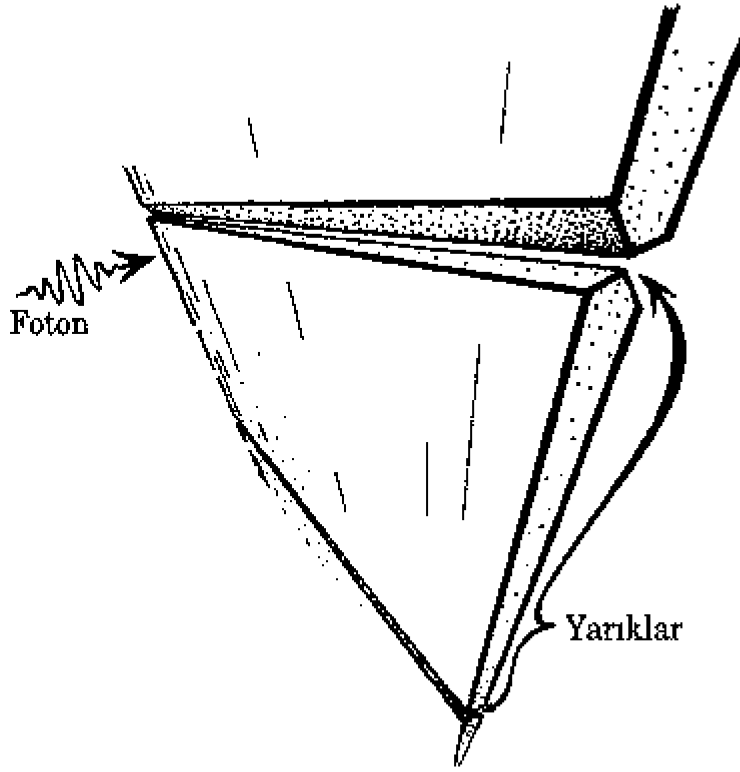


Şekil 6.5. Her iki yarık da açık olduğundaki genlik kesikli noktaların dalgalı dağılımını gösterir.

Işık yarıktan (yarıklardan) geçerken, öyle görünüyor ki, bir parçacık olarak değil bir *dalga* gibi davranmaktadır! Yıkıcı girişim dalgaların bir özelliği olarak bilinir. Dalganın yayılması için iki ayrı yol varsa ve *her iki* yol da dalgaya açıksa, iki ayrı yoldan gelen dalgaların birbirini söndürmesi olasıdır. Şekil 6.7'de bunun nasıl gerçekleştiğini gösterdim. Dalganın yarıklardan birinden geçen kısmıyla, öteki yarıktan geçen kısmı tekrar bir araya geldiklerinde aynı 'fazda' iseler, birbirlerini güçlendireceklerdir (başka deyişle, üst üste gelen iki dalganın tepeleri tepelerine ve, çukurları çukurlarına oturuyorsa), fakat tamamen ayrı 'fazda' iseler birbirlerini söndüreceklerdir. (Başka deyişle, iki dalgadan birinin dalga tepeleri öteki dalganın dalga çukurlarına oturuyorsa.) Çift yarık deneyinde, iki yarığa olan uzaklıkları farkı, dalgaboyunun *tam* sayı katına eşitse ekranda parlak yerler oluşur ve bu durumda dalga tepeleri ile çukurları gerçekten birlikte oluşmuşlardır; iki uzaklık arasında fark, bu değerlerin tam yarılarına eşit ise ekranda siyah yerler oluşur ve bu durumda dalga tepesi dalga çukuruyla ve dalga çukuru dalga tepesiyle buluşmuştur. Basit bir makroskopik klasik dalganın, iki yarıktan aynı anda bu şekilde geçmesinde olağanüstü bir şey yoktur. Ne de olsa bir dalga, ya sürekli bir ortamın (alan) ya da milyonlarca minik noktamsı parçacıktan oluşan bir maddenin 'bozulmuş' halidir ve kısmen bir yarıktan, kısmen öteki yarıktan geçebilir. Fakat burada durum farklıdır: Her bir foton, tamamen kendi başına bir dalgaymışçasına davranmaktadır! Bir anlamda, parçacık her *iki yarıktan aynı anda* geçerek *kendi kendisiyle girişim yapmaktadır*!

Çünkü ışık genliğinin tümünü yeterince azaltarak, bir anda birden fazla fotonun yarıklardan geçmesini engelleyebiliriz. Fotonun izleyebileceği iki ayrı yolunun bilinen olasılıkları alarak birbirlerini yok ettikleri yıkıcı girişim olgusu *tek tek* fotonlar için geçerlidir. İki yoldan sadece birisi fotonun yönlenmesi için açık durumdaysa, foton bu yolu izleyecektir. Öteki yol tek başına açıksa, bu kez foton o yolu izleyecektir. Fakat *her ikisi* birden fotonun önünde açılıyorsa, bu durumda iki olasılık mucizevi bir şekilde birbirini geçersizleştiriyor ve foton iki yolun hiçbirini izleyemiyor!

Okuyucu bir an durmalı, bu olağanüstü olayı düşünmelidir.

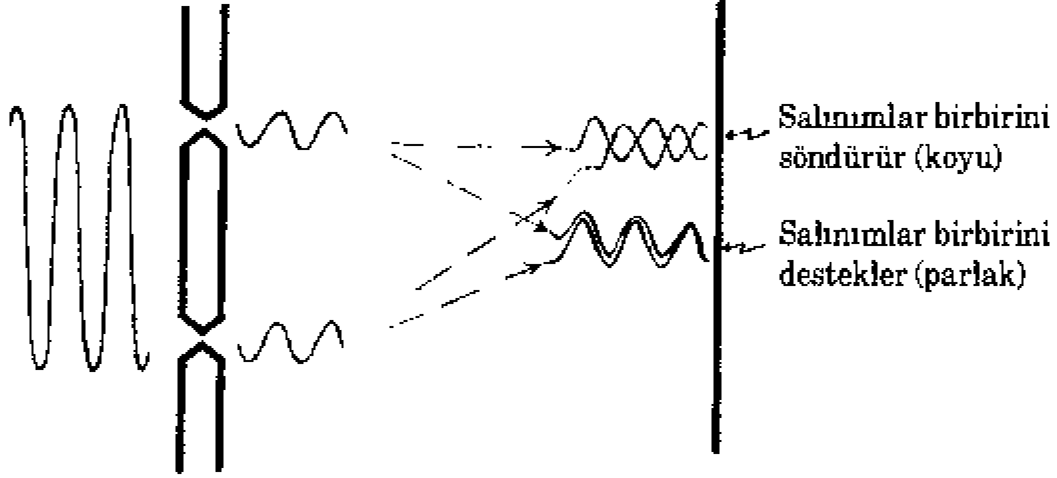


Şekil 6.6. Fotonun bakış açısından yarıklar! 300 'foton büyüklüğü' kadar uzaklıktaki ikinci yarığın açık mı yoksa kapalı mı olduğunu foton nasıl fark edebilir?

Işığın bazen parçacıklar bazen de dalgalar gibi davranmasında olağanüstü bir durum yoktur. Olağanüstü olan, *her bir* parçacığın, tamamen tek başına, bir dalga gibi davranması ve bir parçacıkla ilgili *değişik olasılıkların bazen birbirini yok etmeleridir.*

Foton gerçekten ikiye ayrılarak kısmen bir yarıktan, kısmen ötekinden geçebilir mi? Fizikçilerin çoğu deneyin bu şekilde

yorumlanmasına itiraz edeceklerdir. Yolların yalnızca *alternatif* olmaları nedeniyle ekranda beliren etkiye katkıda bulunamayacaklarını, ve yarıklardan geçmek için parçacığın ikiye bölünemeyeceğini ısrarla savunacaklardır.



Şekil 6.7. Tümüyle dalga resmine bakarsak, dalgaların girişiminden yararlanarak ekrandaki parlak/koyu şeritleri (kesikli olmaları dışında) açıklayabiliriz.

Parçacığın kısmen bir yarıktan kısmen öteki yarıktan geçmediği görüşünü desteklemek için, yarıklardan birine bir *parçacık detektörü* konulduğunu varsayalım. Gözlemlendiği zaman bir foton -veya başka bir parçacık- daima bir bütün olarak görünür, bir bütünün parçası olarak görünmez ve bu nedenle böyle bir detektör ya tek bir foton saptar ya da hiç bir foton saptayamaz. Ancak, böyle bir detektör fotonun hangi yarıktan geçtiğini *söyleyebilmek* için yarıklardan birine konulduğu zaman, ekrandaki girişim deseni kaybolur. Bu görüntünün oluşabilmesi için parçacığın 'aslında' hangi delikten geçtiği ile ilgili bir 'bilgi eksikliği' olmalı.

Girişim görüntüsünü elde etmek için, seçeneklerin her ikisinin de bazen 'yapıcı' yani beklenenin iki katı kadar bir miktarda birbirlerini güçlendirerek, veya 'yıkıcı', yani birbirlerini gizemli bir şekilde "yok ederek', katkıda bulunmaları gerekir. Gerçekte, kuantum mekaniğinin kurallarına göre olup bitenler bundan da gizemlidir! Seçenekler yapıcı girişimde bulunabilirler (ekrandaki en parlak noktalar) veya yıkıcı girişimde bulunabilirler (koyu noktalar); fakat daha başka tuhaf birleşimler de verebilirler, örneğin,

‘A seçeneği’ artı *i* kere ‘B seçeneği’

gibi bir birleşimde olabilmelidir; burada ‘i’, 3. Bölümde tanıştığımız eksi birin kare köküdür (= √-1) (ekrandaki gri noktalarda). Gerçekte, *herhangi bir kompleks sayı* ‘seçeneklerin birleştirilmesinde’ böyle bir rol alabilir!

3. Bölümdeki uyarımı anımsayacaksınız: Kompleks sayılar, ‘kuantum mekaniğinin yapısı için kesinlikle temel niteliktedir.’ Kompleks sayılar sadece matematiğin şık elemanları değildir. Bir çok ikna edici ve beklenmedik deneysel olgu sayesinde fizikçilerin dikkatlerini zorla üzerlerine çekmişlerdir. Kuantum mekaniğini anlamak için, katsayıların kompleks sayılar olabilmesini anlamalıyız. Bunlarla nereye varacağız, görelim.

Olasılık Genlikleri

Bir önceki kısımdaki tanımlamalarda fotonları kullanmamızın özel bir amacı yoktur. Elektronlar veya herhangi bir tür parçacık, hatta bütün halinde atomlar da aynı amaçla kullanılabilirdi. Kuantum mekaniğinin kuralları uyarınca, farklı seçenekli olasılıkların kompleks katsayılarla toplanarak birleşmeleri bağlamında kriket toplarıyla filler de toplanabilirler (süperpozisyon). Ancak biz, kriket toplarının ya da fillerin böyle alışılmadık şekilde toplanmalarını asla göremeyiz. Neden göremeyiz? Zor ve tartışması çok uzun olduğu için bu aşamada sorunun yanıtıyla tanışmanızı istemiyorum. Şu an için, bir iş kuralı olarak yalnızca, *kuantum düzeyi* ve *klasik düzey* olarak adlandırılan, olası iki farklı fiziksel tanım düzeyinin bulunduğunu varsayalım. Kompleks katsayılarla toplanmayı sadece kuantum düzeyinde kullanacağız. Kriket topları ve filler klasik düzey nesneleridir çünkü.

Kuantum düzeyi, moleküllerin, atomların, atom-altı parçacıkların, vb. düzeyidir. Genelde bunun çok ‘küçük ölçekli’ olguların düzeyi olduğu düşünülürse de, ‘küçük’ kavramı aslında fiziksel boyutu bildirmez. Biraz sonra göreceğimiz gibi, kuantumun sonuçları metrelerce, veya hatta ışık yılları boyunca oluşabilir. Bir şey çok küçük enerji farklarını içeriyorsa kuantum düzeyinde yer alabilir

şeklinde bir açıklama, belki daha doğru fikir verecektir. (Özellikle 8. Bölümde biraz daha ayrıntılı açıklayacağım.) Klasik düzey ‘makroskopik’ düzeydir ve alışık olduğumuz tanımlar, çevremizde olup bitenlerin, alışıldık nesnelerin ve fikirlerin olasılıkları bu düzeyde yer alır. Kuantum düzeyinde kullanmak zorunda olduğumuz kompleks sayıların klasik olasılıklarla yakından ilişkili olduklarını göreceğiz. Gerçekte aynı değillerse de, bunu anlamak için önce klasik olasılıkların davranışlarını anımsamamızda yarar var.

A ve B seçeneklerinin hangisinin meydana geleceğini bilmediğimiz klasik bir ‘belirsiz’ durum düşünün. Böyle bir durum, söz konusu seçeneklerin ‘ağırlıklı’ bir birleşimi olarak tanımlanabilir:

p kere A seçeneği artı *q* kere B seçeneği;

Burada *p,* A olayının *olasılığı* ve *q,* B olayının olasılığıdır. (Bir olasılığın 0 ila 1 arasında yer alan bir reel sayı olduğunu anımsayın. Olasılığın 1’e eşitliği ‘mutlaka olacak’, olasılığın 0’a eşitliği ‘hiçbir zaman olmayacak’, olasılığın 1/2’ye eşitliği olması veya olmaması eşit olasılıklar anlamındadır). A ve B *bincik* seçeneklerse, ikisinin olasılıklarının toplamı 1’e eşittir:

$$p + q = 1.$$

Ancak, A ve B’den başka seçenekler de varsa, A seçeneği ile B seçeneğinin olasılıklarının toplamı 1’den küçüktür. Bu durumda, $p : q$ oranı A olayının B olayına göre oluşma olasılığı oranıdır. Yalnız bu iki seçeneğe göre A ve B olaylarının gerçek olasılıkları, sırasıyla, $p/(p + q)$ ve $q/(p + q)$ olarak bildirilir. Bu yorum $p + q$, 1’den büyük olsa bile kullanılabilir. (Örneğin, üst üste yinelenen bir deneyde bu yorumun çok yararı olabilir: A verilerinin sayısı olarak *p* ve B verilerinin sayısı olarak *q* alınabilir). $p + q = 1$ ise *p* ve *q* sayılarının *normalleştirilmiş olduğunu* ve bu nedenle, sadece olasılıkların oranlarını değil gerçek olasılıklarını verdiklerini söyleyeceğiz.

Kuantum fiziğinde görünüşte buna benzer bir uygulama yapacağız ama bu kez *p* ve *q,* kompleks sayılar olacak. Bu nedenle *p* yerine *w, q* yerine *z* kullanmayı yeğleyeceğim:

w kere A seçeneği artı *z* kere B seçeneği

yazdığımızda *‘w’* ve ‘z’yi nasıl yorumlamamız gerekir? Kuşkusuz bunlar olağan olasılıklar (veya olasılık oranları) değiller. Çünkü her

birisi bağımsız olarak eksi veya saf sanal olabilir, ama ikisi de bir çok bakımdan olasılık olarak davranır. (Daha sonra göreceğimiz gibi, uygun şekilde normalleştirildiklerinde) *olasılık genlikleri* veya sadece *genlikler* olarak anılırlar. Üstelik, çoğu kez, olasılıkların çağrıştırdığı şöyle ifadeler kullanırız: 'A'nın olması genliği *w,* B'nin olması genliği, z'dir.' Gerçek olasılıklar olmasa da şimdilik bunları olasılıklar veya daha doğrusu, olasılıkların kuantum düzeyindeki benzerleri olarak kabul edeceğiz.

Normal olasılıkların kuralları nelerdir? Daha önce tanımladığımız iki yarık deneyinde (Şekil 6.3) olduğu gibi fakat bu kez foton yerine makroskopik bir nesne, diyelim bir top kullandığımızı ve topa vurarak iki delikten birinden geçirip arkadaki bir ekrana gönderdiğimizi varsayalım. Bu durumda oluşacak olasılıklardan birisi *P(s,t)*'dir, yani s'de vurulduktan sonra top üstteki *t* deliğine ulaşır; başka bir olasılık *P(s,b)'*dir, yani top alttaki *b* deliğine ulaşır. Ayrıca, ekran üzerinde özel bir *p* noktası belirlersek başka bir olasılık, *P(t,p),* yani topun *t* deliğinden geçerek ekrandaki *p* noktasına ulaşacağı olasılık; ve yine başka bir olasılık *P(b,p),* yani *b* deliğinden geçerek *p* noktasına ulaşacağı olasılığıdır. Yalnız *t* üst deliği açık olduğu takdirde topa, vurulduktan sonra *t* yoluyla *p'*ye ulaşması olasılığını elde etmek için, topun s'den *t'*ye gidişi olasılığını, *t*'den *p*'ye gidişi olasılığı ile çarparız:

$$P(s,t) \times P(t,p).$$

Aynı şekilde, yalnız alttaki delik açıksa, topun *s*'den *p*'ye gidiş olasılığı:

$$P(s,b) \times P(b,p) \text{ olur.}$$

Her *iki* delik de açıksa, topun s'den *p*'ye *t* yoluyla gidiş olasılığı ilk ifadede olduğu gibi, yani yalnız *t* deliğinin açık olduğu durumdaki gibi*, P(s,t) x P(t,p)* dir; s'den *p*'ye *b* yoluyla gidiş olasılığı da yine *P(s,b) x P(b,p)* olup, *toplam,* olasılık *P(s,p),* yani topun s'den *p*'ye ulaşması olasılığı bu ikisinin *toplamına* eşittir:

$$P(s,p) = P(s,t) \times P(t,p) + P(s,b) \times P(b,p).$$

Kuantum düzeyinde kurallar aynıdır ancak bu kez olasılıkların rolünü kompleks *genlikler* üstlenmelidir. Buna göre, bir fotonla gerçekleştirdiğimiz iki yarık deneyinde fotonun s kaynağından *t*

yarığına ulaşması genliği *A(s,t);* ve fotonun *t* yarığından ekrandaki *p* noktasına ulaşması genliği *A(t,p)'*dir*;* bu iki genliğin çarpımı olan fotonun *t* yoluyla ekrandaki *p* noktasına ulaşmasının genliğidir.

$$A(s,t) \times A(t,p)$$

Alt yarık açık olsun olmasın üst deliğin açık olduğunu varsayarak bu doğru bir genliktir. Aynı şekilde, b'nin açık olduğu varsayılırsa, fotonun s'den *b* yoluyla (*t* açık olsun olmasın) *p*'ye ulaşması genliği şöyledir:

$$A(s,b) \times A(b,p)$$

Her iki yarık da açık olursa, fotonun *s*'den *p*'ye erişmesi için toplam genlik şöyle bulunacaktır:

$$A(s,p) = A(s,t) \times A(t,p) + A(s,b) \times A(b,p)$$

Hepsi iyi güzel de, bir kuantum etkisi klasik düzeye ulaşıncaya kadar büyültüldüğü zaman, bu genlikleri nasıl yorumlayacağımızı bilmedikçe bunun bize pek bir yararı yok. Örneğin *p* noktasına yerleştirilen bir foton detektörü, veya bir fotosel, kuantum düzeyindeki bir olayı, fotonun *p*'ye ulaşması olayını büyültmenin ve klasik olarak fark edilebilecek, diyelim bir 'klik' sesinin duyulması gibi bir olay, haline getirmenin yolunu bulabilir. (Ekran, fotonun gözle görülebilir bir leke bırakabileceği fotoğraf filmi görevini görebilse bu da işe yarayabilirdi, ama yine de biz bir fotosel kullanmaktan vazgeçmeyelim.) 'Klik' sesinin duyulması için şu gizemli 'genliklerden' birisi değil, gerçek bir *olasılık* gerekli! Kuantum düzeyinden klasik düzeye geçerken genliklerden olasılıklara nasıl geçeriz? Göründüğü kadarıyla bunu gerçekleştirmek için çok güzel fakat gizemli bir kural vardır.

Klasik olasılığı elde etmek için kompleks değerli kuantum genliğinin *mutlak değer karesini almalıyız.* 'Mutlak değer karesi' ne demek? Argand düzleminde kompleks sayıları nasıl tanımladığımızı anımsayınız (3. Bölüm s. 106). Bir *z* kompleks sayısının modülü (mutlak değer) $|z|$, *z* tarafından tanımlanan bir noktanın merkezden (yani O noktasından) uzaklığıdır. *z* sayısının mutlak değer karesi olan $|z|^2$ sadece bu sayının karesidir. Öyleyse,

$$z = x + iy$$

(ki burada x ve y reel sayılardır) kompleks sayısı verilirse, (Pythagoras teoremine göre, *O*'dan *z*'ye doğru parçası, *O, x, z* dik üçgeninin hipotenüsüdür) bizim için gerekli mutlak değer karesi şöyle bulunur:

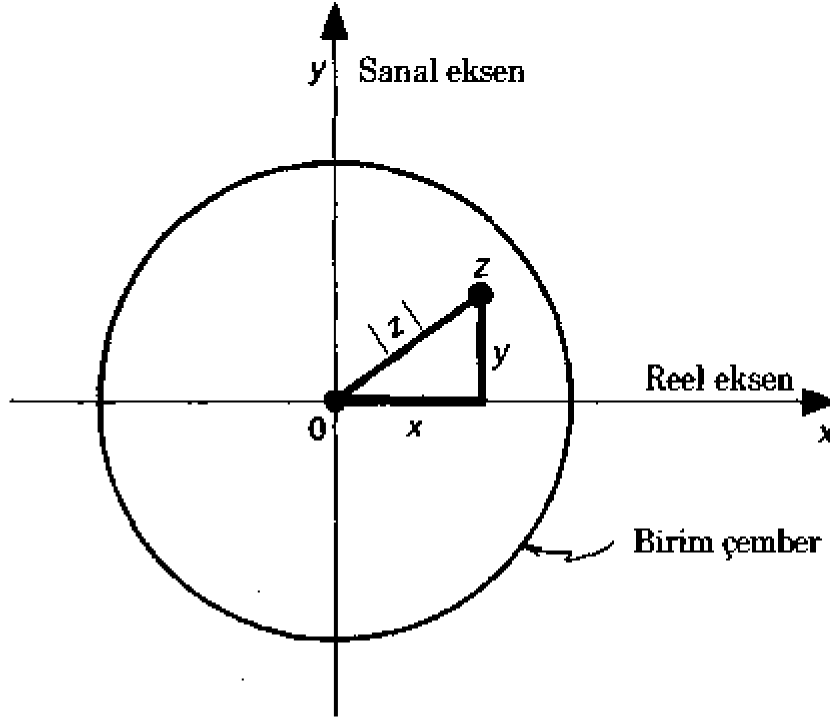
$$|z|^2 = x^2 + y^2.$$

Normalleştirilmiş gerçek bir olasılık için $|z^2|$ değerinin 0 ila 1 arasında yer alması gerektiğine dikkatinizi çekerim. Öyleyse uygun şekilde normalleştirmiş bir genliğe karşı gelen z noktası Argand düzlemindeki *birim çemberin* üstünde bir yerde bulunmaktadır (Şekil 6.8). Ancak, bazen, w kere A seçeneği + z kere B seçeneği gibi birleşimlere gereksinim duyacağız. Burada w ve z, olasılık genlikleriyle sadece orantılıdırlar ve bu nedenle birim çember içinde yer almaları gerekmez. *Normalleştirilmeleri* (ve böylelikle gerçek olasılık genliklerini vermeleri) için koşul, *mutlak değer karelerinin* toplamının 1'e eşitlenmesidir:

$$|w|^2 + |z|^2 = 1$$

Bu şekilde eşitlenmelerde, A ve B için gerçek genlikler, sırasıyla, $w/\sqrt{(|w|^2 + |z|^2)}$ ve $z/\sqrt{(|w|^2 + |z|^2)}$ olup, bu genlikler birim çember üstünde yer alırlar.

Görüldüğü gibi, bir olasılık genliği hiç de olasılık değil, fakat daha çok bir olasılığın 'kompleks kare kökü' gibi davranmaktadır. Bu durum, kuantum düzeyindeki etkiler, klasik düzeye ulaşmaları için büyültüldükleri zaman nasıl bir sonuç yaratır? Olasılıkları ve genlikleri bazen toplamak, bazen çarpmak durumunda kaldığımızı anımsayın.



Şekil 6.8. Argand düzleminde birim çember üstünde kalan bir z noktası ile temsil edilen bir olasılık genliği. Merkezden uzaklığın karesi $|z|^2$, etkilerin klasik düzeye büyültülmesi halinde gerçek olasılık haline gelir.

Dikkate alınması gereken ilk nokta, *çarpma* işleminin, kuantumdan klasik kurallara geçişte bir sorun yaratmamasıdır. Bunun nedeni önemli bir matematiksel gerçektir:

$$|zw|^2 = |z|^2 \, |w|^2.$$

(Bu özellik, 3. Bölümde verildiği gibi, bir çift kompleks sayının çarpımının geometrik tanımından kaynaklanır; fakat $z = x + iy$, $w = u + iv$ reel ve sanal kısımları yönünden biraz mucize gibidir. Deneyin!)

Bu gerçeğin bildirimi şudur: Parçacığın önünde açık bir tek yol varsa, örneğin bir tek açık yarık (diyelim *t)* varsa, çıkarım klasik düzeyde yapılabilir ve ara noktada *(t)* parçacık Ayrıca saptansın veya saptanmasın, olasılıklar fark etmez.[XV] Genliklerin mutlak değer karelerini bu ara aşamalarda veya yalnız yolun sonunda alabiliriz; sonuçta elde edilen olasılık,

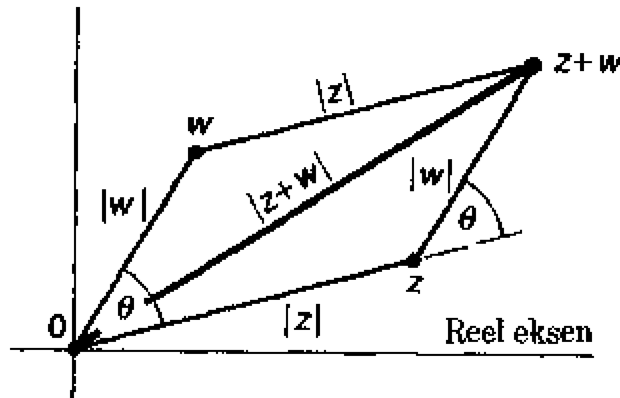
$$|A(s,t)|^2 \times |A(t,p)|^2 = |A(s,t) \times A(t,p)|^2,$$

çıkar ki her iki hesaplama için de yanıt aynıdır.

Ancak, parçacığın izleyeceği birden fazla yol varsa (her iki yarık da açıksa) bir *toplam,* almak zorundayız ve işte bu aşamada kuantum mekaniğin karakteristik özellikleri ortaya çıkmaya başlar. Toplamın mutlak değer karesini, *w* ve z kompleks sayılarının *w* + *z* toplamını oluşturduktan sonra alırsak, genelde bu sayıların, ayrı ayrı mutlak değer karelerinin toplamını elde etmeyiz; ek bir 'düzeltme terimi' çıkar:

$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w|\,|z| \cos \theta.$$

Burada θ, Argand düzleminin merkez noktasına göre *z* ve *w* noktaları arasında taranan açıdır. (Şekil 6.9) (Bir açının kosinüsü, dik üçgende komşu kenar / hipotenüs oranına eşittir. Yukarıdaki formülü bilmeyen meraklı okuyucular, 3. Bölümde verilen geometriden yararlanarak formülü doğrudan elde edebilirler. Aslında bu formül, biraz kılık değiştirmiş 'kosinüs teoreminden' başka bir şey değil!) İşte bu $2\,|w|\,|z| \cos \theta$, düzeltme terimi kuantum mekaniksel seçenekler arasındaki kuantum girişimini sağlar, $\cos \theta$, -1 ile 1 arasında değerler alabilir. θ=0° olduğu zaman $\cos \theta$=1 eşitliğini elde ederiz ve iki seçenek yapıcı girişime uğrar; öyleki toplam olasılık, ayrı ayrı olasılıkların toplamından fazladır. θ = 180° olduğu zaman $\cos \theta$ = -1 değerini elde ederiz ve iki seçenek yıkıcı girişime uğrayacağı için toplam olasılık ayrı ayrı olasılıkların toplamından azdır. θ = 90° olduğu zaman $\cos \theta$ = 0 eşitliğini elde ederiz; bu, iki olasılığın toplandığı bir ara durumdur. Büyük ve karmaşık sistemlerde düzeltme terimlerinin genel olarak 'ortalaması' alınır ve $\cos \theta$'nın ortalaması sıfır olduğu için bu terim düşer. Böylece, klasik olasılık kurallarıyla başbaşa kalırız! Fakat kuantum düzeyinde bu düzeltme terimi önemli girişim etkilerine neden olur.



Şekil 6.9. İki genliğin toplamının mutlak değer karesi için 2|*w*| |*z* | cos *θ* düzeltme terimini veren geometri

Şimdi her iki yarığın da açık olduğu, iki yarık deneyine geri dönelim. Fotonun *p* noktasına ulaşması için genlik *w + z toplamıdır:*

$$w = A(s, t) \times A(t,p) \text{ ve } z=A(s,b) \times A(b,p).$$

Ekrandaki en parlak noktalarda *w* = *z* eşitliği (cos θ=1) vardır ve buna göre

$$|w+z|^2 =|2w|^2 = 4|w|^2$$

formülünü elde ederiz ki bu, yalnız üst yarık açık olduğunda bulunan $|w|^2$ olasılığının dört katıdır. Bu nedenle, çok sayıda foton bulunduğu zaman genliği dört katı buluruz ki bu, gözlemle uyumlu sonuçtur. Ekranda *koyu* noktalarda *w* = *-z* eşitliği (cos θ=-1) varolduğuna göre

$$|w + z|^2 = |w - w|^2 = 0 \text{ bulunur.}$$

Başka bir deyişle genlik *sıfırdır* (yıkıcı girişim) ki bu yine gözlemle uyumludur. Tam ara noktalarda, *w* = *iz* veya *w* = -*iz* değerlerine (cos θ =0) sahip oluruz ve buna göre

$$|w + z|^2 = |w \pm w|^2 = |w|^2 + |w|^2 = 2|w|^2$$

bulunur ve yalnız bir yarık için bulunan genliğin *iki* katını verir (klasik parçacıklar için durum böyledir.) Bir sonraki kısımda, parlak, koyu ve ara yerlerin gerçek konumlarının nasıl hesaplandığını göreceğiz.

Son olarak bir noktaya daha değinmeliyim. Her iki yarık da açık olduğu zaman, *t* yoluyla *p* noktasına ulaşan fotonun genliği gerçekte *w = A(s,t)* x A(*t*,p)'dir ama bunun mutlak değer karesi olan $|w|^2$, fotonun *p* noktasına ulaşmak için gerçekten üst yarıktan geçtiği olasılığı diye yorumlanamaz. Böyle bir yorum, özellikle *p* ekrandaki koyu renkli bölgede yer alıyorsa, bize anlamsız yanıtlar verir. Fakat fotonun *t*'deki varlığını, *oradaki* varlığının (veya yokluğunun) etkisini klasik düzeye büyülterek ‘saptarsak’, fotonun gerçekten *t*'de varolduğu olasılığını hesaplamak için $|A(s,t)|^2$ ifadesini kullanabiliriz. Fakat böyle bir saptama, ekranda dalgalı deseni bozacaktır. Girişimi sağlamak için, fotonun yarıklardan geçerken *kuantum düzeyinde kalmasını* ve böylece iki ayrı yolun *her ikisinin* etkiye katkıda

bulunmasını ve bazen birbirlerini etkisiz kılmalarını sağlamalıyız. Kuantum düzeyinde alternatif yolların her birisinin olasılıkları değil yalnızca genlikleri vardır.

Bir Parçacığın Kuantum Durumu

Bir sisteme ait farklı seçeneklerin, bunlara karşı gelen olasılıkların kompleks katsayılarla çarpılarak garip bir şekilde toplanmasıyla kuantum düzeyinde daima birarada olabilmeleri ne tür bir fiziksel gerçeklik tanımına yol açar? Bir çok fizikçi böyle bir tanım bulmaktan umutlarını kesmiş görünüyorlar. Umutlarını yitirdikleri için kuantum kuramının, sadece olasılık hesaplarını yapmak için bir yöntem olduğu, fiziksel dünyanın nesnel bir tanımını yapamayacağı görüşüyle kendilerini avutuyorlar. Bazıları, kuantum kuramının nesnel bir tanımının yapılmasının, en azından fiziksel gerçeklerle uyumlu bir tanımının yapılmasının, mümkün olmadığını bildirdiğini savunuyorlar. Bana sorarsanız, böylesi bir karamsarlığın hiç bir gerekçesinin olmadığını söylerim. Şu ana kadar yaptığımız tartışmalara bakarak onların görüşlerine katılmayı çok erken buluyorum. İlerleyen tartışmalarımızda kuantum etkileri ile ilgili çok daha çarpıcı açmazlarla karşılaştığımızda belki de bu umutsuzluğun nedenlerini daha iyi değerlendirebileceğiz. Fakat şimdilik iyimserliğimizi elden bırakmayarak kuantum kuramının bize sunduklarını cesurca karşılamaya hazırlanalım.

Bu bize sunulan *kuantum durumu* ile verilendir. Bir tek kuantum parçacığını düşünmeye çalışın. Klasik düzeyde, bir parçacık uzaydaki konumuyla tanımlanır ve bir sonraki evredeki davranışını bilmek için, hızını (veya, eşdeğer olarak momentumunu) bilmeliyiz. Kuantum mekaniksel açıdan, bir parçacığın bulunabileceği *her bir konum,* ona sunulan bir 'seçenektir'. Tüm seçenekler, biraz önce gördüğümüz gibi, kompleks katsayılarla çarpılıp toplanabilirler. Bu kompleks katsayılar kümesi, parçacığın kuantum durumunu tanımlar. Kuantum kuramında, konumun bir kompleks değerli fonksiyonu kabul edilen ve parçacığın *dalgafonksiyonu* denilen bu katsayılar kümesini Yunan harfi ψ('psi' okunur) ile göstermek standart

uygulamadır. Herhangi bir *x* konumu için, dalgafonksiyonu ψ*(x)* değerine sahiptir ve bu parçacığın *x* konumunda bulunması olasılığının genliğidir. Kuantum durumunu bir bütün olarak göstermek için sadece ψ harfini kullanabiliriz. Parçacığın konumunun *fiziksel gerçekliğinin,* aslında, onun ψ kuantum durumu olduğu görüşünü benimsiyorum.

Kompleks değerli ψ nasıl tarif edilir? Üç boyutlu uzayda bu biraz zor olacağı için parçacığın, tek boyutlu bir doğru üzerinde, örneğin, standart (kartezyen) koordinat sisteminin *x*-ekseni boyunca kalmaya kısıtlandığını varsayalım. ψ, reel değerli bir fonksiyon olsaydı, *x*-eksenine dikey bir 'y-ekseni' gibi alınarak ψ'nin *grafiği* çizilebilirdi (Şekil 6.10a). Ancak, ψ *kompleks değerli bir* fonksiyon olduğu için bir 'kompleks y-eksenine' -Argand düzlemi olabilir- gereksinimimiz var. Hayalimizde, bu amaçla, farklı iki uzaysal boyut daha canlandırabiliriz: Diyelim ki, uzaydaki *y*-yönü, Argand düzleminin *reel* eksenini oluştursun *z*-yönü ise *sanal* eksen olsun. Dalgafonksiyonunun doğru tasarımlanması için ψ(*x*)'i Argand düzleminde bir nokta olarak (yani, *x*-eksenindeki her konuma karşı *(y,* z)-düzleminde bir nokta) işaretleyebiliriz. *x* değiştikçe bu nokta da değişir, ve izlediği yol, *x*-ekseninin yakın komşuluğu içinde dolanarak uzayda bir eğriyi tanımlar (Şekil 6.10b). Bu eğriye, parçacığın ψ-*eğrisi* diyelim. Parçacığı belirli bir *x* noktasında bulma olasılığı, -bu noktaya bir parçacık detektörü yerleştirilmiş gibi düşünelim- ψ(x) genliğinin mutlak değer karesini almak suretiyle bulunabilir:

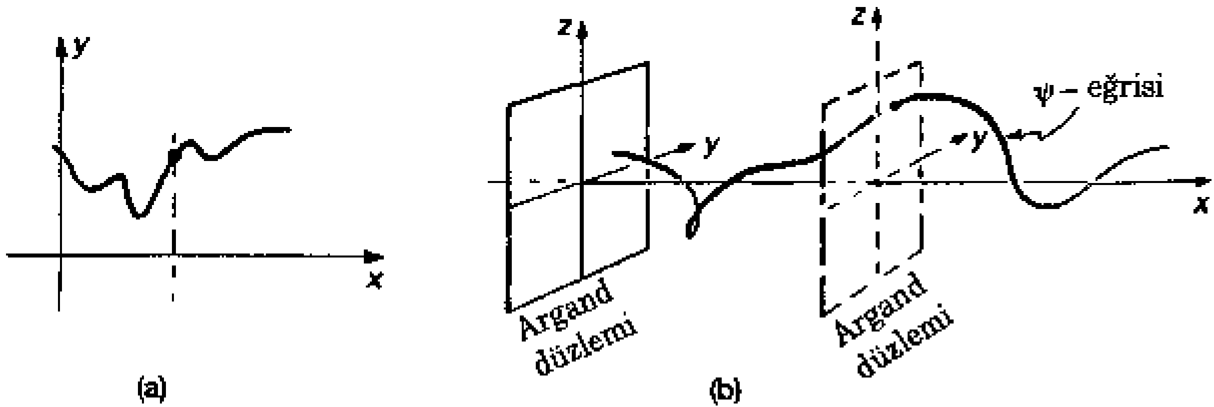
$$|\psi(x)|^2$$

Bu ifade, ψ-eğrisinin *x*-ekseninden uzaklığının karesidir.[XVI]

Üç boyutlu fiziksel uzaydaki bir dalgafonksiyonu ile ilgili olarak bu tür eksiksiz bir resim oluşturmak için, üç boyutu fiziksel uzaya ve iki boyutu ψ(*x*)'in işaretlendiği her noktadaki Argand düzlemi için olmak üzere *beş* boyut gerekir. Ancak, bizim basitleştirilmiş tek boyutlu resmimiz hâlâ yardımcı olabilir. Eğer bir dalgafonsiyonun fiziksel uzayda herhangi bir doğru boyunca davranışını incelemek istersek, *x*-eksenini bu doğru boyunca alabilir ve buna dik öteki iki uzay yönünü, gerekli Argand düzleminin tanımı için kullanabiliriz. Çift yarık deneyini daha iyi yorumlamak için bu resmin gerçekten yararlı olacağını göreceğiz.

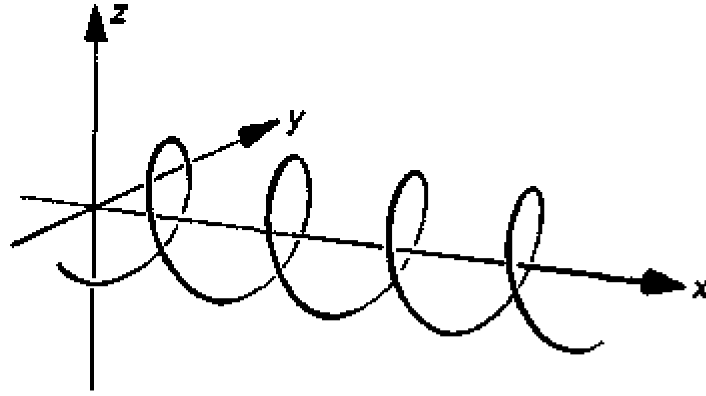
Daha önce söylediğim gibi, klasik fizikte, bir sonraki davranışını belirlemek için bir parçacığın hızının (veya momentumunun) bilinmesi gerekir. Bu konuda kuantum mekaniği bize önemli ölçüde ekonomi sağlar. ψ dalgafonksiyonu zaten olası momentum değerlerine karşı gelen genlikler içerir! (Bazı hoşnutsuz okuyucular, parçacığın basit klasik tanımını fazla büyüttüğümüzü düşünerek biraz ekonomi yapmanın zamanının çoktan geldiğini düşünüyor olabilirler. Onları anlayışla karşılamakla birlikte önlerine konulan lokmaları iştahla yemelerini öneririm, çünkü daha da beteri gelmek üzere!) Hız genlikleri ψ ile nasıl belirlenir? Aslında, momentum genliklerini dikkate almak daha iyi olur. (Momentumun, parçacığın kütlesi ile hızının çarpımı olduğunu anımsayın; s. 22) Yapılması gereken, *harmonik analiz* denilen yöntemin ψ fonksiyonuna uygulanmasıdır. Burada bunu ayrıntılandırmam yersiz olur, ama şu kadarını söyleyeyim; müzikte seslere uygulanan yöntem de budur. Herhangi bir dalga formu, farklı 'harmoniklerin' bir toplamı olarak ayrıştırılabilir ('harmonik analiz') ve farklı tınılarda (yani, farklı yalın frekanslarda) yalın ses tonları elde edilir. ψ dalgafonksiyonuna gelince 'yalın tonlar', parçacığın sahip olduğu olası momentum değerlerinin karşılığıdır, ve her 'yalın ton' büyüklüğünün ψ'ye katkısı, bu momentumun genliğidir. 'Yalın tonlara', *momentum durumları* denir.

Bir momentum durumu, ψ-eğrisi olarak neye benzer? Bir *helezona* benzer, ve matematiksel adı *helisdir* (sarmal). (Şekil 6.11)[XVII]. Sık helezonlar, büyük momentumlara, seyrek helezonlar küçük momentumlara karşılıktır.



Şekil 6.10. (a) Bir *x* reel değişkeninin reel değerli fonksiyonunun grafiği, (b) Bir *x* reel değişkeninin kompleks değerli fonksiyonu ψ'nin grafiği.

Ender olarak hiç helezonu bulunmayan sarmallar vardır, yani ψ-eğrisi düz bir çizgidir: Bu *sıfır* momentum durumudur. Ünlü *Planck* bağıntısı bu tanımların içindedir. Sık sarmallar kısa dalga uzunluğu ve yüksek *frekans,* ve dolayısıyla yüksek momentum ve yüksek *enerji* anlamına gelir; seyrek sarmallar düşük frekans ve düşük enerji *(E* daima v *(E = hv)* frekansıyla orantılı olarak) demektir. Argand düzlemleri olağan şekilde yönlendirilirse (yani, verilen *x, y, z* tanımlaması olağan sağ-elli eksenlere, uygun olarak yapılırsa), artı *x*-ekseni yönündeki momentumlar, sağ-elli sarmalların karşılığı olur.



Şekil 6.11. Bir momentum durumunun, ψ eğrisi sarmal yapıdadır.

Bazen kuantum durumlarını, yukarıda yaptığımız gibi, olağan dalgafonksiyonlarıyla değil, momentum dalgafonksiyonları ile tanımlamak yararlıdır. Bu çeşitli momentum durumlarına göre ψ'nin ayrışımına bakarak, yeni bir $\tilde{\psi}$ fonksiyonunun oluşturulmasından ibarettir. Her *p* için değeri $\tilde{\psi}$ *(p)* olan ve *x* konumunun değil *p* momentumun bir fonksiyonu olan $\tilde{\psi}$, p-momentumun $\tilde{\psi}$'ye katkısının boyutunu verir, *(p'lerin* uzayı, *momentum uzayı* olarak anılır.) p'nin her belirli seçimi için $\tilde{\psi}$'nin anlamı şudur: $\tilde{\psi}$*(p)* kompleks sayısı, *p momentumuna sahip parçacığın genliğidir.*

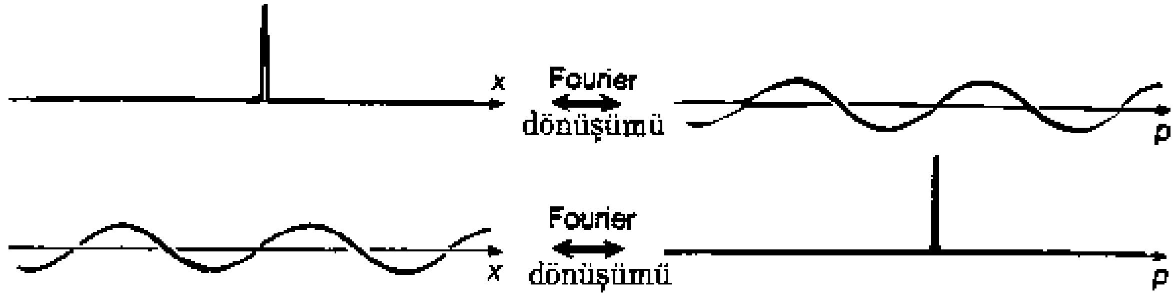
$\tilde{\psi}$ ve ψ fonksiyonlarının arasındaki ilişkinin matematiksel bir adı vardır. Sözü edilen fonksiyonlar, Fransız mühendis/matematikçisi Joseph Fourier'in (1768-1860) adıyla, *Fourier dönüşümleri* olarak bilinir. Burada sözünü edeceğim yalnız bir kaç bağıntıdan birisi ψ ve

$\widetilde{\psi}$'nin arasındaki simetridir: ψ'den $\widetilde{\psi}$'ye geri dönmek için, ψ den $\widetilde{\psi}$*'yi* elde etmek için uyguladığımız yöntemi uygularız. Artık, harmonik analizi yapılacak olan fonksiyon $\widetilde{\psi}$'dir. 'Yalın tonlar' (momentum uzayı resmindeki sarmallar), şimdi *konum durumları* adını alırlar. Her bir *x-konumu,* momentum uzayında bir 'yalın tonu' belirler, ve bu 'yalın tonun' ψ'ye katkısının büyüklüğü ψ*(x)* değerini verir.

Bir konum durumunun kendisi, olağan konum uzayı resminde, x-değeri dışında tüm genliklerin sıfır olduğu ortamda, *x* değerinde birdenbire yükselen bir ψ fonksiyonuna karşılık gelir. Böyle bir fonksiyon, *x* noktasında aldığı değer sonsuza gittiği için, teknik olarak, tam bir 'fonksiyon' sayılmasa bile, (Dirac) *delta fonksiyonu* adıyla bilinir. Aynı şekilde, momentum durumları (konum uzayı resimindeki sarmallar), momentum uzayı resmindeki delta fonksiyonlarını verirler (Şekil 6.12). Böylece, bir sarmalın Fourier dönüşümü bir delta fonksiyonudur, veya bunun tersi, bir delta fonksiyonu, bir sarmalın Fourier dönüşümüdür.

Konum uzayı tanımı, bir parçacığın konumunun ölçümü için yararlıdır; bu ölçümde, olası konumların etkilerinin klasik düzeye yükseltimi gerekir. (Genel bir örnek olarak, fotoseller ve fotoğraf filmleri, fotonların konum ölçümlerini sağlarlar.) Momentum uzayı tanımı ise, parçacığın momentumunu ölçmek için (başka deyişle, farklı momentumların etkilerinin klasik düzeye yükseltimi için) yararlıdır. (Momentum ölçümlerinde geritepki etkileri veya kristallerden kırınım etkileri kullanılabilir.) Her durumda, karşı gelen dalgafonksiyonunun (ψ veya $\widetilde{\psi}$) mutlak değer karesi, öngörülen ölçümün sonucunun istenen olasılığını verir.

İki yarık deneyine bir kez daha dönerek bu kısımdaki tartışmamızı noktalayalım. Kuantum mekaniğine göre, bir tek parçacığın bile, tek başına, sanki bir dalgaymış gibi davranabileceğini öğrendik. Bu dalga, ψ dalgafonksiyonu ile tanımlanır. En 'dalgaya benzer' dalgalar, momentum durumlarıdır.

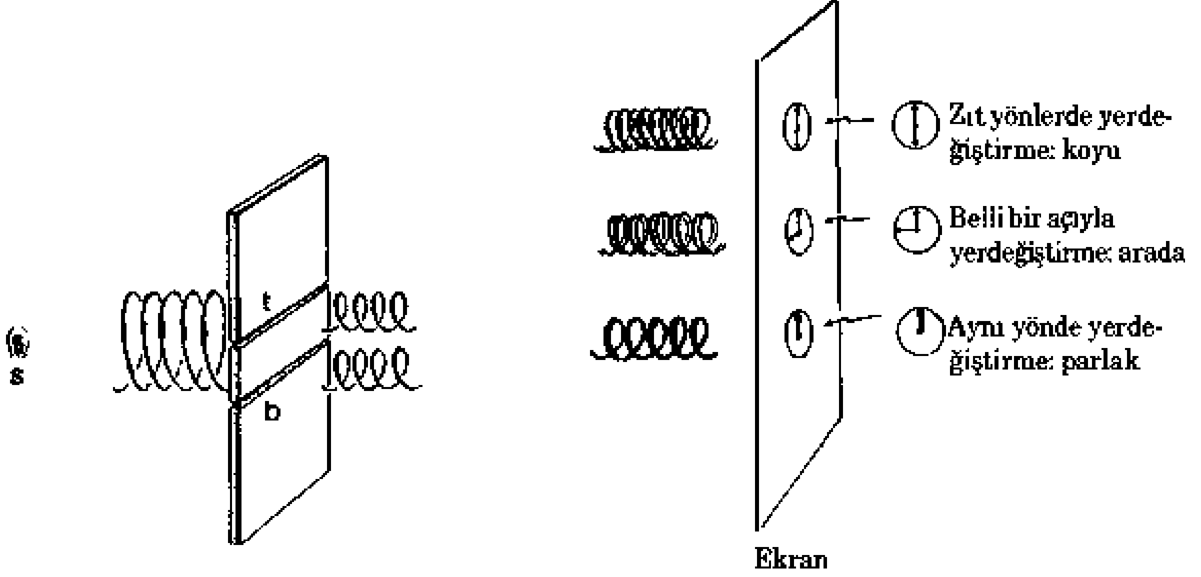


Şekil 6.12. Konum uzayında delta fonksiyonları, momentum uzayındaki sarmallara gider veya bunun tersi olur.

İki yarık deneyinde, fotonların belli bir frekansa sahip olmalarım öngördük; böylece foton dalgafonksiyonu, farklı yönlerdeki momentum durumlarından oluşur, ve dalgafonksiyonunda sarmalın bir dönüşü ile bir sonraki dönüşü arasındaki açıklık tüm sarmallar için aynı olup bu uzaklık fotonun *dalgaboyudur.* (Dalgaboyu, frekans tarafından belirlenir.)

Her bir fotonun dalgafonksiyonu kaynaktan başlayarak yayılır, (yarıklarda herhangi bir alıkoyma olmaksızın) ekrana doğru ilerlerken her iki yarıktan da geçer. Ancak yarıklardan, dalga-fonksiyonunun sadece bir bölümü geçebilir ve biz her bir yarığı, dalgafonksiyonun ayrı ayrı yayıldığı yeni birer kaynak olarak kabul ederiz. Dalgafonksiyonunun söz konusu iki bölümü birbirini etkiler, öyle ki, ekrana ulaştıklarında, ekran üzerinde birbirlerini güçlendirdikleri yerler ve birbirlerini söndürdükleri yerler vardır. Dalgaların nerede güçlendiklerini ve nerede birbirlerini söndürdüklerini anlamak için, ekranda bir *p* noktası seçeriz, *t* ve *b* yarıklarının her birinden *p* noktasına ulaşan doğru parçalarını inceleriz. *tp* doğrusu boyunca bir sarmal ve *bp* doğrusu boyunca başka bir sarmal elde ederiz. (*st* ve *sb* doğrulan boyunca da sarmallar elde ederiz ama kaynağın her bir yarıktan aynı uzaklıkta olduğunu varsayarsak, sarmalların her biri *yarıklara ulaşana dek* aynı miktarlarda dönmüş olacaklardır.) Şimdi, ekrandaki *p* noktasına ulaşıncaya kadar sarmalların kaçar kez dönecekleri *tp* ve *bp* doğru parçalarının uzunluklarına bağlı olacaktır. Bu uzunluklar, arasındaki fark dalgaboyunun tamsayı katlarına eşit olduğunda *p* noktasındaki sarmallar, eksenlerinden *aynı* yönlerde yer değiştireceklerdir (yani 0 bir önceki kısımda tanımladığımız değişken olmak üzere, θ = 0 olacaktır) ve böylece her birine ait genlikler toplanacak ve ekranda bir *parlak* nokta oluşturacaktır. Bu uzunluklar,

dalgaboyunun tamsayı katı artı yarım dalgaboyu kadar farklılık gösterirse, bu durumda *p* noktasındaki sarmallar, eksenlerinden *zıt* yönlerde (0 = 180°) yer değiştirecekler, böylece her birine ait genlikler birbirini yok edecek, ekranda bir *koyu nokta* oluşacaktır. Öteki tüm durumlarda, *p* noktasına ulaştıklarında, sarmalların yer değiştirmeleri arasında bir açı oluşacak ve böylece genlikler bir ara yolda birleşince, ara yoğunluklar oluşacaktır (Şekil 6.13).



Şekil 6.13. İki yarık deneyinin foton momentum durumlarının sarmal tanımıyla analizi.

Belirsizlik İlkesi

Pek çok okuyucu Heisenberg belirsizlik ilkesini duymuş olmalıdır. Bu ilkeye göre bir parçacığın hem konum ve hem momentumunu aynı anda ölçmek (yani klasik düzeye büyültmek) mümkün değildir. Bundan da kötüsü, Δx ve Δp ile göstereceğimiz bu ölçüm kesinsizliklerinin çarpımlarında,

$$\Delta x .\ \Delta p > \hbar$$

bağıntısıyla gösterilen mutlak bir alt sınır vardır.

Bu formül bize, eğer *x* konumunu ölçerek ne kadar kesin belirliyorsak, *p* momentumunun o oranda belirsiz kalacağını

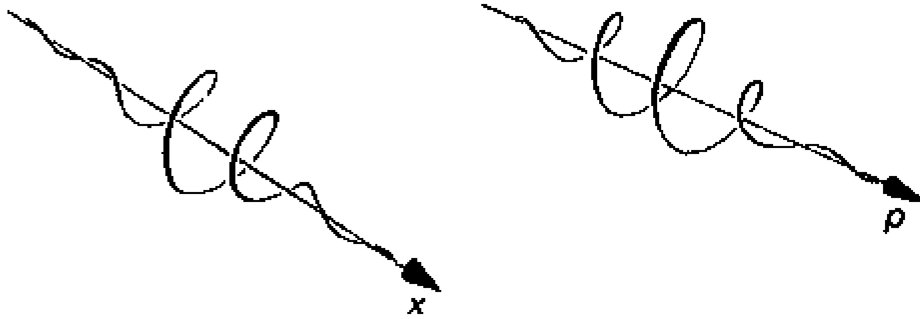
söylemektedir. Aynen kesin *p* momentum ölçümleri de *x* konumunu belirsiz bırakacaktır. Eğer konumu sonsuz duyarlılıkta ölçmüş olsaydık momentum bütünüyle belirsiz kalırdı; tersine eğer momentumu kesin olarak ölçseydik parçacığın konumu tamamen belirsiz kalırdı. Heisenberg bağıntısının getirdiği alt sınırın büyüklüğü hakkında bir fikir edinmek için bir elektronun konumunun nanometre (10^{-9}m) mertebesinde duyarlılıkta ölçüleceğini düşünün; bu durumda momentumu o denli belirsiz kalır ki ölçümden bir saniye sonra elektronun bize 100 km'den daha yakın olmasını bekleyemeyiz.

Bazı tanımlamalarda, ölçme sürecine has bir tür içten beceriksizliğin bulunduğunu sanabiliriz. Dolayısıyla, biraz önce düşündüğümüz elektronun konumunu belirlemek istersek, bu görüş açısına göre, ölçme süreci sırasında elektron öyle bir rasgele 'darbe' alır ki, büyüklüğü Heisenberg ilkesiyle bulunacak bir hızla uçup gitmesi olasılığı büyüktür. Diğer tanımlamalarda ise belirsizliğin parçacığa has bir nitelik olduğunu öğrenmekteyiz; hareketinde öyle bir rastgelelik var ki kuantum düzeyinde davranışını öngöremeyiz. Bundan da farklı tanımlamalarda, kuantum parçacığının klasik konum ve klasik momentum kavramlarının uygulanamadığı anlaşılamaz bir şey olduğu söylenir. Bu tanımlamaların hiç birisinden hoşlanmıyorum. Birincisi yanıltıcıdır, İkincisi kesin yanlıştır, üçüncüsü ise gereksiz yere karamsardır.

Dalgafonksiyonu tanımı, gerçekte bize ne bildirir? Momentum durumunun tanımını anımsayınız. Momentumun en belirgin olduğu durum budur. ψ-eğrisi bir sarmaldır ve ilerlediği tüm yol boyunca eksenden uzaklığı sabit kalır. Farklı konum değerleri ile ilgili genliklerin, bu nedenle, mutlak değer kareleri eşittir. Öyleyse, bir konum ölçümü yapılırken parçacığı herhangi bir noktada bulma olasılığı, bir başka noktada bulma olasılığıyla aynıdır. Parçacığın konumu gerçekten tümüyle belirsizdir! Peki, bir konum durumu nedir? Şimdi, ψ-eğrisi bir delta fonksiyonudur. Tüm öteki konum değerleri için genlikler sıfır olduğu için parçacık kesinlikle delta fonksiyonun tepesindeki konumda yer alır. Momentum genlikleri, momentum uzayı tanımlarına bakılarak elde edilir; momentum uzayında ψ-eğrisi artık öyle bir sarmaldır ki, farklı momentum genliklerinin tümünün mutlak değer kareleri eşittir. Parçacığın

momentumun ölçülmesi tamamlandıktan sonra elde edilecek sonuç şimdi tamamen belirsizdir!

Konumların ve momentumların, Heisenberg bağıntısına göre belirli bir derecede de olsa sınırlandığı bir ara durumu incelemek ilgi çekici olabilir. Bu duruma ait ψ-eğrisi ile $\tilde{\psi}$-eğrisi (birbirlerinin Fourier dönüşümleri), Şekil 6.14'te gösterilmiştir. Dikkat ederseniz, her bir eğrinin eksenden uzaklığı yalnız dar bir bölgede hatırı sayılır büyüklüktedir. Uzaklaştıkça, eğri ekseni çok daha sıkı sarmaktadır. Başka bir deyişle, mutlak değer kareler, gerek konum uzayında gerekse momentum uzayında, yalnız çok sınırlı bir bölgede değerlendirilebilecek boyuttadır. Bu şekilde parçacık uzayda oldukça dar bir bölge içine sınırlandırılabilir, fakat yine de belirli bir yayılma vardır; aynı şekilde momentum oldukça belirlidir ve böylece parçacık oldukça belirli bir hızla hareket eder ve olası konumlarının yayılması zamanla çok fazla artmaz. Böyle bir kuantum durumuna *dalga paketi* adı verilir; çoğu kez, kuantum kuramının klasik parçacığa en yaklaştığı durum olarak kabul edilir. Ancak, momentum (yani, hız) değerlerindeki yayılma, dalga paketinin zamanla *yayılacağı* izlenimini verir. Başlangıç konumunda ne kadar çok yerel başlanırsa yayılma o kadar hızlı olacaktır.



Şekil 6.14. Dalga paketleri. Bunlar hem konum uzayında hem de momentum uzayında yerelleşmiştir.

U ve R Evrim Yöntemleri

Bir dalga paketinin zamanla evriminin yukarıdaki tanımlaması; dalgafonksiyonunun zaman içerisinde nasıl evrimleştiğini bildiren *Schrödinger denklemini* çağrıştırmaktadır. Schrödinger denklemine

göre, ψ'yi momentum durumlarına ('yalın tonlar') ayrıştırırsak, her bir bileşen, c^2 bölü ele alınan momentumuna sahip klasik bir parçacığın hızı kadar bir hızla hareket edecektir. Aslında Schrödinger'in matematik denklemi bu açıklamadan daha öz yazılmıştır. Denklemin kendisini daha sonra irdeleyeceğiz. Hamilton veya Maxwell denklemlerine (her iki denklemle yakın benzerlikleri vardır) benzeyen bu denklem, aynı adı geçen denklemler gibi herhangi bir zamanda belirlenmiş dalgafonksiyonunun *tamamiyle belirleyici* evrimini verir! (bkz. s. 170-171)

ψ'nin dünyanın 'gerçekliğini' tanımladığı kabul edilirse -ψ, belirleyici Schrödinger evrimi tarafından yönetildiği sürece- kuantum teorisinde doğuştan varolduğu düşünülen belirleyici olmama özelliğinden bir iz bile kalmaz. Bu evrime *U* diyelim. Ancak, kuantum genliklerini klasik düzeye yükseltmek için ne zaman 'bir ölçüm yaparsak', bu kuralları değiştiririz. Şimdi *U* evrimini kullanmıyoruz ama yerine, tamamen farklı bir yöntemi, *R* yöntemini - klasik olasılıkları elde etmek için kuantum genliklerinin mutlak değer karelerini oluşturma yöntemini kullanıyoruz.[4] Kuantum kuramına belirsizlikleri ve olasılıkları getiren yalnız ve yalnız *R* yöntemidir.

Belirleyici *U* süreci uygulayıcı fizikçiler açısından kuantum kuramının ilgi çeken kısmıdır; fakat felsefeciler daha çok belirleyici olmayan *R durum vektörü indirgenmesi* ile (veya, süreci gözümüzde canlandıran tanımı *dalgafonksiyonunun* çöküşü ile) ilgilenirler. *R*'yi istersek bir sistemle ilgili eldeki bilgide ani bir değişiklik olarak kabul edelim veya istersek (benim yaptığım gibi) 'gerçek' bir kavram olarak kabul edelim, aslında birbirinden tümüyle farklı iki matematik yaklaşımla, bir fizik sisteminin durum vektörünü zamanla evrimleşen bir vektör olarak tanımlayan bir yöntemle karşı karşıyayız. *U*'nun tümüyle belirleyici olmasına karşın *R* bir olabilirlik yasasıdır; *U* kompleks kuantum toplamlarını her zaman korurken *R* asla umursamaz; *U*'nun davranışının sürekli olmasına karşı *R* açık bir süreksizlik gösterir. Kuantum mekaniğinin standart yöntemlerine göre *R* sürecini, *U* sürecinin karmaşık bir ifadesi diye 'yorumlamak' olası değildir. Gerçekten *U* sürecinden *farklı* bir yöntemdir; kuantum biçimciliğinin yorumunun öteki 'yarısını' oluşturur. Kuramın belirleyici olmaması özelliği tümüyle *R*'den kaynaklanır; *U*'nun bu konuda bir

katkısı yoktur. Kuantum kuramının gözlemsel gerçeklerle kurduğu harika uzlaşma için hem *U* hem de *R* gereklidir.

Yine ψ dalgafonksiyonuna dönelim, ve bir momentum durumu olduğunu varsayalım. Parçacık herhangi bir başka nesneyle karşılıklı bir ilişkiye girmediği sürece bir momentum durumu olarak kalmakta bir sıkıntısı olmayacaktır. (Schrödinger denkleminin bildirimi budur.) Momentumu ne zaman ölçersek ölçelim aynı kesin yanıtı alırız. Ölçüm sonuçlarında olasılıklara yer yoktur. Öngörüler, klasik kuramdakiler kadar kesindir. Ancak, herhangi bir aşamada parçacığın konumunu ölçmeğe (yani, klasik düzeye ulaşıncaya kadar yükseltmeye) kalkışırsak, mutlak değer karelerini almamız gereken bir dizi olasılık genliğiyle karşılaşırız. Bu aşamada, bir yığın olasılığın arasında ölçümün ne gibi bir sonuç vereceği tümüyle belirsizdir. Bu belirsizlik, Heisenberg ilkesine uygundur.

Öte yandan ψ fonksiyonunu bir konum durumunda (veya ilk yaklaşıklıkta bir konum durumunda) başlattığımızı varsayalım. Şimdi, Schrödinger denklemi bize, ψ'nin bir konum durumunda kalamayacağını, hızla yayılacağını bildirir. Ne var ki bu yayılma *şekli* tümüyle belirlenmiştir. Davranışında belirlenemezlik veya olasılık söz konusu değildir. İlke olarak, bu gerçeği doğrulayacak deneyler yapabiliriz. (Daha sonra ayrıntılandıracağım.) Fakat tutar momentumu ölçmeğe kalkışırsak, eşit mutlak değer karelere sahip tüm farklı olası momentum değerleri için katsayılar buluruz, ve yine Heisenberg ilkesi uyarınca, deneyin sonucu ile ilgili tam bir belirsizlikle karşılaşırız.

Aynı şekilde, ψ fonksiyonunu bir dalga paketi olarak başlatırsak, gelecekteki evrimi tümüyle Schrödinger denklemiyle belirlenir, ve bu gerçeği izlemek için, ilke olarak, deneyler yapılabilir. Fakat parçacık üzerinde *farklı* bir ölçme, diyelim konum veya momentum ölçümü, yapmaya kalkışır kalkışmaz, yine Heisenberg ilkesi uyarınca, genliklerin mutlak değer kareleriyle tanımlanan olasılıklar ve bunların yanısıra belirsizlikler devreye girecektir.

Kuşkusuz alışılmadık ve gizemli bir olay bu. Ama dünyanın anlaşılamaz bir tanımı da değil. Bu tanımda, çok açık ve kesin yasalar var. Ancak belirleyici *U* sürecinin yerine olasılıkçı *R* sürecinin hangi aşamada devreye alınacağını öngören açık bir kural yok

henüz. ‘Bir ölçüm sürecinin’ öğeleri nelerdir? Genliklerin mutlak değer kareleri niçin (ve ne zaman) ‘olasılıklara dönüşür’? ‘Klasik düzey’, kuantum mekaniği yönünden anlaşılabilir mi? Yanıtlarını bu bölümün ilerleyen kısımlarında arayacağız.

Bir Parçacık Aynı Anda İki Ayrı Yerde Olabilir mi?

Yukarıdaki tanımlardan anlaşıldığı gibi, dalgafonksiyonu hakkında, kuantum fizikçileri arasında yaygın görüşten belki daha ‘gerçekçi’ bir görüşü benimsiyorum ve diyorum ki bir parçacığın ‘nesnel olarak gerçek’ durumu, ψ dalgafonksiyonu ile tanımlanabilir. Birçokları bunun, ciddi şekilde yaklaşılamayacak kadar zor bir yöntem olduğunu düşünebilirler. Böyle düşünmelerinin nedenlerinden birisi, bireysel parçacıkların daima bir noktada toplanmadıklarını, uzaysal yayılabildiklerini varsaymamız olabilir. Bir momentum durumunda bu yayılma en üst düzeydedir, çünkü ψ uzayın her tarafına eşit miktarda yayılır. İnsanlar, bir parçacığın uzaya yayıldığını düşünmektense, konumunun tamamiyle belirsiz olduğunu, bir yerde bulunması olasılığının başka bir yerde bulunması olasılığına eşit olduğunu düşünmeyi yeğlerler. Ancak, dalgafonksiyonunun, farklı konumlar için salt bir olasılık dağılımı sağlamaktan öteye; farklı konumlar için bir *genlik* dağılımı sağladığını görmüştük. Bu genlik dağılımını (yani, ψ fonksiyonunu) bilirsek, Schrödinger denklemi gereğince parçacığın durumunun zaman içindeki evrimini bilebiliriz. Parçacığın ‘hareketini’ (yani, zaman içinde ψ’nin evrimini) tanımlayabilmek için parçacığın söz konusu ‘yayılma’ görüşünü benimsemeliyiz; benimsediğimiz takdirde, parçacığın hareketinin gerçekten kesin olarak belirlendiğini görürüz. *ψ(x)* ile ilgili ‘olasılık görüşü’, parçacığın üzerinde bir konum ölçme deneyi yaparsak doğruluk kazanır ve bu durumda ψ(x), değil, mutlak değer karesi $|\psi(x)|^2$ kullanılır.

Uzayda geniş bölgelere yayılabilen ve bir sonraki konum ölçümüne kadar bu şekilde yayılmış olarak kalması olası bir parçacığın sergilediği tabloyu gerçekten yakından tanımamız gerekli gibi görünüyor. Bir konum kipi olarak yerelleştirilse bile bir parçacık

daha sonraki zaman birimleri içerisinde yayılmaya başlar. Bir momentum durumunu, bir parçacığın varoluşunun ‘gerçekliği’ olarak kabul etmek zor olabilir ama parçacığın bir çift ince uzun yarıktan geçer geçmez oluşan iki sivri tepeden ibaret durumunu ‘gerçek’ olarak kabul etmek belki de daha zordur. (Şekil 6.15) Dikey yönde, ψ dalgafonksiyonunun biçimi, üst yarıkta sivrilen bir dalgafonksiyonu ile alt yarıkta sivrilen ψ_b’nin toplamı olacaktır:[XVIII]

$$\psi(x) = \psi_t(x) + \psi_b(x).$$

Şekil 6.15. Foton dalgafonksiyonu bir çift ince yarıktan geçtikten sonra aynı anda iki ayrı yerde sivrilir.

Eğer ψ’nin, parçacığın durumunun ‘gerçekliğini’ temsil ettiğini varsayarsak, parçacığın aynı anda gerçekten iki yerde ‘varolduğunu’ kabul etmeliyiz! Bu görüşe göre parçacık, *her iki yarıktan da aynı anda gerçekten geçmiştir.*

Parçacığın ‘aynı anda iki yarıktan birden geçmesi’ görüşüne standart itirazı anımsayın: Hangi yarıktan geçildiğini saptamak için *yarıklarda* bir ölçme yapsak parçacığın *tümünün* daima yarıklardan birinde ya da ötekinde olduğunu buluruz. Fakat bu görüşün dayanak noktası, parçacık üzerinde bir konum ölçümü yapıyor olmamız ve bu durumda ψ fonksiyonunun, mutlak değer karesi yöntemi uyarınca, parçacığın konumu ile ilgili olarak sadece bir olasılık dağılımı olan $|\psi|^2$ fonksiyonunu vermesi ve bizim parçacığı gerçekten bir yerde ya da öteki yerde bulmamızdır. Oysa yarıklarda, konum ölçümlerinden *başka* ölçümler de gerçekleştirebiliriz. Çeşitli tipte ölçümler için, farklı

x konumları ile ilgili olarak yalnız $|\psi|^2$ fonksiyonunu değil ψ dalgafonksiyonun kendisini de bilmeliyiz. Böyle bir ölçüm

$$\psi = \psi_t + \psi_b,$$

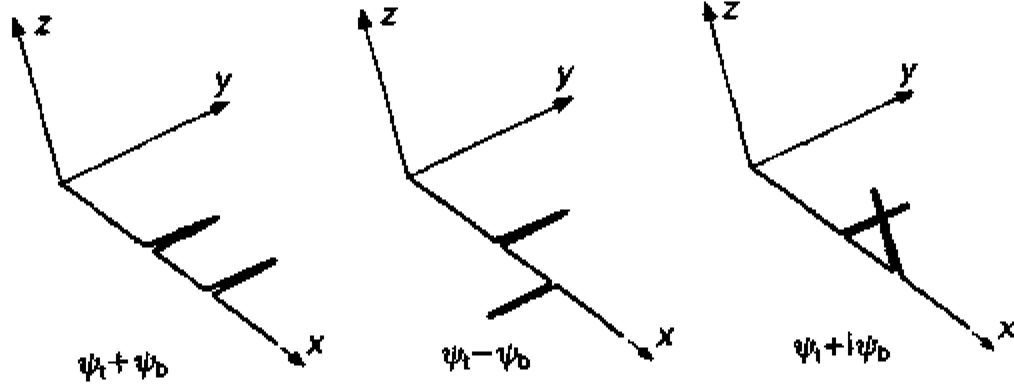
dalgafonksiyonu üstünde olduğu kadar

$$\psi_t - \psi_b$$

veya

$$\psi_t + i\psi_b.$$

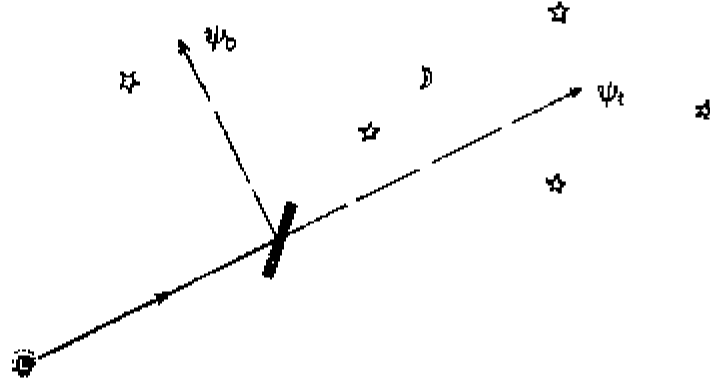
gibi farklı dalgafonksiyonları üstünde de yapılmış olabilirdi. (Söz konusu ölçümlerdeki y-eğrileri için Şekil 6.16'ya bakınız.) Bu seçenekleri ayırt eden başka ölçümler varolduğu için, yukarıdakilerin hepsi, fotonun varolabileceği *farklı* 'gerçek' olası durumlar olmalıdır.



Şekil 6.16. Bir foton dalgafonksiyonun iki noktada sivrildiği üç farklı seçenek.

Yarıkların, bir fotonun her ikisinden aynı anda geçmesini sağlayacak kadar birbirine yakın olmaları gerekmez. Yarıklar birbirinden ne kadar uzak olursa olsun bir kuantum parçacığının 'aynı anda iki yerde' bulunabildiğini anlamak için, iki yarık deneyinden biraz farklı tasarımlanmış bir deney ortamı düşündüm. Daha önce olduğu gibi, tek tek foton yollayan monokromatik bir ışık kaynağımız olsun; fakat bu kez ışığı bir çift ince uzun yarıktan geçirmek yerine, ışık demetini 45° açıyla konumlanmış yarı saydam bir aynadan yansıtalım. (Yarı saydam ayna, üzerine düşen ışığın tam yarısını geçirirken diğer yarısını yansıtan bir aynadır.) Işığın aynaya düşmesiyle fotonun dalgafonksiyonu ikiye ayrılarak, bir bölümü yan tarafa yansıtılır ve geriye kalan bölümü fotonun geliş yönünde ilerlemeye devam eder. Dalgafonksiyonu tıpkı iki yarık deneyinde

olduğu gibi yine iki sivri tepe kazanmıştır. Fakat şimdi bu iki tepe noktası birbirinden çok daha geniş bir mesafeyle ayrılmış olup, tepelerden birisi yansıtılan fotonu, diğeri ise iletilen fotonu tanımlar. (Şekil 6.17) Üstelik, zaman ilerledikçe, bu sivri tepeler arasındaki uzaklık da artar ve sonsuza gider. Dalgafonksiyonunun iki bölümünün uzaya kaçtığını ve bütün bir yıl beklediğimizi varsayın. Bu durumda, fotonun dalgafonksiyonunun iki tepe noktası arasında bir ışık yılı mesafe bulunacaktır. Nasıl oluyorsa, foton kendini birbirinden bir ışık yılından daha uzak iki yerde aynı anda buluyor!

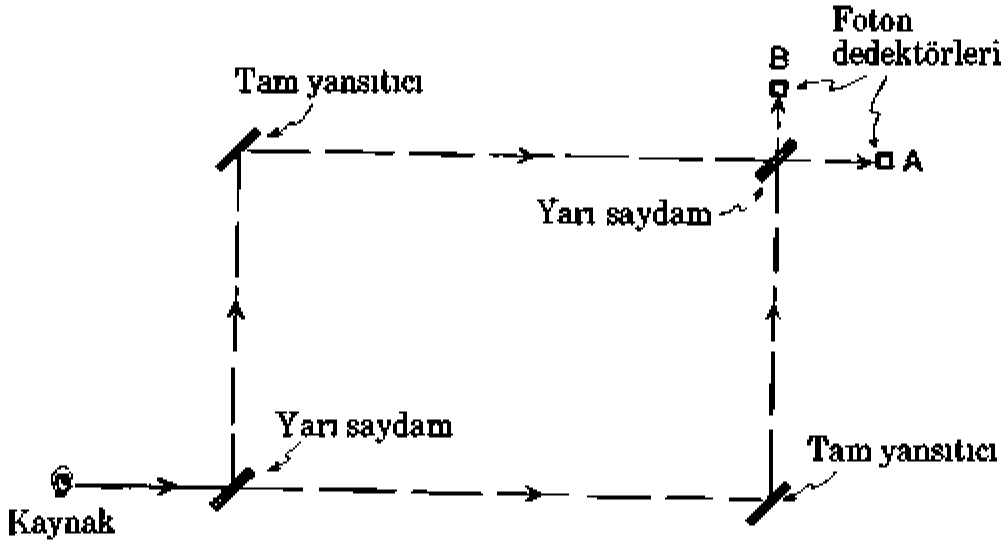


Şekil 6.17. Bir dalgafonksiyonunun iki sivri tepe noktası birbirlerinden birkaç ışık yılı uzak olabilir. Bu olay, yarı saydam bir aynayla gerçekleştirilebilir.

Böyle bir tanımı ciddiye almak için neden var mı? Fotonun, herhangi bir noktada bulunması için yüzde 50, bir başka noktada bulunması için yüzde 50 olasılığa sahip olduğunu düşünebilir miyiz? Hayır, düşünemeyiz! Ne kadar uzun yol almış olursa olsun foton demetinin iki bölümünün geriye yansımaları olasılığı ve böylece birbirleriyle karşılaşarak, iki seçeneğe ait olasılıkların içermediği girişim etkilerini yaratmaları olasılığı her zaman vardır. Işık demetinin her bir bölümünün, ışık demetlerini tekrar başlangıç noktasında bir araya getirecek şekilde konumlanmış, tam yansıtıcı birer aynayla karşılaştıklarını düşünün. Karşılaşma noktasına başka bir yarı saydam ayna yerleştirelim ve bu aynayı bir öncekiyle aynı açıda konumladığımızı varsayalım. Işık doğruları üstüne iki fotosel yerleştirirsek (Şekil 6.18) ne gözleriz? Fotonun bir yolu izleme olasılığı yüzde 50, öteki yolu izleme olasılığı yüzde 50 olsaydı, detektörlerden birinin fotonu kaydetme olasılığı yüzde 50, diğer detektörün kaydetme olasılığı yüzde 50 olurdu. Ancak, bu hiç de

böyle olmuyor, izlenebilecek iki yol tamamiyle aynı uzunlukta iseler fotonun, ilk hareket yönü doğrultusundaki A detektörüne ulaşması olasılığı yüzde 100, diğer B detektörüne ulaşması olasılığı yüzde 0 olur - ve kuşkusuz foton A detektörüne çarpacaktır! (Bunu, iki yarık deneyi için biraz önce verdiğimiz sarmal tarifinden yararlanarak anlayabiliriz.)

Işık yılıyla ölçülen uzaklıklara dayalı böyle bir deney kuşkusuz yapılmamıştır ama varsayılan sonuçtan hiç de ciddi şekilde kuşku duyulmamaktadır (geleneksel kuantum fizikçilerine göre!).



Şekil 6.18. Dalgafonksiyonunun iki sivri tepe noktası fotonun sadece bir yerde veya başka yerde bulunması olasılığı katsayıları olarak düşünülemez. Fotonun izlediği iki yol kesiştirilebilir.

Bir kaç metrelik uzaklıklara dayalı benzer deneyler yapılmıştır ve sonuçlar kuantum mekaniksel öngörülerle gerçekten tam bir uyum içerisindedir. (bkz. Wheeler 1983). Fotonun, yarı yansıtıcı bir aynayla ilk ve son karşılaşması arasında fotonun varoluşunun ‘gerçekliği’ hakkında böyle bir deney bize ne bildirir? Fotonun, bir anlamda, aynı anda her iki yolu da gerçekten *izlemiş olması* kaçınılmaz görünüyor! Çünkü, fotonun izlediği iki yoldan birine soğurucu bir ekran yerleştirilse A veya B noktalarına ulaşılması olasılığı eşit olur; fakat, her iki yol açık olduğu (ve eşit uzunlukta olduğu) takdirde yalnız A noktasına ulaşılabilir. Yollardan birinin kapatılması durumunda yalnız B noktasına ulaşılabilir! Her iki yol açıksa foton, B’ye ulaşmasına izin

verilmediğini bir şekilde 'bilir'; demek ki her iki yolun varolduğunu aslında bilmektedir.

Niels Bohr'un, iki ölçme arasında fotona hiç bir somut 'anlam' yüklenemeyeceği görüşü bana, foton durumlarının gerçekliği hakkında aşırı kötümser bir görüş gibi geliyor. Fotonun konumu hakkındaki gerçeği tanımlamamız için kuantum mekaniği bize bir *dalgafonksiyonu* sunmaktadır, ve yarı saydam aynalar arasında foton'un dalgafonksiyonu iki sivri tepeli durumda olup, iki tepe noktası arasındaki uzaklık bazen büyük boyutlara ulaşabilmektedir.

'Aynı anda belirli iki yerde birden olabilmesi' özelliğinin fotonun durumunu tam olarak tanımlamak için yeterli olmadığını biliyoruz: Örneğin, $\psi_t + \psi_b$ durumunu, $\psi_t - \psi_b$ durumundan (veya $\psi_b + i\psi_b$ durumundan) ayırt edebilmeliyiz; burada ψ ve ψ_b, fotonun (sırasıyla, 'geçen' ve 'yansıyan' olmak üzere) izlediği yollardan her birindeki konumunu gösterir. Ancak böyle bir ayrım varsa, yarı saydam son aynaya ulaştığında fotonun A noktasına mı yoksa B noktasına mı (veya bir ara olasılıkla A'ya mı veya B'ye mi) ulaştığı kesinlik kazanır.

Kuantum gerçekliğinin bu şaşırtıcı özelliği, yani bir parçacığın, (farklı) durumlarda 'aynı anda iki yerde bulunabilmesi' özelliği, kuantum durumlarını kompleks katsayılarla çarpıp toplayarak yeni kuantum durumları elde edebilmemiz olgusundan kaynaklanır. Kuantum mekaniğinin genel ve önemli bir özelliğini oluşturan bu kuantum durumlarının toplanabilmesi özelliği, *kuantum birleştirimi* olarak anılır ve konum durumlarından momentum durumları oluşturmamızı veya tersine momentum durumlarından konum durumları oluşturmamızı sağlar. Bu örneklerde sonsuz sayıda farklı durumların, yani tüm farklı konum kiplerinin veya tüm farklı momentum kiplerinin kuantum birleştirimi söz konusudur. Fakat, daha önce gördüğümüz gibi, çizgisel kuantum birleştirimi, *sadece iki* duruma uygulandığında bile sonuç oldukça şaşırtıcıdır. Kurallara göre, birbirinden ne kadar farklı olurlarsa olsunlar *herhangi* iki durum, herhangi bir kompleks çizgisel birleştirimle bir araya getirilebilir. Gerçekten, tek tek parçacıklardan oluşan fiziksel bir cisim, uzayda birbirinden uzak konumlanan durumların birleştiriminde bulunabilmeli ve böylece 'aynı anda iki yerde olabilmelidir'! Kuantum mekaniğinin formalizmi bu konuda, tek parçacıklarla, çok parçacıktan oluşan

karmaşık sistemler arasında bir ayırım gözetmez. Öyleyse, makroskopik cisimler, örneğin kriket topları, veya hatta insanlar, aynı anda tamamen farklı yerlerde neden bulunmasın? Bu, pek derin bir sorudur ve bugünkü kuantum kuramının tatmin edici bir yanıt veremediği bir sorudur. Bir kriket topu gibi maddesel bir cisim söz konusu olduğunda sistemin 'klasik düzeyde' olduğunu düşünmeliyiz, veya çoğu kez ifade edildiği gibi, kriket topu üzerinde bir 'gözlem' veya 'ölçüm' yapılacağı ve buna göre, çizgisel birleştirimimizi belirleyen kompleks olasılık genlikleri, mutlak değer karelerinin alınması nedeniyle gerçek seçenekleri tanımlayan olasılıklar olarak kabul etmeliyiz. Ancak, bu durumda, kuantum kurallarımızı, *neden U* yasasına göre değil de *R* yasasına göre belirlememize izin verildiğine dair tartışmalı soruya yanıt aramalıyız. Bu konuya daha sonra döneceğim.

Hilbert Uzayı

Klasik sistemlerin tanımı için 5. Bölümde bir *faz uzayı* kavramının verildiğini anımsayınız. Faz uzayının her bir noktası, fizik sisteminin (klasik) bir durumunu temsil etmek için kullanılıyordu. Kuantum kuramında bunun uygun bir karşılığı *Hilbert uzayıdır*[XIX]. Hilbert uzayının her bir noktası, tüm sistemin bir *kuantum* durumunu temsil eder. Hilbert uzayının matematiksel yapısına göz atmamız gerekiyor. Umanın böyle yapmakla okurun gözünü yıldırmam. Açıklayacaklarım matematiksel yönden hiç de karmaşık olmamakla birlikte bazı kavramlar yabancı gelebilir.

Hilbert uzayının en belirgin özelliği bir *vektör uzayı,* daha doğrusu *kompleks* bir vektör uzayı olmasıdır. Bunun anlamı, uzayın herhangi iki elemanını *toplayabiliriz* ve başka bir uzay elemanı elde edebiliriz ve bu toplama işlemlerini kompleks katsayılarla da yapabiliriz demektir. Bu toplama işlemlerini yapabilmeliyiz çünkü bu işlemler, biraz önce incelediğimiz çizgisel kuantum birleştirimleri, özellikle fotonla ilgili olarak $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$, vb. sonuçları veren işlemlerdir. Aslında, 'kompleks vektör uzayı' terimini kullanmakla, bu türden katsayılı toplamlar oluşturabileceğimizi anlatmak istiyoruz.[5]

Hilbert uzayının elemanlarını, yani *durum vektörlerini* simgeleyen |ψ>, |χ>, |ψ>, |1>, |2>, |3>, |*n*>, |↑>, |↓>, |→>, |↗>, vb., (Dirac bildirimine uygun) bir kodlama kolaylık sağlayacaktır. Bu simgeler, kuantum durumlarını gösterir. İki durum vektörünün toplama işlemi için

|ψ> + |*χ*>

yazarız; *w ve z* kompleks katsayılarıyla

w|ψ> + *z*|*χ*>

yazarız (burada *w* |ψ>, *w* χ |ψ> vb. anlamındadır). Aynı şekilde, yukarıdaki, $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$ birleştirimlerini sırasıyla | ψ_t> + | ψ_b>, |ψ_t> - | ψ_b> ,|ψ_t + i| ψ_b>, şeklinde yazarız. | ψ> ile verilen bir *tek durumdan, w* kompleks sayısıyla çarparak

w|ψ>

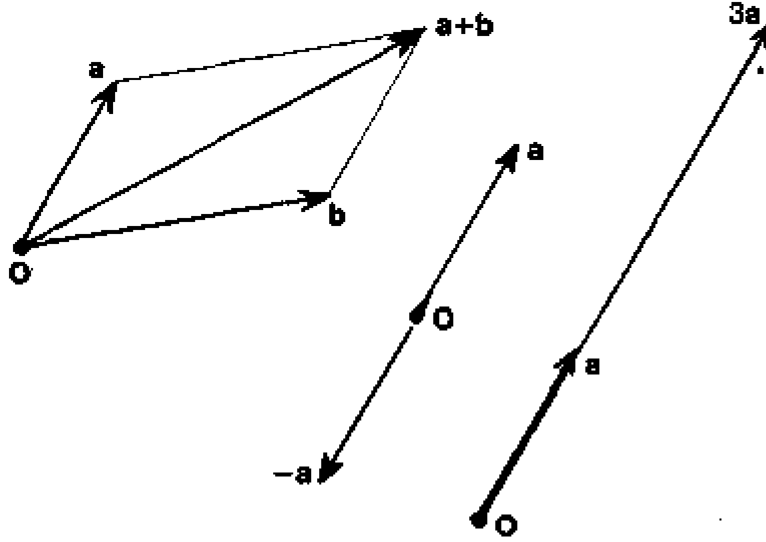
durumunu da elde edebiliriz. *(z* = 0 ile belirlenen biraz yukarıda verilen ifadenin özel bir halidir.)

Anımsarsanız, kompleks katsayılı toplamlarda, *w* ve z katsayılarını gerçek olasılık genlikleri olarak değil, sadece bu genliklere orantılı katsayılar olarak kabul etmiştik. Aynı şekilde, tüm durum vektörünü sıfırdan farklı herhangi bir kompleks sayı ile çarpabileceğimiz ve çarpım sonucunun fiziksel durumu değiştirmeyeceği kuralını benimsiyoruz. (Bu işlem, *w* ve *z* katsayılarının gerçek değerini değiştirecek fakat *w : z* oranı değişmeyecektir.) Aşağıdaki durum vektörlerinin hepsi

|ψ>, 2|ψ>, -|ψ>, i|ψ>, √2|ψ>, π|ψ>,(1 - 3i)|ψ> v.d.

veya daha genel olarak durum vektörü verilen bir *z ≠ 0* sayısı için *z* |ψ> ile, *aynı* fiziksel durumu temsil ederler. Hilbert uzayının, fiziksel bir durum olarak *hiçbir* yoruma sahip olmayan tek elemanı 0 *sıfır* vektörüdür (veya Hilbert uzayının *merkezidir.)*

Bütün bunların geometrik bir resmini elde etmek için önce, ‘reel’ vektör kavramını biraz daha inceleyelim. Böyle bir vektörü, çoğu kez, bir düzlem üzerine veya üç boyutlu bir uzayda çizilmiş basit bir *ok* olarak gözümüzde canlandırırız.

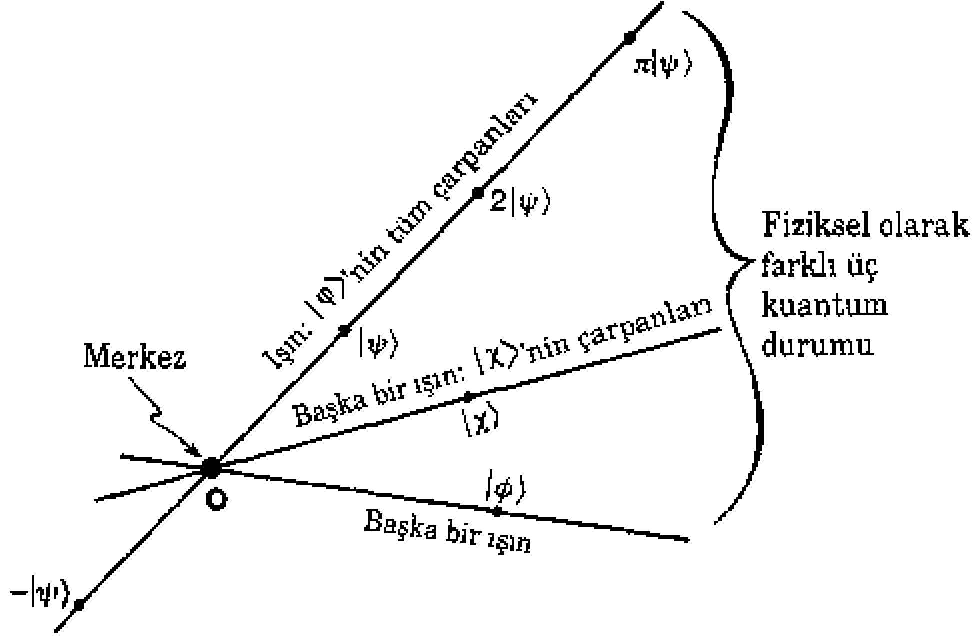


Şekil 6.19. Bildiğimiz uzaysal vektörler için olduğu gibi, Hilbert uzayındaki vektörlerin toplanması ve sayılarla çarpılması işlemleri normal şekilde düşünülebilir.

Böyle iki okun toplanması işlemi, paralelkenar kuralına göre yapılır (Şekil 6.19). Bu ‘ok’ resmi cinsinden, bir vektörün bir (reel) sayıyla çarpımı işlemi, okun yönünü değiştirmeden uzunluğunu, verilen sayıyla çarpmak demektir. Çarpan sayı eksi işaretli ise, okun yönü terse döndürülür; veya bu sayı sıfır ise, 0 sıfır vektörünü elde ederiz ki bu okun yönü yoktur. (0 vektörünü, sıfır uzunlukta ‘bir ok’ temsil eder.) Vektör niceliklerine bir örnek, bir cisim üzerine etkiyen kuvvettir. Öteki örnekler ise, klasik hızlar, ivmeler ve momentumlardır. Ayrıca bir önceki bölümün sonunda incelediğimiz momentum dört-vektörü vardır. Bunlar, iki ya da üç değil dört boyutlu bir uzaydaki vektörlerdir. Ancak, Hilbert uzayı için, daha da yüksek boyutlu vektörlere ihtiyacımız vardır. (Aslında, sonsuz boyutta vektörlere gereksinim duyarız ama şimdi burada bunu önemsemeyelim.) Anımsarsanız, kuşkusuz çok büyük boyutlara sahip olabilen klasik faz uzayında da vektörleri temsil etmek için oklar kullanılmıştı. Bir faz uzayındaki ‘boyutlar’, normal uzay boyutları olmak zorunda değildir. Hilbert uzayında da bu böyledir. Bunun yerine, her bir Hilbert uzayı boyutu, bir kuantum sisteminin bağımsız farklı fiziksel durumlarından birini temsil eder.

|ψ> ve *z* |ψ> arasındaki eşdeğerlik nedeniyle Hilbert uzayında bir fiziksel durum, 0 merkezinden geçen bir doğru üzerindeki vektör ile

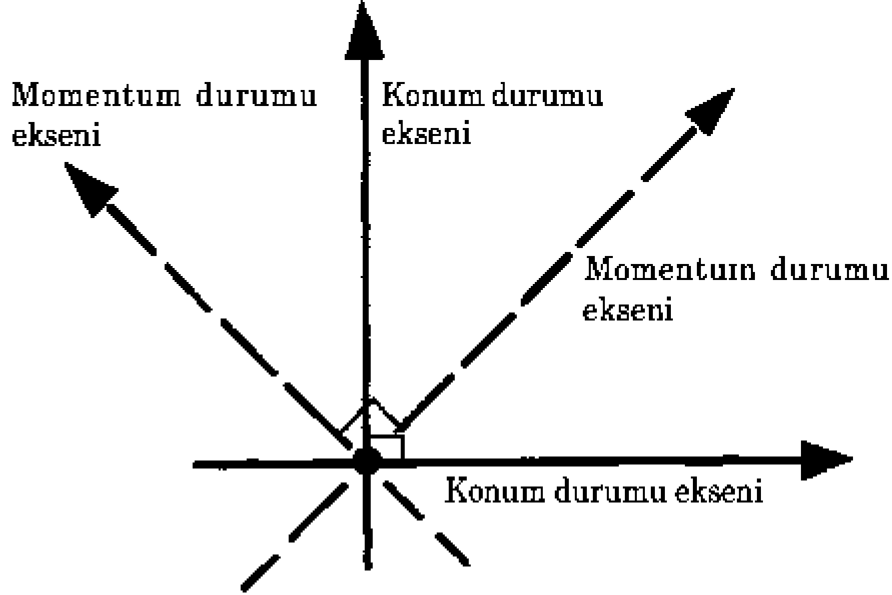
değil (bu vektörün olanaklı bütün çarpanlarıyla tanımlanmış) doğrunun tümü, yani *ışın* ile temsil edilir.



Şekil 6.20. Hilbert uzayında ışınlar, fiziksel kuantum durumlarını temsil ederler.

Işın, belirli bir |ψ> durum vektörünün, olanaklı bütün çarpanlarından oluşur. (Unutmayın ki, bunlar *kompleks* çarpanlardır ve bu nedenle doğru da *kompleks* bir doğrudur, ama şimdilik bununla ilgilenmemek en iyisi!) (bkz. Şekil 6.20) Birazdan *iki* boyutlu bir Hilbert uzayı bağlamında şık bir ışınlar uzayı ile tanışacağız. Hilbert uzayı sonsuz boyutlu olduğu zaman bambaşka bir görüntüyle karşılaşıyoruz. Sonsuz boyutlu bir Hilbert uzayı, bir tek parçacığın konumu gibi basit bir durumda bile oluşur. Buna göre parçacığın sahip olabileceği her bir olası konum değeri için bir boyut vardır! Parçacığın her konumu, Hilbert uzayında bir bütün ‘koordinat eksenini’ tanımlar ve böylece parçacığın sonsuz sayıda farklı her bir konumu için, Hilbert uzayında sonsuz sayıda farklı bağımsız yönler (veya ‘boyutlar’) elde ederiz. Momentum durumları da *aynı* Hilbert uzayında tanımlanır. Momentum durumları, konum durumlarının birleşimleri şeklinde ifade edilirler ve bu nedenle, her bir momentum durumu, ‘çapraz’ ve konum uzayı eksenlerine eğik duran bir eksenle temsil edilir. Momentum durumlarının kümesi, yeni bir eksenler kümesi oluşturur ve konum uzayı eksenlerinden momentum uzayı eksenlerine geçmek için Hilbert uzayında bir *dönme* gerekir.

Özellikle, söz konusu eksenlerin *(ya* tüm konum uzayı eksenleri ya *da* tüm momentum uzayı eksenleri) birbirlerine dikey oldukları, yani her bir çift eksen arasında 'dik açı' olduğu kabul edilmelidir.



Şekil 6.21. Konum ve momentum durumları aynı Hilbert uzayında dikey eksenler oluştururlar.

Işınların dikeyliği, kuantum mekaniği yönünden önemli bir kavramdır: Dikey ışınlar, birbirinden *bağımsız* durumları temsil ederler. Bir parçacığın herhangi bir olası konum durumu, tüm diğer olası konum durumlarına, dikeydir. Aynen olası bir momentum durumunun diğer bütün olası momentum durumlarına dikey olduğu gibi. Fakat konum durumları, momentum durumlarına dikey değildirler. Bu durum Şekil 6.21'de çok şematik olarak görülmektedir.

Ölçmeler

Ölçme (veya gözlem) ile ilgili genel bir *R* kuralı bir kuantum sisteminin eşanlı olarak klasik düzeye büyültülebilen farklı niteliklerinin -ki sistem bunlar arasından bir seçim yapmalıdır- daima birbirlerine dikey olmalarını gerektirir. Bir *tam* ölçme için seçilen seçeneklerin kümesi, birbirlerine dikey vektörlerden oluşur; bunun anlamı, Hilbert uzayındaki her vektörün (tek bir şekilde bunlar cinsinden) doğrusal olarak ifade edilebileceğidir. Tek parçacıktan

oluşan bir sistemde *konum* ölçümü için, bu taban vektörleri, sözü edilmiş konum eksenlerini tanımlar. *Momentum* için, momentum eksenlerini tanımlayan farklı bir küme, ve sistemin başka bir tam ölçümü için yine bir başka küme olacaktır. Ölçmeden sonra sistemin durumu, taban kümesinin ölçmeyle saptanmış eksenlerinden birine *atlar.* Bu seçim sadece olasılıkla belirlenir. Seçilen eksenler arasında, Doğanın hangisini seçeceğini bize bildiren dinamik bir yasa yoktur. Doğanın seçimi, olasılık değerlerini olasılık genliklerinin mutlak değer karesi yapmak dışında rasgeledir.

Durumu |ψ> olan bir sistemde, sistemin tam bir ölçümü yapılsın ve seçilen ölçmede taban olarak

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \ldots$$

durum vektörleri alınsın. Bunlar bir tam küme oluşturdukları için, herhangi başka bir durum vektörü, ve özellikle |ψ>, bunların cinsinden doğrusal[XX] olarak gösterilebilir:

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle+z_1|1\rangle+z_2|2\rangle +z_3|3\rangle+\ldots$$

Geometrik olarak, z_0, z_1 z_2, ... bileşenleri, |0>, |1>, |2>, ... gibi çeşitli eksenler üstüne |ψ> vektörünün *düşey izdüşümlerini* gösterir. (Şekil 6.22). z_0, z_1, z_2, ... kompleks sayılarını, istenen olasılık genlikleri olarak yorumlayabilmek isteriz. Böylece, ölçme sonrası, bunların mutlak değer kareleri, sistemin sırasıyla |0>, |1>, |2>, ... durumlarında bulunması olasılıklarını verecektir. Ancak, yine de bir eksiğimiz var: |0 >, |1>, |2>, ... taban vektörleri için bir 'ölçek' saptamadık henüz.

$$\frac{z_0}{|\psi|}, \frac{z_1}{|\psi|}, \frac{z_2}{|\psi|}, \text{vb.},$$

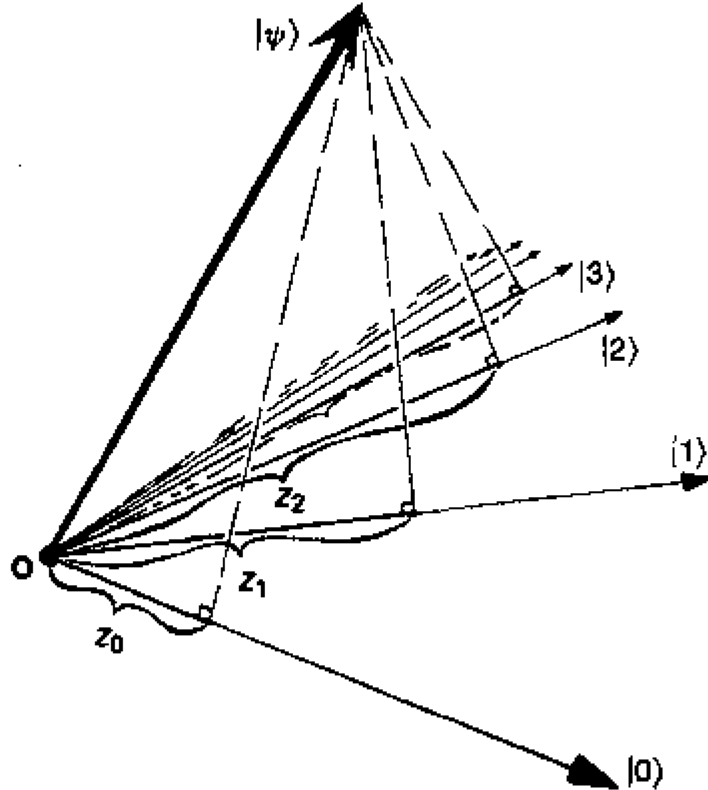
Bunun için, bu vektörlerin bir anlamda *birim vektörler* (yani, birim 'uzunlukta' vektörler) olduklarını, yani matematiksel terminolojide *ortonormal* denilen (ikişer ikişer birbirlerine dik ve birim uzunlukta vektörlerden oluşan) taban vektörleri olduklarını belirlemeliyiz.[6] |ψ> durumu da bir birim vektör olarak boylandırılırsa, öngörülen genlikler şimdi gerçekten z_0, z_1, z_2, ... bileşenleri olacak; öngörülen olasılıklar ise sırasıyla $|z_0|^2$,$|z_1|^2$,$|z_2|^2$, ... olacaktır. Eğer |ψ> bir birim vektörü

değilse, bu sayılar, öngörülen genlikler ve olasılıklarla, *orantılı* olacaktır. Gerçek senlikler

$$\frac{|z_0|^2}{|\psi|^2}, \frac{|z_1|^2}{|\psi|^2}, \frac{|z_2|^2}{|\psi|}, \text{ vb.,}$$

olacaktır; burada |ψ|, |ψ> durum vektörünün boyu ya da 'uzunluğu'dur. Bu 'uzunluk', her bir durum vektörü için tanımlanan artı değerli bir reel sayıdır, *(0* vektörünün boyu sıfırdır) eğer |ψ> birim vektör ise |ψ| = 1'dir.

Bir tam ölçme çok idealleştirilmiş bir ölçmedir. Örneğin bir parçacığın konumunun tam ölçümü, evrenin herhangi bir yerinde bu parçacığın konumunu sonsuz doğrulukla saptayabilmemize bağlıdır! Daha basit bir tür ölçme için bir *evet/hayır* sorusu sormamız yeterlidir, örneğin: 'Parçacık, bir doğrunun solunda mı yoksa sağında mı yer alıyor?' veya 'Parçacığın momentumu, herhangi bir değer aralığı içinde mi bulunuyor?', vb. Evet/hayır ölçmede gerçekten en temel ölçüm türüdür.



Şekil 6.22. |ψ> durum vektörünü |0>, |2>, |2>... |ψ> durum vektörünün eksenleri üstüne düşey izdüşümlerinin boyları,

öngörülen z_0, z_1, z_2... genliklerini verir.

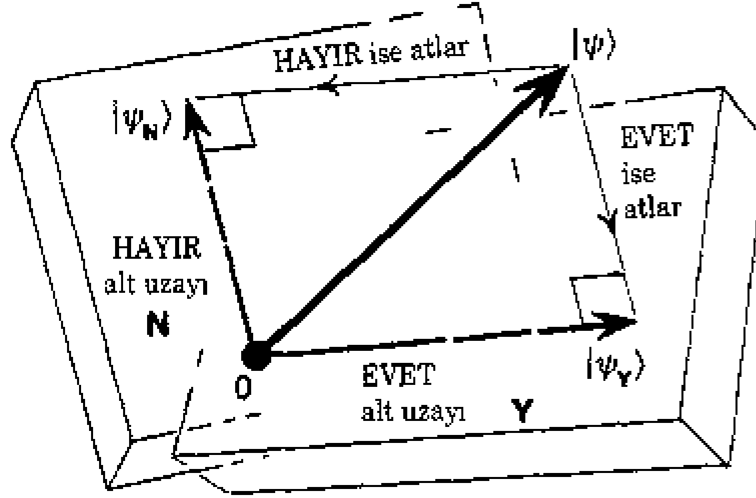
(Yalnız evet/hayır sorularının yanıtlarına dayanarak, örneğin, bir parçacığın konumunu veya momentumu istediğimiz kadar iyi belirleyebiliriz.) Bir evet/hayır ölçmesinin sonucunun EVET olduğunu varsayalım. Buna göre, durum vektörü kendini, Hilbert uzayının 'EVET' bölgesinde bulacaktır; bu bölgeye *Y* diyorum. Öte yandan, ölçümün sonucu HAYIR ise, durum vektörü kendini Hilbert uzayının 'HAYIR' bölgesinde, yani *N* bölgesinde bulacaktır. *Y* ve *N* bölgeleri, Y'deki herhangi bir durum vektörünün *N*'deki her durum vektörüne dik olması (veya *bunun tersi)* anlamında birbirlerine tamamen diktirler. Üstelik, herhangi bir |ψ> durum vektörü *Y*'den ve *N*'den birer adet olmak üzere, iki vektörün toplamı olarak tanımlanabilir. Matematik diliyle ifade edersek, *Y* ve *N* birbirinin *dik tümleyenidirler.* Buna göre, |ψ> tek bir şekilde şöyle yazılabilir:

$$|\psi\rangle = |\psi_Y\rangle + |\psi_N\rangle$$

Burada |ψ> *Y* bölgesine, ve $|\psi_N\rangle$ bölgesine ait olup, $|\psi_Y\rangle$ *Y* bölgesi üstüne |ψ> durumunun *düşey izdüşümü,* buna karşılık $|\psi_N\rangle$, *N* bölgesine düşey izdüşümüdür. (Şekil 6.23). Ölçme sonrasında, |ψ> durum vektörü, ya $|\psi_Y\rangle$'ye veya $|\psi_N\rangle$'ye atlar (orantılı olur). Yanıt EVET ise $|\psi_Y\rangle$'ye atlar, yanıt HAYIR ise $|\psi_N\rangle$ye atlar. Eğer |ψ> birim vektörse, bu iki durumun olasılıkları, sırasıyla izdüşüm vektörlerinin boylarına eşittir:

$$|\psi_Y|^2, \; |\psi_N|^2$$

Diğer taraftan eğer |ψ> birim değilse, bu terimlerin her birini $|\psi|^2$ ile bölmeliyiz. ('Pythagoras teoremi', beklendiği gibi $|\psi|^2 = |\psi_Y|^2 + |\psi_N|^2$ olasılıkların toplamının bire eşit olduğunu gösterir.) Dikkat ederseniz, |ψ> durum vektörünün $|\psi_Y\rangle$ vektörüne atlama olasılığı, bu süreç sırasında vektörün boyunda görülen azalmayla orantılıdır.



Şekil 6.23. Durum vektörün indirgenmesi. Bir evet/hayır ölçmesi, birbirlerine dik tümleyen iki *Y* ve *N* bölgesini belirleyerek tanımlanabilir. Ölçüm sonrası |ψ>, bu bölgelerin birindeki ya da ötekindeki izdüşümüne atlar; bu sürecin olasılığı, durum vektörünün boyunun karesinin izdüşüm sırasındaki kısalmasıyla orantılı olarak belirlenir.

Bir kuantum sistemi üstünde yapılabilen ölçmelerle ilgili son bir konuya değinmek istiyorum. Kuantum kurallarının sonuçlarından birisi şudur: Hangi durum söz konusu olursa olsun, diyelim |χ> durumu için, ölçülen durum |χ> ise (veya ona orantılı ise) yanıtın EVET olduğu, |χ>'ye dik ise yanıtın HAYIR olduğu, uygulanabilir bir evet/hayır ölçümü[7] *ilke olarak* vardır. Buna göre *Y* bölgesi, seçilen herhangi bu |χ> durumunun çarpanlarından oluşabilir. Burada güçlü olarak önerilen, durum vektörlerinin somut birer gerçek olduklarıdır. Bir fiziksel sistemin durumu ne olursa olsun -bu duruma |χ> diyelim- EVET sonucunu *kesinlikle* sadece |χ> veya ona orantılı bir durumda veren bir ölçme ilke olarak yapılabilir. Bazı |χ> durumları için bu ölçme son derece zor, belki de 'olanaksızdır', fakat kurama göre böyle bir ölçümün *ilke olarak* uygulanabilir olması, bu bölümün sonlarında bizim için sürpriz sonuçlar verecek.

Spin ve Riemann Durumlar Küresi

Kuantum mekaniğinde *'spin'* olarak adlandırılan nicelik, bazen tüm fiziksel niceliklerin en 'kuantum mekaniksel' olanı kabul edilir; bu nedenle bizim de bu konuya değinmemiz akıllıca bir davranış olacaktır. 'Spin' nedir? Kısaca, bir parçacığın dönüşünün ölçüsüdür. 'Spin' terimi gerçekten de bir kriket topunun veya bir beyzbol topunun kendi ekseni etrafında dönüş hareketini çağrıştırır. *Açısal momentumun,* enerji ve momentum gibi, *korunduğunu* anımsayın (5. Bölüm s. 22, ve s. 102). Bir cismin açısal momentumu, cisim sürtünme ve diğer kuvvetler tarafından etkilenmediği sürece, zaman içinde değişmez. Kuantum mekaniksel 'spin' de gerçekten böyledir ama şimdi bizi ilgilendiren, sayısız bireysel parçacıktan oluşan bir sistemin ortak kütle merkezine göre hareketi değil, (kriket topu için durum böyledir) bir *tek* parçacığın 'spin' durumudur. Doğada bulunan parçacıkların her birinin kendine özgü 'spin'e sahip olması dikkat çekici bir fiziksel olgudur.[8] Ancak, birazdan göreceğimiz gibi, tek bir kuantum mekaniksel parçacığın 'spin' durumu, kriket topları ve benzerlerinin 'spin' hareketlerinden edindiğimiz izlenimlere dayalı tahminlerimizden çok farklı özelliklere sahiptir.

Bir kere, bir parçacığın 'spin'inin büyüklüğü belirli türden her parçacık için, daima *aynıdır.* Değişen, sadece spin ekseninin yönüdür. (Bu olguya çok ilginç bir şekilde birazdan rastlayacağız.) Nasıl atıldığına bağlı olarak değişen miktarlarda dönen bir kriket topunun dönüşünden çok, çok farklı bir durumdur bu! Bir elektron, proton, veya nötron için 'spin'in büyüklüğü daima $\hbar/2$'dir, yani Bohr'un, atomların açısal momentumlarının kuantumlanması için belirlediği en küçük artı değerin sadece *yarısıdır.* (Anımsayacağınız gibi bu değerler $0, \hbar, 2\hbar, ...$ idi.) Burada bize gereken asal birim $\hbar$'ın yarısıdır; bir bakıma $\hbar/2$ aslında daha geçerli bir asal birimdir. Spin açısal momentumu hiçbirisi 'spin' davranışı göstermeyen, yörüngesel hareket halindeki parçacıklardan oluşan cisimler için söz konusu değildir; 'spin' parçacığın *özünde saklı* bir niteliğidir. (Yani, 'kısımlarının' bir merkez etrafında yörüngesel hareketlerinden kaynaklanmaz.)

'Spin'i, $\hbar/2$'nin *tek* tamsayı katı (yani, $\hbar/2$, $3\hbar/2$ veya $5\hbar/2$ vb) olan bir cisimciğe *fermiyon* adı verilir; fermiyon, ilginç bir kuantum mekaniksel özellik arzeder: 360° derecelik tam dönüş, durum

vektörünü kendine değil fakat kendisinin *eksi* işaretlisine gönderir! Doğa'daki bir çok parçacık gerçekten 'fermiyon'lardır; bunların, varlığımız için yaşamsal öneme sahip davranışlarını daha sonra inceleyeceğiz. Geriye kalan parçacıklar için 'spin', *ħ/*2'in çift tamsayı katlarıdır, yani *ħ* 'ın tamsayı katıdır (0, *ħ* , 2 *ħ*, 3 *ħ* ,... vb.); bunlara *bozon* adı verilir. 360° dönüşte bir bozon durum vektörü, kendisinin *eksi* işaretlisine değil, *kendine* geri döner.

Spin 1/2 bir parçacık, yani spin değeri *ħ/2* olan bir parçacık düşünün. Daha somut bir örnek verebilmek için bu parçacığı *elektron* olarak adlandıracağım ama bir protonla, veya nötronla veya hatta uygun türde bir atomla da örneğimizi pek ala verebiliriz. (Bir 'parçacık'; belli bir toplam açısal momentuma sahip olduğu ve tek bir bütün olarak kuantum mekaniksel olarak tarif edilebildiği takdirde daha küçük parçalardan oluşuyor gibi düşünülebilir). Örneğimizdeki elektron durgun olup sadece 'spin' durumunu düşünüyoruz. Kuantum mekaniksel durumlar uzayını (Hilbert uzayı) *iki* boyutlu olarak alırsak, *iki* durumdan ibaret bir tabanımız var demektir. Bu *iki* durumu |↑**>** ve |↓**>** simgeleriyle gösterirsem, |↑**>** simgesi, 'spin'in sağ-elli, yukarı doğru düşey doğrultuda, |↓**>** simgesi ise 'spin'in sol-elli, aşağı doğru düşey doğrultuda, olduğunu gösterir. (Şekil 6.24) |↑**>** ve |↓**>** durumları birbirlerine diktirler ve birim alınmışlardır. ($|\uparrow|^2 = |\downarrow|^2 = 1$). Elektron 'spin'inin herhangi bir olası durumu, birbirine dik |↑**>** ve |↓**>**'nın, yani *yukarı* ve *aşağı spin* durumlarının bir *w*|↑**> +** *z*|↓**>** ile gösterdiğimiz çizgisel birleştirimidir.

'Yukarı' ve 'aşağı' yönlerinin bir özelliği yoktur. 'Spin'i herhangi bir başka yönde de, diyelim *sol* |←**>** ve karşıtı *sağ* |→**>** yönlerine göre de tanımlayabiliriz.[XXI] Bu durumda, (|→**>** ve |↓**>** için uygun bir kompleks ölçek seçmek suretiyle) şu eşitlikleri

|→**>** = |↑**>** + |↓**>** ve|←**> =**|↑**> -** |↓**>.**

Bu bize yeni bir görüş kazandırıyor: Elektron 'spin'inin herhangi bir durumu, |→> ve |←> dik 'spin' durumlarının, yani *sağ* ve *solun* bir çizgisel birleştirimidir. Bunun yerine, tamamen gelişigüzel bir yön, diyelim,|↗>durum vektörü tarafından belirlenen bir yön seçebilirdik. Bu yine |↑> ve |↓> durumlarının kompleks bir çizgisel birleştirimidir yani

$|\nearrow\rangle = w\,|\uparrow\rangle + z\,|\downarrow\rangle$ yazabiliriz.

Her spin durumu, bu durum ile buna ters yönü gösteren $|\swarrow\rangle$ dik durumunun bir çizgisel birleştirimi olacaktır. (Dikkat ederseniz Hilbert uzayındaki 'diklik' kavramının, normal uzaydaki 'dik açıyla kesişme' kavramının karşılığı olması gerekmiyor. Birbirine dik Hilbert uzayı vektörleri burada, dik açılı yönlerden çok, uzayda taban tabana zıt yönlerin karşılığıdır.)



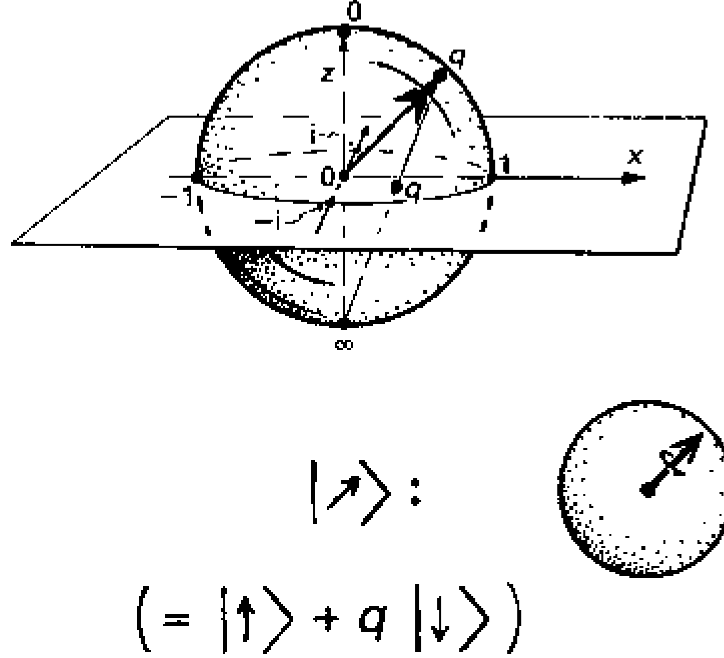
Şekil 6.24. Bir elektronun spin durumlarının tabanı sadece iki durumdan oluşur: Yukarı spin ve aşağı spin.

Uzayda $|\nearrow\rangle$ ile belirlenen yön ile, *w* ve z kompleks sayıları arasındaki geometrik ilişki nedir? $|\nearrow\rangle$ tarafından verilen fiziksel durum, $|\nearrow\rangle$ ile sıfırdan farklı bir kompleks sayıyı çarptığımız zaman etkilenmeyeceği için, yalnız *z*'nin *w*'ya oranı önemli olacaktır. Bu oranı yazalım:

$$q = z/w.$$

Burada *q* herhangi bir kompleks sayı olmakla birlikte, '$q = \infty$' değeri de $w = 0$ durumuyla, yani spin yönünün aşağı olduğu durumla uyum sağlanması için kullanılabilir. $q = \infty$ olmadığı sürece, *q'yu,* 3. Bölümde yaptığımız gibi, Argand düzleminde bir nokta olarak gösterebiliriz. Argand düzleminin uzayda yatay olarak yer aldığını, ve reel ekseninin, spin sağa yani, $|\rightarrow\rangle$ durumu yönünde bulunduğunu varsayalım. Birim yarıçaplı bir kürenin merkezinin bu Argand düzleminin merkeziyle çakıştığını ve böylece 1, i, -1, -i noktalarının tümünün, bu kürenin ekvator düzleminde bulunduğunu düşünelim. Güney kutbundaki ∞ noktasını esas alalım ve Argand düzlemini küre üstüne izdüşürelim. Bu durumda Argand düzlemindeki herhangi bir *q* noktası, bu noktayı güney kutbuyla birleştiren bir çizginin uzantısıyla elde edilen, küre yüzeyindeki tek bir noktaya karşılıktır. (Şekil 6.25) Bu ilişkiye *stereografik* izdüşüm denir ve bir çok güzel geometrik özelliklere sahiptir (örneğin, açıları korur, bir çemberi yine çembere gönderir). Stereografik izdüşüm sayesinde küre yüzeyindeki

noktaları ∞ ile genişletilmiş kompleks sayılarla, yani, *q*'nun olası kompleks oranları kümesiyle tanımlayabiliriz. Bu şekilde tanımlanan küreye *Riemann küresi* denir. Bir elektronun spin durumları yönünden Riemann küresinin önemi, |↗> = *w* |↑> + *z* |↓> eşitliğiyle verilen spin yönünü, Riemann küresinde gösterildiği gibi, merkezden *q* = *z/w* noktasına uzanan gerçek bir vektörle temsil etmesidir.



Şekil 6.25. Şekildeki Riemann küresi, bir spin 1/2 parçacığının fiziksel bakımdan farklı spin durumlarının uzayı olarak gösterilmiştir. Küre, ekvator düzlemiyle çakışan Argand düzlemine, güney kutup noktasından (∞) izdüşürülmüştür.

Görüldüğü gibi kuzey kutbu, *z* = 0, yani *q* = 0 ile verilen |↑> durumuna karşılık olup, güney kutbu, *w* = 0, yani *q* = ∞ tarafından verilen |↓> durumuna karşılıktır. En sağdaki *q* = 1 noktası |→> = |↓> + |↑> durumunu gösterirken, en soldaki nokta *q* = -1**, |←>** = |↑> **-|↓>** durumunu gösterir. Kürenin arkasında en uzak nokta *q* = *i,* spinin bizden uzağa yöneldiği |↑> + i|↓> durumunu temsil ederken, en yakın nokta *q* = -i, spinin bize doğru yöneldiği |↑> -i|↓> durumunu gösterir. Genel bir *q* noktası |↑> + *q*|↓> durumunun karşılığıdır.

Bütün bunların, elektron spinini ölçmekle ne gibi bir ilişkisi var?[10] Uzayda bir yön seçelim ve buna *α* diyelim. Elektron spinini bu yönde

ölçersek EVET yanıtı elektronun (şimdi) gerçekten α yönünde (yani, sağa doğru), HAYIR yanıtı *a* yönüne ters yönde döndüğünü bildirir.

Yanıtın EVET olduğunu varsayarak spin durumunu |α> olarak belirtiyoruz. Şimdi yine *a* yönünde bir spin ölçümünü tekrarlarsak, yanıt yüzde 100 olasılıkla EVET olur. Fakat ikinci ölçme için yönü β yönüne değiştirirsek, durum |*β*>'ya atlayacağı için EVET yanıtını alma olasılığı biraz azalır ve durum |*β*> durumunun zıt yönüne de atlayabileceği için ikinci ölçme sonucunda HAYIR yanıtının alınması olasılığı doğar. Bu olasılığı nasıl hesaplarız? Bunun yanıtını, bir önceki kısmın sonunda verilen tanımlamalarla bulabilirsiniz. İkinci ölçüm için EVET olasılığı şöyledir:

$$\frac{1}{2}\left(1+\cos\theta\right)$$

Burada θ, α ve β yönleri[11] arasındaki açıdır. Buna göre ikinci ölçüm için HAYIR yanıtı olasılığı şöyledir:

$$\frac{1}{2}\left(1-\cos\theta\right)$$

Görüldüğü gibi, ikinci ölçüm birincisine dik yapıldığı zaman her iki yanıt için olasılık yüzde 50'dir (cos 90° = 0). İki ölçüm arasındaki açı, dar açısıysa, EVET yanıtının alınması daha olasıdır; geniş açıysa, HAYIR yanıtının alınması daha olasıdır. β yönü, α yönüne zıt yönde ise olasılıklar, EVET için yüzde 0, HAYIR için yüzde 100 olur; başka bir deyişle, ikinci ölçümün sonucu, birincinin tersi olacaktır ('Spin' hakkında daha fazla bilgi için bkz. Feynman ve arkadaşları, 1965).

Riemann küresi, *herhangi bir* iki durumlu kuantum sisteminde olası kuantum durumlarının (bir orantı katsayına kadar) tanımlanması için gerçekten önemli (fakat fazla bilinmeyen) bir rol oynar. Özellikle bir spin 1/2 parçacığı söz konusu olduğunda geometrik rolü önemlidir. Çünkü küre yüzeyindeki noktalar, spin ekseninin olası uzaysal yönelimlerini gösterir. Diğer bir çok problem için, Riemann küresinin önemini değerlendirmek daha zordur. Bir çift dar ve uzun yarıktan geçen veya yarı saydam bir aynadan yansıyan bir fotonu düşünün. Fotonun durumu, $|\psi_t>$ ve $|\psi_b>$ gibi ayrık konumları tanımlayan durumların $|\psi_t> + |\psi_b>$, $|\psi_t> - |\psi_t>$, ve $|\psi_t> + i|\psi_b>$ gibi bir çizgisel

birleştirimidir. Riemann küresi burada da fiziksel olarak farklı olasılıklar sistemini tanımlar, ama sadece *soyut olarak* tanımlar. $|\psi_t>$ durumu, kuzey kutbu ('üst') tarafından temsil edilirken, $|\psi_b>$durumu güney kutbu ('alt') tarafından temsil edilir. Buna göre, $|\psi_t> + |\psi_b>$,$|\psi_t> - |\psi_b>$ ve $|\psi_t> + i\,|\psi_t>$ durumları ekvator düzleminde kalan çeşitli noktalar tarafından, ve genelde $w|\psi_t> + z\,|\psi_b>$ durumu ise $q = z/w$ eşitliğiyle verilen bir q noktası tarafından temsil edilirler. Son örnekte olduğu gibi bir çok durumda Riemann küresinin olasılıklar yönünden değeri, uzay geometrisi ile açık ilişki kurulamadığı için, tam belirginleşememiştir.

Kuantum Durumlarının Nesnelliği ve Ölçülebilirliği

Bir deneyin sonucuna ilişkin bize sadece olasılıkları belirlemesine karşın bir kuantum mekaniksel durumun *nesnelliği* var gibi görünüyor. Halbuki durum vektörünün, fiziksel bir sistemle ilgili 'bilgimizi' tanımlayan bir araç olduğu, veya belki de bir tek sistemi tanımlamak yerine çok sayıda, benzer sistemlerden oluşan bir küme (ensemble) ile ilgili olasılık bilgileri verdiği sıkça ileri sürülür. Bu gibi yaklaşımlar bana, fiziksel dünyanın *gerçekliği* hakkında kuantum mekaniğinin bize söylediklerine karşı gösterilen yersiz bir ürkeklik gibi geliyor.

Durum vektörlerinin 'fiziksel gerçekliği' ile ilgili bu çekimser yaklaşım, kuşkusuz, kurama göre, fiziksel yönden ölçülebilir kavramların son derece sınırlı olmasından kaynaklanır. Bir elektronun, yukarıda açıklanmış spin durumunu ele alalım. Spin durumunun $|\alpha>$ olduğunu ama bunu bilmediğimizi varsayalım; başka deyişle, elektronun spin *yönünü* bilmiyoruz. Bu yönü, ölçerek bulabilir miyiz? Hayır, bulamayız. En iyisi, "bir bit'lik" bilgi edinelim, yani evet/hayır sorusuna yanıt arayalım. Uzayda bir β yönü seçebilir ve elektronun spinini bu yönde ölçebiliriz. Ya EVET ya da HAYIR yanıtını alırız. Ama daha sonra spinin ilk yönü ile ilgili bilgiyi yitirmiş oluruz. EVET yanıtıyla durumun *şimdi* $|\beta>$ ile orantılı olduğunu,

HAYIR yanıtıyla durumun *şimdi* β ile zıt yönde olduğunu biliyoruz. Her ikisi de, ölçümden *önceki* durumun *a* yönünü bize bildirmez, sadece *a* hakkında bazı olasılık bilgileri verir.

Öte yandan, ölçüm yapılmadan önce[XXII] elektronun spin durumunun yer aldığı *a* yönü hakkında tamamen *nesnel* bir şey var gibi görünüyor. Çünkü, elektronun spinini *a* yönünde ölçmeyi yeğleyebilirdik ve bunu yapmakla doğru bir seçim yapmış olabilirdik, ve elektron, bu durumda, *kesin* bir olasılıkla EVET yanıtını vermeğe hazır olmalıdır! Elektronun gerçekten bu yanıtı vermesi gerektiğine dair ‘bilgi’, bir şekilde, elektronun spin durumunda saklanmıştır.

Bana kalırsa, kuantum mekaniğine göre fiziksel gerçekliği tartışırken neyin ‘nesnel’ ve neyin ‘ölçülebilir’ olduğu ayırımını yapmamız gerekir. Nitekim, bir durum vektörü, sistem üzerinde yapılan deneylerle, (orantısal olarak) sistemin aslında hangi duruma sahip olduğunun doğrulanması anlamında *ölçülemez.* Fakat durum vektörü (yine orantısal olarak) sistemin tümünün nesnel bir özelliği olarak görünür, çünkü uygulayabileceğimiz deneylere verebileceği sonuçlarla tanımlanır. Örneğin bir elektron gibi spin 1/2 parçacığı için bu nesnellik anlamsız değildir. Çünkü, hangi yön olduğunu bilmesek dahi elektronun spininin kesin olarak tanımlanabildiği herhangi bir yönün varlığını doğrular sadece. (Ancak, daha sonra göreceğimiz gibi bu ‘nesnel’ tanım daha karmaşık sistemler için, hatta bir çift spin 1/2 parçacığından oluşan bir sistem için dahi, alışılmadık garip bir tanımdır.)

Fakat elektron spininin ölçülmeden önce fiziksel tanımlanmış bir durumda bulunması mutlaka gerekir mi? Bir çok sistemde *gerekmeyecektir;* çünkü spin tek başına bir kuantum sistemi olarak kabul edilemeyebilir. Kuantum durumu, genelde, çok sayıda başka parçacıklarla karışmış bir elektrona aittir. Ancak, özel koşullarda elektron (en azından spin durumu yönünden) tek başına değerlendirilebilir. Spin durumunun herhangi (belki de bilinmeyen) bir yönde daha önce gerçekten ölçülmüş olduğu ve bunun sonrasında elektronun bir süre değişmeden kalabildiği bu gibi koşullarda elektron, standart kuantum kuramına göre mükemmel şekilde nesnel olarak tanımlanan bir spin yönüne sahip olur.

Bir Kuantum Durumunun Kopyalanması

Bir elektron spin durumunun nesnel fakat ölçülemez oluşu, bir başka önemli olguyu gösterir: *İlk durumunu bozmadan bir kuantum durumunun kopyasını çıkarmak olanaksızdır!* Bir elektron spin durumu |α>'nın kopyasını çıkardığımızı varsayalım. Bunu bir kez yapabilirsek, tekrar tekrar yapabiliriz. Sonuçta ortaya çıkan sistem, yönü çok iyi tanımlanmış büyük bir açısal momentuma sahip olabilir. Bu yön, yani *a,* makroskopik bir ölçümle doğrulanabilir. Bu, |α> spin durumunun ölçülmezlik özelliğine aykırıdır.

Ancak orijinalini yok etmeye hazırsak, bir kuantum durumunun kopyasını elde edebiliriz. Örneğin, bilinmeyen bir |α> spin durumunda bir elektron, bir başka spin |γ> durumunda bir nötron bulunduğunu varsayalım. Nötronun spin durumunu |*α*>'da ve elektronunki |α>'da olacak şekilde bunları değiştirmemiz kurallara tamamen uygundur. Yapamayacağımız şey |α>'nın kopyasını çıkarmaktır, (|α>'nın gerçekte ne olduğunu *bilmediğimiz* sürece!) (bkz. Wootters ve Zurek 1982.)

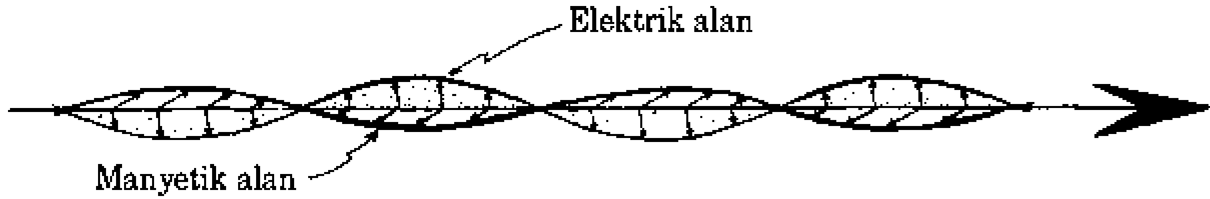
1. Bölümde (s. 30) tartıştığımız 'teleulaşım makinesini' anımsayınız. İlke olarak, insan bedenini ve beynini uzak bir gezegende tümüyle kopyalama olasılığına dayalı bir sistemde insan 'bilincinin' bir kuantum durumunun niteliklerine bağlı olup olmadığını tartışmak ilginç olurdu. Eğer bu doğruysa, orijinal durumu ortadan kaldırmaksızın 'bilincin' bir kopyasını çıkarmamıza kuantum kuramı izin vermez ve böylece teleulaşım 'ikilemi' çözümlenir. Kuantum etkilerinin beynin fonksiyonu ile olası ilgisi son iki bölümde ele alınacaktır.

Foton Spini

Şimdi, bir fotonun 'spin'ini ve bunun Riemann küresi ile ilgisini inceleyelim. Fotonların, spini vardır, fakat daima ışık hızında ilerledikleri için spinin değişmez bir noktaya göre verildiği düşünülemez; spin ekseni daima hareket yönündedir. Foton spinine *kutuplanma* adı verilir; 'polaroid' (kutuplayıcı) güneş gözlüklerinin

davranışının dayanağı bu olgudur. İki kutuplayıcıyı üst üste koyup bakınız. Bir miktar ışığın geçtiğini göreceksiniz. Bu kez, kutuplayıcılardan birini sabit tutarken diğerini çeviriniz. Geçen ışık miktarının değiştiğini görürsünüz. Işığın maksimum miktarını yakaladığınız anda, sabit kutuplayım, hareketli kutuplayıcıdan geçen ışığı hemen hemen hiç azaltmaz; halbuki bu konuma göre hareketli kutuplayıcıyı doksan derece döndürürseniz; ikinci kutuplayıcı ışık miktarını hemen hemen sıfıra indirir.

Bu olayı, ışığın dalga tanımıyla açıklandığında anlamak kolaylaşır. Bunun için, Maxwell'in salınan elektrik ve manyetik alanlarına ihtiyacımız var. Şekil 6.26'da, bir *düzlemsel kutuplanmış* ışık gösterilmektedir. Elektrik alanı, *kutuplanma düzlemi* denilen bir düzlemde ileri geri salınım durumundadır, ve manyetik alanın salimim da bununla uyumludur, ancak manyetik alan salınımı düzlemi, elektrik alanınınkine diktir.



Şekil 6.26. Düzlemsel kutuplanmış bir elektromanyetik dalga.

Her bir kutuplayıcı, kutuplayıcının yapısıyla aynı yönde kutuplanma düzlemine sahip ışığı geçirmektedir. İkinci kutuplayıcının yapısını, birincininkinin yönüne çevirdiğimizde, birinci kutuplayıcıdan geçen ışık, İkincisinden de geçer. Fakat iki kutuplayıcının yapıları birbirleriyle dik konuma geldiğinde, ikinci kutuplayıcı, birincisinden geçen ışığın tümünü keser. İki kutuplayıcı birbirlerine φ açısı yapıyorlarsa, ışığın

$$\cos^2 \varphi$$

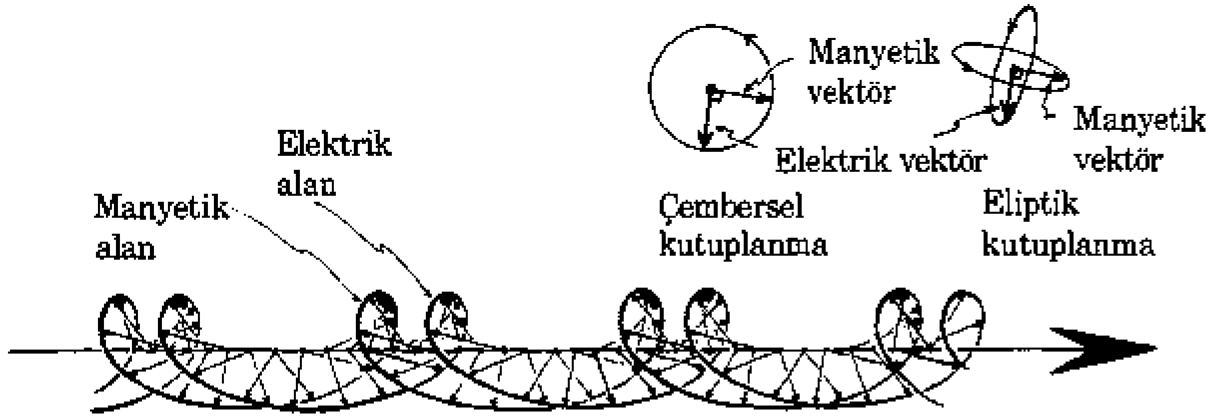
oranı ikinci kutuplayıcıdan geçer.

Parçacık yorumunda, *her bir fotonu* tek tek kutuplanmış olarak düşünmeliyiz. Bu durumda birinci kutuplayıcı bir kutuplanma ölçer gibi davranarak eğer foton uygun yönde kutuplanmışsa EVET yanıtını verir ve fotonun geçmesine izin verilir. Foton, buna dik yönde kutuplanmışsa yanıt HAYIR olur ve foton soğurulur (Burada, Hilbert uzayındaki diklik kavramı, normal uzaydaki 'diklik' karşıtıdır!)

Fotonun birinci kutuplayıcıdan geçtiği varsayılırsa, ikinci kutuplayıcı aynı soruyu farklı bir yön için sorar. İki yön arasındaki açı φ olduğuna göre şimdi elimizde $\cos^2 \varphi$ olasılığı vardır.

Riemann küresi nerede devreye girer? Kutuplanma durumları ile ilgili kompleks sayı sistemini tam olarak tanımlayabilmemiz için, *çember sel* ve *eliptik* kutuplanmayı incelemeliyiz. Bir klasik dalganın söz konusu kutuplanmaları Şekil 6.27'de gösterilmektedir. Çembersel kutuplanmada, elektrik alanı salınmaktan çok *döner* ve elektrik alanına dik olan manyetik alan da onunla uyumlu şekilde döner. Eliptik kutuplanmada ise, dönme ve salınım hareketlerinin birlikteliği vardır; elektrik alanını tanımlayan vektör, uzayda bir *elips* çizer. Kuantum tanımında, *bireysel* her fotonun tüm bu farklı, kutuplanmaların herhangi birisini taşımasına izin vardır: *Fotonun spin* durumları.

Farklı olasılıklar sisteminin burada da Riemann küresini oluşturduğunu görmek için fotonun dikey doğrultuda yukarı gittiğini düşünelim. Bu durumda kuzey kutbu, sağ-elli spinin |R> durumunu gösterir; bunun anlamı, elektrik alanı vektörünün, foton geçerken (yukarıdan bakılırsa) dikey eksen çevresinde saat yönünün aksi yönünde döndüğüdür. Güney kutbu, sol-elli spinin |L> durumunu gösterir. (Fotonların, tüfeğin namlusundan çıkan mermiler gibi ya sağa ya da sola spinli olduklarını düşünebiliriz.)



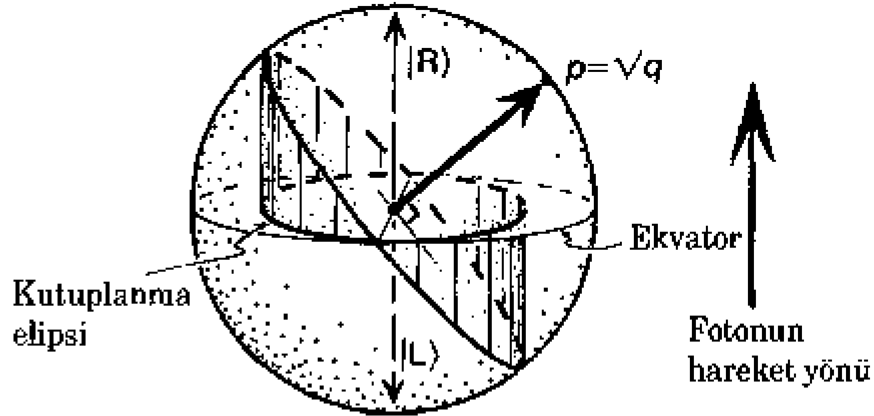
Şekil 6.27. Çembersel kutuplanmış elektromanyetik dalga (Eliptik kutuplanma. Şekil 6.26 ve 6.27 arasında yer alır.)

Genel bir spin durumu |R> + *q*|L>, her ikisinin kompleks çizgisel toplamıdır ve Riemann küresi yüzeyinde bir *q* noktasına karşı gelir. *q*

ile kutuplanma elipsi arasındaki bağıntıyı bulmak için *q*'nun *kare kökünü* alır ve başka bir kompleks *p* sayısı buluruz: p = √q

Riemann küresinde *q* yerine *p* noktasını işaretler, ve kürenin merkezinden geçen düzlemin, merkezle *p* noktasını birleştiren doğru parçasına dik olduğunu varsayarız. Bu düzlemin, küreyle kesişimi bir çember oluşturur; kutuplanma elipsini elde etmek için bu çemberi yatay düzlem üzerine izdüşürürüz. (Şekil 6.28)[XXIII]. *q*'nun Riemann küresi yine foton kutuplanma durumlarının tamamını tanımlar, ama gerçek uzaydaki kutuplanma vektörünü *q*'nun kare kökü p verir.

Olasılıkları hesaplamak için, *p'ye* değil *q'ya* uyguladığımız sürece, elektron için kullandığımız aynı 1/2(1+cos 2 φ) formülünü kullanırız. *Düzlemsel* kutuplanmayı ele alalım. Fotonun kutuplanmasını önce bir yönde, sonra bununla φ açısı yapan diğer bir yönde ölçeriz; bu iki yön, kürenin ekvatorunda yer alan iki *p* kompleks değerine karşı gelir.



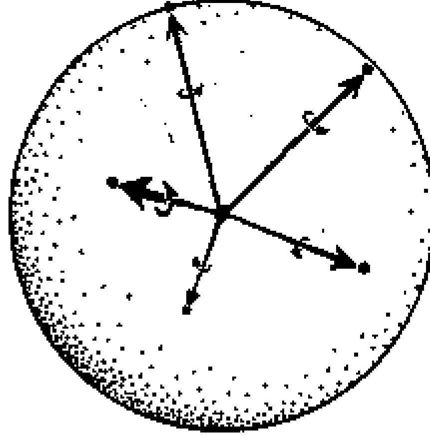
Şekil 6.28. √*q*'nun Riemann küresi ile bir fotonun kutuplanma durumları tanımlanır.

(√*q* noktasıyla tanımlanan vektöre Stokes vektörü denir.)

Bu *p*'leri merkezden gören açı ρ olsun, *p*'ler, *q*'ların kare kökleri olduğu için, *q* noktalarını merkezden gören θ açısı, *p* noktalarını gören açının iki katıdır: θ = 2 φ. Böylece, birinci ölçme sonucu EVET yanıtı çıktığında, ikinci ölçmenin de EVET yanıtı vermesi olasılığı (yani, fotonun birincisinden geçtiği bilinirse ikinci kutuplayıcıdan da geçmesi olasılığı) 1/2(1+cos 2φ) olur; bunun basit bir trigonometri ile yukarıda bulunmuş olan $\cos^2 \varphi$ ifadesiyle aynı olduğu anlaşılır.

Yüksek Spine Sahip Cisimler

İkiden fazla temel duruma sahip bir kuantum sistemi için, fiziksel yönden ayırt edilebilir durumların uzayı, Riemann küresinden daha karmaşıktır. Ancak, spinin söz konusu olduğu her zaman, Riemann küresi doğrudan bir geometrik rol üstlenir. *n* x ħ/2 spinli, durgun, *kütlesi sıfırdan farklı* bir taneciği veya atomu ele alalım. Spin, *(n* + 1) - durumlu bir kuantum sistemini tanımlar. (Spinli fakat kütlesiz, yani ışık hızında hareket eden, foton gibi bir parçacık daima *iki* durumlu bir sistemdir. Fakat, kütleli bir parçacık için durumların sayısı spinle birlikte artar.) Spini, herhangi bir yönde ölçmek istersek, spinin bu seçilen yöne ne ölçüde yönlendiğine bağlı olarak, *n* + 1 adet farklı olası sonuç elde ederiz. *ħ/2* birimi cinsinden bu yöndeki olası spin değerleri şöyledir: *n, n* - 2, *n* - 4, ..., 2 - *n* veya - *n.* Bu nedenle, *n = 2* için değerler 2, 0 veya -2; *n* = 3 için değerler 3, 1, -1 veya -3, vb. olur.



Şekil 6.29. Kütleli bir parçacık için genel bir yüksek spinli durum, rasgele yönlere yönelik spin 1/2 durumlarının bir derlemi olarak verilebilir.

Eksi değerler, ölçümün yapılmakta olduğu yöne *zıt* yönelik spini gösterir. Spin 1/2 , yani *n* = 1, durumunda 1 değeri EVET, -1 değeri HAYIR'dır.

Nedenlerini açıklamasam da (Majorana 1932, Penrose 1987a) ħ.$n/_2$ spini için her bir *spin durumu* (bir orantı katsayısına kadar), *Riemann küresi yüzeyinde bir* (sırasız), *noktalar kümesiyle,* yani, merkezden dışa doğru *n farklı* yön ile, tanımlanır. (Şekil 6.29) (Bu yönler, sistem üzerinde yapılan ölçmelerle belirlenir: Spini, söz konusu *n* yönden birinde ölçersek sonuç elbette tümüyle zıt yönde

olamaz, yani - *n* değerini değil, *n, n* - 2, *n* - 4, ..., 2 - *n* değerlerinden birini verir.) Yukarıda verilen elektron örneğinde olduğu gibi, *n* = 1 özel durumunda, Riemann küresi yüzeyinde sadece *bir* noktaya sahip oluruz ki bu nokta yukarıdaki tanımlamalarda *q* ile verilen noktadan başkası değildir. Fakat, daha yüksek spin değerleri için verilen tanım daha karmaşıktır, ve biraz önce söylediğim gibi tanımlandığı şekliyle, bazı nedenlerle, fizikçilerin çok yakından tanıdıkları bir tanım değildir.

Bu tanımlamada oldukça önemli ve şaşırtıcı bir şey vardır. Çoğu kez, atomların (veya basit parçacıklar veya moleküllerin) kuantum tanımlarının, sistem genişledikçe ve karmaşıklaştıkça bizi, belli bir limit anlamında, klasik Newtoncu tanımlamalara götürmesi gerektiğine inandırmak eğiliminde oldukları izlenimine kapılırız. Ancak, görünürde *bu doğru değildir.* Çünkü, biraz önce tartıştığımız gibi, yüksek açısal momentuma sahip bir cismin spin durumları, Riemann küresinin yüzeyine serpiştirilmiş çok sayıda noktaların karşılığıdır.[XXIV] Bu cismin spin durumunu, bu noktaların belirlediği farklı yönlere yönelik spin 1/2 durumlarının tümünden oluşan bir bütün olarak düşünebiliriz. Bu toplu durumların ancak bir kaçı, örneğin, küre yüzeyinde küçük bir alana birikmiş noktalar (yani, spin 1/2 noktalarının çoğunun hemen hemen aynı yönde olduğu bölgeler), kriket topları gibi klasik cisimlerde karşılaşabileceğimiz gerçek açısal momentum durumlarını temsil edecektir. Spinin toplam ölçümünün ($\hbar$ /2 cinsinden) çok büyük bir değere sahip olduğu, fakat yönlere ‘rasgele’ dağılmış bir spin durumunu seçtiğimiz takdirde, klasik spine benzer bir durumun ortaya çıkmaya başlayacağını bekleyebilirdik. Fakat durum hiç de beklendiği gibi değildir. Genel olarak, toplam spin değeri yüksek kuantum spin durumları hiç bir şekilde klasik durumlara benzemez!

Klasik fizikteki açısal momentum ile nasıl bağlantı kurulmalı öyleyse? Yüksek spin değerine sahip kuantum durumlarının çoğu, gerçekte klasik durumlara benzemese de, *her biri* klasik duruma *benzeyen (birbirine dik)* durumların çizgisel birleştirimidir. Nasılsa bir ‘ölçme’, sistemde kendini uygulatır ve durum vektörü, klasik benzeri durumlardan birine ya da diğerine ‘atlar’. Bu, bir sistemin yalnız açısal momentumu için değil, klasik olarak ölçülebilir herhangi bir

başka özelliği için de aynıdır. Kuantum mekaniğinin işte bu niteliği, bir sistem 'klasik düzeye ulaştığında' öne çıkmalıdır. Bu konuda daha sonra başka söyleyeceklerim var ama böyle 'geniş' ve 'karmaşık' kuantum sistemlerini tartışmadan önce kuantum mekaniğinin, bir parçacıktan fazlasını içeren sistemleri alışılmadık şekilde ele alış yöntemi hakkında bir fikir edinmeliyiz.

Çok Parçacıklı Sistemler

Çok parçacıklı durumların kuantum mekaniksel tanımlamaları, ne yazık ki, biraz karmaşıktır. Aslında *son derece* karmaşıklaşabilirler. Ayrı ayrı parçacıkların, ayrı ayrı olası konumlarının *tümünün* birleştirimleri söz konusudur! Bu durumda, klasik kuramdaki bir *alan* için düşünülebileceğinden çok fazla sayıda olası durumlardan oluşan geniş bir uzay yaratılır. Bir *tek* parçacık için kuantum durumunun, yani bir dalgafonksiyonunun klasik bir alanın sahip olduğu ölçüde karmaşıklığa sahip olduğunu görmüştük. Tanımlanmak için *sonsuz* sayıda parametreyi öngören bir sistemin, (içsel bağımsızlık dereceleri içermediği sürece (5. Bölüm s. 36) tanımlanmak için bir kaç sayıya, çok çok altı sayıya gereksinimi olan bir sistemden) ne kadar daha karmaşık olduğu açıktır. Bu böylece yeterince karmaşık iken, her biri için birer alan gereken *iki* 'alanlı' bir iki parçacıklı kuantum durumunun nasıl tanımlanacağını düşününüz bir de. Düşünmek bile istemezsiniz! Göreceğiniz gibi, iki veya daha fazla parçacığa sahip bir durumun tanımı iyice karmaşıktır.

Bir *tek* (spinsiz) parçacığın kuantum durumu, parçacığın bulunabildiği her olası konum için bir kompleks sayıyla (genlikle) tanımlanır. Parçacığı, *A* noktasında bulmak için bir genlik, *B* noktasında bulmak için bir genlik ve *C* noktasında bulmak için bir başka genlik, vb. vardır. Şimdi *iki* parçacık düşününüz. Birincisi *A* noktasında, İkincisi *B* noktasında yer alabilir. Bu olasılıkla ilgili bir genliğin bulunması gerekir. Başka bir olasılıkla, birinci parçacık B'de İkincisi A'da bulunabilir ve bu olasılık için de bir genliğe ihtiyacımız var; veya birincisi B'de İkincisi C'de bulunabilir, veya her ikisi de A'da yer alabilir, ve bu olasılıkların her biri için birer genliğe

gereksinimimiz var. Bu nedenle dalgafonksiyonu sadece bir kaç konum fonksiyonundan (yani, birkaç alandan) ibaret değildir; *iki* konumun bir fonksiyonudur!

İki konumun bir fonksiyonunu tanımlamanın, bir konumun iki fonksiyonunu tanımlamaktan çok daha karmaşık olduğu hakkında bir fikir edinmek için, yalnız bir tane olası sonlu konumlar kümesine sahip bir durumu ele alalım. (Ortonormal) durumlarla verilen yalnız on kabul edilebilir konum bulunsun:

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle, |7\rangle, |8\rangle, |9\rangle.$$

Tek parçacığın $|\psi\rangle$ durumu, aşağıdaki gibi bir toplam olacaktır:

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle + z_1|1\rangle + z_2|2\rangle + z_3|3\rangle + ... + z_9|9\rangle$$

Burada, çeşitli $z_0, z_1, z_2, z_3, ... z_9$ bileşenleri, her bir noktada bulunan parçacığın ilgili genliklerini verirler. On kompleks sayı, parçacığın durumunu belirler. *İki* parçacık durumu için her bir *çift konum* ile ilgili bir genliğe gereksinim duyarız. Dolayısıyla

$$10^2 = 100$$

farklı (sıralanmış) konum çifti vardır, öyleyse *yüz* kompleks sayıya gereksinimimiz vardır! Sadece bir parçacıklı iki duruma (yani, yukarıdaki 'iki konumun bir fonksiyonu' yerine 'bir konumun iki fonksiyonuna') sahip olsaydık, yalnız *yirmi* kompleks sayıya gereksinimimiz olacaktı.

Bu yüz sayıyı şöyle gösterebiliriz:

$$z_{00}, z_{01}, z_{02}, ..., z_{09}, z_{10}, z_{11}, z_{12}, ..., z_{20}, ..., z_{99},$$

ve bunların karşılığı (ortonormal) taban vektörlerini de şöyle gösteririz:[12]

$$|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |0\rangle|2\rangle,..., |0\rangle|9\rangle, |1\rangle|0\rangle,..., |9\rangle|9\rangle.$$

Buna göre genel iki parçacık durumu $|\psi\rangle$, şu şekilde bir toplamla gösterilir:

$$|\psi\rangle = z_{00}|0\rangle |0\rangle + z_{01}|0\rangle |1\rangle + ... + z_{99}|9\rangle |9\rangle.$$

Bu 'çarpım' gösterimi şu anlamı taşır: $|\alpha\rangle$, birinci parçacık için (konum durumu olması gerekmiyor) olası bir durumsa, ve $|\beta\rangle$, ikinci parçacık için olası bir durumsa; birinci parçacığın durumunun $|\alpha\rangle$

olduğunu ve ikincisininkinin |β> olduğunu gösteren ‘durum’ şöyle yazılır:

|α>|β>

Yalnız tek parçacık durumlarının değil, başka kuantum durum çiftlerinin de *çarpımları* alınabilir. Böylece |α> |β> son durumu ‘birinci sistem, |α> durumunda ve ikinci sistem |β> durumundadır’ birleştirimini tanımlar şeklinde yorumlarız. (Buna benzer bir tanımlama |α>|β>|γ> vb. için de yapılabilir; aşağıdaki açıklamaya bakınız.) Ancak, *genel bir* iki parçacık durumu gerçekte bu ‘çarpım’ şeklinde olamaz. Örneğin,

|α>|β> + |ρ>|σ>

gibi bir birleştirimde |ρ>, birinci sistemin başka bir olası durumu ve |σ>, ikinci sistemin bir başka olası durumudur- Bu durum, bir *çizgisel birleştirimdir;* birinci birleştirme (|*α*> *ve* |β>) *artı* ikinci birleştirme (|ρ> *ve* |σ>) şeklinde verildiği için, bir çarpım (yani, iki durumun birleştirimi) olarak yorumlanamaz. Bir başka örnek olarak, |*α*>|β> - *i*| *ρ*>|*σ*>, farklı bir çizgisel birleştirimi bildirir. Dikkat ederseniz, kuantum mekaniği, ‘ve’ ve ‘artı’ sözcüklerinin anlamları arasındaki kesin ayırıma özen gösterilmesini öngörmektedir. Modern dilde -özellikle sigorta belgelerinde olduğu gibi- ‘artı’ sözcüğünü ‘ve’ yerine yanlış olarak kullanma eğilimi yazık ki görülmektedir. Burada bu konuda çok daha dikkatli olmalıyız!

Üç parçacık söz konusu olduğu zaman durum yine buna benzerdir. Genel bir üç parçacık durumunu tanımlamak için, yukarıdaki örnekte yalnız on alternatif konum varken bu kez tam *bin* adet kompleks sayıya gereksinim duyarız! Üç parçacık durumları için eksiksiz bir taban olarak şu yapıyı kullanabiliriz:

|0>|0>|0>, |0>|0>|1>, |0>|0>|2>,..., |9>|9>|9>.

Özel üç parçacık durumları:

|α>|β>|γ> şeklindedir.

(Burada |α>, |β> ve |γ>’nın konum durumları olmaları gerekmez). Fakat bu basit ‘çarpım’ şeklindeki bir çok durumun, genel bir üç parçacık durumu elde etmek üzere, çizgisel birleştirimi gerekecektir. Buna göre, dört veya daha fazla parçacık için durum vektörü tanımlarının nasıl yapılabileceği açıktır.

Şu aşamaya kadarki tartışmamız, ‘birinci parçacık’, ‘ikinci parçacık’, ‘üçüncü parçacık’ vb. *ayırt edilebilir* parçacıklar üzerine gelişti. Ancak, kuantum mekaniğinin çarpıcı bir özelliği, *özdeş* (ayırt edilemez) parçacıklar için kuralların farklı olmasıdır. Gerçekte, kurallar, belli tür parçacıkların sadece, diyelim son derece birbirine benzer olmalarını değil *kesinlikle* özdeş olmalarını öngörür. Bu kural, tüm elektronlar ve tüm fotonlar için geçerlidir. Fakat elektronlar, tüm fotonların birbirlerine özdeşliklerinden *farklı* şekilde birbirlerine özdeştirler! Bu fark, elektronların fermiyonlar olmasından, fotonların ise bozonlar olmasından kaynaklanır. Bu iki genel tür parçacık birbirinden oldukça farklı şekilde ele alınmalıdır.

Sözcüklerin yetersiz kaldığı tanımlamalarla okuyucunun kafasını iyice karıştırmadan önce ‘fermiyon’ ve ‘bozon’ durumlarının özelliklerini açıklayayım. Kural şöyle: $|\psi>$ durumu, belirli türde ve herhangi bir sayıda fermiyon içeren bir durumsa, fermiyonlardan herhangi ikisi aralarında yer değiştirdiği takdirde $|\psi>$ şöyle bir değişime uğrar:

$$|\psi> \to -\,|\psi>.$$

$|\psi>$ durumu, belirli türde ve herhangi bir sayıda bozon içeriyorsa, bozonlardan herhangi ikisi aralarında yer değiştirdiği takdirde $|\psi>$ şöyle bir değişime uğrar:

$$|\psi> \to |\psi>$$

Bu önermeleri yorumlarsak: *İki fermiyon hiçbir zaman aynı durumda bulunamaz.* Çünkü bu mümkün olsaydı, aralarında yer değiştirmeleri, toplam durumu asla etkilemez, böylece $-|\psi> = |\psi>$, yani $|\psi> = 0$ bildirimini alırdık ki bu bir kuantum durumu için söz konusu olamaz. Bu özellik, *Pauli dışarlama ilkesi*[13] olarak bilinir ve bu ilkenin maddenin yapısı ile ilgili temel öngörüleri vardır. Maddenin tüm ana öğeleri gerçekten fermiyonlardır: Elektronlar, protonlar ve nötronlar. Dışarlama ilkesi olmaksızın madde kendi üzerine çökerdi!

Yine on konumumuzu inceleyelim ve şimdi iki özdeş fermiyondan oluşan bir duruma sahip olduğumuzu varsayalım. Pauli ilkesine göre $|0> \; |0>$ durumunu dışlıyoruz. (Birinci çarpanın İkincisiyle yer değiştirmesi sonucu eksi değerine değil kendine gider.) Ayrıca,

|0>|1> durumu da bu haliyle işimize yaramaz, çünkü yer değişimiyle eksi değerine gitmez; fakat bunun yerine

|0>|1> - |1>|0>

durumunu koyarak sorunu kolayca çözümleriz: (İstenirse, ortak bir 1/√2 çarpanı boylandırma amacıyla kullanılabilirdi.) Bu durum, birinci parçacığın İkincisiyle yer değiştirmesi koşulunda doğru şekilde işaret değiştirir, fakat şimdi |0>|1> ve |1>|0> durumlarına artık bağımsız durumlar olarak sahip değiliz. Bu *iki* durumun yerine artık sadece *bir* durum koyabiliriz!

$$\frac{1}{2}\left(10 \text{ x } 9\right) = 45$$

Bu türden yalnızca durum var elimizde; bunları sıralanmamış |0>, |1>,... |9> ayrı durumlarının çiftleri cinsinden yazabiliriz. Böylece, sistemimizde iki fermiyonlu bir durumu belirlemek için 45 kompleks sayı gerekir. Üç fermiyon için üç ayrı konum gerektiğine göre taban durumlarını şöyledir:

|0>|1>|2> +|1>|2>|0> +|2>|0>|1> -|0>|2>|1> -|2>|1>|0> -|1>|0>|2>,

Toplam (10 x 9 x 8) / 6 = 120 durum olduğuna göre, bir üç fermiyon durumunu tanımlamak için 120 kompleks sayı gerekiyor. Daha fazla sayıda fermiyonlar için durum buna benzerdir.

Bir çift özdeş bozon için ise bağımsız taban durumları iki çeşittin

|0>|1> +|1>|0>

ve

|0>|0>

gibi durumlar olabilir; dolayısıyla toplam 10 x 11/2 = 55 kompleks sayı, iki bozonlu durumları tanımlamak için yeterlidir. Üç-bozonlu durumlar için üç ayrı çeşit durum vardır ve (10 x 11 x 12) / 6 = 220 kompleks sayı gerekir, ve bu böylece devam eder.

Kuşkusuz, ana fikri iletebilmek amacıyla koşulları basitleştirerek açıklamaya çalıştım. Daha gerçekçi bir tanımlama, ana düşünce değişmese de, konum durumlarının tüm sürekliliğiyle verilmesini gerektirir. Yine küçük bir sorunumuz var. Kaçınılmaz olarak bir fermiyon olan bir spin 1/2 parçacığının her bir konumuna karşılık iki olası durum söz konusu: ‘↑’ (spin ‘yukarı’) ve ↓ (spin ‘aşağı’).

Basitleştirilmiş sistemimizde bir tek parçacık için, on yerine yirmi taban durumuna sahibiz:

|↑0>, |↓0>, |↑1>, |↓1>, |↑2>, |↓2>, ... |↑9>, |↓9>.

Bunun dışında sistemimiz daha önceki örneklerde olduğu gibi tanımlanır (İki fermiyon için (20 x 19) / 2 = 190 kompleks sayı; üç fermiyon için (20 x 19 x 18) / 6 = 1140 sayı, vb. gerekir.).

1. Bölümde bir olguya değinmiştim: Çağdaş kurama göre, insan bedenindeki bir parçacık, bu insanın oturduğu evin tuğlalarından birisindeki özdeş bir parçacıkla yer değiştirseydi, hiç bir şey olmazdı. Bu parçacık, bir bozon olsaydı |ψ> durumu gerçekten hiç bir şekilde etkilenmezdi. Bu parçacık bir fermiyon olsaydı, |ψ> durumu, fiziksel yönden |ψ> durumuna eşdeğer -|ψ> ile yer değiştirebilirdi. (Gerekli görürsek bu işaret değişmesi sorununu, değişim yapılırken iki parçacıktan birini 360° döndürerek basit bir önlemle giderebiliriz. Anımsarsanız, bozon durumların aksine, fermiyonlar böyle bir dönme sonucu işaret değiştirirler!) Çağdaş kuram (1926'lardan bu yana), gerçekten, fiziksel maddenin parçacıklarının kimliği sorusu hakkında bize önemli şeyler bildirmektedir. Bu parçacıkları 'şu elektron' veya 'bu foton' diye kesinlikle ayırt edemeyiz. 'Birinci elektron burada ve İkincisi de orada' şeklinde bir önerme, durum vektörünün |0>|0> şeklinde olduğunu savunmak demektir ki, biraz önce gördüğümüz gibi, böyle bir önerme, fermiyon durumu için söz konusu olamaz! Ancak, 'birisi burada, diğeri şurada olmak üzere bir çift elektron vardır,' diyebiliriz. Tüm elektron topluluğunu, veya tüm protonlar topluluğunu, veya tüm fotonlar topluluğunu savunmak kurallara uygundur (bu bile farklı parçacık türleri arasındaki *etkileşmeleri* gözardı eder.) Bireysel elektronlar, bu genel tanıma birer yaklaştırmadır; bireysel protonlar veya fotonlar da aynı şekilde yaklaştırmalardır. Bu yaklaştırmalar bir çok amaca hizmet ederler fakat, süperiletkenlik, süperakışkanlık, ve lazer davranışı gibi aksine örneklerin gösterdiği gibi bu hizmeti de yerine getiremedikleri koşullar vardır.

Fiziksel dünyanın, kuantum mekaniği tarafından sunulan resmi, klasik fiziğin bize sunmasına alışageldiğimiz resme hiç benzemiyor, ama sıkı durun - kuantum dünyasının daha ne tuhaflıkları var, göreceğiz!

Einstein, Podolsky ve Rosen 'İkilemi'

Bu bölümün başlarında değindiğim gibi Albert Einstein'ın görüşlerinin bazıları, kuantum kuramının temelini oluşturur. Anımsayacağınız gibi, 1905 yılı gibi oldukça erken bir tarihte elektromanynetik alanın kuantumu olarak 'foton' kavramını ilk kez o öne sürmüş ve bu kavramdan dalga-parçacık ikiliği fikri geliştirilmiştir. ('Bozon' kavramı da, kuramın odağını oluşturan diğer bir çok fikirler gibi, kısmen Einstein'a aittir.) Yine de Einstein, daha sonraları bu kavramlara dayanarak geliştirilen kuramın, fiziksel dünyanın geçici tanımından başka bir şey olabileceğini asla kabul edemedi. Kuramın olasılıkçı yönüne duyduğu hoşnutsuzluk çok iyi bilinir. Bu hoşnutsuzluğu 1926 yılında Max Born'un mektuplarından birine verdiği yanıtta özetlenmişti (Pais 1982, s. 443'teki alıntıdan):

"Kuantum mekaniği çok etkileyici. Fakat içimden bir ses bana yine de henüz bunun tam gerçek olmadığını söylüyor. Kuram pek çok şey bildiriyor ama bizi 'Tanrı'nın sırlarına yaklaştırmıyor. Ne olursa olsun inanıyorum ki 'O' zar atmıyor"

Ancak, görünüşe göre, Einstein'ı, kuramın bu fiziksel belirleyicilikten uzak oluşundan daha endişenlendiren yönü, kuantum kuramının tanımlanmış olduğu şekliyle görünüşte sahip olduğu *nesnelsizlik* idi.

Kuantum kuramını sergilerken, her ne kadar garip ve sağ duyuya aykırıymış gibi gelse bile, kuramın getirdiği dünya tasarımının gerçekten nesnel bir tasarım olduğunu vurgulamaya gayret ettim. Diğer yandan, Bohr'un bir sistemin kuantum durumunun (ölçmeler arasında) bir fiziksel gerçekliği olmadığı, sadece sistem hakkındaki 'bilgimizin' bir özetini içerdiği görüşünde olduğu anlaşılıyor. Fakat değişik gözlemciler bir sistem hakkında değişik bilgilenecekleri için, dalgafonksiyonu aslında 'öznel' bir nitelik almayacak mıdır? veya 'her şey fizikçinin zihninde' olmayacak mı? Yüzyıllar boyunca geliştirilmiş harikulade kesin bir fiziksel dünya resminin tamamen uçup gidivermesine izin veremeyiz; bu nedenle Bohr *klasik düzeyde* dünyanın bir nesnel gerçekliği olduğunu görmek zorundaydı. Ancak bunun altında kalan kuantum düzeyindeki durumların bir gerçekliği yok gözüküyordu.

Böyle bir tasarım, kuantum olguları ölçeğinde bile nesnel bir fiziksel dünyanın varlığına inanan Einstein'a itici geldi. Bohr'la girdiği sayısız tartışmada, sunulan bu kuantum resminin kendi içinde tutarsızlıkları olduğunu, ve bu nedenle kuantum kuramının altında daha derin bir yapı bulunması gerektiğini ve bunun klasik fiziğin gösterdiği resimlerle benzerlikleri olabileceğini göstermeye çalıştı (fakat başaramadı). Belki de kuantum sistemlerinin olasılık niteliklerinin altında, sistemin haklarında doğrudan bilgi sahibi olmadığımız içeriğinin veya 'parçalarının' istatistiksel katkıları bulunmaktaydı. Einsten'ın izleyicileri, özellikle David Bohm, 'saklı değişkenler' görüşünü geliştirdiler. Bu görüşe göre belli bir nesnel gerçeklik olacaktı, fakat bir sistemi kesin olarak tanımlayacak değişkenler bizim ulaşımımız dışında kaldığı için bunların bir ölçme öncesindeki değerleri bilinmeyecek; böylece kuantum olasılıkları oluşacaktı.

Böyle bir saklı değişkenler kuramı, kuantum fiziğinin bütün gözlemsel olgularıyla tutarlılık içinde olabilir mi? Yanıt evet gözüküyor, ancak kuramın temel bir biçimde yerel olmaması koşuluyla. Buradan yerel olmayan saklı değişkenlerin sisteminin sonsuz uzaktaki kısımlarını anında etkileyebilmeleri anlamındadır! Bu da Einstein'ı özel görelilikle ilgili sorunlar nedeniyle mutlu etmezdi. Bunları daha sonra ele alacağım.

En başarılı saklı değişkenler kuramı, de Broglie-Bohm modeli olarak tanınan kuramdır (de Broglie 1956, Bohm 1952). Bu gibi modelleri burada tartışacak değilim, çünkü bu bölümde amacım yalnızca standart kuantum kuramını genel çizgileriyle vermek olup, karşıt önerileri açıklamak değildir. Fiziksel nesnellikten yana olup da belirleyiciliği gözden çıkarmaya hazır olanlar için standart kuramın kendisi yeterlidir. Buna göre çoğu kez düzgün ve belirleyici bir *U* sürecine göre gelişen, fakat bir genliğin klasik düzeye yükseltimi gerektiğinde *R* yöntemine uyarak arada sırada tuhaf şekilde bir yerlere 'atlayan' durum-vektörüne 'gerçekliği' veren kavram gözüyle bakılır. Ancak, yerel olmama problemi ve görelilikle ilgili sorunlardan söz edilmez. Şimdi bunlardan bazılarına göz gezdirelim.

Diyelim ki, A ve B bölgelerinden oluşan fiziksel bir sisteme sahibiz. A ve B bölgelerini iki farklı parçacık olarak kabul edelim. A'nın

durumunu belirleyecek iki (birbirine dik) seçeneğin |ψ> ve |ρ> olduğunu, B'nin durumunu belirleyecek seçeneklerin ise |β> veya |□> olduklarını varsayalım. Daha önce gördüğümüz gibi, genel birleşik durum, A durumu ile B durumunun sadece bir çarpımı ('ve') değil fakat bu gibi çarpımların bir birleştirimidir ('artı'). (Bu durumda A ve B'nin ilişkili olduğunu (korelasyon) söyleriz.) Diyelim sistemin durumu şöyledir:

|α>|β> + |ρ>|σ>

Şimdi, |α>'yı (EVET), |ρ>'dan (HAYIR) ayırt etmek için A üzerinde bir evet/hayır ölçmesi yapalım. B'ye ne olur? Ölçme sonucu EVET ise, son durum

|α>|β>

olur; ölçme sonucu HAYIR ise, son durum şöyledir:

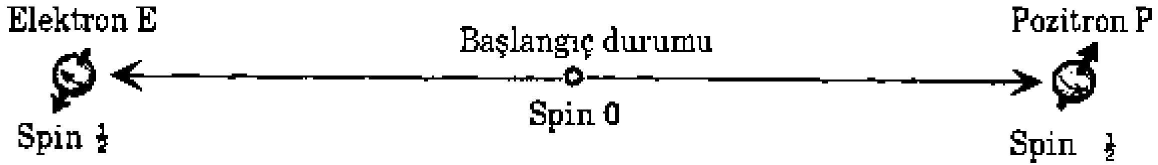
|ρ>|σ>

Buna göre A ile ilgili ölçümümüz B'nin durumunun, bir EVET yanıtıyla |β>'ya atlamasına, HAYIR yanıtıyla ise |σ>'ya atlamasına neden olur! B parçacığının A bölgesinin yakınında bir yerde yerelleşmesine gerek yoktur; ışık yıllarınca uzak olabilirler birbirlerinden. Fakat B, A'nın ölçülmesiyle aynı anda atlar!

Fakat durun. Okuyucu "bu 'atlama' da neyin nesi?" diye soruyor olabilir. Şimdi örnekleyeceğim nesneler neden 'atlamıyor'? İçinde bir beyaz top ve bir de siyah top bulunduğu bilinen bir kutu düşünün. Topları kutudan çıkarıp hiç bakmadan odanın iki ayrı köşesine fırlattığımızı varsayalım. Sonra toplardan birini incelediğimiz zaman beyaz olduğunu görürsek (yukarıdaki '|α>' gibi) -hey presto!- öteki topun siyah olduğu ('|β>' gibi) anlaşılır! Öte yandan, ilk incelediğimiz top siyah ise ('|ρ>'), ikinci topun belirsiz durumu, bir anda, 'kuşkusuz olarak, beyaza' atlar ('|σ>'). Okuyucunun da bu konuda ısrar edeceği gibi, aklı başında hiç kimse, ikinci topun 'kuşkulu' durumundan 'kuşkusuz siyaha' veya 'kuşkusuz beyaza' ani değişikliğini, ilk top incelenir incelenmez yerel olmayan gizemli bir 'etkinin', bu toptan İkincisine doğru ilerlemesine bağlamaz.

Oysa Doğa, gerçekte, bundan çok daha olağanüstüdür. Yukarıdaki örnekte, A üzerinde ölçme (gözlem) yapılmadan önce, diyelim, B'nin durumunun |β> olduğunun ve A'nın durumunun |α> olduğunun (ya

da B’ninkinin |α> ve A’nınkinin |ρ> olduğunun) *sistem* tarafından zaten ‘bilindiğini’ gerçekten düşünebiliriz; bilmeyen birisi varsa o da *deneyi yapan kişi* idi. Gözlemci, A’nın |α> durumunda olduğunu görünce, sadece B’nin |β> durumunda olduğu *sonucunu çıkarır.* Bu, yerel olarak saklı değişkenler kuramında olduğu gibi, ‘klasik’ bir görüş olup, hiçbir *fiziksel ‘atlama’ gerçekten meydana gelmez.*



Şekil 6.30. Bir spin-sıfır parçacığı, birisi elektron *E* ve diğeri pozitron *P,* olmak üzere iki spin 1/2 parçacığına bozunuyor. Spin 1/2 parçacıklarından birinin spininin ölçülmesi görünüşe göre aynı anda ötekinin spin durumunu saptar.

(Hepsi gözlemcinin usunda olup bitiyor!) Böyle bir görüş uyarınca, sistemin her parçası, kendisine uygulanabilecek herhangi bir deneyin sonuçlarını önceden ‘bilir’. Olasılıklar, yalnız, deneycinin bilgisizliğinden kaynaklanır. Böyle bir görüş, kuantum kuramından kaynaklanan karmaşık ve görünüşte yerel olmayan olasılıkların tümünü açıklamakta *işe yaramaz.*

Bunu anlamak için yukarıdaki duruma benzer bir örnek vereceğiz. Ama bu kez, A ve B iyice ayrılıncaya kadar, A sistemine *hangi ölçümün* uygulanacağına karar verilmeyecek. Bu durumda, B’nin davranışı seçilecek ölçme tarafından aynı anda etkilenir! Bu görünüşte ikilemli ‘EPR’ tipi ‘düşünce deneyi’ Albert Einstein, Boris Podolsky ve Nathan Rosen (1935) tarafından bulunmuştur. Ben burada, David Bohm (1951) tarafından ileri sürülen değişik bir şeklini kullanacağım. Hiç bir yerel ‘gerçekçi’ (örneğin, saklı değişkenli, veya ‘klasik tip’) tanımlamanın doğru kuantum olasılıkları veremeyeceği olgusu, John S. Bell’in dikkate değer bir teoreminden kaynaklanır. (bkz. Bell 1987, Rae 1986, Squires 1986.)

Bir merkez noktasında bir spin-sıfır parçacığının bozunmasıyla, birine *elektron* ve diğerine *pozitron* (*anti*-elektron) adını verdiğim iki spin 1/2 parçacık oluştuğunu ve bu parçacıkların birbirlerine zıt yönlerde dışa doğru ilerlediğini varsayalım (Şekil 6.30). Açısal

momentumun korunumu uyarınca, elektronun ve pozitronun spinlerinin toplamı sıfır olmalıdır. Çünkü bu, bozunmadan önceki parçacığın sahip olduğu açısal momentumdur. Bunun dolaylı olarak bildirdiği şudur: Elektronun bir yöndeki spinini ölçtüğümüz zaman, seçtiğimiz yön ne olursa olsun, pozitron spini buna *zıt* yöndedir! İki parçacık birbirinden kilometrelerce veya hatta ışık yıllarınca uzakta olabilirler ama yine de bir parçacık üzerinde yapılan ölçümün *seçimi,* görünüşte, ötekinin spin eksenini *eşanlı olarak* belirler!

Kuantum biçimciliğinin bizi bu sonuca nasıl ulaştırdığını görelim. İki parçacığın toplam sıfır açısal momentum durumunu,

$|Q\rangle$ durum vektörü ile gösterirsek, şöyle bir ilişki kurabiliriz:

$$|Q\rangle = |E\uparrow\rangle\, |P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle\, |P\uparrow\rangle$$

(Burada E elektron ve P pozitron). Yukarıdaki eşitlikte bileşenler, spinin yukarı/aşağı yönleriyle tanımlanmıştır. Görüldüğü gibi, durum tümüyle, yukarı spinli elektron ve aşağı spinli pozitron ile, aşağı spinli elektron ve yukarı spinli pozitronun çizgisel birleştirimidir. Böylelikle, elektronun yukarı/aşağı spin durumunu ölçersek ve gerçekten de yukarıya doğru olduğunu saptarsak, $|E\uparrow\rangle\, |P\downarrow\rangle$ durumuna atlamalıyız ve buna göre pozitronun spin durumu aşağı yönde olmalıdır. Öte yandan, elektronun spin durumunun aşağıya doğru olduğunu bulursak, ilk durum $|E\downarrow\rangle\, |P\uparrow\rangle$ durumuna atlar ve buna göre pozitronun spini yukarıya doğrudur.

Şimdi, diyelim ki sağ ve sol olmak üzere iki zıt yönde bir başka çift elektron ve pozitron seçtiğimizi varsayalım:

$$|E\rightarrow\rangle = |E\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle, \; |P\rightarrow\rangle = |P\uparrow\rangle + |P\downarrow\rangle$$

ve

$$|E\leftarrow\rangle = |E\uparrow\rangle - |E\downarrow\rangle, \; |P\leftarrow\rangle = |P\uparrow\rangle - |P\downarrow\rangle;$$

Buna göre son durumu şöyle saptarız (isterseniz cebirsel işlemleri kontrol edin!):

$$|E\rightarrow\rangle|P\leftarrow\rangle - |E\leftarrow\rangle|P\rightarrow\rangle$$

$$= (|E\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle)(|P\uparrow\rangle - |P\downarrow\rangle) - (|E\uparrow\rangle - |E\downarrow\rangle)(|P\uparrow\rangle + |P\downarrow\rangle)$$

$$= |E\uparrow\rangle\, |P\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle\, |P\uparrow\rangle - |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\uparrow\rangle\, |P\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle\, |P\uparrow\rangle - |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle + |E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle$$

$$= -2(|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle\, |P\uparrow\rangle)$$

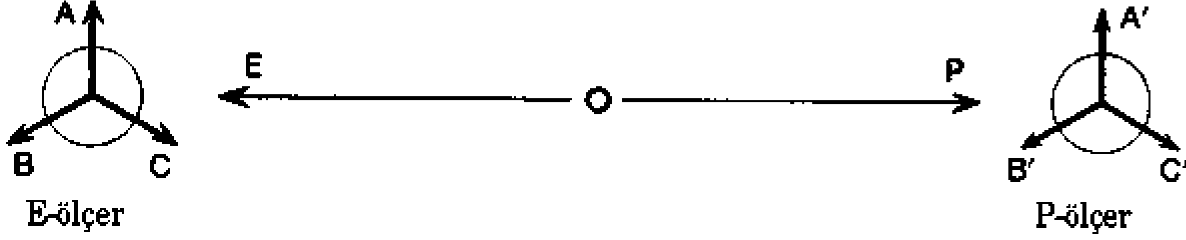
=-2|Q> ,

Bu son durum (önemsiz bir -2 çarpanı dışında) başlangıç durumuyla aynıdır. Öyleyse başlangıç durumunu da, sağa spinli elektron ve sola spinli pozitron ile sola spinli elektron ve sağa spinli pozitronun çizgisel birleştirimi olarak yorumlayabiliriz! Bu bildirim, elektronun yukarı/aşağı yerine sağ/sol yönünde spinini ölçmek için yararlıdır. Ölçme sonrasında elektron spininin gerçekten sağa doğru olduğunu saptarsak, spin durumu |E→> |P←> durumuna atlar, ve böylece pozitron sola spinlenir. Öte yandan, elektron spininin sola doğru olduğunu bulursak, spin durumu |E ←> |P→> durumuna geçer ve böylece pozitron sağa spinlenir. Elektronun spin durumunu herhangi bir başka yönde ölçseydik, elektron spininin ölçüm sonucuna bağlı olarak pozitronun spininin durumu aynı anda ya ölçüm yönüne ya da aksi yönüne atlardı.

Elektronlar ve pozitronlarla verdiğimiz örneği, kutudan çıkarılan bir siyah ve bir beyaz top örneğimize neden uygulayamayalım? Örneğimizi daha da genelleştirelim ve biri siyah ötekisi beyaz iki top yerine, başlangıçta aynı yönde çalışırken daha sonra zıt yönlerde çalışan E ve P makinelerini ele alalım. Verilen herhangi bir yönde bir spin ölçümüne, E ve P makinelerinin her birinin EVET veya HAYIR yanıtı verdiğini varsayalım. Bu yanıt, her bir yön seçimi için tamamen makine tarafından belirlenebilir, veya belki de makine, olasılığı makine tarafından belirlenen olasılıklı yanıtlar verebilir yalnızca; ancak, yönleri ayrıldıktan sonra, *E ve P makinelerinin her birinin birbirinden tamamiyle bağımsız davrandıklarını* varsayıyoruz.

Biri E'nin spinini, öteki P'nin spinini ölçen spin ölçerlerimizin her iki tarafta yer aldıklarını, her bir ölçerde spin yönü için üç ayar bulunduğunu varsayalım; E-ölçeri için A, B, C, ayarları ve P-ölçeri için A', B', C' ayarları. A', B' ve C'nin her birisi sırasıyla A, B ve C'ye paralel olmalı; A, B ve C hepsi bir düzlem üzerinde bulunmalı ve birbiriyle aynı açıyı yapmalı, yani aralarındaki açılar 120° olmalı. (Şekil 6.31) Şimdi, her iki taraftaki bir çok farklı ayar değerleriyle, deneyin bir çok kez tekrarlandığını düşünelim. Bazen, E-ölçer EVET yanıtını kaydedecek (yani, spin ölçüm yapılan yönde: A'da, veya B'de veya C'de) ve bazen HAYIR yanıtını (spin ters yönde) kaydedecektir. Aynı şekilde, P-ölçeri bazen EVET ve bazen HAYIR

yanıtını kaydedecektir. Gerçek *kuantum* olasılıklarının sahip olmaları gereken iki özelliğine değinmeliyiz:



Şekil 6.31. EPR ikileminin ve Bell teoreminin David Mermin tarafından tasarımlanan basit bir biçimi: Doğanın yerel gerçekliği görüşü ile kuantum kuramının sonuçları arasında çelişki olduğunu gösteriyor. E-ölçeri ve P-ölçeri, kendi taraflarındaki parçacıkların spinlerini ölçtükleri yönler için üçer ayara sahiptirler.

1. Her iki taraftaki ayarlar *aynı* ise (yani, A ve A', vb.) iki ölçer tarafından verilen sonuçlar daima *uyumsuzdur* (yani, P-ölçeri HAYIR kaydederken E-ölçeri EVET kaydeder, P-ölçeri EVET kaydederken E-ölçeri HAYIR kaydeder.)

2. Ayar düğmeleri çevrilir ve birbirinden tümüyle bağımsız olarak ‘rasgele’ konumlara getirilirse, iki ölçümün *birbiriyle uyumlu veya uyumsuz olması olasılıkları eşittir.*

1. ve 2. özelliklerin, daha önce verilmiş olan kuantum olasılık kurallarının doğrudan birer sonucu oldukları kolayca görülmektedir. Önce E-ölçerinin kayda başladığını varsayabiliriz. P-ölçeri, E-ölçeri tarafından ölçülen spin durumunun tersi spin durumuna sahip cisimciği bulur, böylece 1. özellik hemen ortaya çıkar. 2. özelliği göstermek için unutmamalıyız ki, aralarındaki açı 120° olan iki yönde, E-ölçeri EVET sonucunu verirse P-yönü, ölçümü yaptığı spin durumuyla 60° açıdadır; E-ölçeri HAYIR sonucunu verirse P-yönü, spin durumuna 120° açıdadır. Öyleyse, ölçümlerin uyuşması olasılığı 3/4 = 1/2 (1 + cos 60°), uyuşmaması olasılığı ise 1/4 = 1/2 (1 + cos 120°)’dir. Buna göre, üç P-ayarı için ortalama olasılık, E-ölçeri EVET yanıtını verirse, P-ölçerinin EVET yanıtını vermesi için 1/3 (0 + 3/4 + 3/4) = 1/2, P-ölçerinin HAYIR yanıtını vermesi için 1/3(1 + 1/4 + 1/4) = 1/2’dir (yani, E-ölçerinin EVET yanıtını onaylaması veya onaylamaması olasılıkları eşittir); E-ölçeri HAYIR yanıtını verirse yine aynı olasılık işlemi geçerlidir. Bu gerçekten 2. özelliktir. (bkz. s. 145).

1. ve 2. özelliklerin, herhangi bir yerel gerçekçi modelle (yani, yukarıda ele aldığınız türde herhangi bir makineyle!) *tutarsız* olmaları dikkate değer bir olgudur. Diyelim ki böyle bir modelimiz var. E-makinesi, A, B veya C olası ölçümlerinin her biri için hazırlanmalı. Yalnız *olasılıklara dayalı* yanıt vermeğe hazırlanmış olursa, 1. özellik uyarınca, sırasıyla A', B' ve C' için, E-makinesinin yanıtını onaylamamak konusunda P-makinesi *emin* olamazdı. Gerçekten, *her iki* makine de, üç olası ölçümün her biriyle ilgili yanıtlarını kesinlikle önceden hazırlıklı olarak vermelidirler. Örneğin, bu yanıtlar, A, B, C için, sırasıyla, EVET, EVET, EVET ise sağ taraftaki parçacık, sağ taraftaki üç ayar için HAYIR, HAYIR, HAYIR vermeğe hazır olmalıdır. Bunun yerine, solda hazırlanan yanıtlar EVET, EVET, HAYIR ise sağdaki yanıtlar HAYIR, HAYIR, EVET olmalıdır. Diğer örnekler de esas olarak bunlara benzer. Şimdi bakalım bu örnek, 2. özellikle uyuşuyor mu? EVET, EVET, EVET/HAYIR, HAYIR, HAYIR karşılıklı yanıtları pek ümit verici değil, çünkü buna göre, olası A/A', A/B', A/C', B/A', vb. çiftlerin tümü için 9 red ve 0 kabul söz konusudur. Peki, EVET, EVET, HAYIR/HAYIR, HAYIR, EVET ve benzerlerine ne dersiniz? Bunlar 5 red ve 4 kabul verirler. (Kontrol etmek isterseniz teker teker sayın: Y/N, Y/N, Y/Y, Y/N, Y/N, Y/Y, N/N, N/N, N/Y - bunlardan beşi onaylamıyor, dördü onaylıyor.) 2. özelliğin öngördüğü duruma oldukça yaklaştık ama yeterince değil, çünkü kabullerle redler eşit olmalı. 1. özelliğe uygun çiftler de (HAYIR, HAYIR, HAYIR / EVET, EVET, EVET dışında: bu çiftler yine 9 red 0 kabul vereceği için durum daha da kötüdür) yine 5'e 4 verecektir. Kuantum mekaniksel olasılıklar üreten, önceden hazırlanmış *hiç bir* yanıt kümesi yoktur. *Yerel gerçekçi modeller geçersizdir.*[14]

Fotonlarla Deneyler: Görelilikle ilgili bir sorun mu var?

Bu şaşırtıcı kuantum beklentilerinin gerçek deneyler tarafından doğrulanıp doğrulanmadığını sormalıyız. Biraz önce açıkladığımız varsayımsal deney, gerçekte uygulanmamış fakat benzer deneyler kütleli spin 1/2 parçacıkların spini ile değil, bir çift fotonun

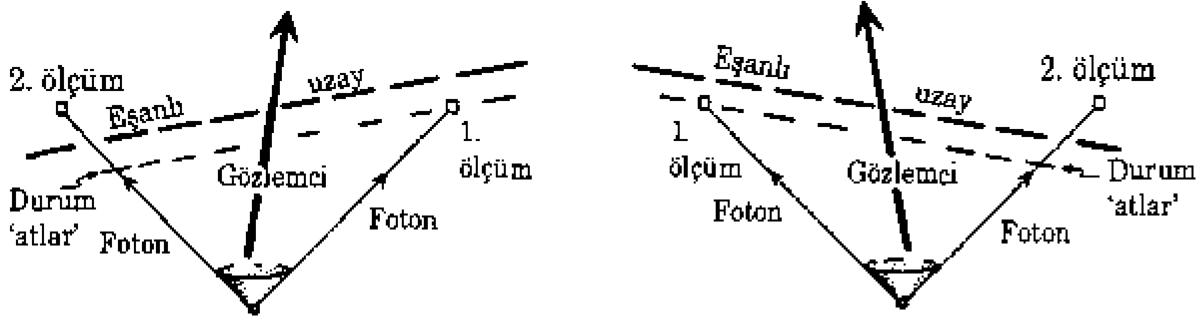
kutuplanmaları kullanılarak *yapılmıştır.* Sözü edilen ayırım dışında, gerçek deneyler, temelde, söz konusu varsayımsal deneyle aynıdır; ancak kullanılan açılar (fotonların spin 1/2 yerine spin 1'e sahip olmaları nedeniyle) spin 1/2 için öngörülen açıların yarısı olmalıdır. Foton çiftlerinin kutuplanmaları, yönlerin çeşitli farklı birleştirimlerinden ölçülmüş olup çıkan sonuçlar, kuantum kuramının bildirimleriyle uyumlu, yerel gerçekçi modelle uyumsuz bulunmuştur!

Bugüne değin elde edilmiş olan deney sonuçlarının en doğru ve en inandırıcı olanları Paris'te[15] Alain Aspect (1986) ve arkadaşları tarafından elde edilen sonuçlardır. Aspect'in deneylerinin bir başka ilginç yönü vardır: Fotonların kutuplanmalarının nasıl ölçüleceği ile ilgili 'kararlar', ancak fotonlar hareket halindeyken alınabilir. Bu nedenle, yaklaşan fotonun kutuplanma yönünü ölçmeyi tasarladığı yönü işaret ederek bir foton detektöründen fotona doğru ters taraftan ilerlemekte olan bir yerel olmayan 'etkiyi' düşünürsek, bu 'etkinin' ışıktan hızlı hareket etmesi gerekir! Kuantum dünyasının gerçeklerle tutarlı herhangi bir gerçekçi tanımı için, etkilerin ışıktan hızlı hareket edebilmeleri bağlamında, görünüşe göre *nedensellik* olmamalı!

Oysa, daha önce gördüğümüz gibi, görelilik söz konusu olduğu sürece, ışıktan hızlı sinyaller gönderilmesi çelişkilere neden olur (ve bizim 'özgür istenç' duygumuzla çelişir, vb., bkz. s. 80). Elbette bu doğru ama, EPR türü deneylerden kaynaklanan yerel olmayan 'etkiler', mesaj göndermek için kullanılabilecek özellikte değillerdir. Çünkü, görüldüğü kadarıyla, böyle bir amaçla kullanıldıkları takdirde, söz konusu çelişkilere neden olacaklardır. (Bu gibi 'etkilerin' sinyal göndermek için kullanılamayacağına ilişkin ayrıntılı bir gösterim 1980 yılında Ghirardi, Rimini ve Weber tarafından yapılmıştır.) Bir fotonun 'dikey ya da yatay olarak' (diyelim, 60°de veya 150°de bildirimi karşıtı olarak) kutuplanmış olduğunu bildirmenin, bu seçeneklerden tam olarak hangisinin geçerli olduğu bildirilmediği sürece bir yararı yoktur. 'Bilginin' birinci aşaması (yani, kutuplanma *yönleri* seçenekleri) ışıktan hızlı *(eşanlı)* ulaşırken, iki yönden hangisinde kutuplanacağına ilişkin bilgi, ilk kutuplanma ölçümünün *sonucunu* ileten normal bir sinyal aracılığıyla daha yavaş ulaşır.

Basit anlamda bilgi iletimi açısından, EPR türü deneyler, göreliliğin 'nedenselliği' ile çelişkili değilse de, 'fiziksel gerçeklik' tanımımızdaki

görelilik *ruhuyla* kesin bir çelişki içerisindedir. Durum vektörüne ilişkin *gerçekçi* görüşün, yukarıda açıkladığımız (fotonlarla yapılan) EPR türü deneye nasıl uygulandığını görelim. İki foton dışa doğru ilerlerken, durum vektörü bunu tek birim gibi davranan bir foton *çifti* olarak tanımlar. Foton çiftinin hiçbir elemanı tek başına bir nesnel duruma sahip değildir: Kuantum durumu yalnızca ikisi bir aradayken geçerlidir. Foton çiftinin elemanlarından hiçbirisi tek başına bir kutuplanma yönüne sahip değildir: Kutuplanma, iki foton birlikteyken sahip olunan bir nitelikdir. Bu fotonlardan birinin kutuplanması ölçüldüğü zaman, durum vektörü, ölçülmeyen fotonun kesin bir kutuplanmaya sahip olabilmesi için *atlar.*



Şekil 6.32. İki fotonun bir spin-0 durumundan zıt iki yöne yayıldığı bir EPR deneyinde iki ayrı gözlemcinin aynı deney için oluşturdukları 'gerçeklik' tanımları birbirleriyle tutarsızdır. Sağa hareket eden gözlemci, sağdaki ölçme nedeniyle, soldaki durumun ölçmeden önce atladığına karar verirken, sola hareket eden gözlemci tam aksini düşünür!

Atlayan fotonun kutuplanması daha sonra tekrar ölçülürse olasılık değerleri, bilinen kuantum kurallarının bu fotonun kutuplanma durumuna uygulanması suretiyle doğrudan elde edilir. Duruma bu şekilde yaklaşım, doğru yanıtları verir. Gerçekten, kuantum mekaniğini normal olarak uygulama yöntemimiz budur. Fakat aslında bu bir görelilik kuramı görüşü değildir. Çünkü, kutuplanmaya ilişkin iki ölçüm, *uzaysal ayırımlı* olarak adlandırılır; bunun anlamı, Şekil 5.21'deki *R* ve *Q* noktaları gibi, birinin diğerinin ışık konisinin dışında kalmasıdır. Bu ölçümlerden hangisinin gerçekte *önce* yapıldığı sorusu fiziksel yönden bir anlam taşımaz, fakat 'gözlemcinin' hareket durumuna bağlıdır (Şekil. 6.32) 'Gözlemci' sağa doğru yeterli hızda ilerlerse, sağdaki ölçümün önce oluştuğunu düşünür; sola doğru

ilerlerse, ölçümün önce solda meydana geldiğine karar verir! Oysa biz sağdaki fotonun önce ölçümlendiğini düşünürsek, soldaki fotonun önce ölçümlendiğini düşünmüş olmamız halinde elde edeceğimiz fiziksel gerçeklikten bambaşka bir gerçeklik tanımı elde ederiz! (Yerel olmayan 'atlamaya' neden olan farklı ölçümlemedir.) Fiziksel gerçekliğin verdiğimiz uzay-zaman tanımıyla, yerel olmayan kuantum mekaniksel tanımımızla dahi, özel görelilik arasında önemli bir çelişki vardır! 'Kuantum gerçekçilerinin' henüz çözümleyemediği ciddi bir bilmecedir bu çelişki (bkz. Aharonov ve Albert 1981). Daha sonra bu konuya tekrar dönmem gerekecek.

Schrödinger Denklemi; Dirac Denklemi

Bu bölümün başlarında, bir çok yönden klasik fiziğin denklemlerine benzeyen ve iyi tanımlanmış, belirleyici (deterministik) bir denklem olan Schrödinger denklemine değinmiştim. Kurallar gereğince, bir kuantum sisteminde 'ölçmeler' (veya 'gözlemler') yapılmadığı sürece, Schrödinger'in denklemi geçerli kabul edilmelidir. Okuyucu, denklemin gerçek yazılışını merak edebilir:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\left|\psi\right\rangle = H\left|\psi\right\rangle.$$

Anımsarsanız, ħ Planck sabiti *(h/2π)* (ve i = √-1) ve |ψ> üzerine işlem yapan ∂/∂t (zamana göre kısmi türev) |ψ> nin zamanla *değişim miktarını* verir. Schrödinger denklemi, H|ψ> 'nin, |ψ>'nin nasıl evrimleştiğini tanımladığını bildirir.

'H' nedir? Bir önceki bölümde değindiğimiz *Hamilton fonksiyonudur* ama önemli bir farkla! Anımsayacağımız gibi klasik Hamilton fonksiyonu, sistemdeki tüm fiziksel nesnelerin hepsinin konum koordinatları q_i ve momentum koordinatları p_i cinsinden yazılan *toplam enerji* ifadesidir. *Kuantum* Hamilton fonksiyonunu elde etmek için aynı ifadeyi kullanırız, fakat her p_i momentumu gördüğümüz yere q_i*'e* göre kısmi türev ile tanımlanan bir diferansiyel operatör koyarız. Daha açık anlatımla, p_i'in yerine $-i\hbar\,\partial/\partial q_i$ ifadesini

koyarız. Buna göre, kuantum Hamilton fonksiyonumuz *H,* yalnızca bir sayıyı değil türevleri ve çarpımları, vb. içeren (çoğu kez kompleks değerli) matematiksel bir *işlemciye* dönüşür! Biraz hokus-pokusa benziyor! Fakat bu sadece matematiksel bir kurgulama değildir; işe yarayan gerçek bir *sihirdir*! (Klasik bir ifadeden yola çıkarak bir kuantum Hamilton işlemcisi üretmek işlemi biraz ‘sanat’ gerektirir, fakat alışılmadık doğası dikkate alındığında yöntemin pek az belirsizlik içermesi dikkate değer bir olgudur.)

Schrödinger denkleminin (*H* ne olursa olsun) göz önünde bulundurulması gereken en önemli özelliği *çizgisel* olmasıdır: Başka bir deyişle, eğer |ψ> ve |φ> bu denklemi sağlıyorlarsa, |ψ> + |φ> toplamı da sağlar; veya, daha doğrusu, *w* ve *z* sabit kompleks sayılar olmak üzere *w* |ψ> + *z* |φ> gibi herhangi bir toplam da aynı denklemi sağlar. Dolayısıyla, kompleks çizgisel birleştirim, Schrödinger denklemi için hep geçerlidir. İki olası alternatif durumun (kompleks) çizgisel birleştirimi, sadece *U* işlemiyle ‘ayrıştırılamaz’! İşte bu nedenle, sadece *bir* seçeneğin sonuçta ayakta kalması için, *ayrı* bir yöntem olarak *R* işlemine de gereksinim vardır.

Klasik fizikteki Hamilton formalizmine benzer biçimde Schrödinger denklemi de sadece özel problemlere uygulanan bir denklem değildir, kuantum mekaniksel denklemler için genel bir çerçeve oluşturur. Uygun bir kuantum Hamilton fonksiyonu bir kez elde edilince, Schrödinger denklemi uyarınca durum vektörünün zaman evrimi, tıpkı |ψ> Maxwell’inki gibi bir klasik alan denklemini sağlayan klasik alanmış gibi süregider. Aslında, |ψ> bir tek foton durumunu tanımlarsa, Schrödinger denklemi Maxwell denklemlerine dönüşür! Bir tek foton durumunun sağladığı denklem, elektromanyetik alanın tümüyle ilgili bir denklemin[XXV] tamamen aynısıdır. Bu olgu, Maxwell alanının dalga davranışının ve daha önce şöylece değindiğimiz *tek tek fotonların* kutuplanması olgusunun nedenidir. Başka bir örnek olarak, eğer |ψ> tek elektron durumunu tanımlıyorsa, Schrödinger denklemi, Dirac’ın 1928’de bulduğu ve özgün sezgileriyle beslediği dikkate değer elektron dalga denklemine dönüşür.

Gerçekte, Dirac elektron denklemi, Maxwell ve Einstein denklemlerinin yanısıra, fiziğin Büyük Alan Denklemlerinden birisi olarak nitelenmelidir. Bu denklemle ilgili yeterli bir izlenim yaratmak

için burada konumuzdan uzaklaşmamı gerektirecek matematiksel görüşlere yer vermek gerekir. Bu nedenle, Dirac denkleminde |ψ> değerinin, daha önce incelediğimiz gibi (s. 142) 360° dönme altında alışılmadık 'fermiyon' niteliği olan |ψ>→ - |ψ> özelliğine sahip olduğunu belirtmekle yetiniyorum. Dirac ve Maxwell denklemleri bir arada, kuantumlu alan kuramlarının en başarılısı olan kuantum elektrodinamiğinin ana öğelerini oluştururlar.

Kuantumlu Alanlar Kuramı

'Kuantumlu alanlar kuramı' olarak tanınan konu, özel görelilik ile kuantum mekaniği görüşlerinin birleşmesinden doğmuştur. Standart (yani, göreli olmayan) kuantum mekaniğinden, belli türden parçacıkların sayısının sabit olmaması nedeniyle ayrılır. Her tür parçacık kendine ait *karşıt* parçacığa sahiptir (bazen, fotonlarda olduğu gibi, asıl parçacığın aynısı.) Kütleli bir parçacık ve onun karşıt parçacığı, enerji oluşturmak üzere birleşip yok olabilir veya tersine böyle bir çift, enerjiden yaratılabilir. Gerçekte, parçacıkların sayısının kesin belirlenmesi dahi gerekmez, çünkü farklı sayıda parçacıklara sahip durumların çizgisel birleştirimlerine izin verilir. En önemli kuantumlu alanlar kuramı, temelde elektronların ve fotonların kuramı olan 'kuantum elektrodinamiğidir'. Kuram, öngörülerinin doğruluğu ile dikkat çeker (örneğin, bir önceki bölümde, s. 7, değinilen 'elektronun magnetik momentinin kesin değeri' gibi.) Ancak, oldukça dağınık -ve tümüyle tutarlı olmayan- bir kuramdır; çünkü başlangıç aşamasında anlamsız 'sonsuzluklar' verir. Bu gibi belirsizliklerin 'renormalizasyon' olarak bilinen bir işlemle giderilmesi gerekir. Kuantumlu alan kuramlarının hepsine renormalizsayon işlemi uygulanamaz, uygulansa bile hesaplaması çok zordur.

Kuantumlu alanlar kuramına en popüler yaklaşım 'yol integrali' yaklaşımıdır. Söz konusu yaklaşımda, kuantum çizgisel birleştirimleri yalnız (basit dalgafonksiyonları için olduğu gibi), farklı parçacık durumlarından değil fiziksel davranışın tüm uzay-zaman tarihçelerinden oluşur (popüler bir tanımlama için bkz. Feynman 1985). Ne var ki bu yaklaşım, kendine ait başka sonsuzluklara

sahiptir ve ancak çeşitli 'matematiksel hileler' kullanılarak bunlardan bir anlam çıkarılabilir. Kuantumlu alanlar kuramının tartışılmaz gücüne ve etkileyici doğruluğuna karşın (bu gücünü ve etkisini gösterdiği bir kaç örnekte kuram başarıyla uygulanır), bizi yönlendirdiği herhangi bir 'fiziksel gerçekliğin', tanımına güvenmeden önce daha derin bir anlayışın eksikliğini duyarız.[16]

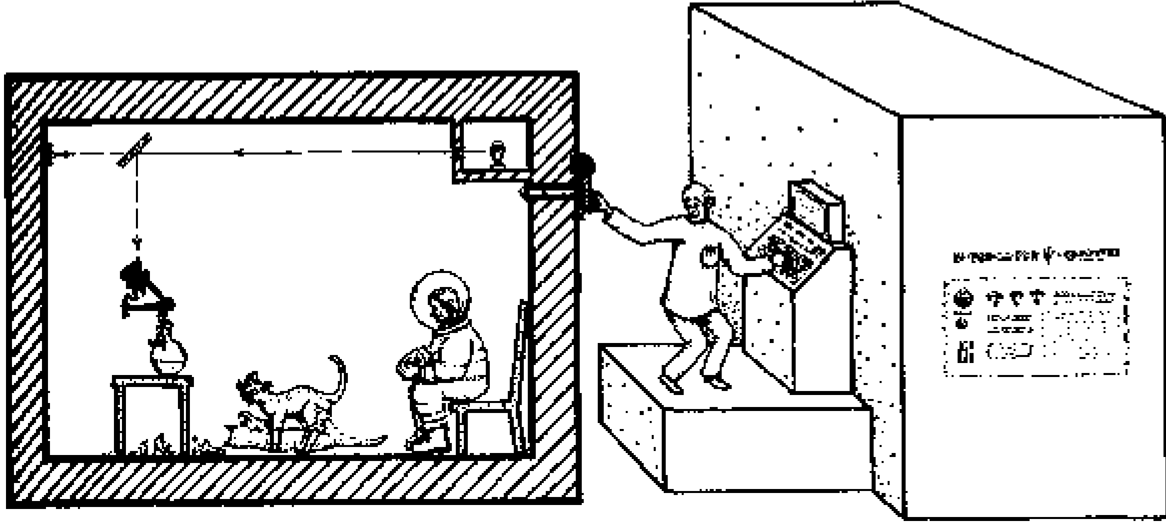
Şunu açıkça belirtmeliyim ki, kuantumlu alanlar kuramının, kuantum kuramı ve özel görelilik kuramı arasında sağladığı uyum sadece *kısmidir* - yalnız *U* ile ilgilidir, ve daha çok matematiksel olarak biçimsel niteliktedir. *R* ile birlikte oluşan 'kuantum atlamalarının' tutarlı bir göreli yorumu sorununa, EPR türü deneylerde yaşadığımıza benzer zorluklara, kuantumlu alanlar kuramı değinmez bile. Aynı zamanda, evrensel kütleçekimiyle ilgili olarak tutarlı veya inanılır bir kuantumlu alanlar kuramı yoktur. 8. Bölümde, bu gibi konuların hiç de tamamen birbiriyle ilişkisiz olmadığını önereceğim.

Schrödinger'in Kedisi

Tanımlamalarımıza başladığımızdan bu yana ilgi duymaktan kendimizi alamadığımız bir konuya sonunda geldik. Kriket toplarını aynı anda iki ayrı yerde göremediğimiz örneğinde olduğu gibi, klasik ölçekli nesnelerin kuantum çizgisel birleştirimlerini neden görmüyoruz? Nasıl oluyor da atomlar öyle bir 'ölçme aygıtı' oluşturuyorlar ki, *R* yöntemini *U* yönteminin önüne geçiriyor? Kuşkusuz bir ölçme aygıtı fiziksel dünyanın parçasıdır. Davranışını araştırıp bulmak üzere tasarımlanmış olabileceği kuantum mekaniksel öğelerden yapılmış bir aygıtı, incelenmekte olan fizik sistemiyle *birlikte, bileşik bir kuantum sistemi* olarak neden kabul etmeyelim? Şimdi araya hiçbir gizemli 'dış' ölçüm giremez. Bileşik sistemin yalnızca *U* uyarınca evrimleşmesi gerekiyor. Fakat böyle yapar mı? *U'nun* bileşik sistem üzerindeki etkisi tümüyle belirleyici olup, sistemin kendine uygulamakta olduğu 'ölçme' veya 'gözlem' işleminde *R*-tipi olasılıkçı belirsizliklere yer yoktur! Burada bir çelişki görülüyor; bu çelişki, Erwin Schrödinger (1935) tarafından bulunan

ünlü düşünce deneyinde özellikle canlandırılmıştır: *Schrödinger'in kedisi ikilemi.*

Duvarlarından ne içeriye ne de dışarıya hiçbir fiziksel etkinin geçemeyeceği şekilde mükemmel inşa edilmiş kilitli bir sandık düşünün. Sandığın içinde bir kedi ve Ayrıca herhangi bir kuantum olayı tarafından çalıştırılmaya hazır bir aygıt bulunduğunu varsayın. Kuantum olayı meydana geldiği anda aygıt içinde siyanür bulunan küçük bir şişeyi kırar ve kedi ölür. Böyle bir olay meydana gelmezse, kedi yaşayacaktır.



Şekil 6.33. Schrödinger'in kedisi-eklemeler yapılmış haliyle.

Schrödinger'in özgün tarifinde kuantum olayı, bir radyoaktif atomun parçalanmasıydı. Ben bunu biraz değiştireceğim ve kuantum olayını, bir fotoselin bir foton tarafından uyarılması olarak alacağım. Bu olayda foton, önceden belirlenen bir durumdaki ışık kaynağı tarafından üretilmiş ve yarı saydam ayna tarafından yansıtılmış olacak (Şekil 6.33). Aynadaki yansıma, fotonun dalgafonksiyonunu iki kısma ayırır; bunlardan birisi yansıtılırken diğeri aynadan geçer. Yansıtılan fotonun dalgafonksiyonu bir fotoselde odaklanır ve böylece eğer foton, *fotoselde kaydediliyorsa yansıtılmış demektir.* Bu aşamada siyanür gazı serbest bırakılır ve kedi ölür. Fotosel kayıt yapmazsa foton, yarı saydam aynadan geçerek arkadaki duvara *iletilmiş demektir* ve kedi kurtulur.

Sandığın *içindeki* bir gözlemcinin bakış açısına göre (biraz tehlikeli olmakla birlikte), sandığın içerisinde olup bitenlerin tanımı gerçekten

böyledir. (Gözlemciye koruyucu giysiler giydirsek iyi olur!) Ya foton yansıdığı için fotoselin kayıt yaparak 'gözlemlenmiş' olduğu ve kedinin öldüğü, *ya da* fotoselin kayıt *yapmadığı için* 'gözlemlenmediği' ve kedi ölmediği için fotonun iletilmiş olduğu kabul edilir. Ya biri ya da diğeri gerçekten meydana gelir: *R* etkilidir ve her bir seçeneğin olasılığı yüzde 50'dir (çünkü *yarı* saydam bir ayna kullanılmıştır). Şimdi, sandığın *dışında* bulunan bir fizikçinin görüşünü alalım. Sandığın içindekilerin *başlangıç* durum vektörünün, sandık kilitlenmeden önce gözlemci tarafından 'bilindiği' şeklinde alabiliriz. (Uygulamada bunun böyle olacağını iddia etmiyorum, ama kuantum kuramında *ilke olarak,* gözlemcinin sandığın içindekileri bilmesine olanak olmadığını iddia edecek hiç bir şey yoktur.) Dışarıdaki gözlemciye göre, hiç bir 'ölçme' gerçekte yapılmamıştır ve böylece durum vektörünün tüm evriminin, *U* ilkesine uygun olarak meydana gelmiş olması gerekir. Foton, önceden belirlenmiş durumunda kaynağından yayılır -her iki gözlemci bu konuda aynı görüştedir- ve dalgafonksiyonu iki demete ayrılır; her birindeki foton genliği, diyelim ki, $1/\sqrt{2}$'dir (bunun mutlak değer karesi, 1/2 olasılığını verebilir). Sandığın içindekilerin tümü, dışarıdaki gözlemcinin görüşüne göre bir tek kuantum sistemi olduğu için, seçenekler arasındaki çizgisel birleştirimi kedinin ölçeğine kadar yükseltilmelidir. Fotoselin kayıt yapmasıyla ilgili genlik $1/\sqrt{2}$, kayıt yapmamasıyla ilgili genlik yine $1/\sqrt{2}$'dir. *Her iki* seçenek, bir kuantum çizgisel birleştirimde eşit ağırlıklı olarak durumda yerlerini almalıdırlar. Dışardaki gözlemciye göre kedi, ölü durumu ile canlı durumunun çizgisel birleştirimindedir.

Bunun böyle olması gerektiğine gerçekten inanıyor muyuz? Schrödinger, inanmadığını açıkça belirtmiştir. Aslında, kuantum mekaniğinin *U* kuralının, bir kedi gibi büyük veya karmaşık bir nesneye uygulanmaması gerektiğini savunmuştur. Schrödinger denkleminin tanımında bir şeyler yanlış gitmiş olmalı. Kuşkusuz Schrödinger kendi denklemi hakkında kendisi söz sahibiydi ama, bu bize tanınmış bir ayrıcalık değildir! Bir çok (ve belki de çoğu fizikçi), aksine, *U* kuralı lehine şimdi öylesine çok kanıt var ki -aleyhine hiç yok-, bir kedi ölçeğinde bile olsa, bu tür bir evrimden vazgeçmeye hakkımız yok diyeceklerdir. Bu görüş kabul edilirse, görünüşe göre, fiziksel gerçeklik konusunda çok *öznel bir görüşe* doğru yöneliyoruz.

Dışarıdaki gözlemci için kedi gerçekten canlı ve cansız olmanın çizgisel birleştirimindedir, ve yalnızca sandık açıldığı zaman kedinin durum vektörü ya bir duruma ya da ötekine atlayacaktır. Öte yandan, sandığın içindeki (özel giysili) gözlemci için, kedinin durum vektörü çoktan atlamış olacak, ve dışardaki gözlemcinin çizgisel birleştirimiyle en ufak bir ilgisi bulunmayacaktır.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\,\text{cansız}\,\rangle + |\,\text{canlı}\,\rangle\right)$$

Görünüşe göre durum vektörü ne de olsa ‘tümüyle gözlemcinin zihnindedir!’

Durum vektörünü gerçekten böylesine öznel olarak yorumlayabilir miyiz? Diyelim ki dışardaki gözlemci, sadece sandığın içine ‘bakmaktan’ daha karmaşık bir şey yaptı. Diyelim ki, sandığın içindekilerle ilgili ön bilgisini ve Schrödinger denkleminin kendisine sağladığı geniş ‘hesaplama’ olanağını kullanarak, sandığın içindeki gerçek durumu veren, (‘doğru’ olarak!) |ψ>yi bulsun (Burada |ψ> gerçekten bir cansız kedi ile bir canlı kedinin çizgisel birleştirimini içerir.) Diyelim ki daha sonra, |ψ> gerçek durumunu sandık içinde |ψ>'ye dik olan herhangi bir şeyden ayıran o belli deneyi yapsın (Daha önce açıklandığı gibi, kuantum mekaniğinin kuralları uyarınca gözlemci, *ilke olarak*, böyle bir deneyi, uygulamada son derece zor olmasına karşın, yapabilir.) İki olası sonuç sırasıyla ‘evet, sistem |ψ> durumundadır’ ve ‘hayır, |ψ> durumuna diktir’ olacaktır. Bu yanıtların olasılık oranları, sırasıyla, yüzde 100 ve yüzde 0’dır. Özellikle, |χ> = | cansız> - | canlı> durumu için, yani |ψ> durumuna dik durum için olasılık sıfıra eşittir. Deneyin bir sonucu olarak |χ> bulunmasının olanaksızlığı, ancak her iki seçeneğin, yani | cansız> ve |canlı> seçeneklerinin *bir arada varolmaları* nedeniyle doğabilir.

Foton yol uzunluklarını (veya aynanın geçirgenlik oranını) biraz değiştirsek |cansız> + |canlı> durumu yerine bir başka toplam, diyelim |cansız> - |canlı>, vb. elde etsek bile bu sonucu değiştirmezdi: Bütün bu farklı toplamlar farklı deneysel sonuçlar verirler - kuşkusuz, ilke olarak! Bu nedenle, kediciğimizi etkileyen, ölüm ve yaşam arasındaki bir tür ortak varoluş bile değilmiş. Farklı *kompleks* toplamlara izin veriliyor ve bunlar, ilke olarak, birbirinden

ayırt edilebiliyormuş! Ancak, sandığın içindeki gözlemci için bütün bu birleşimler anlamsız görünür: Kedi ya canlıdır, ya da cansız. Bu tür ayırımdan nasıl bir anlam çıkarabiliriz? Bu (ve bununla ilgili) sorulara ilişkin görüşlere kısaca değineceğim - ama kuşkusuz hepsine aynı ölçüde tarafsız davranacağım söylenemez!

Bugünün Kuantum Kuramında Çeşitli Yaklaşımlar

Her şeyden önce, |ψ> durumunu, |ψ> durumuna dik herhangi bir şeyden ayıran deney gibi bir deneyin yapılmasında açıkça görülen güçlükler var. Böyle bir deney, *uygulamada,* bir dış gözlemci için olanaksızdır. Özellikle, |ψ> durumunun daha sonraki aşamalarda ne olacağını hesaplamaya başlamadan önce dahi, sistemin tüm içeriğinin (iç gözlemci de dahil) kesin durum vektörünü bilmek zorundadır. Ne var ki, bu deneyin sadece uygulamada değil ilke olarak da olanaksız olduğunu, çünkü aksi halde ‘|canlı>’ veya ‘|cansız>’ durumlarından birini, fiziksel gerçeklikten ayırmak hakkına sahip olamayacağımızı öngörüyoruz. Sorun şu ki, kuantum kuramı, bugünkü haliyle, ‘olanaklı’ ve ‘olanaksız’ ölçmeler arasına kesin bir çizgi çizilmesi ile ilgili bir kural içermiyor. Belki böyle bir kesin ayırım olmalı ama günümüzdeki kurallarıyla kuantum kuramı buna izin vermiyor. Böyle bir ayırımı tanımlamak, kuantum kuramını *değiştirmek* olurdu.

İkinci olarak, pek de yabancısı olmadığımız bir görüş var ki, sistemin *çevresini* yeterince dikkate aldığımız takdirde sorunların ortadan kalkacağını savunur. Sistemin içindekileri dış dünyadan tümüyle soyutlamak uygulamada *gerçekten* olanaksızdır. Dış çevre, sistemin içindeki duruma dahil olur olmaz, dışardaki gözlemci sistemin içeriğini, tek durum vektörüyle verilmiş olarak kabul edemez. Hatta *kendi* durumu bile, sistemin içeriği ile karmaşık bir şekilde ilişkilendirilmiş olur. Üstelik, birbiriyle iç içe girmiş muazzam sayıda farklı cisimcikler sisteme girecek, farklı olası çizgisel birleştirimlerin etkileri aşırı sayıda çok serbestlik dereceleri kazanarak evrende giderek daha fazla yayılacaktır. Bu kompleks

çizgisel birleştirimleri basit olasılık ağırlıklı seçeneklerden ayırt etmenin *pratik* bir yolu (diyelim, uygun girişim etkilerini gözlemleyerek) yoktur. Bu sistemin içeriğinin dış dünyadan soyutlanması meselesi bile değildir. Kedinin kendisi yığınla parçacıktan oluşur. Bu nedenle, canlı bir kedi ile cansız bir kedinin kompleks çizgisel toplamları *sanki* basit bir olasılık karışımıymış gibi ele alınabilir. Ancak, ben bunu hiç de tatmin edici bulmuyorum. Bir önceki görüş uyarınca, girişim etkilerini elde etmenin hangi aşamada resmen 'olanaksız' sayılması gerektiğini, böylece kompleks birleştirimin genliklerinin mutlak değer karelerinin, 'cansız' ve 'canlı' bulma olasılıklarının ağırlıklarını vermelerinin bu aşamada açıklanıp açıklanamayacağını sorabiliriz. Dünyanın 'gerçekliği' bir bakıma 'gerçekten' bir *reel* sayı olasılık katsayısı olsa bile kendini şu veya bu seçeneğe nasıl dahil eder? Yalnızca *U* evrimine dayanarak *gerçekliğin birleştiriminden* kendini, iki seçeneğin kompleks (veya reel) bir çizgisel birleştiriminden bu seçeneklerin *birine veya ötekine* nasıl dönüştürebileceğini anlamıyorum. Öznel bir dünya görüşüne doğru geriye sürükleniyoruz sanki!

Bazen bazıları karmaşık sistemlerin 'durumlarla' değil, *yoğunluk matrisleri* denilen bir genellemeyle tanımlanmaları gerektiğini savunurlar (von Neumann 1955). Böyle bir tanımlama hem klasik olasılıkları, hem de kuantum genliklerini kapsar. Sonuçta, bir çok farklı kuantum durumu, gerçekliği temsil etmek amacıyla bir araya getirilir. Yoğunluk matrisleri yararlıdır ama tek başlarına kuantum ölçümüne ilişkin derin sorunlu konuları çözemezler.

Gerçek evrimin belirleyici *U* süreci olduğunu savunmaya çalışabiliriz, ama olasılıkları yaratan bileşik sistemin kuantum durumunun gerçekte ne olduğuna dair bilgimizde varolan belirsizliklerdir. Bu durumda tamamen 'klasik' görüşü, yani olasılıkların kaynağını, başlangıç durumundaki belirsizliklerle ilişkilendiren görüşü benimsemiş oluruz. Başlangıç durumundaki ufak farkların, klasik sistemlerdeki 'kaos' kavramı gibi, evrim içerisinde büyük boyutlu farklara dönüşeceği (örneğin hava tahminleri, bkz. 5. Bölüm s. 32) düşünülebilir. Ancak bu 'kaos' etkileri bizzat *U* tarafından yaratılamaz çünkü *U çizgiseldir.* istenmeyen çizgisel birleştirimler *U* kapsamında sonsuza dek kalıcıdırlar! Böyle bir birleştirimi, seçeneklerden birine veya ötekine indirgemek için

çizgisel olmayan bir şeye gerek vardır; bu nedenle *U* tek başına yararlı olamaz.

Bir diğer görüş olarak, Schrödinger'in kedisi deneyinde, gözlemden açıkca belirgin tek sapmanın görünür nedeninin bilinçli gözlemcilerin (birisi (veya ikisi) içerde birisi dışarda olmak üzere) varlığı olduğuna dikkat edebiliriz.

Belki kompleks kuantum çizgisel birleştirimi, *bilinç* için geçerli değildir! Bu görüşle ilgili genel bir matematiksel model Eugene P. Wigner (1961) tarafından ileri sürülmüştür. Wigner, Schrödinger denkleminin çizgiselliğinin bilinçli (veya sadece 'canlı') nesneler için geçerli olmayabileceğini, seçeneklerden birini veya ötekini tercih edecek çizgisel olmayan bir yöntemin bu denklemin yerine kullanılmasını önermiştir. Kuantum olgusuna, bilinçli düşünme sistemimizde bir rol aramakta olduğum için ki -gerçekten de arıyorum- okuyucu, böyle bir öneriye olumlu yaklaşacağımı düşünebilir. Ancak, böyle bir öneriden hiç de hoşnut değilim. Dünyanın *gerçekliğini* yansıtamayacak kadar taraflı ve rahatsız edici bir görüşe yönlendiriyor bu insanı. Evrenin, bilinçliliği barındıran köşeleri sayıca pek az ve birbirinden çok uzakta olabilir. Wigner'e göre, kompleks kuantum çizgisel birleştirimleri *yalnız* bu köşelerde gerçek seçeneklere ayrışabilir. *Bize* göre, öteki köşeler de evrenin geri kalan kısımlarıyla aynıdır, çünkü biz, kendimiz, gerçekte neye *bakarsak* bakalım (veya gözlemleyelim), bilinçli gözlemimizin gerçek eylemleri nedeniyle, baktığımız şey, daha önce böyle yapmış *olsun olmasın,* 'seçeneklerine' ayrışır. Böylesine taraflı bir görüş, dünyanın *gerçeği* ile ilgili çok rahatsız edici bir tanımlamaya kaynak olabileceği için ben, kendi adıma, ancak büyük bir isteksizlikle böyle bir görüşü kabullenebilirim.

Buna benzer bir görüş, *katılımcı evren* adıyla bilinir (John A. Wheeler tarafından 1983 yılında ileri sürülmüştür), ve bilinçliliğin rolünü aşırı (farklı) bir uca götürür: Örneğin, gezegenimiz üzerinde bilinçli yaşamın evrimi, çeşitli zamanlarda meydana gelmiş uygun değişikliklerin (mutasyonların) sonucudur. Bu değişiklikler, her halde, kuantum olaylarıdır. Ve bu nedenle, varoluşu doğru mutasyonların 'gerçekten' oluşmasına bağımlı bilinçli bir varlık evrimleşinceye kadar sadece çizgisel birleştirimli biçimde varolacaklardır! Bu görüş

uyarınca, geçmişimizi bugünkü varlığımızla bütünleştiren bizim kendimizin varoluşudur. Böyle bir tanımlamanın içerdiği döngülük ve ikilem bazılarına çekici gelebilir ama ben kendi adıma özellikle rahatsız edici buluyorum ve aslında pek de inandırıcı gelmiyor.

Kendince mantıksal, fakat biraz önce değindiğim görüşten daha az tuhaf olmayan bir başka görüş, Hugh Everett III'e aittir (1957). *'Bir çok dünya'* adıyla bilinen bu görüşün yorumuna göre, *R* evrimde asla rol oynamaz. Durum vektörünün tüm evrimi -ki bu gerçek olarak kabul edilmektedir- daima belirleyici *U* yöntemiyle yönetilir. Bu durumda, Schrödinger'in kediciği, sandığın içindeki koruyucu giysili gözlemciyle birlikte, kedi yaşam ve ölümün bir birleştiriminde olmak üzere, kompleks çizgisel bir toplam halinde varolmaklar. Ancak, kedinin cansız durumu, içerdeki gözlemcinin bilinçlilik durumuyla ilişkilendirilmiştir, canlı durumu ise bir başka durumla (örneğin, kısmen de olsa kedinin bilinçliliği ile ve sandığın içeriğini öğrendiği zaman dışardaki gözlemcinin de bilinçliliği ile ilişkilendirilmiştir). Her bir gözlemcinin bilinç durumu 'ikiye ayrılır' kabul edildiğine göre her bir gözlemci iki kez varolacak, her varoluşunda farklı deneyimler edinecektir (yani, bir bilinç durumu ölü kediyi, ötekisi canlı kediyi görecektir.) Gerçekten, yalnız gözlemci değil, içinde yaşadığı tüm evren, dünyayı her 'ölçmesinde', iki (veya daha fazla) parçaya ayrılır. Böyle bir parçalanma, yalnız gözlemcilerin 'ölçümleri' nedeniyle değil genelde kuantum olaylarının makroskopik büyümesi nedeniyle, tekrar tekrar oluşur ve bu şekilde oluşan evren 'dalları' çılgınca kol budak salmaya başlar. Gerçekten, her olasılık seçeneği geniş bir birleştirimde hep bir arada varolacaktır. Bu bakımdan bu görüşe en ekonomik varsayım gözüyle bakmak zordur; fakat benim itirazım, bu yorumun ekonomik olmamasından kaynaklanmıyor. Benim anlamadığım, bilinçli bir varlığın, bir çizgisel birleştirimdeki seçeneklerden neden sadece 'birinin' bilincinde olması gerektiğidir. Bilinçliliğin hangi özelliği, bir ölü ve bir canlı kedinin kompleks çizgisel birleştiriminin 'farkına varılmamasını' öngörüyor? Bana öyle geliyor ki, birçok dünyalar görüşü, gözlemlediğimiz dünyayla uyumlaştırılmadan önce, bir bilinçlilik kuramına gereksinim vardır. Evrenin 'gerçek' (nesnel) durum vektörü ile gerçekten 'gözlemlenmesi' gerekli evren arasında ne gibi bir ilişkinin olduğunu anlamıyorum. *R*'nin 'görüntüsünün', bir anlamda, bu tanıma

tümdengelimli olarak dahil edilebileceği yolunda iddialar bulunmakla birlikte, ben bu iddiaların destek göreceğini sanmıyorum. En azından, sistemin işlemesi için daha fazla elemanlar gerekir. Bana öyle geliyor ki, 'çok dünyalar' görüşü, kuantum ölçmelerinin *gerçek* sorunlarına eğilmek yerine, bizzat kendisi yığınla sorun yaratmaktadır. (Karşılaştırınız De Witt ve Graham 1973).

Bütün Bunlar Bizi Nereye Getirdi?

Bütün bu karmaşık konular, şu veya bu ad altında, kuantum mekaniğinin *herhangi bir* yorumunun, günümüzün kuramı olduğunu vurgulamaktadır. Standart kuantum kuramının bugüne değin, dünyayı nasıl tanımlamamız gerektiği hakkında, özellikle bu karmaşık konularla ilgili olarak bize neler bildirdiğini kısaca gözden geçirelim ve soralım: Buradan nereye gidiyoruz?

Önce, anımsayın: Kuantum kuramının tanımları, alternatif olasılıklar arasındaki enerji farkları çok küçük düzeyde kaldığı sürece, yalnız moleküllerin, atomların veya atomaltı parçacıkların *kuantum düzeyinde* değil daha büyük ölçeklerde de uygun şekilde (yararlı şekilde?) uygulanabilmektedir. Kuantum düzeyinde 'seçenekleri' bir tür kompleks katsayılı birleştirimlerde *bir arada bulunur,* olarak kabul etmeliyiz. Katsayılar olarak kullanılan kompleks sayılara *olasılık genlikleri* diyoruz. Kompleks katsayılı seçeneklerin farklı bir birleştirimi, farklı bir *kuantum durumunu* tanımlar, ve herhangi bir kuantum sistemi böyle bir kuantum durumuyla açıklanmaktadır. Çoğu kez, *spin* örneğinde en açık şekliyle görüldüğü gibi, bir kuantum durumunu oluşturan seçeneklerin, hangilerinin 'gerçek', hangilerinin yalnızca 'toplamlar' olduklarını bildiren hiç bir yol yoktur. Sistem, kuantum düzeyinde *kaldığı* sürece, kuantum durumu tamamen *belirleyici* bir şekilde evrimleşir. Belirleyici evrim *U* süreci olup, *Schrödinger denklemi* tarafından yönetilir.

Farklı kuantum seçeneklerinin etkileri, seçenekler arasındaki farkları doğrudan algılayabilmemiz için, *klasik düzeye* yükseltildiklerinde kompleks katsayılı birleştirimlerin artık etkilerini kaybettikleri görülür. Bunun yerine, kompleks genliklerin mutlak

değer kareleri (yani, belirli bir kompleks düzlemde merkeze uzaklıkları) oluşturulmalıdır ve bu reel sayılar artık söz konusu seçeneklerle ilgili gerçek *olasılıklar* olarak yeni bir rol üstlenirler. *R* süreci uyarınca, seçeneklerden yalnız *birisi* fiziksel deneyin gerçekliğinde ayakta kalır. (*R* süreci, *U* sürecinin tümüyle aksi olup, buna durum vektörünün indirgenmesi veya dalgafonksiyonunun çökmesi de denir.) İşte yalnız ve yalnız bu aşamada kuantum kuramının belirleyici olmaması özelliği devreye girer.

Kuantum durumunun, *nesnel* bir tanımlamaya olanak sağladığı güçlü bir şekilde savunulabilir. Ama bu biraz karmaşık ve hatta oldukça ikilemli bir tartışma olabilir. Birden fazla parçacık söz konusu olduğu zaman kuantum durumları çok karışık bir hale gelebilirler ve gelirler de. Tek tek parçacıklar kendi başlarına 'durumlara' sahip olmazlar, fakat yalnız öteki parçacıklarla karmaşık 'dolaylı ilişkiler' içerisinde varolabilirler ki buna 'ilintiler' (korelasyonlar) diyoruz. Bir bölgedeki bir parçacık, klasik düzeye yükseltimini sağlayan bir etki yaratması anlamında, 'gözlemlendiği' zaman *R* yasasının devreye girmesi gerekir; fakat, görünüşe göre, bu durumda, gözlemlenen parçacığın karşılıklı ilişkide bulunduğu öteki parçacıklar *eşanlı* etkilenir. Einstein - Podolsky - Rosen (EPR) tipi deneyler (Aspect'in deneyi gibi: Bir kuantum kaynağından çıkarak iki zıt yönde ilerleyen bir foton çiftinin, daha sonra birbirinden metrelerce uzaktayken kutuplanmaları ölçülür) kuantum fiziğinin karmaşık fakat o ölçüde temel gözlemsel özelliğini ortaya koyar: Kuantum fiziği *yerel değildir* (bu nedenle Aspect'in deneyindeki fotonlar birbirinden bağımsız parçacıklar olarak işlem göremezler!) Eğer R'nin nesnel şekilde etkili olduğu düşünülürse (ki kuantum durumunun nesnelliğinin dolaylı bildirimine göre böyledir) bu durumda özel göreliliğin özüne aykırılık söz konusudur. (İndirgemeli) durum vektörünün *nesnel biçimde gerçek uzay-zaman tanımı,* göreliliğin koşullarıyla tutarlı bir şekilde yapılamıyor demektir! Ancak, kuantum kuramının gözlemsel sonuçları görelilikle çelişmez.

Kuantum kuramı R'nin *ne zaman* ve *neden* gerçekten (veya görünüşte?) rol alması gerektiğini bildirmez. Üstelik, klasik düzeyin neden klasik göründüğünü açıklamak konusunda da suskundur. Kuantum durumlarının 'çoğu', klasik durumlara hiç benzemez!

Bütün bunlar bizi hangi noktada bırakıyor? Kuantum mekaniğinin, makroskopik cisimlere uygulandığında, *yanlış* olması olasılığının, veya daha doğrusu, *U* ve *R* yasalarının yalnız daha eksiksiz fakat henüz bulunmamış bir kurama mükemmel yaklaşıklıklar sağlaması olasılığının ciddi bir şekilde düşünülmesi gerektiğine inanıyorum. Kuramın gözlemle sağladığı bu çok mükemmel uzlaşma, sadece *U* yasasına değil bu iki yasanın bir araya getirilmesine bağlıdır. Eğer *U* yasasının çizgiselliği makroskopik dünyaya da uzasaydı kriket toplarının ve benzerlerinin farklı konumlarının (veya farklı spinlerinin, vb.) kompleks çizgisel birleştirimlerinin fiziksel gerçekliğini kabul etmek zorunda kalırdık. Sadece sağ duyu bile, dünyanın aslında bu şekilde davranmadığını söyler! Kriket toplarının, *klasik* fizikte yapılan tanımları gerçekten iyi yaklaşık tanımlardır. Oldukça iyi tanımlanmış konumlara sahiptirler, kuantum mekaniğinde izin verildiği gibi aynı anda iki ayrı yerde görülmezler. Eğer *U* ve *R* süreçleri yerine daha geniş kapsamlı bir yasa getirilebilseydi, Schrödinger denklemin aksine, böyle bir yeni yasa özünde çizgisel *olmayacaktır* (çünkü *R* çizgisel davranmaz). Bazıları buna itiraz ediyor ve çok haklı olarak, standart kuantum kuramının matematiksel şıklığının çizgiselliğinden kaynaklandığını belirtiyorlar. Ancak ben, kuantum kuramının gelecekte, çizgisellik özelliğini yalnız yaklaşık tanımlar için kullanabileceği, köklü bir değişime uğramamasının şaşırtıcı olacağını hissediyorum. Kuşkusuz böyle bir değişimin belirtileri şimdiden görülüyor: Newton'un şık ve güçlü evrensel kütleçekimi kuramı bu özelliklerini, kuramdaki kuvvetlerinin *çizgisel* şekilde toplanabilmesine borçludur. Yine de, Einstein'ın genel görelilik kuramında çizgisellik kavramı yalnız (mükemmel olmasına karşın) bir yaklaşıklık olarak kalmıştır - ve düşününüz ki Einstein kuramının şıklığı, Newton'unkini aşar!

Kuantum kuramının bilmecelerinin çözümünün yeni bir gelişmiş kuram bulmamızla mümkün olduğuna inandığımı açık açık söyledim. Bu, alışılmış görüş olmasa da tümüyle alışılmamış bir görüş de değildir. (Kuantum kuramının kurucularından çoğu aynı görüştedirler. Einstein'ın görüşlerine daha önce değinmiştim. Schrödinger (1935), de Broglie (1956) ve Dirac da (1939), kuantum kuramına geçici gözüyle bakmışlardır.) Kuramın böyle bir değişim geçireceğine inansak bile, bunun *nasıl* gerçekleşeceğine ilişkin sınırlamalar büyük

boyutlarda olacaktır. Belki bir tür ‘saklı değişkenler’ fikri sonunda kabul edilir nitelikte görülecektir. Fakat EPR tipi deneylerin sergilediği yerelsizlik kavramı, dünyanın ‘gerçekçi’ bir tanımının yapılmasını şiddetle engellemektedir. Oysa böyle bir tanım basit bir Uzay-zamanda, görelilik ilkeleriyle uyum sağlamamız için verilen kendine özgü yapıdaki Uzay-zamanda, rahatlıkla yapılabilirdi -bu nedenle çok daha köklü bir değişikliğe gerek olduğuna inanıyorum. Üstelik, kuantum kuramı ile deney arasında herhangi bir uyuşmazlığa rastlanmamıştır; elbette, çizgisel birleştirimli kriket toplarının varolmasının mümkün olmadığını aksine kanıt olarak kabul etmediğiniz sürece. Kanımca, çizgisel birleştirimli kriket toplarının varolmaması gerçekten bir karşıt kanıttır! Ama bu, tek başına, büyük yardım sayılmaz. Mikroskopik düzeyin altında kuantum kurallarının geçerli olduğunu, kriket toplarının düzeyinde ise söz sahibinin klasik fizik olduğunu biliyoruz. İkisinin arasında bir yerde, kuantum dünyasının klasik dünyayla nasıl kaynaştığını görmek için, yeni yasayı anlamamız gerekiyor. Yine, inanıyorum ki, eğer uslarımızı anlayabileceksek yeni yasaya gereksinimimiz olacak! Bütün bu nedenlerle inanıyorum ki, yeni ipuçları aramamız gerekli.

Bu bölümde yer alan kuantum kuramı tanımlamalarımda, geometrik ve ‘gerçekçilik’ ayrıntılarını alışılagelmişten fazla vurgulamakla birlikte genelde herkesin bildiği bir biçimde yaklaştım. Bir sonraki bölümde, bize gerekli bazı ipuçlarını arıyacağız -geliştirilmiş bir kuantum mekaniği hakkında bazı izlenimler edinmemize yardımcı olacağına inandığım ipuçlarının peşine düşeceğiz. Yolculuğumuz evimize yakın bir yerde başlayacak ama çok uzaklara doğru yol almak zorunda kalacağız. Uzayın derinliklerine yapacağımız keşif gezisi sonrası geri döneceğiz, hem de ta zamanın başlangıcına!

VII. Bölüm
Evren Bilimi ve Zaman Oku

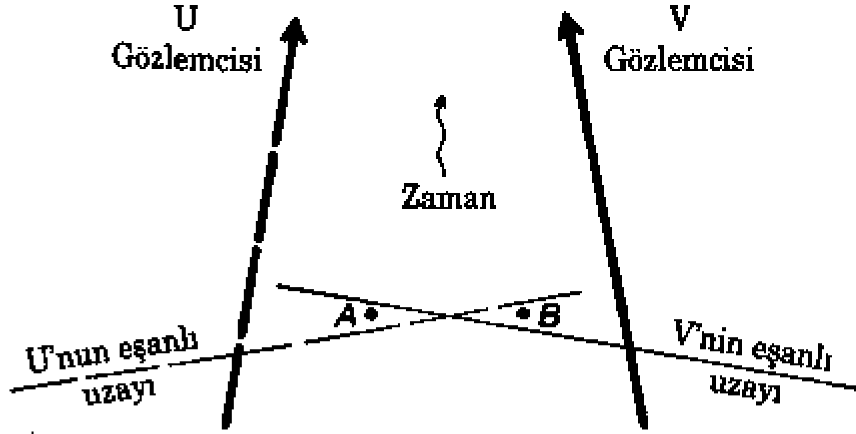
Zamanın Akışı

Bilinçli duyularımızın en önemlisi, zamanın ilerleyişini duyumlamamızdır. Belirli bir geçmişten belirsiz bir geleceğe doğru durmaksızın yol alıyormuşuz *gibi* hissederiz. Geçmişin geçmişte kaldığını, onunla ilgili yapacak hiçbir şeyimizin olmadığını hissederiz. Geçmiş değiştirilemez ve bir anlamda, hâlâ 'orada öylece' durur. Geçmişe ait bugünkü bilgimiz, kayıtlardan, anılardan ve bunlardan çıkardığımız sonuçlardan kaynaklanır, fakat geçmişin *gerçek* olduğundan kuşku duymak eğiliminde değilizdir. Geçmiş bir şeydi ve (şimdi de) sadece bir şey *olabilir.* Olan olmuştur, ne bizim ne de bir başkasının yapabileceği hiçbir şey yoktur! Öte yandan gelecek henüz belirsiz görünür. Bir şey de olabilir, başka bir şey de olabilir. Belki bu 'seçim' tamamıyla fizik yasalarıyla belirlenir veya belki kısmen kendi kararlarımızla (veya Tanrı'nın kararıyla) belirlenir; fakat bu 'seçim' hâlâ yapılmak üzere orada bekliyor. Geleceğin, kendisi ile ilgili olarak belirlediği 'gerçekliği' ne olursa olsun sadece *olasılıklar* söz konusu olacaktır. Zamanın geçtiğini bilinçli olarak algılarken, uçsuz bucaksız ve görünüşte kararsız geleceğin tam şu andaki kısmı 'gerçek' olarak sürekli etkinleşmekte ve böylece artık değişemedikleri geçmişe girip gitmektedir. Bazen, potansiyel gelecekle ilgili seçimin gerçekleşmesini herhangi bir şekilde etkilemekten ve bu seçimi geçmişin sürekli gerçeğine dönüştürmekten kendimizi 'sorumlu' hissedebiliriz. Ama daha çok sorumluluktan kurtulmuş olduğumuza belki de şükrederek, geçmişin belirli kapsamı, kararsız geleceğe doğru önlenemez biçimde, kendine yol açıp geçerken kendimizi eli kolu bağlı bir seyirci gibi hissederiz.

Oysa fizik, bildiğimiz şekliyle, başka bir öykü anlatır. Fiziğin tüm başarılı denklemleri zamana göre simetriktir. Zamanın bir akış

yönünde ne kadar başarıyla uygulanabiliyorlarsa ötekinde de aynı şekilde uygulanabilirler. Gelecek ve geçmiş, fiziksel olarak tamamen aynı temel üzerine oturtulmuş gibi görünüyor. Newton'un yasaları, Hamilton'un denklemleri, Maxwell'in denklemleri, Einstein'ın genel görelilik kuramı, Dirac'ın denklemi, Schrödinger'in denklemi -hepsi, zamanın okunu geri çevirseydik, aynı etkinlikte, değişmeden kalırlardı *(t* zaman koordinatını *-t* olarak değiştiriyoruz). Kuantum mekaniğinin *'U'* kısmı da beraber klasik mekanik tümüyle zamanda geri çevrilebilir. Kuantum mekaniğinin 'R' kısmının gerçekten zamanda tersine çevrilip çevrilemeyeceği sorusu var. Gelecek bölümdeki tartışmanın odağını bu soru oluşturacaktır. Şimdilik bu soruyu bir yana bırakarak, konuya 'alışıldık bir düşünceyle' yaklaşalım ve başlangıçtaki izlenimlere karşın *R* işleminin de gerçekten zamanda simetrik kabul edilmesi gerektiğine değinmekle yetinelim (bkz. Aharonov, Bergmann ve Lebowitz 1964). Bunu kabul edersek, geçmiş ve gelecek arasındaki ayırımın fizik yasalarımızca nerede öngörüldüğünü bulmak için görünüşe göre başka yerlere bakmak zorunda kalacağız.

Bu konuyu ele almadan önce, başka bir zor ayırımdan, bizim zaman algılamalarımız ile modern fizik kuramının inanmamızı istediği zaman arasındaki ayırımdan bahsedelim. Görelilik gereğince, 'şimdi' diye bir kavram yoktur. Bu kavrama en yakın kavram, (II. cilt, s. 66) Şekil 5.21'de tasarımlandığı gibi, Uzay-zamanda bir gözlemcinin 'eşanlı uzayıdır', fakat bu tanım, gözlemcinin “hareketine' bağlıdır! Bir gözlemciye göre tanımlanan 'şimdi', öteki gözlemcinin 'şimdi'si ile uyuşmaz.[1] A ve *B* uzay-zaman olayları ile ilgili olarak, bir U gözlemcisi *B* olayının belirli geçmişe ait ve A olayının belirsiz geleceğe ait olduğunu düşünürken, ikinci bir V gözlemcisine göre A olayı değişmez geçmişe ve *B* olayı belirsiz geleceğe ait olabilir! (Şekil 7.1) A ve *B* olaylarından her birinin belirsiz kaldığını, diğeri kesin olmadığı sürece, anlamlı şekilde ileri süremeyiz. (II. cilt, s. 67)'deki tartışmamızı ve Şekil 5.22'i anımsayınız. İki kişi yolda karşılaşırlar. Bunlardan birisine göre, Andromeda uzay filosu yolculuğuna çıkmıştır bile; diğerine göre yolculuğun yapılıp yapılmayacağına henüz karar verilmemiştir.



Şekil 7.1. Zaman gerçekten 'akar' mı? *U* gözlemcisine göre A henüz 'belirsiz' gelecekteyken, *B* 'belirlenmiş' geçmişte olabilir. V gözlemcisi ise aksi görüşte!

Aynı kararın sonucu ile ilgili belirsizlik hâlâ nasıl olabilir? İki kişiden *her birine* göre karar zaten verilmişse, elbette herhangi bir belirsizlik *olamaz.* Uzay filosunun yola çıkması bir kaçınılmazlıktır. Aslında, iki kişiden hiçbiri uzay filosunun yola çıktığını henüz *bilemez.* Bunu yeryüzünden yapılacak teleskopik gözlemlerle filonun seyretmekte olduğu açıklandığında, yani daha sonra öğreneceklerdir. Bunun üzerine, birbirlerine rastladıkları ana geri dönerler[2] ve o *an* hakkında şu sonuca varırlar: Birine göre, uzay filosunun yolculuk kararı belirsiz gelecektir, ötekine göre ise karar belirli geçmiştedir. *O anda,* bu gelecekle ilgili herhangi bir belirsizlik var mıdır? Ya da *her iki* kişinin de geleceği zaten belirlenmiş miydi?

Öyle görünüyor ki, herhangi bir şey kesinse, tüm uzay-zaman gerçekten kesin olmalıdır! 'Belirsiz' gelecek olamaz. Uzay-zamanın *tümü,* belirsizliğe hiç yer bırakmaksızın kesinleştirilmelidir. Gerçekten de, Einstein'ın bizzat ulaştığı sonuç budur (bkz. Pais 1982, s. 444). Üstelik, zaman akışı da söz konusu değildir. Sadece 'uzay-zaman' vardır ve bu Uzay-zamanda, geleceğin sınırlarını önlenemez şekilde aşıp geçmeye çalışan belirli geçmişe yer yoktur! (Okuyucu, kuantum mekaniğinin 'belirsizliğinin' bu konuyla ilgisini merak edebilir. Kuantum mekanikçilerin sorunlarına gelecek bölümde yer vereceğim. Şimdilik, klasik tanımlamalar çerçevesinde düşünmek daha doğru olacaktır.)

Bana öyle geliyor ki, zamanın akışı ile ilgili olarak bizim bilinçli duyumlarımızla fiziksel dünyanın gerçekliğini öneren (harikulade doğru) kuramlarımız arasında ciddi aykırılıklar vardır. Böyle aykırılıklar bilinçli algılamalarımızın altında yatan fizik hakkında bizlere derin bazı şeyler söylemektedir. Ben inanıyorum ki bu algılamalarımızın altında yatan her neyse uygun bir tür fizik yardımıyla anlaşılabilecektir. En azından açıkça görülen odur ki, fizik hangi işlevi görüyor olursa olsun, temelde zamanda simetrik olmayan, başka deyişle geçmişle gelecek arasında ayırım yapan bir içeriği olmalıdır.

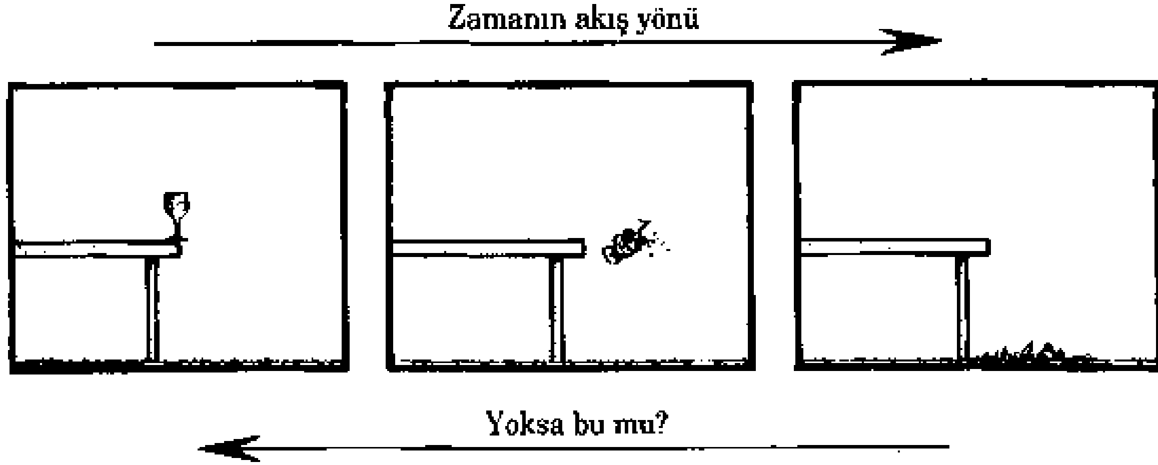
Fizik denklemleri böyle bir ayırımı yapmıyor görünüyorsa, 'şimdi' kavramı görelilikle fazlaca uyuşmasa dahi, dünyayı onlara göre algıladığımızı varsaydığımız daha uygun fizik yasalarını bulmak için nereye bakmamız gerekir? Aslında söz konusu aykırılıklar benim ima ettiğim kadar ciddi değildir. Fizik anlayışımız gerçekte, salt zaman evrimini tanımlayan denklemlerden *başka* önemli bileşenlere de sahiptir ve bunlardan bazıları gerçekten zamanda simetrik değildirler. Bunlardan en önemlisi, *termodinamiğin ikinci yasasıdır.* Şimdi bu yasanın anlatmak istedikleri hakkında bir fikir edinelim.

Entropinin Önlenemez Artışı

Masanın kenarına yerleştirilmiş bir bardak su düşünün. Dokunursanız, büyük olasılıkla yere düşer, bardak paramparça olur, su ve cam kırıkları halıya veya döşemeye yayılır, suyun büyük bölümü halı tarafından emilir. Bir bardak suyumuz, büyük bir sadakatle fizik denklemlerini izlemiştir. Newton'un tanımlamaları gerçekleşmiştir. Bardağın ve suyun atomlarının her biri Newton'un yasaları gereği davranmıştır (Şekil 7.2). Şimdi bu örneği zamanda geriye döndürelim. Söz konusu yasaların zamanda tersinebilmesi uyarınca, dökülen su halıdan ve döşemeden aynen geriye akarak, saçılan parçacıklarını alelacele toparlayıp eski haline dönen bardağın içine girebilir ve böylece tekrar oluşan bir bardak su yerden, masa yüksekliği boyunca sıçrayarak, masanın kenarındaki

ilk konumunu alabilir. Bütün bunlar, bardağın düşmesi ve paramparça olması kadar, Newton yasalarına uygundur!

Okuyucu, bardağı yerden masaya kaldıran enerjinin nereden geldiğini merak ediyor olabilir. Bu hiç sorun değil. Enerjiyle ilgili bu gibi bir sorun olamaz, çünkü bardağın masadan *düşmesi* durumunda, düşme eyleminde kazandığı enerji bir yere gitmelidir.



Şekil 7.2. Mekaniğin yasaları zamanda tersinebilir; fakat, sağ kareden sol kareye geçişteki zaman sıralaması asla gözlenemezken, sol kareden sağ kareye geçiş olağan bir zaman sıralamasıdır.

Aslında, düşen bardağın enerjisi *ısıya* dönüşür. Cam parçacıklarındaki, sudaki, halıdaki ve döşemedeki atomlar, bardağın yere çarpmasını izleyen anda, olduklarından biraz daha hızlı şekilde rasgele oraya buraya hareket ediyor olacaklardır, yani cam parçaları, su, halı ve döşeme, öncekine göre biraz daha *ısınmış* olacaklardır (Bu arada, buharlaşma nedeniyle olası ısı kaybını dikkate almıyoruz - ama ısı kaybı da ilke olarak tersinebilir). *Enerjinin korunumu* yasası uyarınca bu ısı enerjisi, masadan düşen su dolu bir bardağın düşme anında kaybettiği enerjiye eşittir. Böylece, söz konusu azıcık ısı enerjisi, bardağı tekrar masaya kaldırmaya yeterlidir! Isı enerjisinin, enerjinin korunumu yönünden dikkate alınması gerektiğini anlamak önemlidir. Enerjinin korunumu yasası, ısı enerjisi dikkate alındığı zaman, *termodinamiğin birinci yasası* olarak anılır. Termodinamiğin birinci yasası, Newton mekaniğinin bir tümdengelimi olduğu için

zamanda simetriktir. Birinci yasa, bardağın ve suyun tekrar bir araya gelerek, masaya geri dönmelerini herhangi bir şekilde sınırlamaz.

Böyle şeylerin oluşumunu göremeyiz çünkü, cam kırıklarındaki, sudaki, döşeme tahtalarındaki ve halıdaki atomların ‘ısıl’ eylemi karmakarışık olacak ve böylece atomların hepsi yanlış yönlerde hareket ediyor olacaklardır. Bardağın kendini, etrafa saçılan su damlalarıyla da tekrar bir araya getirerek masadaki ilk konumuna düzen içerisinde yerleştirmesi için tuhaf şekilde kesin bir uyuma ihtiyacı vardır. Etkin bir kesinlilik varsa o da böyle bir uyumlu eylemin var olmayacağıdır! Böyle bir uyum ancak çok şaşırtıcı bir rastlantı - ‘mucize’ diyebileceğimiz türde bir olayla gerçekleşebilir!

Fakat, zamanın öteki akış yönünde böyle bir uyumlu eylem olağandır. Fiziksel durumda büyük ölçüde bir değişiklik (örneğimizde su dolu bardağın kırılması ve suyun dökülmesi) oluşmadan *önce* değil, oluştuktan *sonra* koşuluyla, parçacıkların uyumlu hareketlerini nasılsa rastlantı saymıyoruz. Parçacık eylemleri, böyle bir olay ertesi gerçekten son derece uyumlu olmalı, çünkü her bir atomun eylemini aksi yönde çevirdiğimizde, bu eylemlerin doğası gereği sonuç davranışı -bardağın parçalarının tekrar birleşmesi, bardağın suyla dolması ve tamamen ilk konumuna yerleşmesi- için gereken davranışın tıpatıp aynısı olurdu.

Son derece uyumlu bir eylem, geniş ölçüde bir değişikliğin *nedeni* değil *sonucu* olarak kabul edilirse uygun ve olağan bir eylemdir. Ne var ki, ‘neden’ ve ‘sonuç’ sözcükleri, zamanda simetri sorusunu çağrıştırmaktadır. Konuşma dilimizde bu sözcükleri, ‘nedenin’ ‘sonuçtan’ önce geldiğini ima ederek kullanırız. Fakat, geçmişle geleceğin arasındaki fiziksel farkı anlamaya çalışıyorsak, geçmiş ve gelecekle ilgili günlük duyularımızı tartışmamıza düşünmeden aşılamaktan kaçınmalıyız. Bunu yapmanın son derece güç olduğu hakkında okuyucuyu uyarmalıyım, fakat bu konuda elimizden geleni yapmak zorundayız. Sözcükleri, geçmiş ve gelecek arasındaki fiziksel ayırım konusunda önyargı verecek şekilde kullanmamaya özen göstermeliyiz. Bu nedenle, koşullar elverseydi, nedenlerin gelecekte, sonuçların geçmişte yer aldıklarını varsayabilirdik! Klasik fiziğin belirleyici denklemleri (veya, kuantum fiziğinde U’nun uygulanması) gelecek yönünde evrim tercihine sahip değildir. Bu

denklemler geçmişe evrimlenme ile ilgili olarak aynı etkinlikle kullanılabilir. Geçmişin geleceği belirlediği gibi, gelecek de aynı şekilde geçmişi belirleyebilir. Bir sistemin herhangi bir durumunu gelecekte, herhangi bir zorunlu şekilde belirleyebiliriz ve sonra bu durumu, geçmişte nasıl olması gerekiyorsa ona uygun şekilde hesaplamak için kullanırız. Sistemle ilgili denklemleri zamanda normal gelecek yönde evrimleştirirken, geçmişe 'neden' geleceğe 'sonuç' gözüyle bakmamıza izin verilse, bu durumda, denklemleri zamanda geçmiş yönüne doğru evrimleştirme ile ilgili aynı ölçüde geçerli yöntemi uyguladığımız zaman, herhalde, geleceği 'neden' ve geçmişi 'sonuç' saymalıyız.

Ancak, neden ve sonuç sözcüklerinin kullanımı ile ilgili başka bir şey var ve bu olaylardan hangisinin geçmişte hangisinin gelecekte oluşacağı konusu değildir. Bizim evrenimize uygulanabilen zamanda simetrik klasik denklemlerin uygulanabildiği, ama olağan davranışların (bardağın kırılması, suyun dökülmesi, vb.), zamanda tersinmiş oluşumlarıyla birlikte bulunduğu bir evren düşünelim. Diyelimki, bu evrende, alışık olduğumuz davranışların yanı sıra, bazen kırılan bardaklar kırıklarını toplayarak kendilerini yeniden oluşturabiliyor, dökülen suyu toplayıp mucizevi bir şekilde kendini tekrar doldurabiliyor ve tekrar masanın üstüne sıçrayabiliyor; diyelim ki, bazen, tavada pişirilen yumurtalar kendilerini sihirli bir şekilde çiğ duruma getiriveriyorlar, kırık kabuklarına tekrar giriveriyorlar, kırık kabuklarını mükemmelen bir araya getirerek kendilerini ilk durumlarına getiriveriyorlar; şekerli kahvedeki şeker taneleri, erimeden önceki kesme şekerlere dönüşüp hop diye avucumuza atlayıveriyorlar. Böyle olayların olağan olduğu bir dünyada yaşasaydık kuşkusuz bu olayların 'nedenlerini', atomların birbiriyle ilişkilendirilmiş davranışı üstüne inanılmaz şekilde olanaksız gözüken rastlantılara bağlamaz, herhangi bir 'teleolojik etkiden' kaynaklandıklarını, bu etki altındaki nesnelerin bazen arzu edilen makroskopik bir bütünleşmeyi gerçekleştirmek için uğraştıklarını düşünürdük. 'Bakın!' derdik, 'İşte yine oluyor. Halıya dökülüp saçılanlar yine bir bardak su olacak!' Bu olayı izlerken atomların, masanın üzerinde bir bardak su olmak için hangi yolu izlemeleri gerektiğini bildikleri *için* kendilerini bu amaca doğru olarak yönlendirdiklerini düşünürdük. Masadaki bardak 'neden' ve yerdeki

rasgele birikmiş atomlar, ‘sonucun’ zaman içinde ‘nedenden’ önce oluşmuş olmasına karşın, ‘sonuç’ olurdu. Aynı şekilde, tavadaki yumurtaların atomlarının son derece uyumlu eylemi, yeniden inşa edilen yumurta kabuğunun içine atlamalarının ‘nedeni’ değildir fakat, gelecekteki olayın ‘etkisidir’; ve küp şeker, kahvede eriyen parçalarının atomları olağanüstü bir doğruluk ve kesinlikle hareket ettikleri için değil, gelecekte de olsa, birisi elinde tutacağı için kendini yeniden bir araya getirerek fincandan dışarıya fırlar.

Kuşkusuz dünyamızda böyle şeylere tanık olmuyoruz veya daha doğrusu, normal deneyimlerimizle *birlikte var olan* böyle şeyleri görmüyoruz. Dünyamızda gördüklerimizin *tümü,* biraz önce tanımlananın tam tersi olayları da içerseydi, sorun yoktu. ‘Geçmiş’ ve ‘gelecek’, ‘önce’ ve ‘sonra’, vb. terimlerin, tüm tanımlamalarımızda birbiriyle yerlerini değiştirirdik, olur biterdi. Zaman, ilk belirlenen yönden aksi yönde ilerliyor varsayardık ve varsayılan dünyayı, kendi dünyamızı tanımladığımız şekilde tanımlardık. Ancak, burada farklı bir olasılığı, fiziğin zamanda simetrik denklemleriyle tutarlı olarak, kırılan ve dağılan ile kırılan parçalarını tekrar bir araya getiren su bardaklarının *birlikte var olabildikleri* bir olasılığı öngörüyorum. Böyle bir dünyada, zamanın akış yönü hakkındaki seçimimizi sadece tersine çevirmekle, alıştığımız tanımlamalarımızı koruyamayız. Elbette dünyamız böyle değil, ama neden? Bu gerçeği anlamaya başlayabilmemiz için size varsayımlı bir dünya çizdim. Böyle bir dünyada, kırılmamış bardaklar, kırılmamış yumurtalar veya elde tutulan bir küp şeker gibi büyük makroskopik şekillenimleri tanımlayabileceğimizi kabul etmenizi istiyorum sizden ve yine kabul etmenizi istiyorum ki, bu tür şekillenimler ‘nedenler’dir ve bu ‘nedenler’, ‘etkilerin’ geleceğinde ya da geçmişinde yer alsalar da almasalar da, bireysel atomların ayrıntılı ve belki de özenle ilişkilendirilmiş eylemlerinin ‘sonuçlarıdır’.

Yaşadığımız dünyada nedenler niçin sonuçlardan önce gelir? Başka bir deyişle, parçacığın çok uyumlu eylemleri, neden sadece büyük çapta bir değişiklikten *önce* değil de *sonra* oluşuyor? İşte bu aşamada *entropi* kavramını devreye sokmam gerekiyor. Genel bir tanımlamayla, bir sistemin entropisi, açıkça görünür *düzensizliğinin* bir ölçümüdür. Buna göre, kırılan bardak ve yere dökülen su, kendini yeniden oluşturan ve masadaki yerini alan dolu su bardağından daha

yüksek entropiye sahiptir; tavada çırpılarak pişirilen yumurta, kırılmamış taze yumurtadan daha fazla entropiye sahiptir; şekerli kahve, kahvenin içinde erimemiş küp şekerden daha yüksek entropiye sahiptir. Düşük entropi durumunun 'özel olarak düzenli', yüksek entropi durumunun daha az 'özel olarak düzenli' olduğu, herhangi bir şekilde, açıkça görülür.

Düşük entropi durumu için 'özel olma' terimini kullanırken, gerçekte *açıkça görünür bir* özelliğini kastettiğimizi anlamak önemlidir. Daha ayrıntılı ifade etmek gerekirse, yüksek entropi durumu, görünüşte özellikle düzenli koşullarda, bireysel parçacıkların eylemlerinin çok kesin uyumu sayesinde, düşük entropi kadar 'özel düzenlenmiştir.' Örneğin, bardak kırıldıktan sonra döşeme tahtaları arasına sızmış olan su moleküllerinin görünürdeki rasgele eylemi gerçekten çok özeldir: Eylemler öylesine kesindir ki, hepsi tam ters yöne *çevrilselerdi,* bardağın yeniden oluşmuş ve içi su dolu olarak masada durduğu ilk düşük entropi durumu tekrar elde edilebilirdi (Bu böyle olmalı çünkü tüm bu eylemlerin ters yöne çevrilmeleri, zaman yönünün tersine çevrilmesini temsil ederdi ki buna göre bardak gerçekten kendini yeniler ve masaya geri sıçrardı). Fakat, suyun tüm moleküllerinin bu gibi uyumlu eylemi, düşük entropi olarak adlandırdığımız 'özel olma' türünde *değildir.* Entropi, *açıkça görünür* düzensizliği anlatır. Parçacık eylemlerinin kesin uyumunda var olan mevcut düzen, görünürdeki bir düzen değildir ve bu nedenle bir sistemin entropisini düşürmekte rol oynamaz. Buna göre, dökülen suyun moleküllerindeki düzen bu konuda dikkate alınmaz ve entropi yüksektir. Ancak, *yeniden oluşan* su bardağının *görünürdeki* düzeni düşük bir entropi değeri verir. Bu durum, parçacıkların eylemlerinin nispeten az farklı olası düzenlenmesinin, parçalarını yeniden bir araya getirmiş, su dolu bir bardağın görünürdeki şekillenimi ile uyumlu olduklarını gösterir; bu böyleyken, döşeme tahtalarının çatlakları arasında akmakta olan hafifçe ısınmış suyun görünürdeki bileşimine uygun daha pek çok eylem vardır.

Termodinamiğin ikinci yasası uyarınca *diğerlerinden yalıtılmış bir sistemin entropisi zamanla artar* (veya, *zamanda tersinebilir bir sistem için, sabit kalır).* Uyumlu parçacık eylemlerini düşük entropi olarak kabul etmediğimiz iyi oldu; böyle yapmasaydık, bu tanıma göre, bir sistemin entropisi daima sabit kalacaktı. Entropi kavramı

yalnız açıkça görünür düzensizliği anlatmalıdır. Evrendeki öteki sistemlerden yalıtılmış bir sistemin toplam entropisi artar ve böylece, görünür herhangi bir düzenlemeye sahip bir durumda eyleme başlarsa, bu düzenleme zamanla aşınacak, görünürdeki özel nitelikleri 'yararsız' uyumlu eylemlere dönüşecektir. Termodinamiğin ikinci yasası, bir umutsuzluk mesajı verir gibidir, çünkü sistem düzeninin zorunlu olarak sürekli bozulmakta olduğunu bildiren acımasız ve evrensel bir fizik ilkesini ileri sürer. Bu kötümser sonucun tümüyle doğru olmadığını daha sonra göreceğiz!

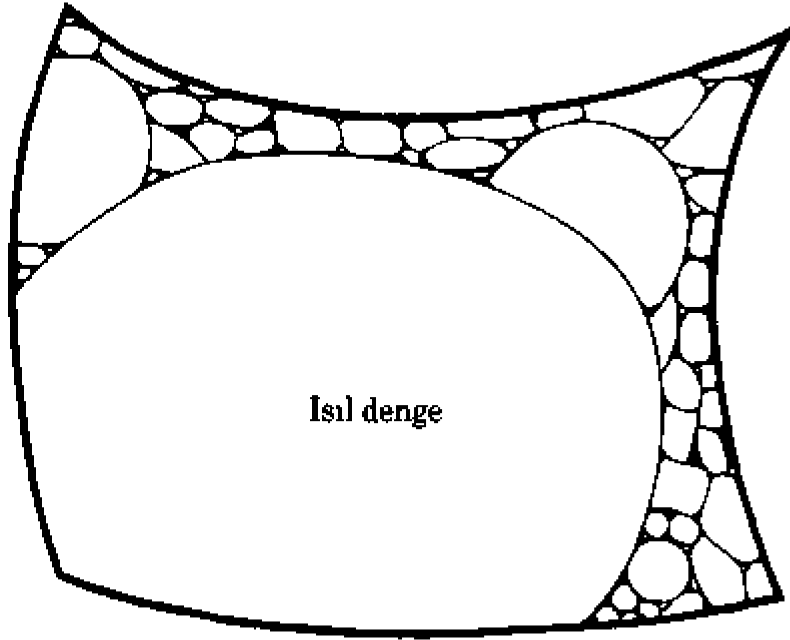
Entropi Nedir?

Fakat fiziksel bir sistemin entropisi tam olarak nedir? Görünürdeki düzensizliğin bir tür ölçüsü olduğunu daha önce söylemiştik. Ama 'görünürdeki' ve 'düzensizlik' gibi pek de kesin anlam bildirmeyen sözcükler kullanmış olmam, entropi kavramının aslında çok kesin bir bilimsel nicelik olmadığı izlenimini yaratabilir. Üstelik ikinci yasanın bir başka yönü, yalnız *tersinemez* sistemlerin entropisinin sabit kalmayıp arttığını ima eder. *Tersinemez* ne demek? Bütün cisimciklerin ayrıntılı eylemlerini dikkate alırsak, *tüm* sistemler tersinebilir! *Uygulamada,* masadan düşen ve kırılan bardak, tavada dağılan yumurta ya da kahvede çözünen şekerin eylemlerinin hepsi tersinemez eylemlerdir diyebiliriz; öte yandan, enerjinin kaybolmayarak ısıya dönüştüğü, dikkatle kontrol edilen çeşitli durumlarda olduğu gibi, az sayıda parçacığın çarpışarak saçılmaları eylemlerini *tersinebilir* eylem sayabiliriz. Genel olarak 'tersinemez' terimi, sistemde yer alan bireysel parçacık eylemlerinin ilgili tüm ayrıntılarının izlenmesinin veya kontrol edilmesinin olanaksız olması olgusunu anlatır. Kontrol edilemeyen eylemler 'ısı' olarak adlandırılır. Bu nedenle tersinemezlik sadece 'uygulamayla' ilgili görünür. Mekaniğin yasalarına pekâlâ uygun bir yöntem olmasına karşın *uygulamada* bir yumurtayı tavadan toplayıp yeniden oluşturamayız. Öyleyse entropi kavramımız neyin uygulanabilir, neyin uygulanamaz olmasına mı bağlıdır?

5. Bölümden anımsayacağınız gibi, momentum ve açısal momentum gibi, fiziksel *enerji* kavramı da, parçacıkların konumları, hızları, kütleleri ve kuvvetleri ile ifade edilen kesin matematiksel tanımlamalarla *verilebilir.* Fakat, entropi kavramını matematiksel olarak kesinleştirmek için gerekli 'görünürdeki düzensizlik' kavramı için aynı şeyi yapmamız nasıl beklenebilir? Kuşkusuz, bir gözlemciye göre 'görünürde' olan, bir başka gözlemci için söz konusu olamaz. 'Görünürde' olgusu, her gözlemcinin gözlem altındaki sistemi ölçebildiği kesinliğe bağlı olmayacak mı? Daha iyi ölçme aletleriyle donanımlı bir gözlemci, bir başka gözlemciye göre, bir sistemin mikroskopik bileşenleri hakkında çok daha fazla ayrıntılı bilgi elde edebilir. Sistemdeki 'gizli düzenin' daha fazlası, bir gözlemciye, diğerinden daha çok açıkça görünebilir ve bu nedenle gözlemci entropinin düşük olduğunu, öteki gözlemcinin aksine, ileri sürebilir. Ayrıca, çeşitli gözlemcilerin, sistemin 'düzensizden' çok 'düzenli' olduğuna dair görüşlerinde kişisel estetik yargıları etkili olabilir. Örneğin, bir sanatçı, yere saçılmış kırık bardak parçalarının, masanın üstünde duran çirkin görünüşlü bardaktan çok daha güzel bir düzene sahip olduğunu düşünebilir! Sanatçı duyarlığına sahip böyle bir gözlemcinin kararıyla, entropi gerçekten *azalmış* sayılabilir mi?

Bu ve bunun gibi öznellikle ilgili sorunları yönünden, entropi kavramının tüm kesin bilimsel tanımlamalarda yararlı olması, ki kuşkusuz yararlıdır, dikkate değer! Yararlı olmasının nedeni, parçacıkların ayrıntılı konum ve hızları yönünden, bir sistemde düzenlilikten düzensizliğe geçişteki değişikliklerin son derece büyük boyutlarda olması ve (hemen hemen tüm koşullarda) bu değişikliklerin, makroskopik ölçekte 'görünürdeki düzenin' ne olduğu ya da ne olmadığı ile ilgili mantıksal görüş farklarını tümüyle ortadan kaldırmasıdır. Özellikle, bardağın kırık parçalarından kendini yeniden oluşturduğu durumunun mu yoksa kırık durumunun mu daha düzenli oldukları hakkında sanatçının veya bilim adamının yargısının, bardağın entropi ölçümüne hemen hemen hiçbir yararı yoktur. Entropiye başlıca katkıyı, bardak ve su yere çarparken, ısının hafifçe yükselmesine ve suyun yayılmasına neden olan rasgele parçacık eylemleri sağlar.

Entropi kavramım biraz daha iyi anlamak için, 5. Bölümde tanımladığımız *faz uzayına* dönelim. Anımsayacağınız gibi bir sistemin faz uzayı normalde çok büyük boyutlarda bir uzay olup, her bir noktası, bir fiziksel durumun tümünü, en ince ayrıntılarına kadar temsil eder. *Bir tek* faz uzayı noktası, fiziksel sistemi oluşturan tüm bireysel parçacıkların tüm konum ve momentum bileşenlerini belirler. Entropi kavramı için gereksinimimiz olan şey, *görünürdeki* (yani, makroskopik) özellikleri yönünden birbirine benzer durumların hepsini bir araya getirerek gruplamanın bir yolunu bulmaktır.



Şekil 7.3. Faz uzayının, makroskopik olarak birbirinden ayırt edilemeyen durumları temsil eden bölgelere ayrılması, yani kaba tanelenmesi. *Entropi,* faz uzayı hacminin logaritması ile orantılıdır.

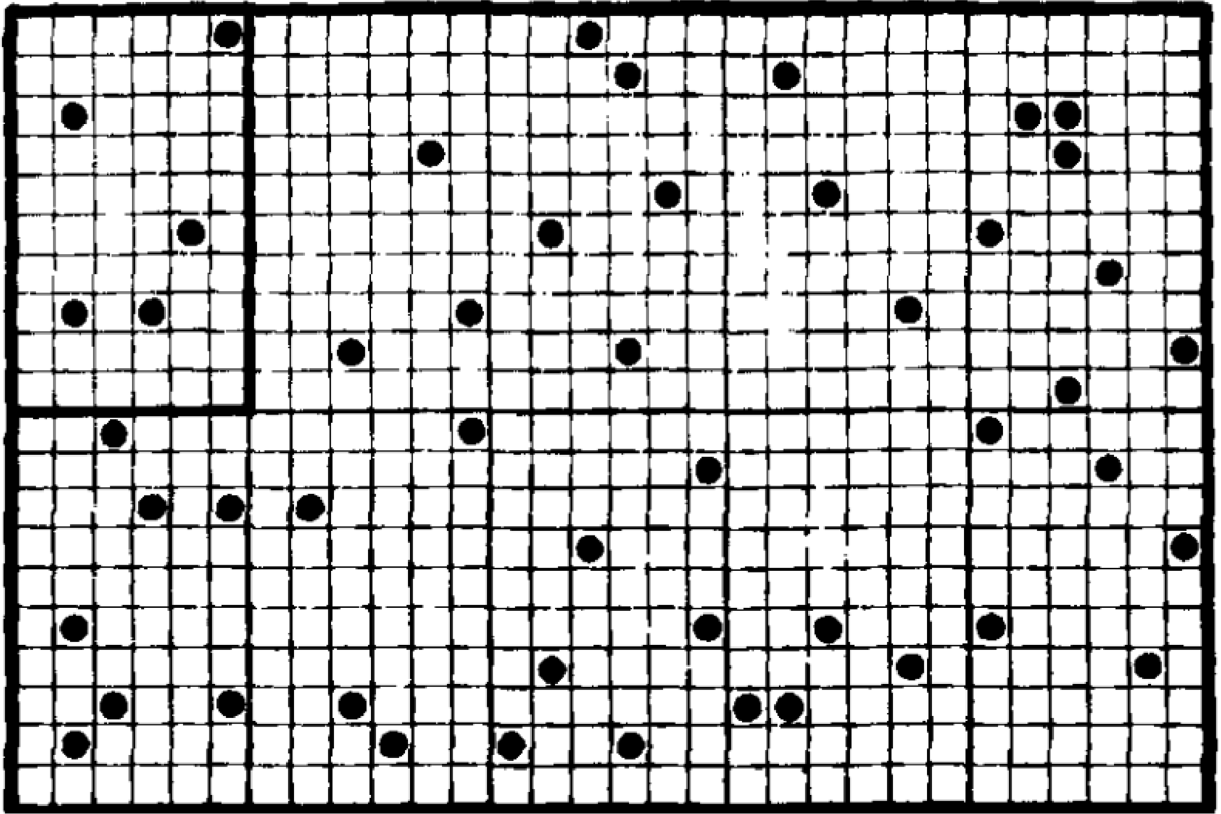
Bu nedenle, faz uzayımızı bazı alt bölgelere ayırmamız gerekiyor (Şekil 7.3); öyle ki herhangi bir özel bölgedeki farklı noktaların her birisinin temsil ettiği fiziksel sistemler, parçacık şekillenimlerinin ve eylemlerinin ince ayrıntıları bakımından farklı olsalar da, makroskopik olarak gözlemlenebilen özellikleri bakımından birbirlerine eşdeğer sayılsınlar. Bir bölgedeki noktaların hepsinin, bu özellikler bakımından, *aynı* fiziksel sistemi temsil ettikleri düşünülmelidir. Faz uzayının bu şekilde bölgelere ayrılması, faz uzayının *kaba tanelenmesi* olarak anılır.

Şimdi bu bölgelerden bazıları, ötekilerden çok daha büyük olabilecektir. Örneğin, bir kutuya doldurulmuş gazın faz uzayını düşünün. Faz uzayının büyük bir bölümü, gazın kutu içinde düzgün olarak yayıldığı durumları temsil edecektir; tekdüze sıcaklık ve basıncı sağlayan kendine özgü parçacık eylemi, bir bakıma, olası en 'rasgele' eylemdir ve daha önce tanıştığımız James Clerk Maxwell'in adıyla *Maxwell dağılımı* olarak tanınır. Gaz, böyle bir rasgele durumda olduğu zaman, *ısıl dengede* olduğu bildirilir. Faz uzayında, ısıl dengeye karşı gelen noktalar son derece büyük bir hacim oluşturur ve ısıl denge ile uyumlu parçacıkların her birinin konumlarının ve hızlarının tüm farklı ayrıntılı düzenlenmelerini tanımlar. Söz konusu geniş hacim, faz uzayımızdaki bölgelerimizden sadece birisidir. Ama kuşkusuz en büyüğüdür - öyle ki faz uzayının hemen hemen tümünü kaplar! Şimdi gazın başka bir olası durumunu örnekleyelim ve kutunun içindeki gazın hepsinin kutunun bir köşesine sıkıştığını varsayalım. Gazın köşeye sıkıştığını bildiren birçok farklı bireysel durumlar, makroskopik olarak birbirinden ayırt edilemezler; bunları temsil eden faz uzayı noktaları, faz uzayında başka bir bölge oluştururlar. Ancak, bu bölgenin hacmi, -normal atmosfer basıncında ve sıcaklığında hava içeren kutunun hacmini, dengedeyken, bir metre küp ve köşesindeki bölgenin hacmini bir santimetre küp olarak alırsak- ısıl dengeyi temsil eden durumların hacminden $10^{10^{25}}$ kez daha küçük olacaktır!

Faz uzayı hacimleri arasındaki bu gibi farkları anlamaya başlamak için daha basit bir örnek verelim: belli bir sayıdaki özdeş topların çeşitli hücrelere dağıtıldığını düşünelim. Her bir hücre ya boştur ya da bir top içermektedir. Toplar gaz moleküllerini, hücreler ise gaz moleküllerinin kutudaki farklı konumlarını temsil etmektedirler. Hücrelerin bir kısmını *özel* olarak niteleyelim; bunlar, kutunun köşesindeki bölgeye karşı gelen molekül konumlandır. Diyelim, hücrelerden onda biri kadar özel hücreler bulunsun; yani n özel hücre varsa $9n$ özel olmayan hücre olsun. (Şekil 7.4). m tane topu, bu hücrelere rasgele dağıttığımızda, hepsinin özel hücrelerde yer almaları olasılığını bulmak istiyoruz. Sadece bir top ve on hücre olsa (bu durumda bir özel hücremiz olur), olasılık onda bir olur. Bir topumuz ve $10n$ sayıda hücremiz (n özel hücremiz) olursa yine aynı olasılığa sahip oluruz. Bu nedenle, sadece *bir* atomlu 'gaz' için,

'köşeye sıkışmış' gazı temsil eden özel bölge, 'faz uzayının' tüm hacminin sadece *onda* biri kadar hacme sahip olacaktır. Fakat, topların sayısını artırırsak, topların hepsinin özel hücrelere doğru yollarını bulmaları şansı büyük ölçüde azalacaktır. *İki* top ve yirmi hücreyle* (ikisi özel hücre) (m = 2, *n* = 2), olasılık 1/190 veya yüz hücreyle (onu özel hücre) (m = 2, *n* = 10) olasılık 1/110, daha fazla sayıda hücre ile olasılık 1/100'dir. Bu nedenle, *iki* atomlu 'gaz' için özel bölgenin hacmi, 'faz uzayı' hacminin tümünün sadece yüzde biridir.

Genel n, m tamsayıları için şans, $^{10n}C_m \div {}^{n}C_m = \dfrac{(10n)!\,(n-m)!}{n!\,(10n-m)!}$ 'dir!



Şekil 7.4. Kutu içindeki gazla ilgili bir örnek: Belli bir sayıdaki minik toplar, daha fazla sayıda hücrelere dağıtılmıştır. Kutucuklardan bazıları 'özel' olarak işaretlenmiştir. Bunlar sol üst köşede görülmektedir.

Üç top ve otuz hücre için *(m* = 3, n = 3) olasılık 1/4060, daha çok sayıdaki hücreler için -buna göre, *üç* atomlu 'gaz' için, özel bölgenin hacmi şimdi, 'faz uzayı' hacminin *binde* biridir. Dört top ve pek çok

sayıda hücre için olasılık 1/10000'dir. Beş top ve pek çok sayıdaki hücre için olasılık 1/100000'dir, vb. *m* sayıdaki top ve pek çok sayıdaki hücre için şans $1/10^m$ olduğuna göre bir 'm-atomlu gaz' için, özel bölmenin hacmi, 'faz uzayı' hacminin $1/10^m$'dir ('momentum tartışmaya' dahil edilse bile bu değer yine geçerlidir).

Bu örneği, kutunun içindeki gaz örneğine uyarlayabiliriz. Ama şimdi özel bölge, toplamın 'sadece' onda biri yerine, bu toplamın sadece milyonda birini (1/1000000) kapsar (yani, bir metre küpte bir santimetre küpünü). Bunun anlamı, olasılık $1/10^m$ yerine şimdi $1/(1000000)^m$, yani $1/10^{6m}$'dir. Normal hava için, kutumuzda 10^{25} kadar molekül olacağından $m = 10^{25}$ olarak alırız. Bu nedenle, gazın köşeye sıkıştığı durumu temsil eden faz uzayı özel bölgesi, tüm faz-uzay hacminin sadece

$1/10^{60\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$'i

kadar hacimdedir!

Bir durumun *entropisi,* durumu temsil eden faz uzayı noktasının bulunduğu bölgenin *V hacminin* bir ölçümüdür. Yukarıda görüldüğü gibi, hacimler arası farkın son derece büyük değerlere ulaşması nedeniyle belki en iyisi entropiyi *hacimle* değil, fakat hacmin *logaritmasıyla* orantılı kabul etmektir:

$$\text{Entropi} = k \log V.$$

Logaritmanın alınması, bu sayıların daha anlamlı gözükmesine yardımcı olur. Örneğin 10 000 000'un logaritması[I] yaklaşık 16'dır. *k* niceliği, *Boltzmann sabiti* denilen bir sabit değerdir. Her bir Kelvin derecesi için yaklaşık 10^{-23} değerindedir. Bu aşamada logaritma alınmasının başlıca nedeni, entropiyi, bağımsız sistemler için *toplanabilen* bir nicelik haline getirmek içindir. Buna göre, tamamen bağımsız iki fiziksel sistem için, iki sistemin birleşiminin toplam entropisi, her iki sistemin ayrı ayrı entropilerinin *toplamı* olacaktır (Bu, logaritma fonksiyonunun temel cebirsel özelliğinin bir sonucudur: $\log AB = \log A + \log B$. İki sistem, kendileriyle ilgili faz uzayında A ve *B* bölge hacimlerine sahip olurlarsa, bir sistemin her bir olasılığı, ötekinin her bir olasılığından bağımsız dikkate alınacağı için, ikisinin birlikte sahip oldukları faz uzayı hacmi, toplamları olan

AB olur; böylece, birleşik sistemin entropisi gerçekten iki ayrı entropinin toplamıdır).

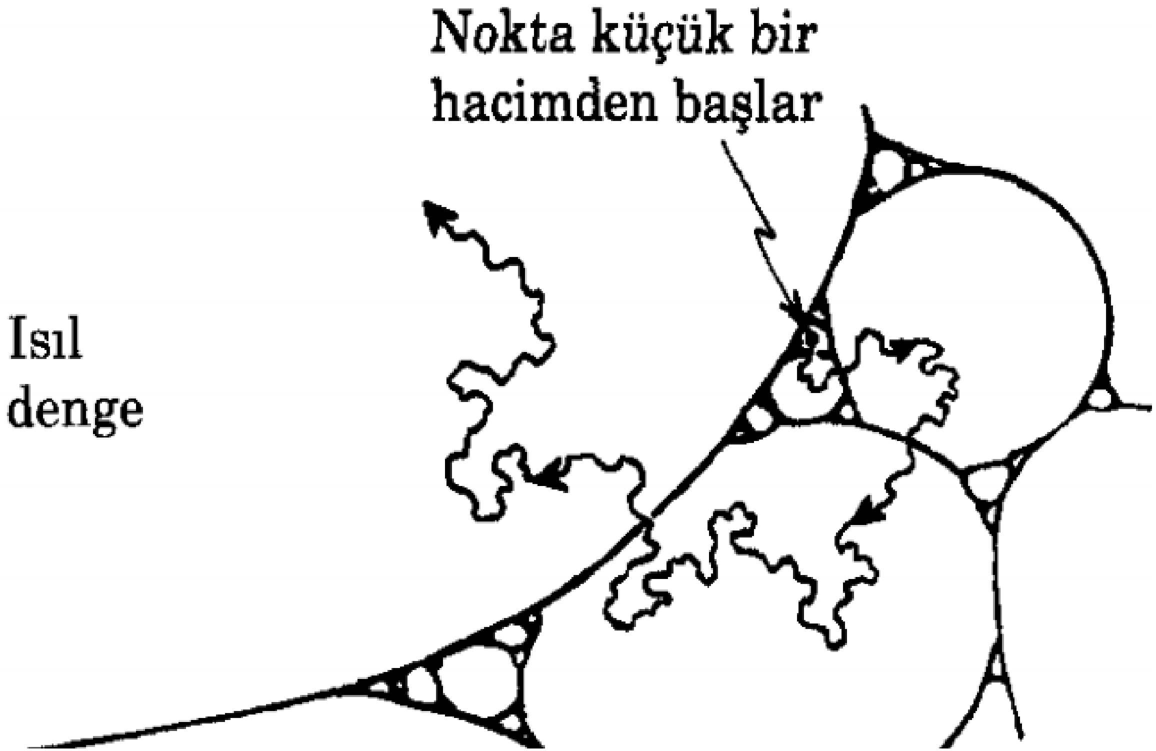
Faz uzayı bölgelerinin büyüklükleri arasında büyük boyutlara ulaşan farklar, entropiyle daha rasyonel gözükecektir. Bir metre küplük gaz dolu kutumuzun entropisi sadece 1400 JK^{-1} (= 14 *k* x 10^{25}) dolayında, yani gazın sıkıştığı bir santimetre küplük 'özel' bölgenin entropisinden daha büyük olacaktır (çünkü, $\log_e (10^{6x10^{25}})$ yaklaşık 14 x 10^{25}'dir).

Bu bölgelerle ilgili *gerçek* entropi değerlerini vermek için, seçilen birimler (metre, joule, kilogram, Kelvin derecesi, vs.) konusunda biraz durmamız gerekirdi. Ama burada böyle bir endişeye yer yok. Çünkü biraz sonra vereceğim son derece şaşırtıcı entropi değerleri için seçilen birimler aslında pek önemli değildir. Ancak, belirsizlikten sakınmak için (uzmanlar için) şunu söylemeliyim, *doğal* birimleri, kuantum mekaniğinin kurallarınca öngörülen ve Boltzmann sabitinin *k = 1* birim değerinde olduğu birimleri kullanacağım.

İkinci Yasanın Eylemi

Şimdi, kutunun köşesine sıkışmış gaz gibi, çok özel bir durumda bir sistemi başlattığımızı varsayalım. Gaz hemen yayılacak ve giderek daha büyük hacimleri hızla işgal edecektir. Bir süre sonra ısıl dengeye ulaşacaktır. Faz uzayı yönünden bu olayı nasıl tanımlarız? Her bir aşamada, gaz moleküllerinin konumlarının ve eylemlerinin eksiksiz ayrıntılı durumu, faz uzayında bir tek nokta tarafından tanımlanabilir. Gaz evrimleştikçe bu nokta, faz uzayında dolaşmaya başlar ve işte bu dolaşımları, gazın tüm parçacıklarının tarihçesini tamamen belirler. Nokta minik bir bölgeden, yani kutunun bir köşesine sıkışmış tüm gazın olası ilk durumlarının bir bütününü temsil eden bölgeden, eylemine başlar. Gaz yayılmaya başlarken, faz uzayında gezinmekte olan noktamız, oldukça daha büyük bir faz uzayı hacmine girecektir; bu hacim, kutu içinde bu şekilde biraz yayılmış olan gazın durumlarını temsil eder. Faz uzayı noktası, gaz yayıldıkça, giderek daha geniş hacimlere girmeyi sürdürecek ve bu

yeni hacimlerin her birisi yanında, noktanın daha önce girmiş olduğu hacimlerin hepsi akıl almaz ölçeklerde küçük kalacaklardır! (Şekil 7.5). Noktanın daha geniş hacme girdiği her durumda, daha önceki küçük hacimlerin herhangi birini bulabilmesi olasılığı (gerçekte) yoktur. Sonunda, kendini, faz uzayının en büyük hacminde, yani ısıl dengeyi temsil eden bölgede, kaybeder. Bu hacim, faz uzayının hemen hemen tümünü kaplar. Bu nedenle, gezinmekte olan noktamızın makul bir süre içerisinde daha küçük hacimlerden herhangi birini bulamayacağından emin olabiliriz. Isıl denge durumuna ulaşıldığı zaman, tüm amaçlara ve isteklere uygun olarak durum, bu dengede sürekli olarak kalır. Böylece, faz uzayında uygun bölgenin hacminin logaritmik bir ölçümünü oluşturan entropinin, zaman ilerledikçe büyük boyutlarda artma[!!] eğilimine sahip olacağını görüyoruz.



Şekil 7.5. Termodinamiğin ikinci yasasının eylemi: Zaman ilerledikçe, faz uzayı noktası hacimleri giderek artan bölgelere girer. Sonuçta entropi sürekli artar.

Şimdi ikinci yasa ile ilgili bir *açıklama* yapmanın zamanıdır gibi görünüyor! Faz uzayı noktamızın belirli bir eylem çizgisini

izlemeksizin bu uzayda keyfince gezindiğini, *küçücük* bir entropiye karşı gelen minik bir faz uzayı bölgesinden gezintiye başladığını ve sonra zaman ilerledikçe, son derece büyük bir olasılıkla, peşpeşe ve giderek büyüyen hacimlere ulaştığını, bu hacimlerin giderek artan entropi değerlerini temsil ettiklerini varsayabiliriz.

Ne var ki, bu varsayımımızdan hareketle ulaştığımız sonuçta tuhaf bir şeyle karşılaşıyoruz. *Zamanda simetrik* olmayan bir sonuca ulaştık gibi görünüyor. Entropi, zamanın *artış* yönünde *artmakta* olduğuna göre *tersine çevrilmiş* yönünde *azalmaktadır.* Bu zamanda simetrik olmayan özellik nereden kaynaklandı? Zamanda simetrik olmayan yasaları uygulamadığımızı biliyoruz. Bu özellik, yalnızca, sistemin çok özel bir durumdan (yani, düşük entropiden) yola çıkmış olmasından kaynaklanmaktadır; ve bu şekilde yola çıkan sistemin, *gelecek* yönünde ilerlediğini izledik ve entropinin arttığını gördük. Söz konusu entropi artışı, gerçekten, evrenimizdeki sistemlerin davranışına uygundur. Fakat savımızı, zamanın ters yönü için de pekâlâ uygulayabilirdik. Sistemin yine belirli bir zamanda düşük bir entropi durumunda olduğunu varsayabilir fakat bu kez, bu durumdan *önceki* durumların olası sırasını araştırırdık.

Tartışmamızı bu ters yönde başlatalım. Daha önce olduğu gibi, düşük entropi durumunu, kutunun içindeki gazın tümünün kutunun bir köşesine sıkıştığı durum olarak düşünelim. Faz uzayı noktamız şimdi daha önce başlattığımız aynı küçük bölgede yer almaktadır. Fakat bu kez, bu noktanın *geriye doğru* geçmişini izlemeye çalışalım. Faz uzayı noktasının yine oldukça rasgele bir şekilde faz uzayında orada burada gezindiğini düşünürsek, bu eylemini zamanda geriye doğru izlediğimizde, kutunun içinde biraz yayılmakta olan fakat henüz ısıl denge bölgesine ulaşmamış gazı temsil eden oldukça geniş bir faz uzayı hacmine ulaşacağını ve sonra giderek daha büyüyen hacimlere ulaşacağını, ulaştığı her yeni hacmin önceki hacimleri küçülteceğini, zamanda daha da geriye gittiğimizde noktamızı en büyük hacime, yani ısıl denge bölgesine ulaşmış bulacağımızı ümit edebiliriz. *Şimdi,* gazın, bir zamanda, kutunun belirli bir köşesinde sıkışmış olduğuna dair bilgimize dayanarak, bu köşeye ısıl denge bölgesinden yola çıkarak ulaştığı, bu köşeye yönelerek kendini daha da yoğunlaştırdığı ve sonunda köşedeki belirli küçük hacimde kendini hapsettiği sonucunu çıkarmış gibi

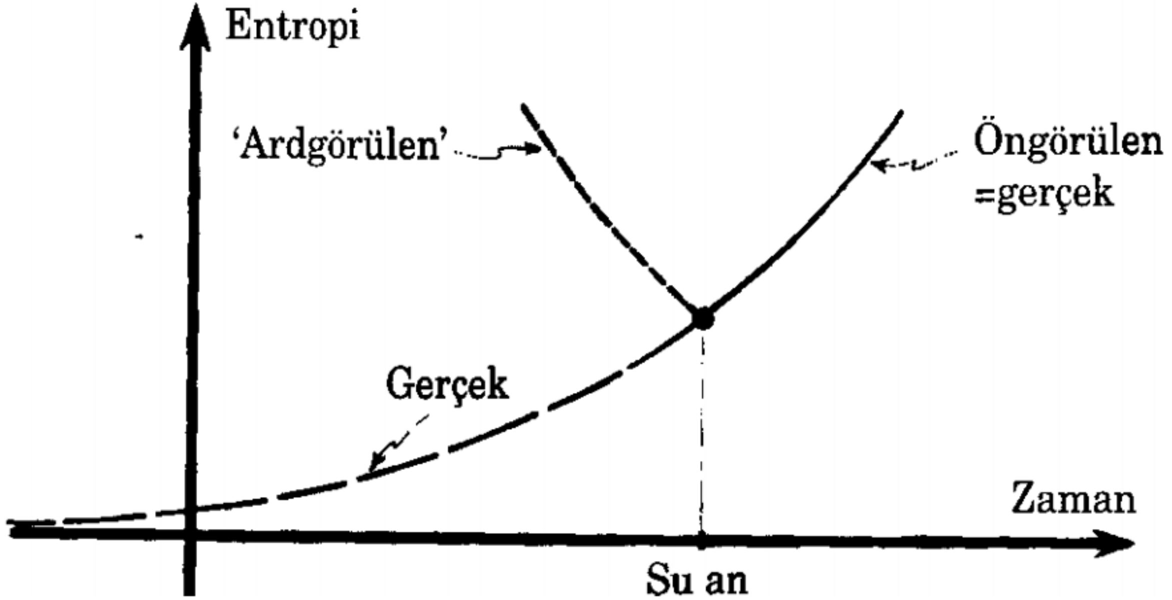
görünüyoruz. Bütün bu eylem boyunca entropi *azalıyor* olmalıdır: Yüksek denge değerinden başlayarak, gazın kutu içindeki en küçük köşeye sıkışmasına karşı gelen çok düşük değere ulaşıncaya kadar giderek azalacaktır!

Elbette evrenimizde böyle bir olay gerçekte meydana gelmez! Entropi bu şekilde azalmaz, *artar.* Gazın, belirli bir zamanda kutunun köşesine hapsedildiği bilinseydi, bu olaydan *önce,* büyük bir olasılıkla, gazı köşede sıkışmış durumda tutması olası ara duvar bulunurdu ve çabucak kaldırılırdı; veya belki de gaz, bu köşede donmuş veya sıvı durumda tutulur, gaz durumuna geçmesi için çabucak ısıtılırdı. Bu alternatif olasılıklardan herhangi birisi için entropi, daha önceki durumlardan daha da *düşüktür.* İkinci yasa gerçekten yürürlüğe girdi ve entropi sürekli arttı yani, zamanın *ters* yönünde gerçekten *azaldı.* Gördüğümüz gibi savımız, bize tamamıyla yanlış yanıt verdi! Savımız bize, köşeye yönelebilmesi için gazın ısıl denge bölgesinden yola çıkması gerektiğini, daha sonra giderek azalan entropiyle köşede birikeceğini öğütlemişti; oysa aslında, gerçek dünyamızda, savımızın öğütlediği yol, gerçekleşmesi en az olası yoldur. Dünyamızda gaz, daha da *az olası* (yani, düşük entropi) durumundan eylemine başlar, köşede sıkışan gazın entropi değerine ulaşıncaya kadar sürekli *artar.*

Örneğimiz, gelecek yönünde uygulandığı zaman sorun yoktu, ama geçmiş yönünde uygulandığı zaman hiç de böyle olmadı. *Gelecek* yönünde doğru tahmin yapabiliyoruz: Gaz, köşeden eyleme başladığı zaman, aniden önüne bir engel çıkacak veya gaz aniden donacak veya sıvılaşacak demiyoruz; büyük olasılıkla ısıl denge bölgesine ulaşacak diyoruz. Bu tür tuhaf seçenekler, gelecek yönünde entropiyi azaltan davranış şeklini temsil ederken, faz uzayı savımızı da doğru şekilde geçerli kılar. Fakat *geçmiş* yönünde, bu gibi ‘tuhaf seçenekler gerçekten gerçekleşmesi olası seçeneklerdir ve bize hiç de tuhaf görünmezler. Faz uzayı savımız, zamanın ters yönünde uygulamaya kalkıştığımız zaman bize tümüyle yanlış yanıt verdi!

Bu durumda ilk savımıza gölge düştü. İkinci yasaya tümdengelimle sonuç çıkararak ulaşmadık. İlk savımızın aslında bize bildirdiği, verilen bir düşük entropi durumunda (örneğin, kutunun köşesine

sıkıştırılan gaz durumunda) *sistemi etkileyen başka herhangi bir faktörün bulunmaması koşuluyla* entropi, verilen durumun zamanda *her iki* yönünde artacağıdır (Şekil 7.6) Varsayımımız zamanda geçmiş yönünde doğrulanmadı. Çünkü sözü edilen *faktörler* vardı. Sistemi geçmişte etkileyen bir şey gerçekten vardı. Bir şey, entropiyi, geçmişte düşük olmaya *zorladı.* Entropinin gelecekte *yüksek* olma eğiliminde şaşıracak bir şey yoktur. Yüksek entropi durumları, bir anlamda, 'doğal' durumlardır ve daha fazla açıklama yapılmasını gerektirmezler. Fakat geçmişte düşük entropi durumları tam bir bilmecedir. Dünyamızın entropisinin geçmişte böylesine düşük olmasında hangi etken rol oynadı? Entropinin komik denecek ölçüde düşük olduğu durumların yaşadığımız evrende çok sık karşılaştığımız olağan durumlar olması şaşırtıcıdır. Ama bu gibi durumlarla öylesine sık karşılaşırız ve onlara öyle alışığızdır ki normalde onları şaşırtıcı bulmayız. Bizler, kendimiz, gülünç ölçüde minik entropi oluşumlarıyız! Yukarıdaki açıklamalarımıza göre, düşük bir entropi durumu *verildiğinde,* daha sonraki bir aşamada bu entropi yükselirse şaşırmamalıyız. Asıl şaşırmamız gereken, entropiyi geçmişte ne kadar geriye doğru incelersek o kadar küçülmeye başlamasıdır!



Şekil 7.6. Şekil 7.5'te tasarımlanan savı, zamanda ters yönde uygularsak, 'geriye yönelik' tahminimize göre entropi, şimdiki

değerinden geçmişe doğru da artmaktadır. Bu, gözlemlerle tam bir çelişkidir.

Evrende Düşük Entropinin Kaynağı

Yaşadığımız gerçek dünyada gözlenen bu ‘hayret edilecek’ düşük entropinin nereden kaynaklandığını anlamaya çalışacağız. Kendimizden başlayalım. Düşük entropimizin nereden kaynaklandığını anlayabilirsek, köşede bir ara duvarla tutulan gazdaki veya masada duran su bardağındaki veya tavaya kırılmadan önce yumurtadaki veya kahve fincanına atılmadan kesme şekerdeki düşük entropinin kaynağını anlayabiliriz. Bir insan veya bir grup insan (veya belki bir tavuk!) bu örneklerin her birinde düşük entropiden, dolaylı veya dolaysız sorumluydu. Kendimizde var olan düşük entropinin küçük bir bölümü, öteki düşük entropi durumlarının yaratılmasında büyük ölçüde kullanıldı. Ek etkenler de biraz rol almış olabilir. Belki, gazı kutunun köşesine sıkıştırmak için ara duvarın arkasında bir hava pompası kullanılmış olabilir. Pompa elle çalıştırılmıyorsa, bu işlem için gerekli düşük entropiyi sağlamak amacıyla ‘fosil yakıtı’ (yani, petrol) kullanılmıştır belki de. Böyle bir pompa, elektrikli de olabilir ve bir ölçüde, bir nükleer güç santralinin uranyum yakıtında depolanmış düşük entropi enerjisine ihtiyaç duymakta olabilir. Söz konusu düşük entropi kaynaklarına daha sonra değineceğim, ama şimdilik kendimizle ilgilenelim.

Düşük entropi kaynağımız gerçekten nedir? Bedenlerimizin bünyesi, yediğimiz yiyeceklerden ve soluduğumuz oksijenden beslenir. Çoğu kez *enerjimizi* gıdalardan ve oksijenden sağladığımız ifade edilir. Ama bu ifade de gerçekte doğru olmayan açık bir anlam var. Tükettiğimiz yiyeceğin soluduğumuz oksijenle birleşerek bize enerji sağladığı doğrudur. Fakat, çoğunlukla, bu enerji, özellikle ısı şeklinde bizi yine terkeder. Enerji korunduğuna göre ve bedenlerimizin gerçek enerji içeriği erişkin yaşamımız boyunca az ya da çok sabit kaldığına göre, sahip olduğumuz enerjiye enerji *katmamıza* gerek yok demektir. Sahip olduğumuzdan fazla enerjiye *gereksinimimiz* yoktur. Aslında, kilo aldığımız zaman, enerjimize

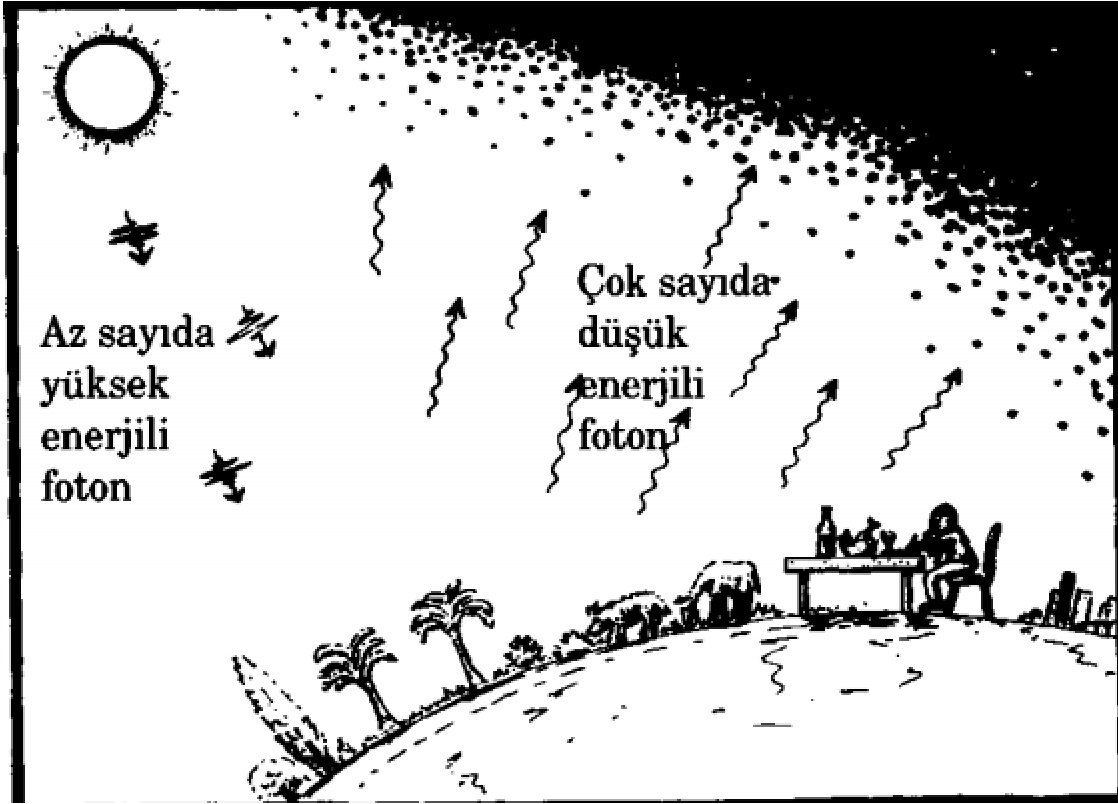
enerji katmış oluruz ama çoğu kez bu arzu edilen bir durum değildir! Çocukluk çağından erişkinliğe geçiş aşamasında, bedenlerimiz gelişme sürecindeyken enerji içeriğimizi artırırız; burada beni ilgilendiren bu değil. Sorun, normal (özellikle erişkin çağımızda) yaşamlarımız boyunca kendimizi nasıl *canlı* olarak sürdürebildiğimizdir. Bunun için, ek enerjiye gereksinimiz yoktur.

Ancak, ısı halinde sürekli kaybetmekte olduğumuz enerjiyi yenilemek zorundayız. Gerçekten, ne kadar 'enerjik' olursak, ısı yoluyla o kadar çok enerji kaybederiz. Kaybedilen enerjinin tümü yenilenmelidir. Isı, olan en *düzensiz* enerjidir, yani enerjinin en yüksek entropili şeklidir. Enerjiyi, düşük entropi biçiminde (gıda ve oksijen) alırız ve yüksek entropi biçiminde (ısı, karbondioksit, vb.) harcarız. Enerji *korunduğu* için, çevremizden enerji almaya gereksinimimiz yoktur. Fakat, sürekli olarak, termodinamiğin ikinci yasasına karşı savaşıyoruz. Entropi *korunmaz;* entropi, durmadan *artar.* Kendimizi canlı tutabilmek için, entropi içeriğimizi düşük tutmalıyız. Bu amaçla, gıda ve havanın oksijeninin düşük entropiye sahip birleşimiyle besleniriz; bunları vücudumuzda yakar, yüksek entropi biçiminde çıkan enerjiyi atarız. Bu şekilde, entropinin bedenimizde artmasına izin vermez, iç düzenimizi böylece sürdürebiliriz (ve hatta artırabiliriz) (bkz. Schrödinger 1967).

Söz konusu düşük entropi kaynağımız nedir? Et (veya mantar) yiyorsak, bu gıdanın kaynağı da, tıpkı bizim gibi, düşük entropi yapısını oluşturmak ve sürdürmek için dış bir düşük entropi kaynağına gereksinim duymuştu. Böylece ancak, dış düşük entropi kaynağı önceki başka kaynaklara uzanmış olur. Diyelim biz (veya bir hayvan veya mantar) bir *bitki* yiyoruz.

Hepimiz yeşil bitkilere -dolaylı ya da dolaysız-, becerikli oldukları için son derece minnettar olmalıyız: Havadaki karbondioksidi alıp, oksijeni karbondan ayırdıkları ve karbonu kendi öz maddelerini inşa etmek üzere özümledikleri için teşekkür etmeliyiz. Bu işlem, yani *fotosentez,* entropide önemli ölçüde azalma yaratır. Biz, oksijen ve karbonu kendi bedenimizde tekrar birleştirerek sonuçta bu düşük entropi ayırımından yararlanırız. Yeşil bitkiler nasıl oluyor da entropi azaltma büyüsünü gerçekleştiriyor? Bunu *Güneş ışığından* yararlanarak gerçekleştiriyorlar. Güneş ışığı enerjiyi, yeryüzüne

nispeten düşük entropi şeklinde yani görülebilir ışığın fotonlarıyla, iletir. Yeryüzü, üzerinde yaşayanlarla birlikte, bu enerjiyi *alıkoymaz,* fakat (bir süre sonra) hepsini uzaya geri ışınlar. Ancak, geri ışınlanan enerji yüksek entropi şeklindedir, yani 'ışınsal ısıdır' veya diğer adıyla '*kızılötesi*' fotonlardır. Yaygın izlenimin aksine yeryüzü (üzerindeki varlıklarla birlikte) Güneş'ten enerji *almaz!* Yeryüzünün yaptığı, enerjiyi düşük entropi şekliyle almak ve onu *tümüyle* tekrar uzaya, fakat bu kez yüksek entropi biçiminde, püskürtmektir (Şekil 7.7). Güneş bize sadece kocaman bir düşük entropi kaynağı sağlamaktadır. Biz (bitkilerin becerikli davranışı sayesinde) bunun son derece küçük bir bölümünden yararlanır, bizi oluşturan ilginç ve kurnazca düzenlenmiş yapılarımıza dönüştürürüz.



Şekil 7.7. Güneş'in uzayın karanlığında bir sıcak nokta olmasından nasıl yararlanıyoruz.

Güneş ve yeryüzü açısından, enerjiye ve entropiye neler oldu görelim. Güneş, enerjiyi görülebilir ışık fotonlarıyla yayar. Bunların bir kısmı yeryüzü tarafından emilir ve enerjileri kızılötesi fotonlarla uzaya tekrar ışınlanır.

Görülebilir ışıkla kızılötesi fotonlar arasında esas fark birincisinin daha yüksek frekansa sahip olup tek tek fotonlarının ikincisininkine göre daha yüksek enerjili olmalarıdır *(E = hv* ifadesiyle (II. cilt, s. 102) verilen Planck bağıntısını hatırlayınız. Bu bağıntı frekansı büyük olan fotonun enerjisinin de büyük olacağını söyler).

Yeryüzüne ulaşan *enerjinin* dışarıya verileni dengeleyebilmesi ancak; görülebilir ışıktaki fotonların her birisi kızılötesi fotonlardan daha büyük enerji taşıdıkları için, yeryüzüne ulaşan görülebilir ışık fotonlarından daha çok sayıda kızılötesi fotonun yeryüzünü terk etmesiyle mümkündür. Yeryüzünün uzaya geri püskürttüğü enerji, Güneş'ten yeryüzüne gelen enerjiye göre çok daha fazla sayıda serbestlik derecesi üstüne yayılmış olmalıdır. Geri giden enerjinin daha çok sayıda serbestlik derecesine yayılmasıyla faz uzayı hacimi büyür ve entropi artar. Böylece yeşil bitkiler (az sayıda görülebilir ışık fotonu içeren) düşük entropili enerjiyi alırlar ve bunu (çok sayıda kızılötesi foton içeren) yüksek entropiyle geri yollayarak gereksinimimiz olan düşük entropiyi bu oksijen - karbon ayırımı yoluyla bizlere sağlarlar.

Bütün bunlara olanak sağlayan olgu, Güneş"in gökyüzünde bir *sıcak nokta* olmasıdır! Gökyüzü, bir sıcaklık dengesizliği durumundadır: Küçük bir bölgesi, yani Güneş'in yer aldığı bölgesi, öteki bölgelerinden çok daha yüksek sıcaklığa sahiptir. Bu olgu bize, gereğince güçlü düşük entropi kaynağı sağlar. Dünya, bu sıcak noktadan enerjiyi düşük entropi şeklinde (birkaç foton) alır ve soğuk bölgelere yüksek entropi şeklinde (birçok foton) geri gönderir.

Güneş neden bir sıcak noktadır? Böyle bir sıcaklık dengesizliğine nasıl ulaşmıştır ve dolayısıyla düşük entropi enerjisini nasıl sağlar? Bu sorunun yanıtı, gazın (başlıcası hidrojen olmak üzere) daha önceki düzgün dağılımından evrensel kütleçekimiyle sıkışarak oluştuğudur. Oluşumunun ilk aşamalarında, sıkışma sürecinde, sıcaklığı artmıştır. Daha da sıkışmaya ve sıcaklığı artmaya devam edebilirdi ama, sıcaklığı ve basıncı belirli bir noktaya ulaşınca, evrensel kütleçekim etkisiyle sıkışmanın yanı sıra, başka bir enerji kaynağı daha buldu: *Termonükleer tepkimeler* yoluyla hidrojen çekirdekleri helyum çekirdeklerini oluşturarak enerji üretmeye başladılar (füzyon). Termonükleer tepkimeler olmasaydı Güneş'in,

sonunda yok olup kayboluncaya kadar sıcaklığı artacak ve küçülecekti. Termonükleer tepkimeler, Güneş'in sıcaklığının daha da artıp büzülmesini önlemiş, bizim için uygun sıcaklıkta kalmasını ve daha uzun süre ışımasını sağlamıştır.

Termonükleer tepkimeler, kuşkusuz, Güneş'in yaydığı enerjinin özelliğinin ve miktarının belirlenmesinde son derece önemli etkendirler. Ama dikkate alınması gereken en önemli etken *evrensel kütleçekimidir* (Gerçekte, termonükleer tepkimelerin potansiyel etkinliği, Güneş'in entropisinin düşük olmasına büyük katkıda bulunmuştur. Fakat füzyonun entropisinin yarattığı hassas sorunları burada ayrıntılarıyla tartışmak kesin bir sonuca ulaşılmaksızın, konumuzu karmaşıklaştırmaktan başka bir amaca hizmet etmeyecektir).[3] Kütleçekimi olmaksızın, Güneş var olamazdı bile! Termonükleer tepkimeler olmaksızın Güneş, yaşamımız için uygun şekilde olmasa da, ışımasını sürdürürdü. Fakat maddeyi bir arada tutmak için gereksinim duyulan sıcaklıkları ve basınçları sağlayan kütleçekimi olmaksızın parlayan bir Güneş var bile *olamazdı.* Kütleçekimi olmasaydı, Güneş'in yerine sadece soğuk, dağınık bir gaz kütlesine sahip olacaktık ve gökyüzünde bir sıcak noktamız bulunmayacaktı.

Yeryüzünde 'fosil yakıtlarında' bulunan düşük entropi kaynağına henüz değinmedim; bu konudaki açıklamalarım da, esas olarak, yukarıdaki açıklamalarımdan farklı olmayacak. Alışılmış kuram uyarınca, yeryüzündeki tüm petrol (ve doğalgaz), tarihöncesi bitki yaşamından kaynaklanır. Düşük entropinin kaynağı olarak yine bu bitkiler gösterilir. Tarihöncesi bitkiler düşük entropilerini Güneş'e borçlular; öyleyse, Güneş'i oluşturan kütleçekim etkisine bir kez daha dönmemiz gerekiyor. Yeryüzünde petrolün oluşumu ile ilgili olarak Thomas Gold tarafından ileri sürülen ve bu alışılmış görüşü eleştiren ilginç bir 'başıboş' kuram, tarihöncesi bitkilerden kaynaklanabilenden çok daha fazla hidrokarbonun yeryüzünde mevcut olduğunu ileri sürer. Gold'a göre, petrol ve doğalgaz Dünya'nın oluşumu sürecinde, toprağın içine sıkışmıştır ve o zamandan bugüne değin yeraltı boşluklarından dışarıya doğru sürekli sızmaktadır.[4] Gold'un kuramı uyarınca petrol, Dünya oluşmadan önce, belki de uzayda Güneş

ışığınca sentezlenmiştir. Bu durumda, petrolün oluşumunda yine kütleçekimsel etkiyle oluşan Güneş rol almış olacaktır.

Nükleer enerji santrallarında kullanılan uranyum-235 izotopunun düşük entropili nükleer enerjisi hakkında ne biliyoruz peki? Kaynağını Güneş'in oluşturmadığı bu enerji (herhangi bir aşamada Güneş'ten geçmiş olması olasılığına karşın), bir süpernova patlamasıyla milyarlarca yıl önce yok olan bir başka yıldızdan kaynaklandı! Gerçekte madde, patlayan bu gibi *birçok* yıldızdan toplandı. Patlamayla uzaya saçılan maddenin bir kısmı birleşerek (Güneş'in aracılığıyla) yeryüzünde uranyum-235 dahil ağır elementleri oluşturdular. Her bir çekirdek, düşük entropili enerjiyle dolu olarak, süpernova patlaması sırasında şiddetli nükleer tepkimelerden sonra Dünya'ya ulaştı. Patlama, ısıl basınç kuvvetlerinin etkisinde kendini taşıyamayacak kadar büyük kütleli bir yıldızın çökmesi sonucu oluştu. Birbirini izleyen patlamalardan sonra büyük olasılıkla geriye *nötron yıldızı* olarak bilinen bir çekirdekcik kaldı (Bunu daha sonra anlatacağım!) Başlangıçta, dağınık bir gaz bulutundan kütleçekim etkisiyle sıkışarak oluşan yıldızın taşıdığı bu özgün maddenin çoğu, bu arada uranyum-235, patlama sonucu uzaya saçılmış olmalı. Ancak, evrensel kütleçekimi etkisiyle gazın yoğunlaşması ve en son geriye nötron yıldızı çekirdeğinin kalmasından kaynaklanan büyük bir entropi oluştu. Bundan sorumlu yine *kütleçekimidir,* ama bu kez rolü dağınık gazın (sonunda çok şiddetle) yoğunlaşarak bir nötron yıldızı yaratmasını sağlamak olmuştur.[5]

Öyle görünüyor ki, çevremizde gördüğümüz ve ikinci yasanın en düşündürücü yönünü oluşturan düşük entropinin, büyük miktarlarda, gazın kütleçekim kuvvetiyle yoğunlaşarak yıldızları oluşturmasıyla elde edilebileceği sonucuna ulaşmış bulunuyoruz. Peki bu dağınık gaz bulutu nereden geldi? Gazın, bize uçsuz bucaksız düşük entropi sağlayan *bir seyreklikte* başlayarak yola çıktığı bilinen bir olgudur. Biz hâlâ bu uçsuz bucaksız düşük entropi deposundan yararlanmaktayız ve uzun bir süre yararlanacağız. Bu gazın, evrensel kütleçekimiyle yoğunlaşma potansiyeli bize ikinci yasayı vermiştir. Üstelik, kütleçekimsel yoğunlaşmanın bize verdiği yalnızca ikinci yasa değildir; 'Dünya'nın entropisi başlangıçta çok düşüktü'

basit bildirimininden daha kesin ve ayrıntılı bir bildirim sunmaktadır. Entropi, ‘düşük’ olarak, birçok *başka* farklı yollarla bize sağlanmış olabilirdi. Örneğin, evrenin oluşum aşamalarında büyük bir ‘görünürdeki düzen’ var olmuş olabilirdi. Fakat böyle bir düzen bize gerçekte sunulmuş olandan farklı olabilirdi (Evrenin başlangıçta bir düzgün dodekahedron (on iki yüzlü) olduğunu -böyle bir şekil Platon’un hoşuna giderdi- veya bir başka olanaksız geometrik şekle sahip olduğunu düşünün. Böyle bir şekil gerçekten ‘görünürdeki düzen’ olurdu ama *gerçek* evrenin oluşumunun ilk aşamalarında bulmayı umduğumuz türde bir düzen olmazdı). Tüm bu seyreltik gazın nereden geldiğini anlamak zorundayız ve bunun için, kozmoloji kuramlarımıza geri dönmeliyiz.

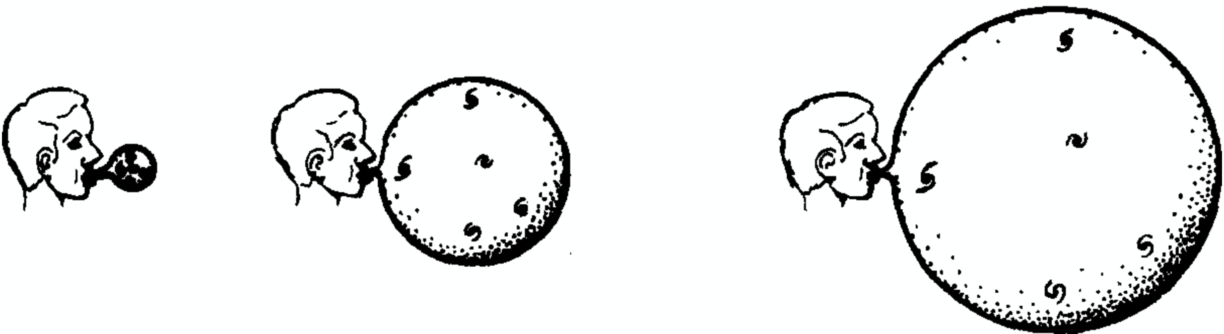
Evren Bilimi ve Büyük Patlama

Günümüzün güçlü, gerek optik gerekse radyo teleskoplarıyla, görebildiğimiz kadarıyla evren, çok geniş bir mikyasta, oldukça düzgün bir yapıya sahiptir. Ama en dikkate değer olan *genleşme*sidir. Ne kadar daha ileri bakarsak, uzayda galaksiler (daha da uzak kuvasarlar) bizden o kadar hızlı uzaklaşır görünmektedirler. Öyleki evrenin kendisi, *büyük patlama* olarak anılan ve on milyar yıl kadar önce[III] meydana gelen dev bir patlamayla oluşmuş gibidir. Bu etkileyici düzgün görüntüsüne ve büyük patlamanın gerçekten meydana gelmiş olmasına en etkileyici kanıt, *siyah cisim fon ışıması* olarak bilinen olgudur. Bu olgu, fotonların bir görünür kaynakları olmadan rasgele hareket ettikleri ısıl ışıması olup, sıcaklığı yaklaşık 2,7° mutlak (2,7 K) veya -270,3°C derecedir. Bu, çok düşük bir sıcaklık gibi görünebilir -gerçekten de öyledir!-; ama aslında büyük patlama dediğimiz ateştopundan geriye kalandır! Büyük patlamadan sonra geçen sürede evren, böylesine büyük oranda genleştiği için, başlangıçtaki ateştopu da aynı oranda çabuk dağıldı. Büyük patlama ve sonrasındaki sıcaklıklar bugün oluşması olası herhangi bir sıcaklığın fevkalade üzerinde olmasına karşın, genleşme nedeniyle, siyah cisim fon sıcaklığı bugünkü düzeyindeki kadar düşüktür. Siyah cisim fon ışımasının varlığına ilk kez Rus asıllı Amerikalı fizikçi ve gökbilimci George Gamow tarafından 1948’de, bugünün standart

büyük patlama tanımına dayanılarak işaret edilmiş ve ilk kez 1965'de Penzias ve Wilson tarafından (rastlantı sonucu) gözlemlenmiştir.

İnsanları çoğu kez düşündüren bir sorun var. Evrendeki uzak galaksiler bizden uzaklaşıyorsa, bunun anlamı, bizim çok özel merkezi bir yerde duruyor olmamız mıdır? Hayır, değil! Evrenin neresinde konumlanmış olursak olalım uzak galaksiler yine aynı uzaklaşma eğilimde olacaklardı. Genleşme, büyük mikyasta düzgündür ve uzayda hiçbir özel konum, öteki bir konuma yeğlenmez. Bu durum, çoğunlukla, şişirilmekte olan bir balonla gösterilir (Şekil 7.8). Diyelim, balonun üzerinde farklı galaksileri temsil eden noktalar konmuş ve diyelim, balonun ikiboyutlu yüzeyi, üçboyutlu uzaysal evreni temsil ediyor. Balon üzerindeki her bir noktaya göre, öteki tüm noktalar uzaklaşmaktadır. Balon üzerinde hiçbir nokta, bu bakımdan, herhangi bir başka noktaya göre ayrıcalıklı değildir. Aynı şekilde, evrende her galaksinin gözlem noktasından bakıldığında, öteki galaksilerin hepsi, her yönde ondan uzaklaşıyormuş gibi görünürler.

Şişirilmekte olan balon örneği, evrenin *Friedmann-Robertson-Walker* (FRW) standart modellerinden birini, *artı sabit eğrilikli FRW* modelini, çok iyi tanımlar. Öteki FRW modellerinde (sıfır veya eksi eğrilikli) evren, modelleri de aynı şekilde genleşirler. Fakat bunlarda balon yüzeylerinin gösterdiği gibi, sonlu bir evren yerine sonsuz sayıda galaksilere sahip sonsuz birer evrene sahip oluruz.



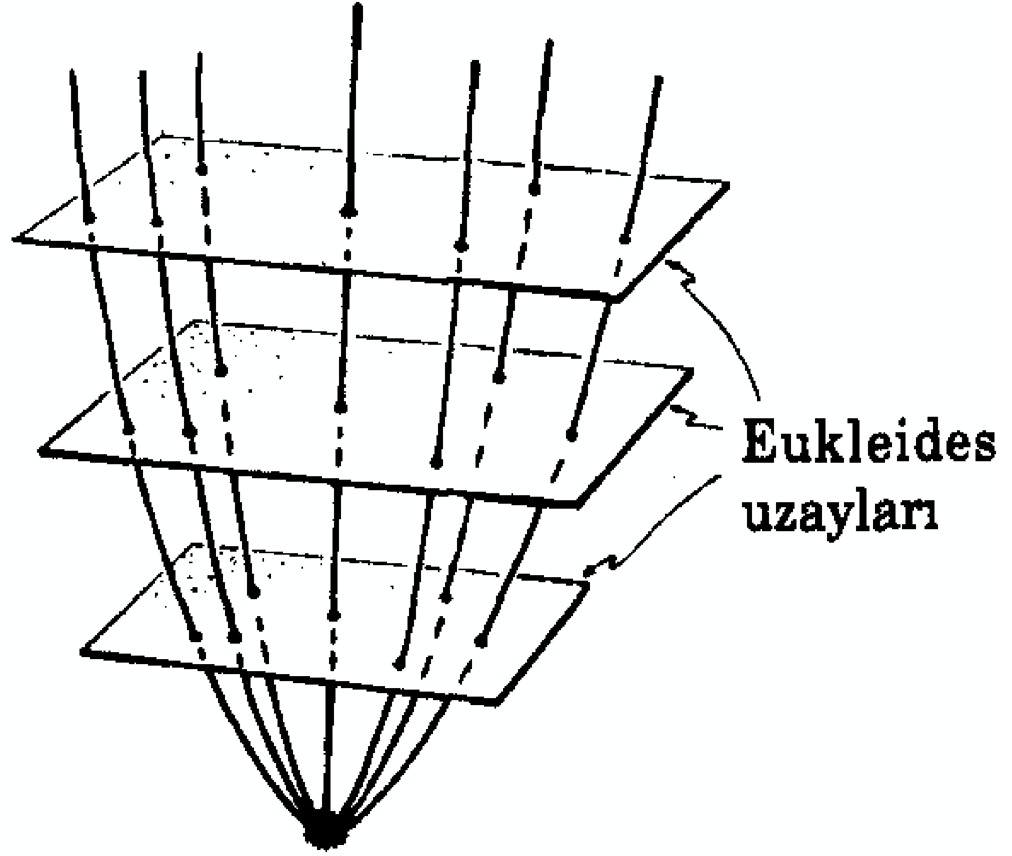
Şekil 7.8. Evrenin genişlemesi, şişirilmekte olan bir balonun yüzeyine benzetilebilir. Galaksiler birbirlerinden uzaklaşmaktadırlar.

Sonlu ve sonsuz modeller arasında uzayın geometrisinin *Eukleides* geometrisi, yani *sıfır* eğrilikli olanını anlamak daha

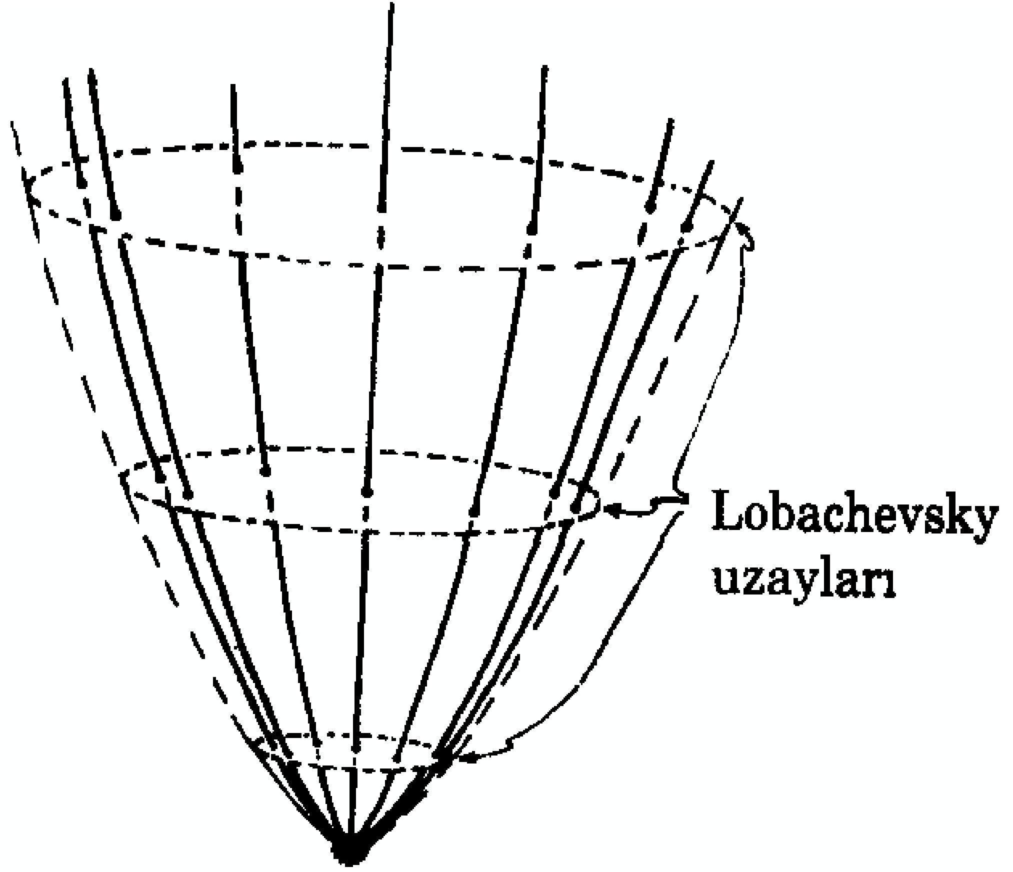
kolaydır. Uzaysal evrenin tümünü temsil eden basit bir düzlem ve üzerinde galaksileri gösteren işaretler bulunduğunu düşünelim. Evren, zamanla evrimleştiği için, bu galaksiler düzgün bir şekilde birbirlerinden uzaklaşacaklardır. Şimdi bu düzlemi, *uzay-zaman* kavramlarıyla yorumlayalım. Aynı şekilde, zamanın her bir *anı* için farklı bir Eukleides düzlemine sahip oluruz. Uzay-zamanın tümünü bir şemada göstermek için bütün bu düzlemlerin birbirinin üstüne istiflenmiş olduğu varsayılır (Şekil 7.9). Galaksiler, bu şemada birer eğriyle, -galaksilerin geçmişlerinin *Dünya çizgileri ile*- temsil edilirler. Bu eğriler, gelecek yönünde birbirinden uzaklaşırlar. Yine önceki gibi hiçbir galaksinin Dünya çizgisi ayrıcalıklı değildir.

Geriye kalan son FRW modeli olan eksi sabit eğrilikli modelde, uzay geometrisi Eukleides olmayan Lobachevsky geometrisidir. Bu geometri 5. Bölümde Şekil 5.2'deki Escher'in resmiyle verilmişti. Uzay-zaman tanımı için, zamanın her bir anında bu Lobachevsky uzaylarından birisi verilmeli ve bunlar tüm uzay-zamanı dolduracak biçimde birbirleri üstüne istiflenmelidirler (Şekil 7.10).[6] Bu modelde de galaksilerin Dünya çizgileri geleceğe doğru birbirlerinden uzaklaşırlar ve yine hiçbirisi diğerlerine göre ayrıcalıklı değildir.

Tüm bu tanımlamalarımızda doğal olarak (5. Bölümde yapmış olduğumuz gibi) üç uzay boyutundan birisi yokmuş gibi düşündük.



Şekil 7.9 Uzaysal kesitleri Eukleides uzayı olan bir genleşen evrenin uzay-zaman şeması (sadece iki uzay boyutu gösterilmiştir).



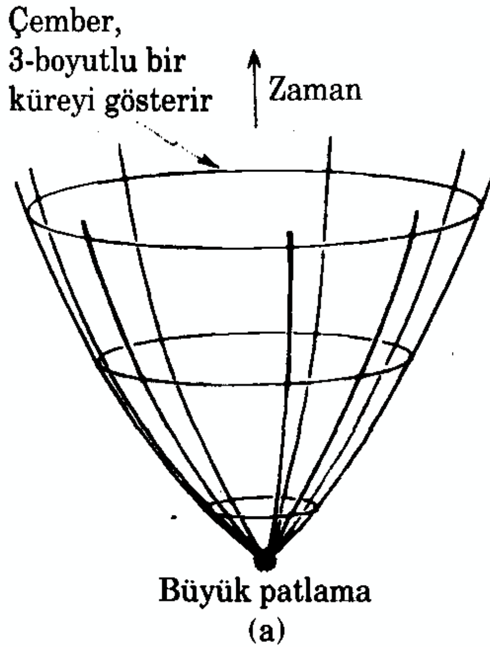
Şekil 7.10 Uzaysal kesitleri Lobachevsky uzayı olan bir genleşen evrenin uzay-zaman şeması (sadece iki uzay boyutu gösterilmiştir).

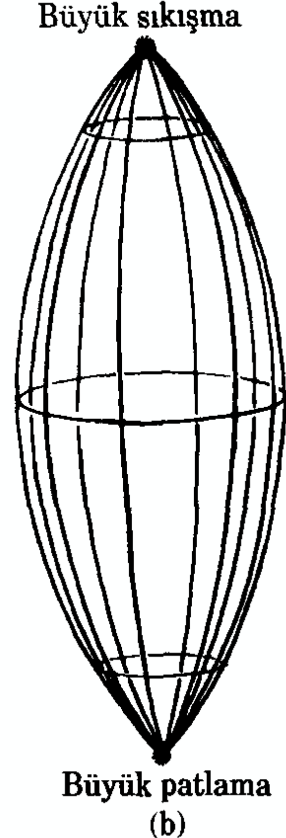
Böylece bütün dörtboyutlu uzay-zamanı göstermek yerine gözümüzde canlandırması daha kolay olan bir üçboyutlu uzay-zamanı ele almış olduk.

Yine de, bir tane daha uzaysal boyutu feda etmeksizin artı eğrilikli uzay-zamanı göz önünde canlandırmak zordur! Bir boyutu daha göz ardı edelim ve artı eğrilikli kapalı uzaysal evreni, balonu andıran (ikiboyutlu) küre yüzeyi yerine bir *çemberle* (birboyutlu) gösterelim. Evren genleştikçe, bu çember genişler ve bu çemberleri (her birisi zamanda bir ana karşı gelecek biçimde), bir tür dışbükey koni oluşturacak şekilde birbirinin üstüne istifleyerek uzay-zamanı temsil edebiliriz (Şekil 7.11(a)). Şimdi, Einstein'ın genel görelilik kuramı gereği, bu şekilde oluşturulan artı eğrilikli bir kapalı evren, sonsuza dek genleşmesini sürdüremez. En üst genleşme aşamasına

ulaştıktan sonra, bir tür tersine büyük patlamada tekrar sıfır boyuta ulaşmak üzere kendi üzerine çöker (Şekil 7.11(b)). Söz konusu zamanda tersine büyük patlama bazen *büyük sıkışma* diye adlandırılır. Eksi eğrilikli ve sıfır eğrilikli düz (sonsuz) FRW evren modelleri bu şekilde kendi üzerlerine tekrar çökmezler. Büyük sıkışma noktasına ulaşmak yerine, genleşmelerini sonsuza dek sürdürürler.

Bu en azından, *kozmolojik sabit* olarak adlandırılan bir sabitin değerinin sıfır kabul edildiği *standart* genel görelilik için doğrudur. Kozmolojik sabitin sıfır olmayan uygun değerleriyle, büyük sıkışma ile kendi üzerine çöken uzaysal sonsuz evren modelleri veya sonlu artı eğrilikli sonsuza dek genleşen modeller elde etmek olasıdır. Sıfır olmayan bir kozmolojik sabitin var olması, tartışmamızı biraz karmaşıklaştırsa da, amacımız yönünden çok önemli değildir. Basitlik amacıyla, kozmolojik sabiti *sıfır* alacağım[IV]. Bu kitabın kaleme alındığı günlerde kozmolojik sabit, gözlemsel açıdan, çok düşük bir değere sahip olarak biliniyordu ve bu veriler sıfır değeri ile tutarlıdır (Kozmolojik modellerle ilgili daha fazla bilgi için bkz. Rindler 1977).





Şekil 7.11 (a) Küresel uzaysal kesitlere ayrılmış olarak, bir genleşen evrenin uzay-zaman şeması (sadece bir uzay boyutu gösterilmiştir), (b) Sonunda bu evren büyük sıkışma ile kendi üzerine çöker.

Ne yazık ki, eldeki veriler, önerilen kozmoloji modellerinden birinin ya da ötekinin doğruluğunu kesin kanıtlamak için yeterli değildir (ne de, küçük bir kozmolojik sabitin var olmasının önemli genel bir etkiye sahip olabileceğini gösteren yeterli veri vardır). Elimizdeki gözlemsel verilere göre evren, uzaysal eksi eğrilikli olup (büyük ölçükte Lobachevsky geometrisi), sonsuza dek genleşmesini sürdürecektir. Bu sonuca, evrende gözlenen gerçek toplam madde miktarı göz önüne alınarak ulaşılmıştır. Ancak uzayda dağılmış durumda ve büyük miktarda görülemez madde bulunabileceği dikkate alınırsa, evren artı eğrilikli olabilir ve sonunda büyük sıkışmaya ulaştığı an kendi üzerine çökebilir; böyle bir son, evrenin var olduğu zaman ölçeğinden 10^{10} yıl kadar daha uzun süre sonra gerçekleşebilir. Bu sona varmak için, görülenden yani teleskoplarla doğrudan ayırt edilebilenden otuz kat fazla görülmez maddenin, 'siyah maddenin', uzayı tümüyle istila etmesi gerekirdi. Eldeki bazı dolaylı kanıtlara göre, önemli miktarda siyah madde gerçekten vardır, fakat evreni 'kaplayacak' (veya uzayı düz hale getirecek) -ve yok edecek kadar- *yeterince* siyah madde bulunup bulunmadığı henüz yanıtı açık bir sorundur.

İlk Oluşan Ateştopu

Termodinamiğin ikinci yasasının kaynağı hakkındaki soruşturmamıza dönelim. Kaynağı, yoğunlaşarak yıldızları oluşturan seyreltik bir gazın varoluşuna kadar inerek bulmuştuk. Bu gaz nedir? Nereden gelmiştir? Ana maddesi hidrojendir ama (kütleye göre) yüzde 23 oranında helyum ve daha az miktarlarda başka maddeler içerir. Standart kuram uyarınca bu gaz, evreni yaratan büyük patlamayla uzaya fışkırmıştır. Ancak, bunu bildiğimiz anlamda patlama olarak, yani maddenin merkezde bir noktadan, önceden var olan bir uzaya fışkırması gibi düşünmemeliyiz. Burada bizzat uzay,

patlamayla *yaratılmaktadır* ve herhangi bir merkez noktası yoktur! Belki, bu durumun artı eğrilikli evren modeli üstünde imgelenmesi daha kolay olacaktır. Yine Şekil 7.11'deki tasarımı veya Şekil 7.8'de şişirilmekte olan balonu anımsayalım. Patlamayla fışkıran maddenin içine döküldüğü 'önceden var olan boş bir uzay' yoktur. Uzayın kendisi, yani balon'un yüzeyi, patlamayla yaratılmıştır. Bu şekillerde, fiziksel gerçekliğe sahip olmayan 'üçboyutlu' uzay, yani balonun içine gömülmüş olduğu Eukleides uzayı yalnızca imgeleme kolaylığı sağlamak amacıyla kullanılmıştır. Balonun içindeki veya dışındaki uzay, sadece balonun yüzeyini imgelemeye yardımcı olmak için oradadır. *Yalnız* balonun yüzeyi, evrenin fiziksel uzayını temsil etmektedir. Büyük patlamadaki maddenin yayıldığı hiçbir merkez noktasının bulunmadığını artık biliyoruz. Balonun ortasında gibi görünen 'nokta' sadece modelimizi gözümüzde daha iyi canlandırmamıza yardımcıdır. Büyük patlamayla fışkıran madde, *tüm* uzaysal evren noktalarına düzgün bir şekilde dağılmıştır!

Öteki iki standart model için durum (imgelenmesi biraz daha zor olsa da) aynıdır. Patlama sonucu fışkıran madde uzayda hiçbir noktada asla yoğunlaşmadı. Patlama anından başlayarak uzayın her tarafını aynı ölçüde doldurdu.

Standart model olarak anılan *sıcak büyük patlama* kuramı bu tanım üzerine kurulmuştur: Evren, oluşumundan bir süre sonra, son derece sıcak bir ısıl durumdaydı; buna, *ilk oluşan ateştopu* diyeceğiz. Özellikleri ve boyutları, ateştopunu oluşturan maddenin (evrenin tümü), ateştopu genişleyip soğudukça nasıl değiştikleri ayrıntılarıyla hesaplanmıştır. Bugünkü evrene hiç benzemeyen bir evreni tanımlamak için hesapların güvenilir şekilde nasıl yapılabildiği merak konusu olabilir. Ancak hesaplara esas alınan fizik, ateştopunun oluşumunu izleyen ilk 10^{-4} saniyeden önce olanları öğrenmek istemediğimiz sürece, tartışılamaz ölçüde güvenilirdir. Bu süreyi izleyen saniyenin on binde birinden yaklaşık üç dakika sonrasına kadar olup bitenler ayrıntılarıyla tanımlanmıştır (bkz. Weinberg 1977); bugünkü durumundan çok farklı durumdaki evrenle ilgili deneysel bilgilere dayalı iyi tanımlanmış fiziksel kuramlarımızın bu konuda yeterli olmaları dikkate değer.[7] Bu hesaplamaların sonuçlarına göre evrenin her tarafına düzgün şekilde yayılan madde,

fotonlar (yani, ışık), elektronlar ve protonlar (hidrojenin iki bileşeni), bazı a-parçacıkları (helyum çekirdekleri), daha az sayıda döteronlar (hidrojenin ağır bir izotopu olan döteryumun çekirdekleri), eser miktarda diğer tür çekirdekler ve belki çok sayıda, nötrinolar gibi 'görünmez' ve varlıklarını pek az hissettiren *parçacıklardan* oluşmuştur. Bu *maddenin* bileşenleri (özellikle protonlar ve elektronlar) bir araya gelerek, yıldızları oluşturan gazı (özellikle hidrojeni) büyük patlamadan yaklaşık 10^8yıl sonra ürettiler.

Ancak yıldızlar hemen oluşmadı. Gazın biraz daha genişlemesi ve soğuması sonucu, yerel kütleçekim kuvvetlerinin genel genişlemenin üstesinden gelmesi için bazı bölgelerde yoğunlaşmaların gerçekleşmesi gerekiyordu. Bu aşamada, galaksilerin gerçekte nasıl oluştukları ve galaksi oluşumunun gerçekleşmesi için başlangıçta ne gibi düzensizliklerin var olması gerektiğine ilişkin henüz çözümlenmemiş ve tartışmalı konular ile yüz yüze gelmekteyiz. Bu tartışmaya burada girmek istemiyorum. Başlangıçta gaz dağılımında büyük olasılıkla bazı düzensizliklerin olduğunu, uygun bir kütleçekimsel etkiyle galaksilerin, milyarlarca yıldızlarıyla birlikte oluştuğunu kabul edelim yeter!

Seyreltik gazın nereden geldiğini bulmuştuk. Büyük patlamanın kendisinden, yani ateştopundan kaynaklanmıştı. Gazın uzayda düzgün yayılması bize ikinci yasayı, evrensel kütleçekimiyle yoğunlaşması sonucu artan entropi durumu ise yasanın ayrıntılarını vermiştir. Gerçek evrende madde ne kadar düzgün dağılmıştır? Yıldızların, galaksilerde bir araya geldiklerini biliyoruz. Galaksiler de birleşerek kümeler oluşturdu ve kümeler birleşerek üstkümeler oluşturdu. Üstkümelerin, üstküme sistemleri (kompleksleri) olarak adlandırılan daha da geniş gruplar halinde birleştiklerini gösteren kanıtlar bile vardır. Ancak, bunların tümünün, evrenin bir bütün olarak yapısının etkileyici düzgünlüğü yanında 'bir hiç' kaldığını bilmek önemlidir. Zamanda ne kadar geriye gidebilir, evrenin daha büyük bölümünü incelemek olanağı bulursak, evren o kadar daha düzgün görünmektedir. Siyah cisim fon ışıması, bu konuda en etkileyici kanıtları vermektedir. Özellikle, evren henüz bir milyon yaşındayken ve 10^{23} kilometre çapında bir mesafeye yayılmışken, yani bizden 10^{10} galaksiyi kapsayacak kadar uzaktayken, tüm

madde içeriğinin yüzbinde biri oranında *düzgün* olduğunu bildirmektedir (bkz. Davies ve arkadaşları, 1987).

Bu nedenle, uzayın her tarafına düzenli şekilde yayılan gazın kaynağı bu ateştopudur. Bu noktaya bizi araştırmalarımız ulaştırmıştır.

Büyük Patlama İkinci Yasayı Açıklar mı?

Araştırmalarımız sona erdi mi? Termodinamiğin ikinci yasasını bize sunan görüş, yani evrenimizin oluşumunun ilk aşamasındaki düşük entropiyi, evrenin büyük patlama sonucu oluşumuyla 'açıklayan' görüş yeterli mi? Biraz düşünürsek bu görünüşte çelişkili bir şey olduğunu anlarız. Bu görüş yeterli olamaz. Ateştopunun, *ısı* durumunda olduğunu, yani ısıl dengede genleşmekte olan sıcak bir gaz olduğunu anımsayın. 'Isıl denge' teriminin 'maksimum' entropi durumunu gösterdiğini de anımsayın (Bir kutudaki gazın maksimum entropi durumuyla örneklemiştik). Ancak, ikinci yasa gereğince evrenimizin entropisi, başlangıç aşamasında, maksimum değil, bir tür *minimum* düzeyinde olmalıydı! Nerede hata yaptık? 'Standart' bir yanıt özetle şöyledir:

'Ateştopunun, başlangıçta, ısıl denge durumunda olduğu doğrudur. Ama o aşamada evren çok küçüktü. Ateştopu, böyle küçük çapta bir evren için kabul edilebilecek en yüksek entropi durumunu temsil ediyordu. Fakat evrenin bugünkü büyüklüğü ile kıyaslandığında bu en yüksek entropi çok düşük olacaktır. Evren genleştikçe, evrenin büyüklüğüyle birlikte kabul edilebilecek en yüksek entropi arttı. Ancak evrendeki gerçek entropi, kabul edilen en yüksek entropinin de gerisinde kalmıştır. Gerçek entropinin, sürekli olarak, kabul edilen en yüksek entropi düzeyine ulaşmak çabası nedeniyle ikinci yasa doğmuştur.'

Biraz düşünürsek, bu açıklamanın doğru olmadığını anlarız. Doğru olsaydı, bu sonuçta büyük sıkışmaya ulaşacak (uzaysal olarak kapalı) evren modeli için geçerli görüş olurdu. Ama bu kez zamanda *ters* yönde olmak koşuluyla geçerli olurdu. Evren, çökme noktasında yine küçüldüğünde, olası entropi değerlerinde yine düşük bir tavan söz konusu olacaktı. Genleşen evrenin ilk aşamalarında bize düşük entropi değerini veren sınırlayıcı etken, küçülmekte olan evrenin son aşamalarında da geçerli olacaktı. Evrenin entropi değerinin zamanla arttığını bildiren ikinci yasanın geçerli olması için, 'zamanın

başlangıcında' var olan düşük entropi etkeni, kabul edilseydi, bu varsayım 'zamanın sonunda da' geçerli olur ve termodinamiğin ikinci yasasıyla tam bir çelişki içine düşmemiz gerekirdi!

Elbette, gerçek evrenimizin bu şekilde asla sona ermemesi de söz konusudur. Belki genelde sıfır uzaysal eğrilikli evrende (Eukleides geometrisi) veya eksi eğrilikli bir evrende (Lobachevsky geometrisi) yaşıyor olabiliriz. Veya belki de (artı eğrilikli) yok olma sürecindeki bir evrende yaşıyoruz; ama bu öylesine uzak bir gelecekte olacak ki, ikinci yasaya aykırı böyle bir durumu bugünden değerlendirenleyiz. Ancak, böyle bir durumda, evrenin *tüm* entropisi tersine dönecek ve öylesine düşük bir değere ulaşacak ki, bugün yorumladığımız şekliyle ikinci yasa tümüyle geçersiz kılınmış olacaktır.

Gerçekte, yok olma sürecindeki bir evrenin entropisinin giderek azalması görüşüne kuşkuyla yaklaşılması için çok iyi nedenler vardır. Bu nedenlerden en güçlüsü *kara delikler* olarak bilinen gizemli nesnelerdir. Bir kara delikte, yok olma sürecindeki bir evrenin çok ufak bir örneğini görürüz; bu nedenle, yok olma sürecindeki bir evrende entropi gerçekten tersine dönseydi, bir kara deliğin yakın çevresinde de ikinci yasaya aykırı durumların gözlenebilmesi gerekirdi. Ancak, kara delikler çevresinde ikinci yasanın tümüyle egemen olduğuna inanmamız için her türlü nedene sahibiz. Kara delikler kuramı, entropi hakkındaki tartışmalarımıza son derece önemli bir girdi sağlayacağı için, bu tuhaf nesneleri biraz ayrıntılı olarak ele almamız gerekecek.

Kara Delikler

Önce, kuramın Güneşimizin sonunun ne olacağı hakkında öngördüklerini ele alalım. Güneş, yaklaşık beş milyar yıldır varlığını sürdürmektedir. Önümüzdeki 5-6 milyar yıl içerisinde büyümeye başlayacak, yüzeyi Dünya'nın hemen hemen yörüngesine ulaşıncaya kadar dışa doğru şişecektir. *Kızıl dev* olarak bilinen bir yıldız türüne dönüşecektir. Gökyüzünde birçok kızıl devler gözlemlenmiş olup bunlardan en çok tanınan ikisi, Taurus (Boğa) burcundaki Aldebaran ve Orion (Yay) burcundaki Betelgeuse'dir.

Güneş'in yüzeyi genişledikçe çekirdeğinde, sürekli büyüyen, olağanüstü bir madde yoğunlaşması oluşacaktır. Bu yoğun çekirdek, bir *beyaz cüce* yıldızın özelliklerine sahip olacaktır (Şekil 7.12).

Beyaz cüceler, tek başlarına, öylesine yoğun yıldızlardır ki, beyaz cüceyi oluşturan maddeyle dolu bir pingpong topu birkaç yüz ton ağırlıkta olabilirdi! Gökyüzünde çok sayıda beyaz cüce gözlemlenebilir: Belki, Samanyolu galaksimizdeki parlak yıldızların yüzde onu beyaz cücedir. En ünlü beyaz cüce Sirius'un (Büyük köpek veya Akyıldız) yoldaşı olup son derece yüksek yoğunluğu, bu yüzyılın başlarında gökbilimcileri büyük şaşkınlığa düşürmüştü. Fakat, daha sonraları, söz konusu yıldız, bir fizik kuramını (R.H. Fowler, 1926) fevkalade doğrulamıştır; bu kurama göre bazı yıldızlar gerçekten büyük bir yoğunluğa sahip olabilirler ve 'elektron dışarlama basıncıyla' varlıklarını sürdürebilirler; başka bir deyişle bu Pauli'nin, elektronlara uygulanan şekliyle, kuantum mekaniksel dışarlama ilkesi (II. cilt, s. 158) olup, yıldızın evrensel kütleçekim etkisiyle çökmesini önler.

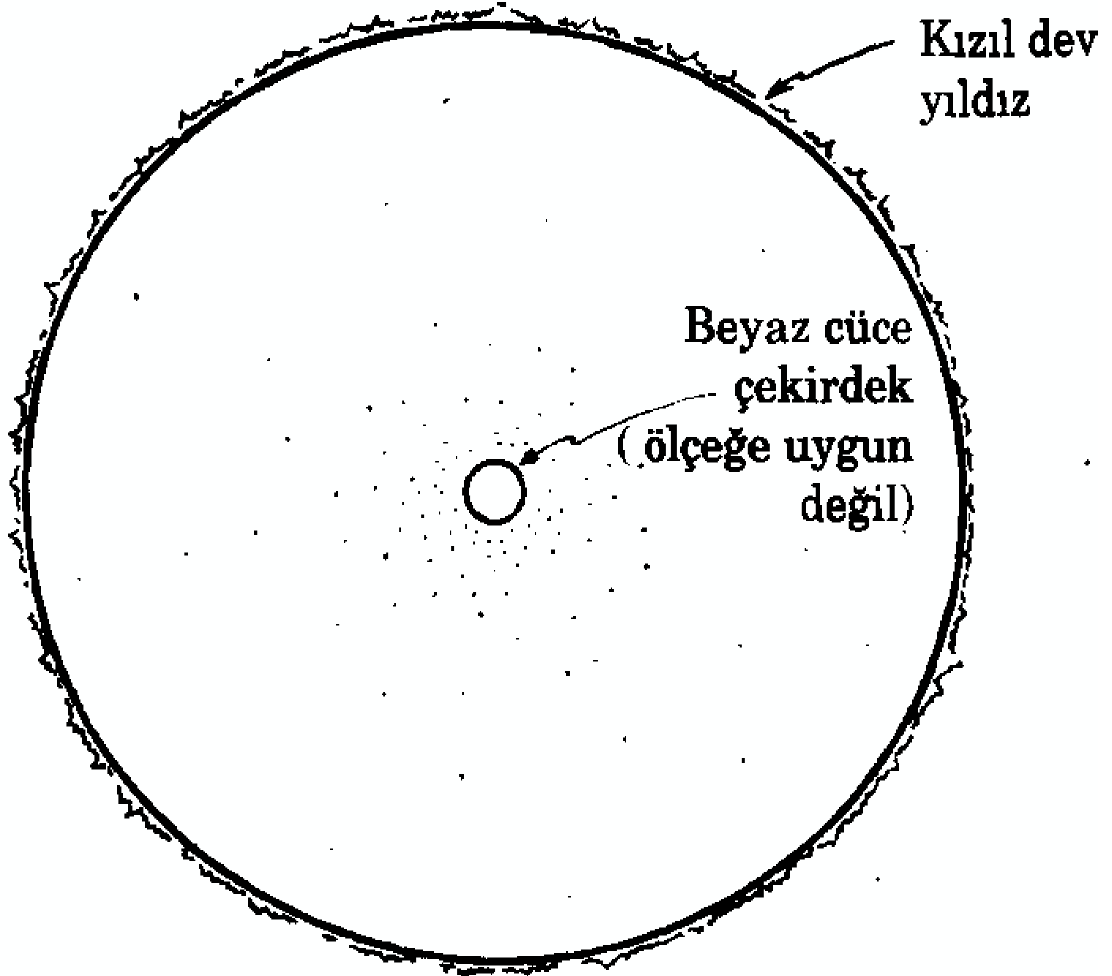
Her kızıl devin çekirdeğinde bir beyaz cüce vardır ve bu çekirdek, sürekli olarak yıldızın maddesini tüketir. Sonunda kızıl dev, asalak çekirdeği tarafından tümüyle tüketilir ve yaklaşık Dünya büyüklüğündeki gerçek beyaz cüce tek başına ortaya çıkar. Güneşimizin, 'sadece' birkaç milyar yıl süreyle kızıl bir dev olarak var olması beklenmektedir. Daha sonra, beyaz cücenin yavaş yavaş soğuyarak solgunlaşan turuncu[V] rengiyle son 'görülebilir' şeklinde Güneş varlığını birkaç milyar yıl daha sürdürebilecek ve sonunda görünmez bir *siyah cüce* olacaktır.

Yıldızların hepsi Güneş'in kaderini paylaşmaz. Bazılarının sonu, *Chandrasekhar limiti* olarak bilinen ve bir beyaz cüce yıldızın kütlesinin olası en üst değerini bildiren sınırla belirlenmiştir. 1929'da Subrahmanyan Chandrasekhar tarafından yapılan hesaba göre, beyaz cüceler, kütleleri, en az Güneş'in kütlesinin yaklaşık bir tam beşte biri kadar olmadığı sürece var olamazlar (Chandrasekhar, eğitim görmek için gemiyle Hindistan'dan İngiltere'ye giderken bu hesabı yapmış olan genç bir Hintliydi). 1930'larda hesap, Rus Lev Landau tarafından tekrarlanmış ve Chandrasekhar limit değeri

$$1{,}4\ M_{\odot}$$

dolayında bulunmuştur; burada $M_\odot$ Güneş'in kütlesidir.

Görüldüğü gibi, Chandrasekhar limiti, Güneş'in kütlesinden pek fazla değildir; oysa, birçok normal yıldızın, bu değerin oldukça üzerinde kütleye sahip oldukları bilinmektedir. Örneğin, kütlesi 2 $M_\odot$ olan bir yıldızın sonu nasıl olacaktır? Kuram uyarınca böyle bir yıldız, kızıl dev oluncaya kadar genişleyecek ve beyaz cüce çekirdeği, kütlesini yavaş yavaş yoğunlaştırmayı sürdürecektir.



Şekil 7.12. Beyaz cüce çekirdekli bir kızıl dev.

Ancak, bir kritik aşamada, Chandrasekhar limitine ulaşılacak ve Pauli'nin dışarlama ilkesi onu, evrensel kütleçekim basınçlarına karşı koruyamayacaktır.[8] Bu aşamada veya bu aşamaya yaklaşırken, çekirdek içe doğru çökecek, aşırı sıcaklık ve basınç artışları oluşacaktır. Şiddetli nükleer tepkimelerin sonucunda korkunç

miktarda enerji, nötrinolar halinde açığa çıkacaktır. İçe doğru çökmekte olan dış bölgeler ısınacak ve bunu şiddetli patlamalar izleyecektir. Yıldız, bir süpernovaya dönüşmüştür!

Peki içe doğru çöküşünü sürdüren çekirdek ne olur? Kuramın bize bildirdiğine göre, beyaz cücenin içinde ulaşılmış olan son derece yüksek yoğunlaşmadan da yüksek yoğunluğa ulaşır. Çekirdek, bir *nötron yıldızı* (s. 25) olarak, *nötron dışarlama basıncı,* yani nötronlara uygulanabilir Pauli ilkesi sayesinde kendini bağımsız olarak taşıyabilir. Bu aşamada yoğunluğu öylesine yüksektir ki, pingpong topumuz nötron yıldızını oluşturan maddeyle dolu olsaydı Hermes astroidi (veya belki Mars'ın ayı Deimos) kadar ağırlaşırdı. Çekirdeğin içindeki de işte bu tür bir yoğunluktur! (Bir nötron yıldızı, yarıçapı on kilometre kadar olan kocaman bir atom çekirdeğidir, ama yıldız standartlarına göre son derece küçüktür!) Ancak bu aşamada, Chandrasekhar limitine benzer *yeni* bir sınır (Landau - Oppenheimer - Volkov limiti) vardır; kütlesi, güncelleştirilmiş olarak

$$2{,}5\ M_{\odot}$$

olan bu limitin üzerine çıkan bir nötron yıldızının bağımsız olarak kendi ağırlığını taşıması olanaksızdır.

Yıldızın kütlesi *bu* limiti aşacak kadar fazla olursa küçülmekte olan çekirdek ne olur? Örneğin bazı yıldızların kütlesinin 10 $M_{\odot}$ ile 100 $M_{\odot}$ arasında değiştiği bilinmektedir. Çekirdeklerinin, nötron yıldızı limitinin altına düşmesi için kütlelerinin bir kısmından kurtulmaya kalkışacakları uzak bir olasılıktır. Bunun yerine bir *kara delik* oluşması beklenir.

Kara delik dediğimiz uzayın, ya da daha doğrusu uzay-zamanın, bir bölgesidir. Bu bölgede çekim alanı öylesine güçlenmiştir ki ışık bile bu alandan kaçamaz. Anımsarsanız, göreliliğin ilkeleri, ışığın hızının bir limit hız olduğunu dolaylı olarak bildirir: Hiçbir maddesel nesne veya sinyal, yerel ışık hızını geçemez (II. cilt, s. 59, 78). Buna göre, bir kara delikten ışık kaçamazsa başka *hiçbir şey* kaçamaz.

Okuyucunun belki, *kaçış hızı* kavramı hakkında bir fikri vardır. Bu hız, bir cismin, büyük kütleli başka bir cismin çekiminden kaçabilmesi için ulaşması gereken hızdır. Büyük kütleli cismin yeryüzü olduğunu varsayalım; yeryüzünden kaçış hızı saatte 40 000 kilometredir.

Yeryüzünden (herhangi bir yöne) fırlatılan bir taş, bu hızı aşan bir hızla yeryüzünden tamamen uzaklaşacaktır (hava direncini dikkate almadığımızı hatırlayın). Bu hızdan daha düşük bir hızla fırlatılırsa, yeryüzüne düşecektir. (Öyleyse 'yukarı çıkan mutlaka aşağı iner' sözü doğru değildir; bir cisim ancak kaçış hızından *düşük* hızda atılmışsa geri döner!) Jüpiter için, kaçış hızı saatte 2 200 000 kilometredir. Güneş'in kütlesinin, şimdiki yarıçapının *dörtte biri* kadar yoğunlaşarak bir küre oluşturduğunu varsayarak, şimdikinden *iki kat* büyük bir kaçış hızı elde ederiz; Güneş biraz daha yoğunlaşırsa, diyelim şimdiki yarıçapının *yüzde biri* kadar daha yoğunlaşırsa, kaçış hızı da *on kat* artacaktır. Yeterince büyük kütleli ve yoğunlaşmış bir cisim için, kaçış hızının, ışık hızını bile aşacağını düşünebiliriz! Bu gerçekleştiğinde bir kara delik oluşur.[9]

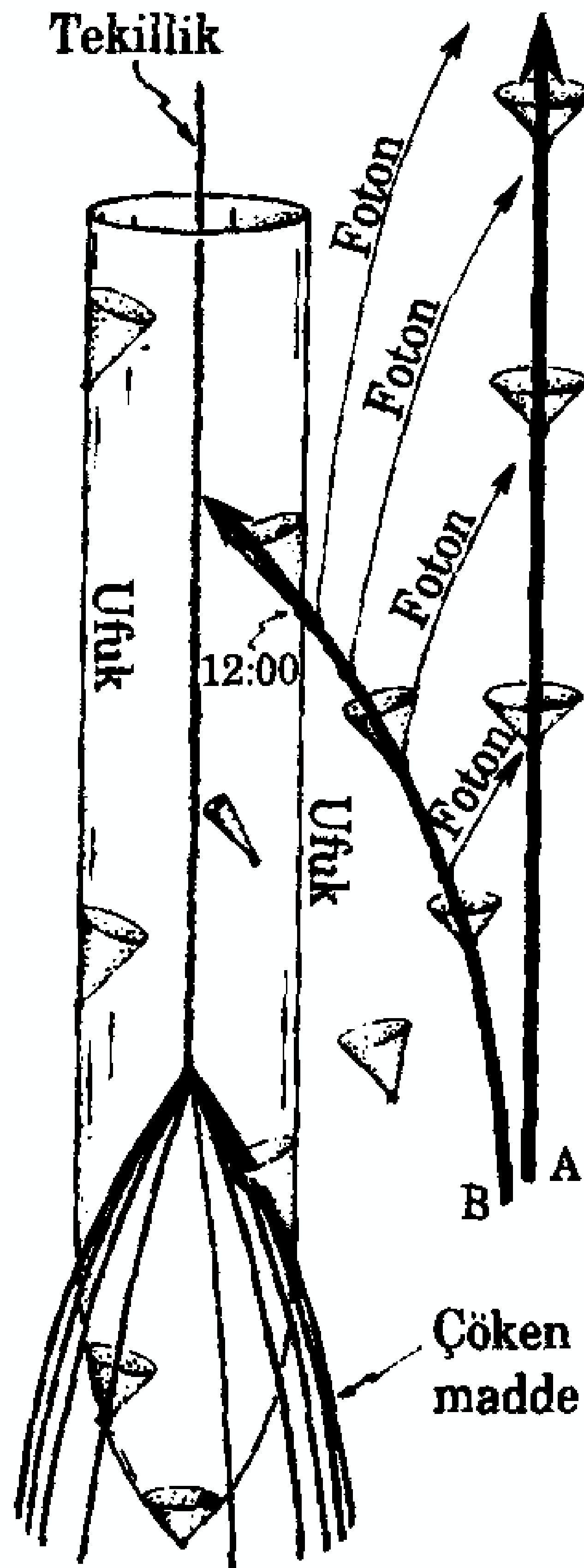
Şekil 7.13'de, kara delik oluşturacak şekilde bir cismin çöküşünü gösteren bir şema yer almaktadır (Bu şemayı tasarımlarken cismin, küresel simetriye oldukça uygun çökmekte olduğunu varsaydım ve uzaysal boyutlardan birini dikkate almadım). 5. Bölümde (II. cilt, s. 76) genel görelilikle ilgili tartışmamızdan anımsayacağınız gibi, şemada yer alan ışık konileri, maddesel nesnenin veya sinyalin eylemindeki mutlak sınırlamaları gösterirler. Konilerin merkeze doğru iç tarafa uzadığı ve merkeze yaklaştıkça koni uçlarının giderek sivrileştiği dikkatinizi çekecektir.

Merkezden kritik uzaklık, *Schwarzschild yarıçapı* olarak bilinir ve bu uzaklıktaki konilerin dış sınırları şemada *dikeydir.* Bu uzaklıkta, ışık (ışık konilerini izlemesi gerekir), çöken cismin üzerinde asılı durumdadır ve ışığın dışa doğru tüm hızı, son derece güçlü kütleçekim etkisine ancak karşı koyabilecek kadardır. Asılı ışık (ışığın tüm geçmişi) tarafından Uzay-zamanda Schwarzschild yarıçapında belirlenen (üçboyutlu) yüzeye, kara deliğin *(mutlak) olay ufku* denir. Kendini olay ufkunda bulan herhangi bir cisim kaçamaz veya hatta dış dünyayla iletişim kuramaz. Bu durum, konilerin uçlarının sivrileşmesinden ve tüm eylemlerin ve sinyallerin, sadece konilerin içinde (veya üzerinde) yayılabilmesinden anlaşılır. Birkaç Güneş kütlesine sahip bir yıldızın çöküşüyle oluşan bir kara deliğin olay ufkunun yarıçapı birkaç kilometre olacaktır. Galaksi merkezlerinde çok daha büyük kara deliklerin var olması beklenebilir.

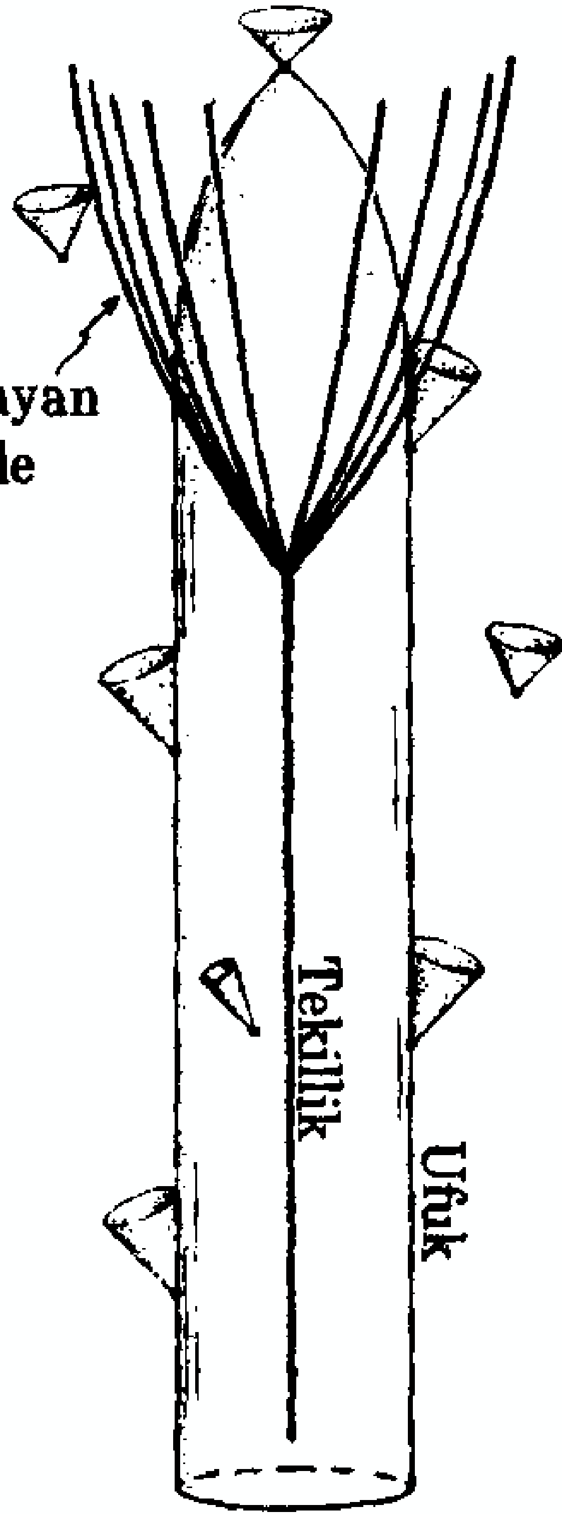
Samanyolu galaksimiz, yaklaşık bir milyon Güneş kütlesine eşit kütleye ve buna göre birkaç milyon kilometre yarıçapında bir kara deliğe sahip olabilir.

Kara delik oluşturacak şekilde içe çöken bir gerçek kütleli cisim, bir süre sonra kendini ufkun içerisinde bulur ve dışarıyla tüm iletişimi kesilir. Bu cismin sonunu biraz sonra tartışacağız. Şu anda bizi ilgilendiren çökme eylemiyle ortaya çıkan uzay-zaman geometrisidir. Bu geometrinin bize anlatacağı ilginç şeyler var.

Cesur (yoksa çılgın mı?) desek bir *B* astronotunun büyük bir kara deliğe girme kararı verdiğini; biraz daha korkak (yoksa tedbirli mi?) A yoldaşının ise olay ufkunun dışında güvencede kalmayı yeğlediğini düşünelim. *A* astronotu, *B* astronotunu olabildiğince gözden kaybetmemeye çalışıyor. A ne görebilir? Şekil 7.13'e göre, B'nin geçmişinin (yani, B'nin Dünya çizgisinin), ufkun *içinde* kalan kısmını A asla göremez. Ama ufkun *dışında* kalan kısmını sonuna dek görebilecektir. Ancak B'nin ufku geçmeden hemen önceki anlarını görmek için A'nın çok uzun süre beklemesi gerekecektir.


Tekillik
Foton
Foton
Foton
Foton
Ufuk
12:00
Ufuk
A
B
Çöken
madde

Şekil 7.13. Kara deliğe dönüşümü gösteren bir uzay-zaman şeması. Schwarzschild yarıçapı ‘ufuk’ olarak işaretlenmiştir.


Patlayan madde
Tekillik
Ufuk

Şekil 7.14. Varsayımsal bir uzay-zaman olayı: Sonunda patlayarak maddeye dönüşen bir beyaz delik. (Şekil 7.13'teki uzay-zamanın, zamanda tersinmesi).

Diyelim ki *B,* kendi saati 12:00'i gösterirken ufuk çizgisini geçti. *A* bu olaya gerçekte asla tanık olmayacak, fakat 11:30, 11:45, 11:52, 11:56, 11:58, 11:59, 11:59 ½ , 11:59 ¾ , 11:59/(7/8) , vs. saat okumalarını (oldukça eşit aralıklarla) izleyebilecektir. İlke olarak, *B* daima A'nın görüş alanı içerisinde kalır ve ufkun üzerinde sürekli asılı gibi durur. Kader saati 12:00'a doğru yavaş yavaş ilerler, ama asla 12:00'i gösteremez. Oysa, gerçekte, B'nin A tarafından algılanan imgesi, hızla silikleşmeye başlamıştır. Bunun nedeni, B'nin Dünya çizgisinin, ufkun hemen dışında kalan küçük bir kısmının, A'nın yaşadığı zamanın geri kalanının tümünün yerini tutmak zorunda olmasıdır. Sonuçta B, A'nın görüş alanından tümüyle çıkmış olacaktır ve aynı şey, düşen cismin başına gelecektir. A'nın bütün görebildiği sadece bir 'kara delik' olacaktır!

Ya zavallı B'den ne haber? *Onun* başına neler gelecek? Hemen söyleyelim. Ufku geçiş anında dikkate değer hiçbir şey olmayacak. Saatine bakarak, henüz 12:00 dolayındaki dakikaları 11:57, 11:58, 11:59, 12:00, 12:01, 12:02, 12:03,... sayıyor olacak. Saat 12:00'de hiçbir özel olay olmadı. Arkasına dönüp A'ya bakarsa, A'nın olduğu yerde sürekli durduğunu görebilir. A'nın saatine de bakabilir ve A'nın saatinin dakik şekilde zamanı gösterdiğini görebilir. Ufku geçtiğini *hesaplamadığı* sürece *B,* bunu başka hiçbir şekilde bilemez.[10] Ufuk görünmeyen tuzaklarla doludur. Bir kez ufuktan içeriye girdi mi *B* için artık buradan kurtuluş yoktur. Yerel evreninin başına çöktüğünü görecek ve kendi özel 'büyük ezilişini' az sonra yaşayacaktır!

Ya da belki o kadar da özel değildir. Kara deliği oluşturacak şekilde çöken cismi oluşturan madde de, bir bakıma, astronotla birlikte 'aynı' 'ezilme' olayını yaşayacaktır. Gerçekte, dış maddenin de büyük ezilme olayında yutulması için deliğin *dışındaki* evren uzaysal olarak kapalı bir evren olursa, *B* astronotunun 'özel' olayının 'aynısı' deliğin dışındaki böyle bir evren tarafından da yaşanır.[VI]

B'nin hiç hoş olmayan sonuna karşın, son aşamaya kadar yaşadığı yerel fiziğin, bizim bildiğimiz ve anladığımız fizikle bağdaşmamasını ümit etmeyiz. Özellikle, entropinin artma eğiliminin

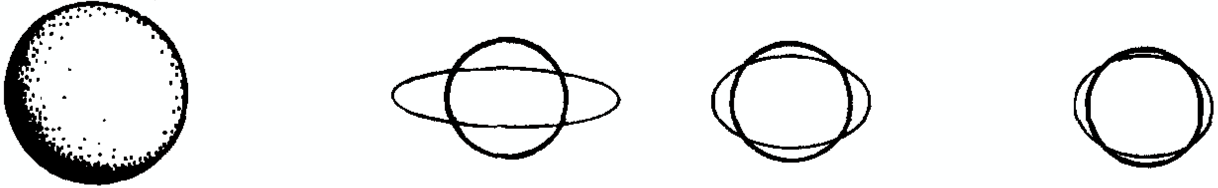
tam tersini göstermesini bir yana bırakın, termodinamiğin ikinci yasasına yerel olarak aykırı olaylara tanık olacağını sanmıyoruz. İkinci yasa, her yerde olduğu gibi, kara delik içinde de egemen olacaktır. B'nin yakın çevresindeki entropi hâlâ artmaktadır ve astronotumuzun sonunu hazırlayan büyük çöküşe kadar artacaktır. Büyük patlamada çok daha düşük düzeyde olan entropinin 'büyük ezilmede' ('özel' ya da 'genel') gerçekten son derece yüksek olabileceğini anlamak için kara deliğin uzay-zaman geometrisinin biraz daha derinlerine inmemiz gerekecek. Bunu yapmadan önce okuyucunun, kara deliğin zamanda tersinmişini, yani bir *beyaz deliği* gösteren Şekil 7.14'e göz gezdirmesini istiyorum. Beyaz delikler belki doğada *yoktur* ama var olabileceklerini varsaymak bizi önemli sonuçlara götürecektir.

Uzay-zaman Tekilliklerinin Yapısı

5. Bölümden (II. cilt, s. 71) uzay-zaman eğriliğinin bir *gelgit etkisi* yarattığını anımsayın. Büyük bir cismin çekim alanında serbest düşen cisimciklerden oluşan küresel bir yüzey, bir yönde (çekim etkisini yaratan cisme doğru uzanan çizgi boyunca) gerilerek uzarken, buna dik yönlerde içe doğru basılarak büzülür. Bu şekil bozulması, çekim etkisini yaratan cisme yaklaşıldıkça, aradaki uzaklığın kübünün tersiyle orantılı artar (Şekil 7.15). Giderek artan böyle bir etki, ileri doğru kara deliğe düşerken B astronotu tarafından hissedilir. Birkaç Güneş kütlesine sahip kara delik için bu gelgit etkisi son derece büyüktür; astronot için, ufku geçmeyi bırakın, deliğe yaklaşma durumunda bile hayatta kalmasına olanak tanımayacak kadar büyüktür. Daha geniş delikler için ufuktaki gelgit etkisi aslında daha azdır. Birçok astronomun Samanyolu galaksimizin merkezinde yer aldığına inandığı birkaç milyon Güneş kütlesine sahip kara delik için gelgit etkisi, astronotun ufku geçişi sırasında oldukça düşüktür. Ama astronotun kendini biraz rahatsız hissetmesine neden olabilir. Ancak, söz konusu etki astronot deliğe düştükten sonra birkaç saniye içerisinde hızla sonsuza kadar artacaktır! Hızla artan bu etkiyle zavallı astronotun bedeni paramparça olacak, hatta astronotu oluşturan her molekül, molekülleri oluşturan atomlar, atom

çekirdekleri ve hatta tüm atomaltı tanecikleri de parçalayacaktır! ‘Ezilme’, böylece hazırladığı sonla öcünü almış olacaktır!

Sadece tüm madde değil, uzay-zamanın kendisi de aynı şekilde son bulmalıdır! Böyle bir sona bir *uzay-zaman tekilliği* denir: Böylesi felaketlerin olacağını nasıl bildiğimizi ve hangi koşullarda maddenin ve uzay-zamanın yok olacağını merak ediyor olabilirsiniz. Bunlar, bir kara delik oluşmasına izin veren herhangi bir koşulda, genel göreliliğin klasik denklemlerini izleyerek ulaşılan sonuçlardır. Oppenheimer ve Snyder’in (1939) ilk kara delik modeli, açıkladığımız davranışı tasarımlamıştır. Ancak, yıllar boyu, astrofizikçiler bu *tekilliğin* sözü edilen model için öngörülen özel simetrilerin yapay bir sonucu olduğu umudunu beslediler. Belki, gerçekçi (asimetrik) durumlarda, kendinin üzerine çöken madde herhangi bir karmaşık şekilde kendi çevresinde dönerek tekrar dışa doğru kaçabilirdi.



Şekil 7.15. Kütleçekim etkisi yaratan küresel bir cisimden kaynaklanan gelgit etkisi cisime yaklaştıkça, cismin merkezinden uzaklığın kübünün tersine orantılı olarak artar.

Fakat böylesi umutlar, daha genel matematiksel savlar ileri sürülüp *tekillik teoremleri* (Penrose 1965, Hawking ve Penrose 1970) gösterilince söndü. Makul madde kaynaklarına sahip genel göreliliğin klasik kuramı çerçevesinde yapılandırılan bu teoremler, kütleçekim etkisiyle çöküş durumlarında uzay-zaman *tekilliklerinin kaçınılmaz* olduğunu kanıtlarlar.

Aynı şekilde, zamanın ters akış yönünü göz önüne alarak, herhangi bir (uygun şekilde) genleşen evren modelinde, büyük patlamayı temsil eden *bir başlangıç* uzay-zaman tekilliğinin kaçınılmaz olduğunu yine görürüz. Bu kez tekillik tüm maddenin ve uzay-zamanın sonuçta *yok olmasını* değil, uzay-zamanın ve maddenin *yaratılmasını* temsil eder. Görünüşe göre bu iki tür tekillik arasında tam bir zaman simetrisi vardır: *Başlangıç* türü tekillik ki uzay-zaman ve madde yaratılır; ve *sonuç* türü tekillik ki bununla

uzay-zaman ve madde yok olur. Gerçekten ikisi arasında önemli bir benzerlik olmasına karşın, ayrıntılı incelediğimiz zaman birbirleriyle tamamen zamanda-karşıt *olmadıkları* görülür. Termodinamiğin ikinci yasasının kaynağının anahtarını içerdikleri için geometrik farklar önem taşımaktadır.

Fedakâr B astronotunun başına gelenlere dönelim. Hızla sonsuzlaşan gelgit etkileriyle karşılaşır. Boş uzayda yol almakta olduğu için, daha önce WEYL olarak tanımladığım (II. cilt, s. 71-78) uzay-zaman eğrilik tensörü tarafından sağlanan hacim koruyucu fakat *biçim bozucu* etkilerin altındadır. Uzay-zamanın eğrilik tensörünün geriye kalan kısmı, RICCI olarak adlandırılan ve genel sıkışmayı temsil eden kısmı, boş uzayda sıfıra eşittir. *B*'nin aslında herhangi bir maddeye rastlamaması olasıdır. Fakat durum böyle de olsa (sonuçta astronotun kendisi de bir maddedir), yine de genelde bir WEYL ölçümünü RICCI'nin ölçümünden *daha yüksek* buluruz. Gerçekte, *sonuç* tekilliğine yaklaşırken eğriliğin tamamen WEYL tensörünün egemenliği altında olduğunu görmeyi umarız. Bu tensör, genelde, *sonsuza* gider:

$$\text{WEYL} \rightarrow \infty$$

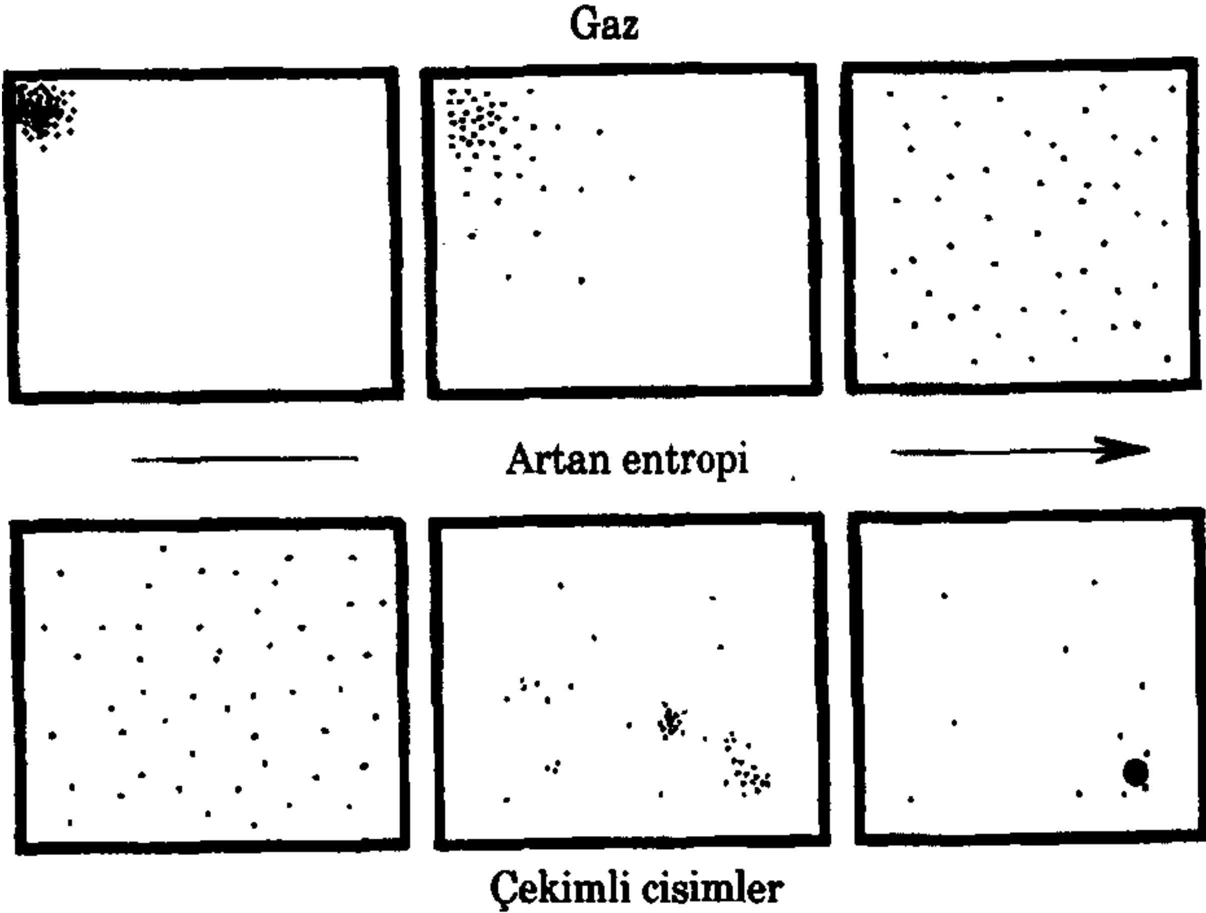
(Bu gidiş salınımlı da olabilir). Bu, bir uzay-zaman tekilliğinin genel niteliğidir[11] ve *yüksek entropinin* tekilliği ile ilgilidir.

Ancak, büyük patlama için durum bundan oldukça farklıdır. Büyük patlamanın standart modelleri, daha önce incelediğimiz son derece simetrik Friedmann-Robertson-Walker uzay-zamanları tarafından verilmişti. Şimdi, WEYL tensörü tarafından sağlanan biçim bozucu gelgit etkisi tümden *yoktur.* Bunun yerine, test cisimciklerinden oluşan bir küresel yüzeye etkili, simetrik bir içe yönelik ivme vardır (Şekil 5.26). Bu, WEYL'in değil RICCI'in etkisidir. Herhangi bir FRW modelinde,

$$\text{WEYL} = 0$$

tensör denklemi daima geçerlidir. Başlangıç tekilliğine giderek yaklaştıkça, WEYL yerine RICCI'nin sonsuzlaştığını görürüz; bu nedenle, başlangıç tekilliği yakınlarında egemen olan WEYL değil RICCI'dir. Bu bize, *düşük* entropinin tekilliğini verir.

Kesin geri çöken FRW modellerinde büyük *sıkışma* tekilliğini incelersek, sıkışma anında WEYL = 0 değerini buluruz, oysa RICCI sonsuza gider. Ancak bu çok özel bir durumdur ve kütleçekimi etkisiyle yoğunlaşmanın dikkate alındığı tamamen gerçekçi bir modelde bulmayı *beklemediğimiz* bir durumdur. Zaman ilerledikçe önceleri seyreltik gaz şeklinde bulunan madde, yıldızlar ve galaksileri oluşturmak üzere kümelenecektir. Bir süre sonra, çok sayıda yıldız, çekim etkisiyle küçülerek beyaz cücelere, nötron yıldızlarına ve kara deliklere dönüşecek ve belki galaksi merkezlerinde büyük kara delikler oluşacaktır. Kümeleşme, özellikle kara delikler söz konusu olduğu zaman, entropideki aşırı artışı gösterir (Şekil 7.16). Kutu içindeki gaz örneğinde (bir köşeye sıkışmış gaz) yoğunlaşmış gazın *düşük* entropiye, buna karşın, ısıl dengenin *düzenli* durumunun *yüksek* entropiye sahip olduğunu anımsadığımız zaman, kümelenme durumunun yüksek entropiyi, seyreltik gaz durumunun düşük entropiyi temsil etmesi ilk bakışta şaşırtıcı görünebilir. Kütleçekim etkisi dikkate alındığında, çekim alanının evrenselliği nedeniyle bu beklentinin *aksi* oluşmaktadır.



Şekil 7.16. Normal bir gaz için, artan entropi, gazın daha düzgün yayılmasını sağlamak eğilimindedir. Kütleçekim etkisi yaratan cisimlerden oluşan bir sistem için bunun aksi geçerlidir. Yüksek entropiye çekimsel birleşmeyle, en yüksek entropiye ise, kara deliğe dönüşmekle ulaşılır.

Zaman ilerledikçe kümeleşme giderek artar ve sonunda birçok kara delik oluşur ve bunların tekillikleri son derece karmaşık bir sonla, büyük sıkışma tekilliğinde noktalanır. Son tekillik, WEYL = 0 şartıyla FRW modelinin yeniden çöküşünde öngörülen büyük ezilmeye hiçbir şekilde benzemez. Giderek daha fazla kümeleşme oluşurken, WEYL tensöründe büyüme görülür[12] ve genelde, herhangi bir son tekillik için WEYL → ∞ limitine gider. Bu genel tanımlama uyarınca, kapalı bir evrenin tüm geçmişini temsil eden bir uzay-zaman tasarımı Şekil 7.17'de yer almaktadır.

Geri çöken bir evrenin entropisinin mutlaka düşük olmasının gerekmediğini biliyoruz artık. Demek ki büyük patlamanın

entropisinin ‘az olmasının’, yani bize ikinci yasayı sunan durumun tek nedeni, büyük patlama anında evrenin ‘küçük olması’ değildi! Büyük ezilişin resmini zamanda geri çevirsek, fevkalade *yüksek* entropiye sahip bir 'büyük patlama’ elde etmemiz gerekir ve bu durumda ikinci yasa var olamaz! Herhangi bir nedenle evren çok özel (düşük entropili) bir durumda, FRW modellerinin zorunlu kıldığı WEYL = 0 gibi bir şartı sağlayarak yaratıldı. Böyle bir şart olmasaydı, gerek başlangıç ve gerekse sonuç tekilliklerinin WEYL → ∞ türü yüksek entropiye sahip olmaları ‘çok daha büyük olasılığa’ sahip olacaktı. (Şekil 7.17). Böyle ‘olası’ bir evrende gerçekten termodinamiğin ikinci yasasına yer yoktur!

Büyük Patlama Ne Kadar Özgündü?

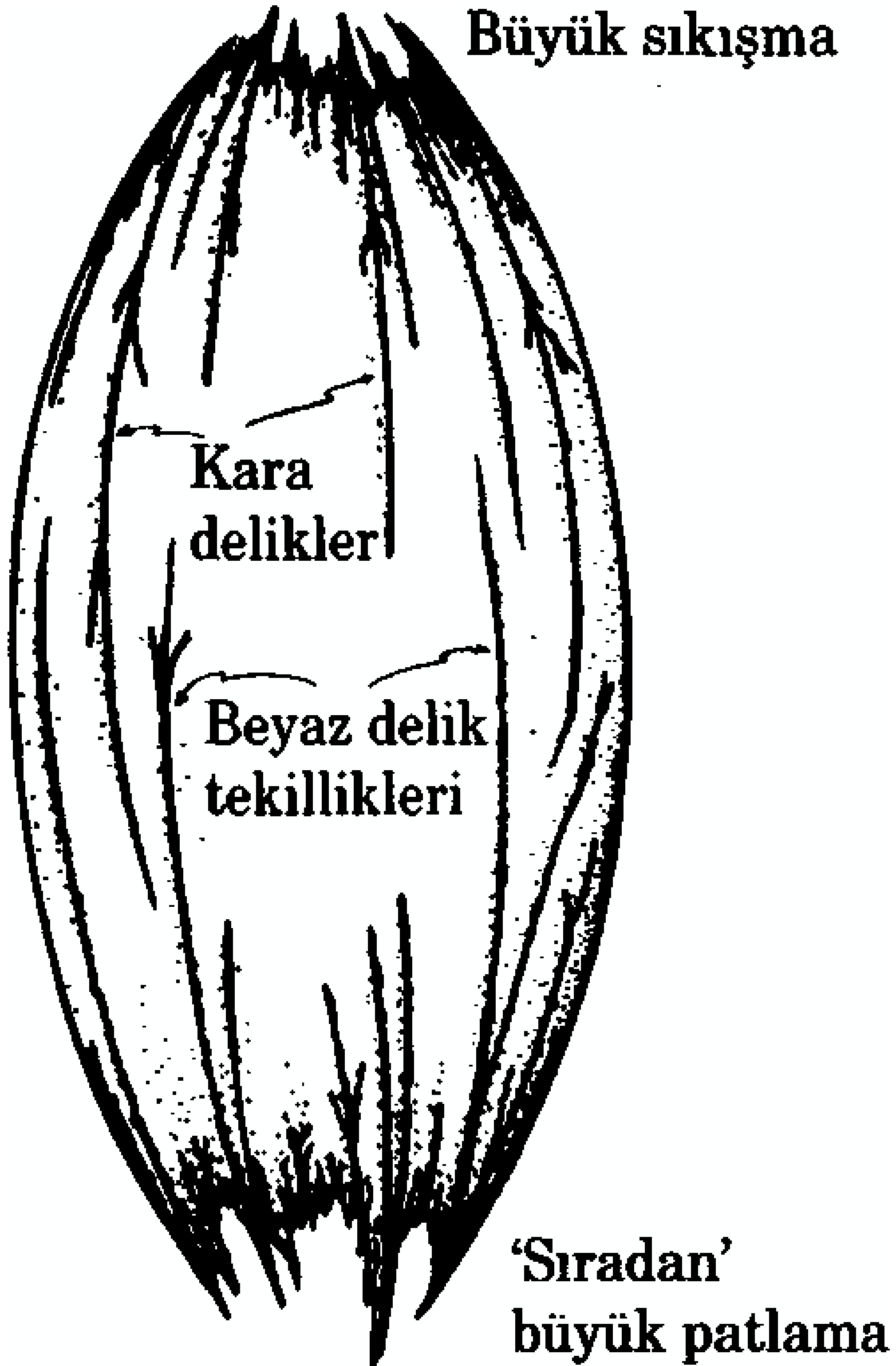
WEYL = 0 gibi bir koşulun, büyük patlamada ne ölçüde sınırlayıcı olduğunu anlamaya çalışalım. Basitleştirmek amacıyla (daha önceki tartışmamızda yaptığımız gibi), evrenin kapalı bir evren olduğunu varsayıyoruz. Kesin bazı rakamlarla açıklayabilmemiz için *baryonların* sayısını, yani protonların ve nötronların birlikte dikkate alındığı sayıyı,

$$B = 10^{80}$$

olarak alalım (Bu rakamı kullanmamızın özel bir nedeni yok ama, gözlemsel olarak *B en az* bu değer kadar yüksek olmalı. Bir zamanlar Eddington B’nin *kesin* değerini bulduğunu iddia etmişti ve bulduğu değer, yukarıda verdiğimiz değere yakındı! Çok kimse bu değerin hesaplanma yöntemine inanmıyor görünse de, 10^{80} rakamından vazgeçmeye niyetli de görünmüyor).



Şekil 7.17. Düzgün düşük entropi ve WEYL = 0 değerine sahip büyük patlamayla oluşan ve birçok kara deliğin oluşumunu açıklayan yüksek entropi ve WEYL → ∞ değerine sahip büyük sıkışmayla son bulan kapalı bir evrenin tüm geçmişi.



Şekil 7.18. Eğer WEYL = 0 şartı kaldırılırsa, WEYL → ∞ değerine sahip, yüksek entropili bir büyük patlama elde edebiliriz. Böyle bir evrende çok sayıda beyaz delik

bulunmalıdır ve gözlemle tam bir çelişki yaratacak şekilde, termodinamiğin ikinci yasası yoktur.

B değerini 10^{80}'den daha yüksek değerde (belki gerçekte olduğu gibi B = ∞) alsaydık, biraz sonra elde edeceğimiz olağanüstü rakamlardan *daha* çarpıcı rakamlara ulaşırdık!

Tüm evrenin faz uzayını (II. cilt, s. 36) gözünüzde canlandırmaya çalışın! Böyle bir uzaydaki her nokta, evrenin yaradılışının farklı bir olası yöntemini temsil eder. Yaradan'ı, elindeki 'iğneyi', faz uzayında bir noktaya yerleştirirken düşlüyoruz (Şekil 7.19). İğnenin her bir farklı konumu ayrı bir evreni oluşturacak. Şimdi, Yaradan'ın seçeceği nokta, evrenin yaratıldığı sıradaki entropisine bağlıdır. Yaradan'ın elindeki iğnenin saplanması olasılığı daha yüksek daha geniş bir alan sağladığı için, yüksek entropiye sahip bir evreni yaratmak nispeten daha 'kolaydır' (Entropinin, ilgili faz uzayı hacminin logaritmasıyla orantılı olduğunu anımsayın). Fakat, termodinamiğin ikinci yasasının egemen olması amacıyla düşük entropi durumunda bir evren yaratmak için Yaradan, faz uzayının çok daha küçük bir bölgesini hedeflemelidir. Yaşadığımız evrene çok benzeyen bir evren yaratmak için, bu bölge ne kadar küçük olmalıdır? Bu soruyu yanıtlamak için Jacob Bekenstein (1972) ve Stephen Hawking'in (1975), bir *kara deliğin* entropisini veren çok önemli formülüne değinmeliyiz.

Ufuk yüzeyi alanı A olan bir kara deliğin entropisini veren Bekenstein-Hawking formülü şöyledir:

$$S_{bh} = \frac{A}{4} \times \left(\frac{kc^3}{G\hbar} \right),$$

Bu formülde *k* Boltzman sabiti, c ışık hızı, *G* Newton'un evrensel çekim sabiti ve ħ ise Planck sabiti bölü 2π'dir. Formülün önemli kısmı A/4 çarpanıdır. Parantez içindeki kısım sadece, uygun fiziksel sabitlerden oluşur. Buna göre, bir kara deliğin entropisi, yüzey alanı

ile orantılıdır. Küresel simetrik bir kara delik için bu yüzey alanı, kara deliğin kütlesinin karesiyle orantılıdır:

$$A = m^2 \times 8\,\pi(G^2 / c^4).$$

Bu formülü, Bekenstein-Hawking formülü ile birleştirdiğimizde, bir kara deliğin entropisinin, kütlesinin karesiyle orantılı olduğunu buluruz:

$$S_{bh} = m^2 x 2\pi(kG/\hbar c).$$

Bu durumda, bir kara deliğin birim kütlesinin entropisi (S_{bh}/m), kütlesiyle orantılıdır; başka bir deyişle delik genişledikçe, entropisi artar. Verilen bir kütle değeri, veya Einstein'ın $E = mc^2$ bağıntısına uygun olarak enerji değeri için, madde tümüyle bir kara delik halinde yoğunlaşınca en yüksek entropiye ulaşılır! Ayrıca, iki kara delik, bir tek kara delik oluşturmak üzere birbirini yuttuğu zaman (aşırı miktarda) entropi kazanırlar. Galaksi merkezlerinde bulunması olası kara delikler gibi büyük delikler, herhangi bir başka fiziksel durumda rastlanamayacak düzeyde yüksek entropi sağlarlar.

Kütle tümüyle bir kara deliğe dönüştüğü zaman en yüksek entropiye ulaşılır bildirimine, gerçekte, küçük bir niteleme eklemek gerekir. Hawking'in, kara deliklerin termodinamiğini incelemesine göre bir kara delikle ilgili olarak sıfır olmayan bir *sıcaklık* söz konusudur. Bunun bir sonucu olarak en üst düzeyde entropi durumunda, en yüksek entropi değerine 'ısıl ışıma çevresiyle', ısıl dengedeki bir kara delik tarafından ulaşılacağı dikkate alınırsa, kütle-enerjinin tümü kara delikte var olamaz.

Çok büyük olmayan bir kara delik için ışıma sıcaklığı gerçekten önemsiz bir değerdir. Örneğin, Güneş kütlesinde bir kara delik için, bu ışımanın sıcaklığı 10^{-7} K dolayındadır. Bu değer, bugüne değin herhangi bir laboratuvarda ölçülmüş olan en düşük sıcaklıktan bile düşüktür. Ayrıca, galaksiler arası uzayın 2,7 K değerindeki sıcaklığından da önemli ölçüde azdır. Daha büyük kara delikler için, Hawking sıcaklığı daha da düşüktür!

Hawking sıcaklığı, tartışmamızda iki durumda önem kazanır: (i) *mini kara delikler* olarak adlandırılan çok daha küçük kara delikler evrenimizde var iseler veya (ii) evren, *Hawking buharlaşma*

süresinden önce, yani kara deliğin tümüyle buharlaşıp yok olması için öngörülen süreden önce tekrar parçalanmazsa. (Birinci) durumda mini kara delikler, bir kaotik büyük patlama sırasında oluşabilirler. Mini kara deliklerin evrenimizde çok sayıda var olmaları olasılığı azdır. Aksi halde, etkileri bugüne kadar çoktan gözlemlenmiş olurdu. Üstelik, burada açıklamaya çalıştığım görüşe göre, var olmamaları gerekir. (İkinci) durumda ise, Güneş kütlesine sahip bir kara delik söz konusu olduğunda, Hawking'in buharlaşma süresi, evrenin bugünkü yaşının yaklaşık 10^{54} katıdır ve daha büyük kara delikler için bu süre daha da uzun olacaktır. Bu etkenlerin, yukarıdaki açıklamalarımızda önemli değişiklikler yaratması beklenemez.

Kara delik entropisinin hangi boyutlara ulaşabileceği hakkında bir fikir edinmek için, 2,7 K değerinde siyah cisim fon ışıması, yani evrenin entropisine en büyük katkıyı sağlayan kaynağı ele alalım. Astrofizikçiler, söz konusu ışımanın içerdiği fevkalade yüksek entropiden son derece etkilenmişlerdi; başka hiçbir yerde (örneğin, Güneş'te) rastlanması olasılığı bulunmayan normal entropi rakamlarının çok çok üzerinde bir değerle karşılaşılması şaşkınlık yaratmıştı. Fon ışımasının entropisi her baryon için 10^{8} kadardır (Boltzmann sabitinin bire eşit alındığı 'doğal birimler' kullanıyorum). (Aslında, bunun anlamı, her baryon için fon ışımasında 10^{8} foton bulunduğudur). Buna göre, toplam 10^{80} baryon için, evrende fon ışıması toplam entropisi 10^{88} değerindedir.

Gerçekte, kara delikler söz konusu olmasaydı, bu değer evrenin *toplam* entropisini gösterirdi. Çünkü fon ışımasındaki entropi, öteki standartların hepsindeki entropiye egemendir. Örneğin, Güneş'te her baryon için entropi hesaplanan birim düzeyindeyken, *kara delik* standartlarına göre fon ışıması entropisi son derece önemsizdir. Çünkü Bekenstein-Hawking formülü uyarınca, Güneş kütlesine sahip bir kara delikte her bir baryon için entropi, doğal birimlerle ifade edildiğinde, 10^{20} kadardır; buna göre, evren tümüyle kara deliklerden oluşmuş olsaydı toplam entropi değeri şöyle olurdu:

$$10^{100}$$

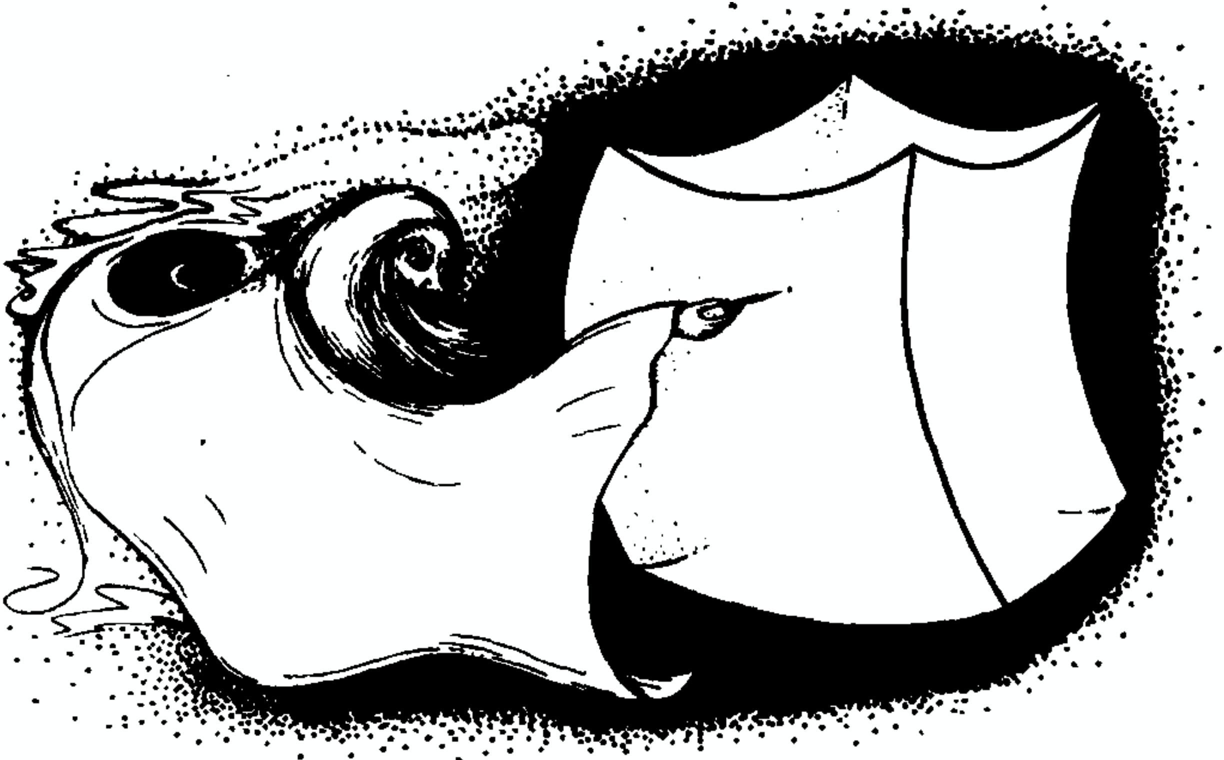
Kuşkusuz evren tümüyle kara deliklerden oluşmamıştır. Ama bu değer bize, evrensel kütleçekimin acımasız etkileri dikkate alınmaya

başlandığında fon ışıması entropisinin ne kadar ‘küçük’ kalacağını bildirmektedir.

Biraz daha gerçekçi olmaya çalışalım. Galaksilerimizi kara deliklerle dolduracağımıza, her birisini, merkezde bir milyon (yani, 10^6) Güneş kütlesinde kara deliğe sahip 10^{11} yıldızdan oluşuyor varsayalım (Böyle bir varsayım Samanyolu galaksimiz için uygun olabilir). Hesaplara göre bu durumda her bir baryon için entropi 10^{21}, buna göre toplam entropi 10^{101} olacaktır. Uzun bir süre sonra, galaksilerin kütlelerinin önemli bir bölümünün, merkezlerindeki kara deliklere dönüşmesini bekleyebiliriz. Bu gerçekleştiği zaman, her bir baryon için entropi 10^{11}, toplam entropi 10^{111} gibi aşırı yüksek bir değer olacaktır. Ancak, kapalı bir evrenden, sonunda kendi üzerine çökecek bir evrenden bahsediyoruz. Öyleyse, sanki evren tümüyle bir kara delikten oluşmuş gibi Bekenstein-Hawking formülünü kullanarak son ezilme aşamasındaki entropiyi hesaplamamız hiç de mantıksız sayılmaz. Böyle bir hesapla, her bir baryon için entropi 10^{43} olarak bulunurken, bu son aşamadaki toplam entropi 10^{123} gibi şaşırtıcı ölçüde yüksek bir değer çıkacaktır.

Bu rakam, en büyük (evrenin yerini işaretlemek için noktanın kolayca isabet ettirebileceği) bölgenin hacminin logaritmasını temsil ettiği için, Yaradan’ın kullanabileceği toplam *V* faz uzayı hacmini hesaplamamızı sağlayacaktır. 10^{123}, hacmin *logaritması* olduğuna göre, hacim 10^{123} değerinin *üssü* olmalıdır, yani doğal birimlerde ifade edildiğinde olmalıdır!

$$V = 10^{10^{123}}$$



Şekil 7.19. İçinde yaşadığımız evrene benzer bir evren yaratmak için Yaradan, olası evrenlerin faz uzayının komik derecede minik bir hacmini, yaklaşık $1/10^{10^{125}}$, seçecektir (İğne ve nokta, ölçeğe uygun çizilmemiştir).

(Dikkatli okurlarım bu rakamı $e^{10^{123}}$ olarak ifade etmemin daha doğru olacağını düşünebilirler ama bu değerdeki rakamlarda *e ve 10* birbirinin yerine kullanılabilir!) Termodinamiğin ikinci yasasına uygun olarak ve bugün gözlemlenen evreni yaratmak için Yaradan'ın elindeki ilk faz uzayı hacmi W ne kadar büyüktü?

Sırasıyla, galaksilerde bulunan kara delikler veya fon ışıması tarafından verilen

$$W = 10^{10^{101}} \text{ veya } W = 10^{10^{88}}$$

değerlerini veya büyük patlamada *gerçek* rakam olabilecek daha küçük bir değeri (gerçekte bu daha uygun olurdu) dikkate almamız fark etmez. Her iki durumda da W'in V'e oranı, yaklaşık

$$V/W=10^{10^{123}}$$

olurdu (Deneyiniz: $10^{10^{123}} + 10^{10^{101}} = 10^{(10^{123} - 10^{101})} = 10^{10^{123}}$ çok yakın olacak).

Yaradan'ın ne kadar isabetle hedefini belirlediği görülüyor; yani, doğruluk oranı şöyledir:

$10^{10^{123}}$de bir.

Bu olağanüstü bir rakamdır. Normal ondalık bildirimde yazmağa kalkışsak, tümünü yazmamız olanaksızlaşabilir: '1'i izleyen 10^{123} adet '0' koymalıydık! Tüm evrendeki her bir bağımsız proton ve her bir bağımsız nötronu '0' olarak yazsaydık ve iyi bir ölçümleme için öteki tanecikleri de bildirimimize katmamız gerekirdi, gerçekten böyle bir bildirimi yazmayı başaramazdık. Evrenin yaratılışı için gerekli bu duyarlılık, cisimlerin anlık davranışlarını bildiren üstün dinamik denklemlerin (Newton'un, Maxwell'in, Einstein'ın denklemlerinin) olağanüstü doğruluğundan hiç de aşağı kalmaz görünüyor.

Fakat, büyük ezilişin (veya kara deliklerdeki tekilliklerin) tamamen kaotik olması beklenirken, büyük patlama *neden* böylesine kesin düzenlenmiştir? Öyle görünüyor ki, bu sorunun yanıtı, uzay-zaman tekilliklerinde uzay-zaman eğriliğinin WEYL kısmının davranışıyla verilebilir.

Başlangıç uzay-zaman tekillikleri için geçerli olan, fakat son tekillikler için geçerli olmayan bir bağ şartı WEYL = 0 (veya buna çok benzer bir şey) ile karşılaşıyoruz ve işte bu bağ şartı Yaradan'ın seçimini faz uzayının çok küçük bir bölgesiyle sınırlıyor. Böylesi bağ şartlarının sadece başlangıç uzay-zaman tekillikleri için (son değil) geçerli olmasını *Weyl Eğrilik Varsayımı* diye adlandırdım. Bu durumda, sanırım, böyle bir zamanda simetrik olmayan varsayımın, ikinci yasanın kaynağına inmek için neden uygulanması gerektiğini anlamak zorunda kalacağız.[13]

İkinci yasanın kaynağı hakkında daha fazla bilgiyi nasıl edinebiliriz? Bir çıkmaza girdik gibi görünüyor. *Uzay-zaman tekilliklerinin* görünüşte sahip oldukları yapıya neden sahip olduklarını anlamalıyız; fakat, uzay-zaman tekillikleri fizik bilgimizin ulaşamadığı bölgelerdir. Uzay-zaman tekilliklerinin varlığının yol açtığı çıkmaz, bazen başka bir çıkmazla kıyaslanır: Yüzyılın başında fizikçilerin, atomların davranışlarıyla ilgili olarak karşılaştıkları çıkmaz

(II. cilt, s. 98). Her iki çıkmaz için de, iyi tanımlanmış klasik kuram ‘sonsuzluk’ yanıtını vermiş ve yetersiz kaldığını göstermiştir. Atomların elektromagnetik çöküşündeki tekillikten *kuantum* kuramıyla kaçınılmıştı ve yine kuantum kuramı, yıldızların evrensel kütleçekim etkisiyle çökerken gidecekleri klasik ‘sonsuz’ uzay-zaman tekilliklerine ulaşması yerine sonlu bir kurama ulaşmalarında etkin olmalıdır. Fakat bu basit bir kuantum kuramı olamaz. Tam olarak uzayın ve zamanın kendi yapısına ait bir kuantum kuramı olmalıdır. Böyle bir kuram var olsaydı *‘kuantum kütleçekimi’* diye adlandırılması gerekirdi. Kuantum kütleçekimi kuramının yokluğu, fizikçilerin yeterli çaba göstermemelerinden veya yeterli bilgiye ve beceriye sahip olmamalarından kaynaklanmamaktadır. Birçok birinci sınıf bilim dehası kendilerini böyle bir kuramı inşa etmeye adamış ama başarılı olamamıştır. Bu zamanın akışını ve akış yönünü anlamaya çalışırken en sonunda ulaştığımız çıkmazdır.

Okur, bu aşamaya kadar olan yolculuğumuzun bize ne yaran olduğunu soruyor olabilir. Zamanın, neden öteki yönde değil de sadece bir yönde akıyor göründüğü sorusuna yanıt ararken, zamanın bir ucuna yolculuğumuzu sürdürdük ve bu yolculuğun sonunda ulaştığımız noktada uzayla ilgili tüm bilgimiz eriyip gitti. Yolculuğumuzdan neler öğrendik? Kuramlarımızın, yanıtlar için henüz yeterli olmadığını öğrendik. Ama bunun usumuzu anlamak çabalarımıza ne gibi bir yaran var? Yeterli kuramların var olmamasına karşın, yolculuğumuzdan alacağımız önemli dersler olduğuna inanıyorum. Şimdi artık eve dönme zamanı geldi. Dönüş yolculuğumuz, gidiş yolculuğumuza kıyasla daha ussal işlemleri gerektirecek ama kanımca başka uygun dönüş yolu da yok!

VIII. Bölüm
Kuantum Kütleçekimini Arayış

Son bölümdeki açıklamalardan, beynimiz veya usumuzla ilgili yeni öğrendiğimiz neler var? Algıladığımız 'zaman akışının' yönünü belirleyen geniş kapsamlı fizik ilkelerinin bazılarına şöyle bir göz gezdirmiş olmakla birlikte, zamanın aktığını neden algıladığımız ya da aslında neden algılamamız gerektiği sorusunu derinliğine irdeleyemedik. Kanımca çok daha köklü görüşler gerekiyor. Bazen alışılagelmişin dışında, farklı yaklaşımlar getirdim. Ama şu ana kadar açıklamalarımda özellikle radikal olduğum söylenemez. Termodinamiğin ikinci yasasıyla tanıştık. Doğa'nın kendi seçtiği yoldan bize sunduğu bu yasanın kaynağının, evrenin büyük patlamayla oluşumunda dev boyutlarda bir geometrik koşula, *Weyl eğrilik varsayımına,* kadar izlenebileceğine okuyucuyu ikna etmeye çalıştım. Bazı evrenbilimciler başlangıç aşamasında geçerli bu koşulu farklı nitelendirmeyi yeğleyebilirler. Ama başlangıç tekilliğinin böyle bir koşulu sağlaması gerçekten gereklidir. Söz konusu varsayımdan hareketle yapacağım *çıkarımlar,* varsayımın kendisinden de daha az alışılmış bir işlem olacaktır. Kuantum kuramı çerçevesinde bir değişikliğe gereksinimimiz olacağını iddia ediyorum!

Bu değişiklik, *kuantum kütleçekiminin* arayışı içinde kuantum mekaniği, genel görelilikle uygun şekilde birleştirildiği zaman rolünü oynayacaktır. Fizikçilerin çoğu, genel görelilikle birleştiğinde kuantum kuramının değiştirilmesine gerek olmadığına inanırlar. Üstelik, beynimiz gibi bir yapının ölçeğinde herhangi bir kuantum kütleçekiminin fiziksel etkilerinin tamamen önemsiz kalacağını savunurlar! *Planck mesafesi*[!] olarak tanınan ve en minik atomaltı tanecikten 100 000 000 000 000 000 000 kez daha küçük, yani 10^{-35} m kadar gülünç denebilecek ölçüde kısa bir mesafe için fiziksel etkilerin gerçekten önemsenebileceğini, ama beyinsel etkinlikler için önemli kimyasal veya elektrik etkenlerin egemen olduğu, diyelim

sadece 10^{-12} m'e kadar çok çok daha büyük 'normal' ölçeklerdeki olgular için fiziksel etkilerin doğrudan hiçbir ilgisi olamayacağını (haklı olarak) ileri süreceklerdir. Gerçekten, *klasik* (yani kuantumlu olmayan) kütleçekiminin, elektriksel ve kimyasal eylemlerde hemen hemen hiç etkisi yoktur. Klasik kütleçekimi etkisiz ise, klasik kuramda yapılacak herhangi bir ufak 'kuantum düzeltmesi' sonucu nasıl değiştirebilirdi acaba? Ayrıca, kuantum kuramından *sapmalar* asla gözlemlenmediğine göre, standart kuantum kuramından küçük bir olası sapmanın, ussal olgularda dikkate değer herhangi bir rol oynayacağını düşünmek *çok daha* mantıksız görünüyor!

Ben, konuya tamamen farklı yaklaşacağım. Kuantum mekaniğinin, uzay-zamanın yapısı ile ilgili kuramımıza (Einstein'ın genel görelilik kuramı) etkileri ile fazlaca ilgilenmiyorum. Bunun tam *aksi* etkilerle, yani Einstein'ın uzay-zaman kuramının, kuantum mekanik üzerindeki olası etkileriyle ilgileniyorum. İleriye süreceğim görüşün alışılagelmiş eğilimlerden tamamen farklı olduğunu, *konvansiyonel bir görüş olmadığını* vurgulamalıyım. Genel göreliliğin, kuantum mekaniğinin yapısı üzerinde herhangi bir etkiye sahip olması alışıldık bir görüş değildir. Sıradan fizikçiler, kuantum mekaniğinin standart yapısının herhangi bir şekilde değiştirilebileceğine inanmakta daima isteksiz olagelmişlerdir. Kuantum kuramının kurallarının Einstein'ın kuramına doğrudan uygulanmasında görünüşte altından kalkılamayacak zorluklarla karşılaşıldığı doğrudur ama, uygulayıcılar bu zorlukları, kuantum kuramını[1] değil, *Einstein'ın* kuramını değiştirmek için bir sebep olarak kullanmışlar, uygulamada karşılaşılan sorunlara bu gerekçeyle tepki göstermişlerdir. Benim görüşüm neredeyse bunun tam aksi. Kuantum kuramının kendi problemlerinin asal nitelikte olduğuna inanıyorum. Kuantum mekaniğinin iki ana yöntemi olan *U* ve *R* arasındaki uyuşmazlığı anımsayın (*U üniter* evrim olarak adlandırılan, tümüyle belirleyici Schrödinger *denklemini* izlerken, *R* ne zaman bir 'gözlem' yapıldığı varsayılsa, olasılıkçı *durum vektörü indirgemesinin* uygulanmasını öngören bir yöntemdir). Kanımca, bu uyuşmazlık, kuantum mekaniğinin uygun bir 'yorumunun' benimsenmesiyle (yaygın görüşün bu yönde olmasına karşın) değil, fakat *U* ve *R* yöntemlerinin, daha geniş kapsamlı ve kesin *bir tek* yöntemin farklı (ve mükemmel) yaklaşıklıkları sayılacağı radikal yeni bir yöntemle giderilebilir. Bu nedenle, fevkalade doğru kuantum

mekanik kuramının dahi değiştirilmesi gerekiyorsa, böyle bir değişikliğin doğası ile ilgili güçlü fikirlerin, Einstein'ın genel görelilik kuramından gelmesi gerektiği görüşündeyim. Hatta biraz daha ileri giderek diyorum ki, arayışı içerisinde olduğumuz *kuantum kütleçekimi* kuramı, asal öğelerinden birisi olarak, bu *U/R* sentezini içermelidir.

Öte yandan, *alışılmış* görüşte, kuantum kütleçekiminin doğrudan bildirimleri çok daha belirsiz bir nitelik taşıyacaktır. Planck mesafesi gibi gülünç derecede minik bir ölçekte uzay-zaman yapısında asal bir değişiklik yapılmasının umut edildiğini söylemiştim. Kuantum kütleçekimi etkisinin, günümüzde gözlemlenen 'basit parçacık ailelerinin' özelliklerinin belirlenmesi için asal olarak dikkate alınması gerektiğine inananlar da (bence haklılar) vardır. Bugün, örneğin, 'kütle' kavramının evrensel çekim kavramıyla çok yakın ilişkisi bilinmesine karşın, parçacıkların kütlelerinin bilinen özelliklerini neden taşıdıklarını açıklayan iyi bir kuram yoktur (Gerçekten, kütle, kütleçekiminin yegâne 'kaynağı' olarak davranır). Doğru kuantum kütleçekimi kuramının (1955'lerde, İsveçli fizikçi Oskar Klein tarafından ileri sürülen bir görüşe göre), alışılmış kuantumlu alanlar kuramında sorun yaratan sonsuzlukların giderilmesine katkıda bulunacağı ümidi de vardır (II. cilt, s. 173). Fizik bir bütündür ve sonunda açıklığa kavuşturulduğunda kuantum kütleçekimi kuramı, Doğa'nın evrensel yasaları ile ilgili ayrıntılı bilgi edinmemizde kuşkusuz en büyük katkıyı sağlayacaktır.

Ancak, bugün için doğanın evrensel yasalarını anlamaktan çok uzağız. Üstelik, varsayımlara dayalı bir kuantum kütleçekimi kuramı, beynin davranışını kontrol eden olgulardan kuşkusuz çok uzak olacaktır. Beynin işlevlerini açıklamaktan özellikle uzak olacağı konu, geçen bölümde sürüklendiğimiz çıkmazı çözümlemek için gerekli kuantum kütleçekiminin (genellikle kabul edilen) rolü ile ilgili olacaktır. Anımsayacağınız gibi karşılaşılan çıkmaz, *büyük patlamada* ve *kara deliklerde* ortaya çıkan *uzay-zaman tekillikleri,* yani Einstein'ın klasik kuramının tekillikleri ve ayrıca, evrenimiz sonunda kendi üstüne çökmeye karar verdiği takdirde, *büyük sıkışmada* ortaya çıkacak tekilliklerdir. Evet, kuantum kütleçekimi kuramının bu rolü üstlenmesi bir hayli uzak bir olasılık gibi

gözükebilir. Oysa ben, küçük ama önemli bir mantıksal bağın var olduğunu savunuyorum. Bu bağlantıyı anlamaya çalışalım şimdi.

Weyl Eğrilik Varsayımının Gerisinde Ne Yatıyor?

Daha önce söylediğim gibi, klasik genel görelilik kuramının yardımına gelerek uzay-zaman tekillikleri bilmecesini kuantum kütleçekiminin çözümleyeceğini alışılmış görüş bile kabul etmektedir. Klasik kuramın verdiği anlamsız 'sonsuzluk' yanıtı yerine, kuantum kütleçekimi kuramı bize tutarlı bir fizik sağlayacaktır. Kuşkusuz bu görüşe katılıyorum: Kuantum kütleçekiminin damgasını vuracağı gerçekten açık bir alan budur. Ancak, kuramcılar, kuantum kuramının vuracağı damganın açıkça görülür bir şekilde zamanda simetrik olmayacağını pek onaylamıyorlar! Büyük patlamada, yani *geçmişteki tekillikte,* kuantum kütleçekimi,

$$\text{WEYL} = 0$$

gibi bir koşulun, uzay-zaman geometrisinin klasik kavramlarına ait terimlerle konuşmanın anlam kazandığı anda, geçerli olması gerektiğini bildirmelidir. Öte yandan, kara deliklerin içinde ve (olası) büyük sıkışmada, yani *-gelecekteki tekilliklerde*-böyle bir koşula gerek yoktur ve Weyl tensörünün, tekilliğe yaklaşılırken sonsuza gitmesi beklenir:

$$\text{WEYL} \rightarrow \infty$$

Aradığımız kuramın, zamanda simetrik olmaması gerektiğine dair bunun açık bir işaret olduğu kanısındayım:

Aradığımız kuantum kütleçekimi zamanda simetrik olmayan bir kuramdır.

Bu sonuç, benim sunuş tarzıma bakarak açık seçik bir gereklilik gibi görünse de, kabul edilen bir uslamlama *olmadığı* hakkında okuyucuyu uyarmalıyım. Uygulamacılar bu görüşü benimsemiyorlar. Bunun nedeni, kuantumlama yöntemlerinin uygulandığı klasik kuramın (standart genel görelilik veya bu kuramın herkesçe bilinen genelleştirilmiş şekillerinden birisinin) kendisi zamanda simetrik[2] ise

alışılmış ve iyi bilinen kuantumlama yöntemlerinin (gidebildikleri yere kadar) zamanda simetrik olmayan kuantumlanmış bir kuramı üretebildikleri kesin bir yöntemin görünüşte bulunmayışıdır. Aynı şekilde, (bu gibi konuları dikkate aldıkları zaman, ki bu pek sık olmaz!), böylesi kütleçekim kuantumlayıcıları, büyük patlamada oluşan entropinin düşük düzeyde olmasının 'açıklanması' için başka yerlere bakmak durumunda kalacaklardır.

Belki birçok fizikçi, başlangıçtaki Weyl eğriliğinin sıfıra eşitliği gibi bir varsayımın, 'bir bağ koşulu' olup dinamik yasa olmadığı gerekçesiyle, açıklaması fiziğin alanına giren bir varsayım olmadığını ileri sürecektir. Uygulamacılar, aslında, bunun 'Tanrı'nın işi' olduğunu, neden şu sınır koşulunun değil de, bu sınır koşulunun verildiğini anlamaya kalkışmanın bizim haddimiz olmadığını savunuyorlar. Ancak, daha önce gördüğümüz gibi, bu varsayımın 'Yaradan'ın iğnesinin ucuna' getirdiği sınır, Newton, Maxwell, Einstein, Schrödinger, Dirac ve diğerlerinin denklemleriyle ulaştığımız dinamik yasaların oluşturduğu dikkate değer ve özenli düzenlenmiş koreografiden ne daha az olağanüstü ne de daha az kesindir. Termodinamiğin ikinci yasası, belirsiz ve istatistiksel niteliğe sahip görünse bile, son derece kesin bir geometrik koşuldan kaynaklanır. Dinamik denklemleri anlamak için bilimsel yaklaşımın böylesine değerli olduğu kanıtlanmışken, büyük patlama gibi bir 'sınır koşulunda' etkin sınırlamalar hakkında bilimsel yönden bilgi edinilmesi için büyük uğraş verilmemesi bana anlamsız geliyor. Benim düşünce tarzıma göre, İkincisi de ilki kadar bilimin bir parçasıdır; bugüne değin bilimin yeterince anlayamadığımız bir parçası da olsa bu böyledir.

Bilimin tarihi, fiziğin *dinamik denklemlerini* (Newton yasaları, Maxwell denklemleri, vb.), *sınır koşulları* adı verilen ve bu gibi denklemlerin fizik yönünden uygun çözüm veya çözümlerinin, uygun olmayanlardan ayırt edilmesini sağlayan bu görüşün ne kadar değerli olduğunu bize göstermiştir. Geçmişte basit biçimlere ulaşanlar, dinamik denklemleri olmuştur. Parçacıkların eylemleri, basit yasalara uyarlar ama aynı parçacıkların, evrende gördüğümüz *gerçek düzenlenimleri* genellikle basitlikten uzaktır. Bazen, Kepler'in gezegenlerin eliptik yörüngelerde hareketi gösterdiği gibi, bu düzenlenimler ilk bakışta basit görünebilirse de bu basit düzenin,

dinamik yasalarının bir *sonucu* olduğu sonradan anlaşılır. Daha derinlemesine bilgi edinmek, daima dinamik yasaları sayesinde mümkün olmuştur. Basit düzenlemeler, Newton'un dinamik denklemince açıklanan ve gözlemlenen tedirgenmiş (yani tam olarak eliptik olmayan) gezegen hareketleri gibi çok daha karmaşık hareketlerin sadece yaklaşıklaştırmaları da olabilir. Sınır koşulları, ele alınan bir sistemin 'başlatılmasını' sağlarken, dinamik denklemler bu aşamadan sonrasını üstlenir. Fizik biliminin gerçekleştirdiği en önemli olgulardan birisi, dinamik davranışı, evrenin gerçek içeriğinin düzenlenmesinden ayırt etmemize olanak sağlamasıdır.

Dinamik denklemlerle sınır koşullarının bu şekilde ikiye ayırımının geçmişte son derece önemli olduğunu söylemiştim. Böyle bir ayırımı yapabilmek dahi, fizikte hemen daima karşılaşılan *özel* tip denklemlerin (diferansiyel denklemlerin) bir özelliğidir. Ancak bu ayırımın kalıcı olduğu kanısında değilim. Eninde sonunda, sadece harika yaklaşık sonuçlar veren ve ÜSTÜN olarak nitelediğimiz kuramların yerine, evrenimizin davranışına *gerçekten* hükmeden yasaları veya ilkeleri kavrayabildiğimizde, dinamik denklemler ile sınır koşulları arasındaki ayırımın kendiliğinden kaybolup gideceği görüşündeyim. Bunun yerini, harikulade tutarlı ve kapsamlı bir yapı alacaktır. Kuşkusuz bu benim kişisel görüşümdür. Birçokları bu görüşe katılmayabilir, ama kuantum kütleçekiminin bilinmeyen kuramının ipuçlarını ararken usumda belli belirsiz tasarladığım görüş böyledir (Bu görüşüm, kitabın son bölümünde yer alan daha birçok tasarımsal düşünceyi de etkileyecektir).

Bilinmeyen bir kuramın ipuçlarını nasıl bulabiliriz? Bu iş, göründüğü kadar umutsuz olmayabilir. Tutarlılık, kilit kavramdır! Önce, okuyucunun CQG ('doğru kuantum kütleçekimi'!) olarak adlandırdığım olası kuramımızın, Weyl eğrilik varsayımına (WCH) bir açıklama getireceğini kabul etmesini istiyorum. *Başlangıç* tekillikleri, bu tekilliklerin yakın geleceğinde WEYL = 0 olacak şekilde sınırlanmalıdır. Bu sınırlama, sonuçta, CQG yasalarına etkili olacağı için sadece, 'büyük patlama' olarak adlandırdığımız belirli bir tekillik için değil *herhangi bir* 'başlangıç tekilliğine' uygulanabilmelidir. Evrenimizde büyük patlamadan başka bir başlangıç tekilliğine gereksinim olduğunu söylemiyorum. Ama olsaydı, böyle bir tekilliğin WCH ile sınırlanması gerekirdi diyorum. Bir başlangıç tekilliği, ilke

olarak, parçacıkların kaynağını oluşturacaktır. Böyle bir tekillik, kara delik tekilliklerinin, yani cisimlerin içine düştüğü *son* tekilliklerin tam aksi bir tekillik olacaktır.

Büyük patlama tekilliğinden başka olası bir tekillik, 7. Bölümden anımsayacağımız gibi, bir kara deliğin zamanda tersinmişi olan *beyaz delikteki* tekillik olabilir (bkz. Şekil 7.14). Fakat, daha önce gördüğümüz gibi, kara deliklerin içindeki tekillikler WEYL $\rightarrow \infty$ koşuluna uyarlar ve bu nedenle beyaz delik için WEYL $\rightarrow \infty$ olmalıdır. Fakat, buradaki tekillik bir *başlangıç* tekilliğidir ve bu tekillik için WCH'ın öngördüğü koşul WEYL = 0'dır. Böylece, WCH, evrenimizde beyaz deliklerin varlığını *reddeder*! (İyi ki böyle yapar, çünkü beyaz delikler, termodinamiğin ikinci yasasına asla boyun eğmedikleri için var olmaları, termodinamik yönünden arzu edilmez; ayrıca, varlıkları gözlemlerle saptanmamıştır! Bazı astrofizikçiler, zaman zaman, birtakım gözlemlerini açıklamak çabası içerisinde beyaz deliklerin var olabileceklerini ileri sürmüşlerdir. Ama bu, daima, çözüm getirmek yerine daha fazla sorunların yaratılmasına neden olmuştur.) Dikkat ederseniz, büyük patlamanın kendisine 'beyaz delik' demiyorum. Beyaz delik, WEYL = 0 sınırına uymayan *yerelleştirilmiş* başlangıç tekilliğine sahip olacaktır. Aksine, geniş kapsamlı büyük patlama WEYL = 0 koşulunu sağlar ve ancak böyle sınırlanması halinde var olmasına *WCH* tarafından izin verilebilir.

'Başlangıç tekilliğine' olası bir başka örnek daha vardır: Hawking buharlaşmasından (diyelim) 10^{64} yıl sonra ortadan kaybolan bir kara deliğin patlama anı (bkz. s. 49 ve 74)! Özellikleri hakkında pek çok fikir ileri sürülmüş olan (çok mantıklı şekilde savunulan) böyle bir varsayımsal olgu sanırım, WCH ile bu konuda çelişkiye düşmeyecektir. Böyle bir (yerelleştirilmiş) patlama, etkin ölçüde eşanlı ve simetrik olabilir ve bunda WEYL = 0 varsayımıyla halen bir çelişki göremiyorum. Ne olursa olsun, mini kara deliklerin halen var olmadıkları (s. 49) varsayımından hareketle, böyle bir patlamanın ilki, büyük olasılıkla, evrenin var olduğu T süresinden 10^{54} kat fazla süre geçtikten sonra meydana gelecektir diyebiliriz. 10^{54} x T süresinin ne kadar uzun olduğunu tahmin etmek için, T'in ölçülebilen en kısa zamana, herhangi bir kararsız elementin en kısa bozunma süresine,

kısaltıldığını düşünürsek, evrenimizin bugünkü gerçek yaşı, bu ölçekte, trilyonu aşan bir katsayıyla 10^{54} x T süresinden az olacaktır.

Bazıları konuya benim yaklaşımımdan daha farklı yaklaşabilirler. CQG'un zamanda simetrik olmasının zorunlu olmadığını, fakat aslında, birisi WEYL = 0 koşulunu öngören ve öteki WEYL → ∞ koşuluna da izin veren *iki* tür tekillik yapısına sahip olabileceğini savunabilirler.[3] Birinci tür tekillik evrenimizde vardır ve zamanın yönü algımız (ikinci yasa uyarınca) bu tekilliği, 'gelecek' olarak adlandırdığımız zamana değil 'geçmiş' dediğimiz zamanın kapsamına yerleştirir. Ancak, bu görüş bana bu haliyle yeterli görünmüyor. WEYL → ∞ türüne ait *başka* başlangıç tekilliklerinin neden bulunmadığını (ya da bir başka WEYL = 0 tipi örneğinin var olmadığını) açıklamıyor. Neden evrende beyaz delikler yok? Birçok *kara deliğin* var olduğu öne sürüldüğüne göre, niçin hiç beyaz delik bulunmadığının açıklanması gerekir.[II]

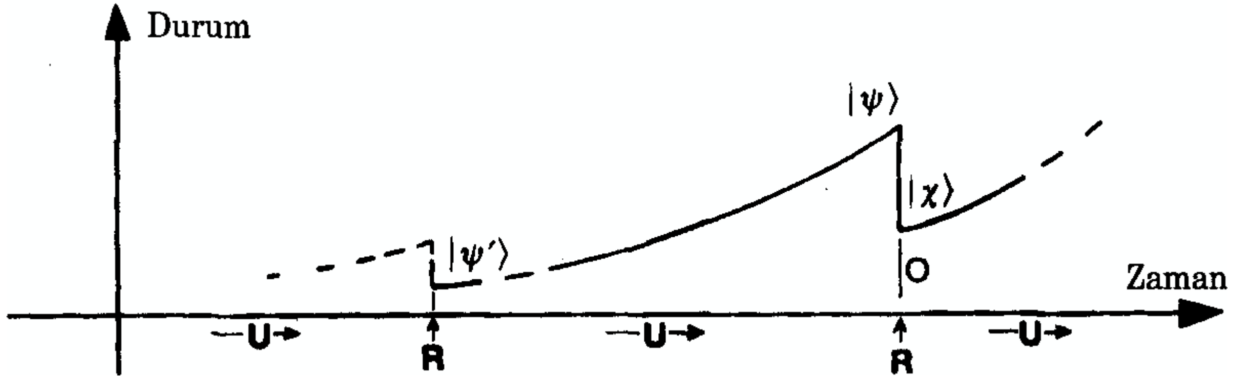
Bazen, bu bağlamda, *insansıl ilke* (bkz. Barrow ve Tipler 1986) olarak adlandırılan bir sav söz konusu edilir. Buna göre, içinde yaşadığımızı gözlemlediğimiz evren, *olası* tüm evrenlerin içinden, *bizim* (yani, en azından hisseden yaratıkların) onu gözlemleyebilmemiz için var olmamız gerektiğinden seçilmiştir (Bu ilkeyi 10. bölümde tartışacağım). Bu sav kullanılarak, yalnız çok özel bir büyük patlamayla oluşan evrende düşünebilen yaratıkların yaşayabileceği iddia edilir ve dolayısıyla, WCH gibi bir şey bu ilkenin sonucu olabilir. Ancak, bu sav, büyük patlamanın 'özel olması' için öngörülen $10^{10^{23}}$ değerine yakınlaşamaz. (bkz. 7. bölüm, s. 51) Çok genel bir hesaplamayla tüm sakinleri ile birlikte tüm Güneş sistemi, sadece $10^{10^{60}}$'da birden çok daha az bir 'olasılıksızlıkla' (uzay-zaman hacmine göre ölçümlendiği gibi) yaratılmış olmak yerine, çok daha 'ucuz olarak' taneciklerin sadece rasgele çarpışmasından yaratılmış olabilir. İnsansıl (antropik) ilkenin bizim için bundan başka yapabileceği yoktur ve biz hâlâ gerekli rakamı bulmaktan çok uzağız. Üstelik, biraz önce tartıştığımız insansıl görüş, beyaz deliklerin neden var olmadıklarını da açıklamıyor.

Zamanda Simetrik Olmayan Durum Vektörü İndirgenimi

Öyle görünüyor ki, CQG kuramının zamanda simetrik olmayan bir kuram olduğu ve WCH varsayımının (veya buna benzer bir şeyin) kuramın bildirimlerinden birisi olduğu sonucuyla başbaşa kaldık. Kuantum kuramı ve genel görelilik gibi zamanda simetrik iki öğeden oluşan ama zamanda simetrik olmayan bir kuramı nasıl elde edebiliriz? Bunu gerçekleştirmek için, görünüşe göre, hiçbiri çok fazla derinliğine araştırılmamış bir hayli sayıda teknik olanak mevcuttur (bkz. Ashtekar ve arkadaşları, 1989). Ancak ben, farklı bir yaklaşımı incelemek istiyorum. Kuantum kuramının 'zamanda simetrik' olduğunu söylemiştim. Fakat bu özelliği aslında kuramın yalnız *U* kısmı için geçerlidir (Schrödinger'in denklemi, vb.) 7. Bölümün başlarında fizik yasalarının zamanda simetrik olmaları özelliğini tartışırken, *R* kısmından (dalga fonksiyonunun çöküşü) bahsetmekten kasten kaçındım. Bugün hakim olan görüş *R*'nin de zamanda simetrik olması gerektiğidir. Belki bu görüş, kısmen, *U*'nun zamanda simetrik oluşunun *R* için de geçerli olabilmesi için *R*'yi gerçekte *U*'dan bağımsız bir 'işlem' olarak kabul etmek isteksizliğinden kaynaklanmaktadır. Böyle *olmadığını* savunmak isterim: *R* zamanda simetrik değildir; en azından, *R*'ye, fizikçilerin kuantum mekaniğinde olasılıkları hesaplarken benimsedikleri yöntem gözüyle bakarsak bu böyledir.

Önce okuyucuya, kuantum mekaniğinde uygulanan ve durum vektörü indirgemesi *(R)* olarak anılan yöntemi anımsatmalıyım (Şekil 6.23'ü anımsayınız). Şekil 8.1'de, |ψ> durum vektörünün kuantum mekaniğinde evrimleştiği kabul edilen tuhaf yöntemi şematik olarak gösterdim. Çoğunlukla, söz konusu evrimin, *üniter U* evrimine uygun olarak gerçekleştiği kabul edilir (Schrödinger denklemi), fakat çeşitli zamanlarda, bir 'gözlemin' (veya 'ölçümlemenin') yapılmış olduğu varsayılan durumlarda, *R* yöntemi kullanılır. |ψ> durum vektörü başka bir durum vektörüne, diyelim |χ>*'e atlar;* burada, |χ> yapılan belirli bir *0* gözleminin doğasınca saptanan iki veya daha fazla sayıda birbirlerine dikey |χ>, |φ>, |θ>, ..., seçeneklerinden birisidir. |ψ>'den |χ>'ye atlanma olasılığı (Hilbert uzayında) |ψ>'nin |χ> üstüne

izdüşümünü alırken |ψ>'nin uzunluğunun karesi olan |ψ|^{2}'deki azalma miktarı ile belirlenir (Matematiksel işlem olarak bu: |χ>'nin |ψ> yönüne izdüşümü alındığında, |χ|^{2}'de görülen azalma miktarına denktir). Bu şekliyle yöntem zamanda simetrik değildir. Çünkü *0* gözlemi yapıldıktan hemen *sonra, 0 tarafından belirlenen* |χ>, |φ>, |θ>, ... olasılık seçenekleri *kümesinden* birisi artık durum vektörüdür. Öte yandan, *0* gözleminden hemen *önce* durum vektörü, verilen bu seçeneklerden birisi olması gerekmeyen |ψ> idi. Ancak, bu simetrik olmama sadece görünümdedir ve durum vektörünün evrimi hakkında farklı bir yaklaşımla bu görüş açısı düzeltilebilir. *Zamanda tersinmiş* bir kuantum mekaniksel evrimi düşünelim. Bu alışılmadık tanım, Şekil 8.2'de gösterilmektedir.

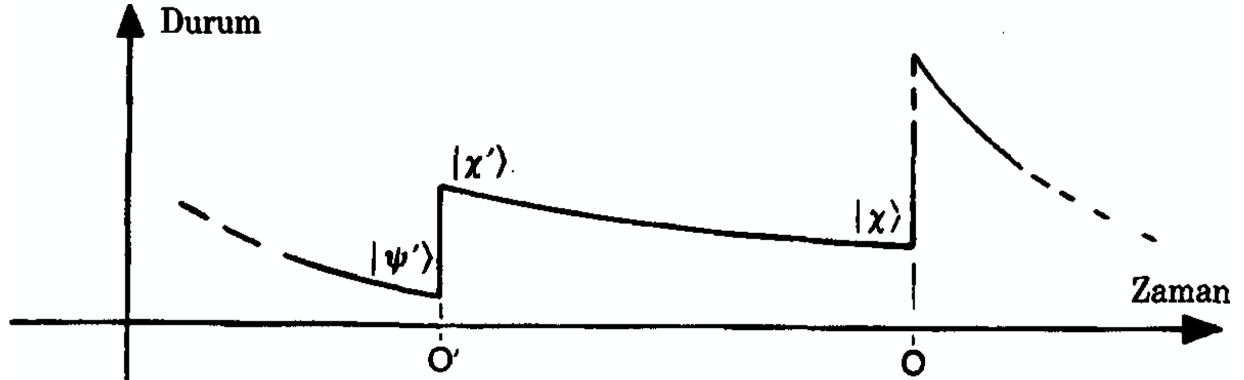


Şekil 8.1. Bir durum vektörünün zamanda evrimi: *U*'nun düzgün üniter evrimi (Schrödinger denklemine göre), süreksiz R durum vektörü indirgemesi *R* ile kesiklenmiştir.

Şimdi, |χ> durumunu, *0* gözleminden hemen sonra değil, hemen *önce* olarak alıyoruz ve üniter evrimi, *zamanda geriye doğru,* bir *önceki* 0' gözlemine geriye dönerek o zaman aralığında geçerli sayıyoruz. Diyelim bu geriye evrimli durum |χ'> durumuna dönüşüyor (*0'* gözleminin geleceğinin hemen öncesi). Şekil 8.1'de tanımlanan normal ileriye evrimde *0'* gözleminin geleceğinin tam üzerinde bir başka |χ> durumunu elde ettik (Bu *0'* gözleminin sonucu olup, normal tanımlamada |ψ'>, *0* gözleminde |ψ> olacak şekilde ileriye evrimlenir). Zamanda ters yönde tanımlamamızda |ψ'> durum vektörünün de artık bir rolü vardır: Sistemin, *0'* gözleminin *geçmişinin* hemen öncesindeki durumunu temsil etmek. |ψ'> durum vektörü, *0'* noktasında gözlemlenen durumdur ve bu nedenle geriye doğru evrim görüşümüz uyarınca şimdi |ψ'> durumunu, *0'* noktasındaki gözlemin,

zamanda geriye doğru anlamında 'sonucu' olarak kabul ederiz. *0'* gözleminin sonucunu *0* gözleminin sonucu ile ilişkilendiren kuantum olasılığı *p'* hesabı bize, |ψ'> yönünde |χ'>'in izdüşümü alındığında |χ'|^{2}'deki azalma miktarıyla verilir (Bu miktar, |ψ'>, |χ'> yönünde izdüşümlendiği zaman |ψ'|^{2}'in azaldığı miktarla aynıdır). *U* yönteminin asal bir özelliği olarak bu değer, aslında, daha önce elde ettiğimiz değerin kesinlikle aynısıdır.[4]

Böylece, görünüşe göre, normal U üniter evriminin yanı sıra R durum vektörü indirgemesi ile tanımlanan süreksiz işlemi dikkate alsak dahi, *kuantum kuramının zamanda simetrik* olduğunu gösterdik. Ancak, gerçek *böyle değildir.* Her iki yöntemle de hesaplanabilen, p kuantum olasılığı, *0'* gözlemindeki sonuç (yani |ψ'>) *verildiğinde 0* gözlemindeki sonucu (yani |χ'>) bulmak olasılığını verir. Bunun mutlaka, *0*'daki sonuç *verildiğinde 0*"daki sonucun olasılığıyla aynı olması gerekmez.



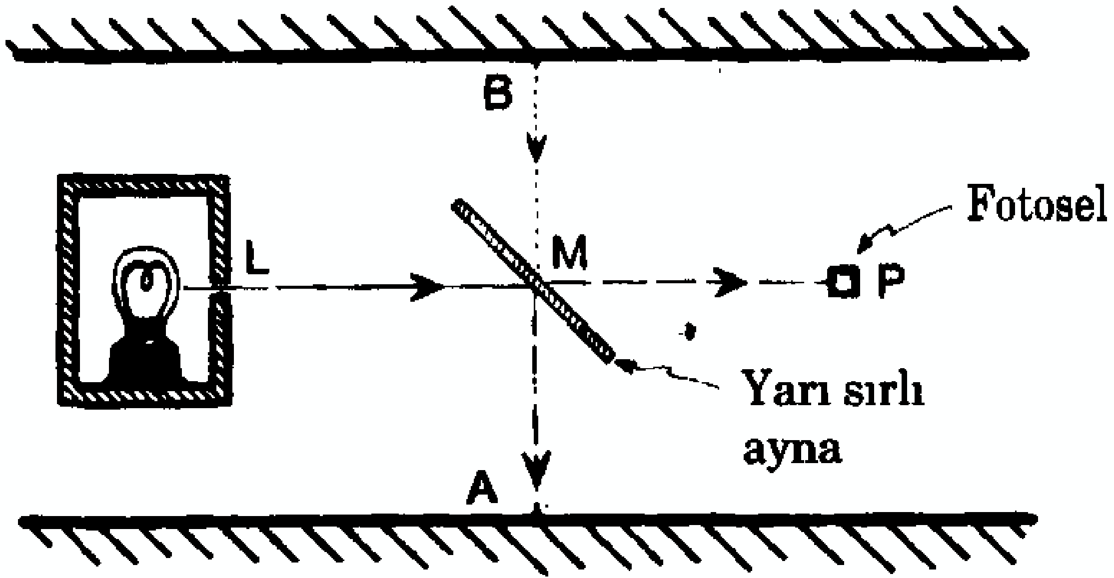
Şekil 8.2. Durum vektörü evriminin farklı bir gösterimi; burada zamanda ters yönde bir tanımlama yapılmıştır. *0* gözleminin *0'* gözlemine göre hesaplanan olasılığı, Şekil 8.1'deki ile aynı olabilir, ama hesaplanan bu değer neyi gösterir?

Zamanda tersinmiş kuantum mekaniğimizin gerçekten elde edeceği sonuç bu İkincisi olacaktır.[5] Ne kadar çok fizikçinin, söz konusu iki olasılığın aynı olduğunu sessiz sedasız varsayıyor görünmeleri dikkat çekicidir (Ben, kendim, bundan sorumluyum, bkz. Penrose, 1979b, s. 584). Ne var ki, aslında, iki olasılık birbirinden son derece farklı çıkabilir ve yalnız yukarıdakilerden ilki kuantum mekaniği tarafından doğru olarak verilir!

Bunu çok basit bir örnekle açıklayalım. Bir L lambamız ve bir P fotoselimiz (yani, foton algılayıcı) bulunduğunu varsayalım. L ve P arasına, L'den P'ye uzanan doğru parçasıyla, diyelim, 45° açı yapan, yarı sırlı bir M aynası koyduğumuzu düşünelim (Şekil 8.3). Diyelim ki lamba, zaman zaman ve rasgele bir şekilde foton salmaktadır ve lambanın yapısı (parabolik aynalar kullanılabilir), fotonların daima tam olarak *P'ye* isabet etmesini sağlayacak yapıdadır. Fotosel, tek tek fotonları kaydetmektedir ve bu kaydın yüzde 100 güvenilir olduğunu varsayıyoruz. Ne zaman bir foton yayılsa, bu olayın, yine yüzde 100 güvenilirlikle L'de *kaydedildiğini* de varsayıyoruz (Bu ideal koşulların hiçbirisinde kuantum mekaniği ilkeleriyle çelişki yoksa da böylesine ideal bir tasarıma uygulamada ulaşmak zor olabilir).

Yarı sırlı M aynası, kendisine ulaşan fotonların tam yarısını yansıtırken, öteki yarısını iletir. Daha doğrusu, bu durumu kuantum mekaniği yönünden düşünelim. Fotonun dalga fonksiyonu aynaya vurur ve ikiye ayrılır. Dalganın yansıyan kısmı için genlik $1/\sqrt{2}$ ve aynadan geçen kısmı için genlik $1/\sqrt{2}$ değerlerini alır. Her iki kısmın (normal zamanda ileri doğru tanımında), bir 'gözlemin' yapılmış olduğu varsayılan zamana kadar 'bir arada var oldukları' kabul edilmelidir. Bu aşamada, birlikteliklerini sürdüren seçenekler, kendilerini *gerçek* seçeneklerine ayırırlar; bir seçenekte ya da ötekinde olasılıklar, yukarıdaki genliklerin mutlak değer kareleriyle, yani $(1/\sqrt{2})^2 = 1/2$ diye verilir. Gözlem yapıldığı zaman, yansıyan ve geçen foton olasılıkları gerçekten de yarı yarıyadır.

Bunun deneyimize nasıl uygulandığını görelim. L'nin bir foton kaydettiğini varsayalım. Fotonun dalga fonksiyonu, aynada ikiye ayrılır ve $1/\sqrt{2}$ genliğiyle *P'ye* ulaşır ve böylece, her biri yarım olasılığa sahip olacak şekilde, fotosel bunu kaydeder veya kaydetmez. Fotonun dalga fonksiyonun öteki yarısı, yine $1/\sqrt{2}$ genliğiyle, *laboratuvar duvarındaki bir A* noktasına ulaşır (Şekil 8.3). *P* kayıt yapmazsa, fotonun *A* noktasında duvara vurduğu düşünülmelidir. Çünkü, A noktasına bir fotosel koymuş olsaydık, *P* kayıt yapmadığında bu fotosel daima kayıt yapacaktı; bir fotonun çıkışını L'nin kaydettiğini varsayarsak, *P* kayıt yaptığında ise kayıt yapmayacaktı. Bu nedenle, A noktasına bir fotosel koymaya gerek kalmadan ne *yapacağını* uslamlamayla anlayabiliriz.



Şekil 8.3. Basit bir kuantum deneyinde, R'nin zamanda tersinemez oluşu. Işık kaynağının kesinlikle bir foton yayması halinde, fotoselin bu fotonu saptaması olasılığı tam yarı yarıyadır; fakat, fotoselin kesinlikle bir fotonu kaydetmesi halinde, ışık kaynağının bu foton yaymış olması olasılığı kuşkusuz yarı yarıya *değildir.*

Kuantum mekaniği hesabının nasıl yapıldığı açıkça anlaşılmalı. Şu soruyu sorarız:

'L'nin kayıt yaptığı bilindiğinde, P'nin kayıt yapması olasılığı nedir?'

Soruyu yanıtlamak için, LMP yolunu izleyen fotonun 1/√2 genliğe sahip olduğunu ve LMA yolunu izleyen fotonun yine 1√*2* genliğe sahip olduğunu dikkate alırız. Karelerini aldığımız zaman, *P*'ye ulaşması için 1/2 olasılığını ve A'ya ulaşması için 1/2 olasılığını buluruz. Bu nedenle sorumuzun kuantum mekaniksel yanıtı

'yarı yarıya'dır.

Deneysel olarak, elde edilecek yanıt da gerçekten budur.

Aynı yanıtı almak için 'zamanda tersinmiş' süreci de kullanabilirdik. Fotonun sonunda *P*'ye ulaştığını varsayarak, foton için zamanda geriye doğru giderek bulunacak dalga fonksiyonunu dikkate alırız. Zamanda geriye doğru izlediğimizde, foton *M* aynasına ulaşıncaya dek P'den geriye doğru gider. *M* aynasına ulaştığında, dalga fonksiyonu ikiye ayrılır ve *L* lambasına ulaşmak için fotonun 1/√2

genliği, laboratuvar duvarında *başka bir* noktaya, Şekil 8.3'teki *B* noktasına ulaşmak üzere *M* aynasında yansıtılması için 1/√2 genliği vardır. Kareleri alındığında, iki olasılık için yine 1/2 değerini elde ederiz. Fakat, bu olasılıkların hangi soruların yanıtları olduklarına dikkat etmeliyiz. Birisi, yukarıdaki soruya benzer 'L'nin kayıt yaptığı bilinirse, *P*'nin kaydetmesi olasılığı nedir?', diğeri 'fotonun duvarda *B* noktasından çıktığı bilinirse, P'nin bunu kaydetme olasılığı nedir' biçiminde iki soru vardır.

İkinci sorunun (fotonun duvardaki bir noktaya ulaşması), *gerçek* bir dizi deneyin sonucu değil, fakat uslamlamayla ulaşılan bir sonuç olmasına karşın, her iki yanıtın da, bir anlamda, deneysel olarak 'doğru' olduğunu kabul edebiliriz! Ancak, bu iki sorudan hiçbirisi, daha önce sorduğumuz sorunun *zamanda tersinmişi* değildir. Zamanda tersinmiş soru şöyle olmalıydı:

'P'nin kaydettiği bilinirse, L'nin kaydetmesi olasılığı nedir?' Bu sorunun deneysel *doğru* yanıtı 'yarım' değil,

'bir'

olur. Fotosel gerçekten kaydederse, fotonun *lambadan* çıktığı, laboratuvarın duvarındaki bir noktadan çıkmadığı kuşku götürmez! Zamanda tersinmiş soruda ise, kuantum mekaniksel hesabımız bize *tamamen yanlış yanıt* vermiştir!

Demek ki, kuantum mekaniğinin *R* kısmı ile ilgili kurallar, zamanda tersinmiş sorular için kullanılamaz. Bilinen bir *gelecek* durumuna dayanarak bir *geçmiş* durumun olasılığını hesaplamak istediğimizde, kuantum mekaniksel genliğin mutlak değer karesini almaktan ibaret standart *R* yöntemini kullanmaya kalkışırsak tamamen yanlış yanıtlar elde ederiz. Bu yöntem, *geçmişteki* durumlar esas alınarak *gelecekteki* durumlara ilişkin olasılıkların hesaplanmasında işe yarar, hem de mükemmel şekilde işe yarar! Buna göre, *R* yönteminin *zamanda simetrik olamayacağının* açıkça görüldüğü kanısındayım (ve bu arada, bu nedenle bu yöntem zamanda simetrik *U* yönteminden uslamlamayla elde edilemez).

Birçokları, söz konusu zamanda simetri ile ilgili uyuşmazlığın, nasıl olduysa ikinci yasanın bir şekilde kuantum mekaniğe dahil edilmesinden, genliğin karesini alma yöntemince tanımlanmayan ek bir zamanda simetrik olmayan kavramın ortaya atılmasından

kaynaklandığını ileri sürebilirler. Gerçekten, *R* yöntemini etkileyebilen herhangi bir fiziksel ölçme aygıtının, ne zaman bir ölçüm yapılırsa entropinin artması için bir *'termodinamik tersinemezliği'* içermesi gerektiği görüşü doğru gibi görünüyor. Sanırım ikinci yasa, ölçme işleminde önem kazanmaktadır. Ayrıca, yukarıda tanımlanan (ideal) koşullarda bir kuantum mekaniksel deneyin tüm işlemini zamanda tersine uygulamaya uğraşmak, işlemle ilgili tüm ölçümleri kaydetmek fazlaca fiziksel anlam taşımamaktadır. Bir deneyi zamanda ters yöne çevirmekle nereye kadar gidebiliriz sorusuyla ilgilenmedim. Benim ilgilendiğim konu, genliklerin mutlak değer karelerini almak suretiyle doğru olasılıklar elde eden önemli bir kuantum mekaniksel yöntemin uygulanabilirliğini araştırmaktır. Bu basit yöntemin, sistemle ilgili başka hiçbir bilginin uyarılmasına gerek olmaksızın, gelecek yönünde uygulanabilmesi şaşırtıcı bir olgudur. Gerçekten, bu olasılıkları hiç kimse *etkileyemez:* Kuantum kuramsal olasılıklar tümüyle *dokunulmazdır!* Ancak, söz konusu yöntemleri geçmiş yönünde uygulamaya kalkışırsak (yani, geleceği önceden haber verme değil, geçmişi önceden haber verme) ne yazık ki yanlış yaparız. Genliklerin karesinin alınması yönteminin *niçin* geçmiş yönünde doğru olarak uygulanamadığını açıklamak amacıyla birçok bahaneler, başarısızlığı örtbas eden sebepler veya başka etkenler öne sürülebilir. Ama gerçek odur ki, bu yöntem geçmiş yönünde uygulanamaz. Gelecek yönünde uygulama söz konusu olduğu zaman, bahanelere, özürlere gerek yoktur! *R* yöntemi, *gerçekten de kullanıldığı gibi,* zamanda simetrik değildir.

Hawking'in Kutusu: Weyl Eğrilik Varsayımıyla Bir Bağlantısı Var mı?

Bütün bunların, WCH veya CQG ile ne ilgisi olduğunu merak ediyor olabilirsiniz. Evet, *ikinci yasa,* bugün uygulandığı şekliyle, *R* yönteminin bir parçası olabilir ama, durum vektörü indirgemesi çerçevesinde 'her gün' meydana gelen olaylarda, uzay-zaman tekilliklerinin veya kuantum kütleçekiminin önemli bir rolü var mıdır? Bu soruyu yanıtlamak için alışılmadık bir 'düşünce deneyini'

açıklamak istiyorum; ilk kez Stephen Hawking tarafından önerilmiş olmakla birlikte deneye sonradan kazandırılan amaç, Hawking'in deneyi tasarımlarken hedeflediği amacın kapsamında yer almaz.

Çok büyük boyutlarda yalıtılmış bir kutu düşünün. Yüzeyleri tümüyle yansıtıcı ve tüm etkenlere karşı yalıtımlı olsun. Maddesel hiçbir cisim, hiçbir elektromanyetik sinyal, hiçbir nötrino, hiçbir şey, ama hiçbir şey bu kutunun içine giremesin. Kutunun içinden veya dışından yüzeylerine vuran her şey geri yansıtılmalı. Kütleçekim etkisi bile duvarlarından geçememeli. Kutunun duvarları, gerçek bir maddeden yapılmamış olup, tanımlayacağım 'deneyi' hiç kimse gerçek olarak uygulayamaz. (Birazdan göreceğimiz gibi, kimse uygulamak istemeyecektir zaten!) Ama sorun bu değil. Bir düşünce deneyinde, sadece ussal işlemlerden elde edilebilen genel ilkeler gün ışığına çıkarılmaya çalışılır, genel ilkelerle ilintisiz olmaları koşuluyla, teknik zorluklar göz ardı edilir (6. bölümde, Schrödinger'in kedisi ile ilgili tartışmamızı anımsayınız). Buradaki kutu deneyimizde de, kutunun yüzeylerinin yapımına ilişkin zorluklar, bu amaçla, sadece 'teknolojik' kabul edilerek göz ardı edilecektir.

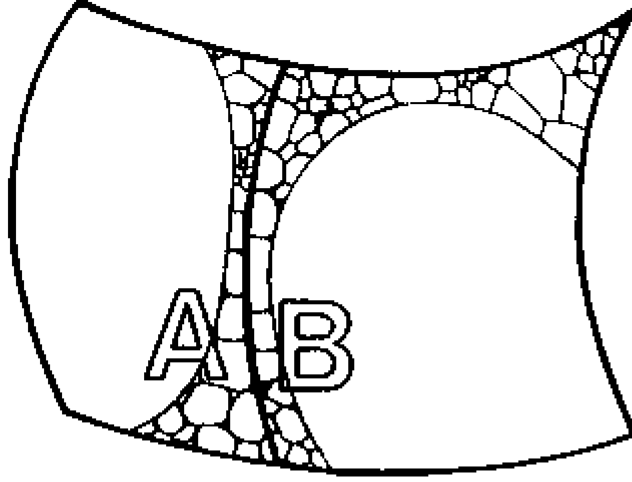
Kutunun içinde herhangi bir türden çok miktarda madde bulunduğunu varsayıyoruz. Maddenin hangi türden olduğu önemli değil. Bizim için sadece çok büyük olmasını yeğlediğimiz M toplam kütlesi ile kutunun toplam hacmi ***V*** önemli. Pahalıya malolan kutumuzla hiç de ilginç olmayan içindeki maddeyle ne yapacağız? Akla gelebilecek en sıkıcı deneyi yapacağız. Hiç dokunmadan öylece bırakacağız - sonsuza dek!

Bizi ilgilendiren soru, kutunun içindeki maddenin en sonunda başına ne geleceğidir. Termodinamiğin ikinci yasası uyarınca, entropisinin yükseliyor olması gerekir. Entropi en üst değere ulaşıncaya kadar artacak, bu arada madde 'ısıl dengeye' ulaşmış olacaktır. Isıl dengeden (nispeten) önemsiz uzaklaşmaların yer aldığı 'dalgalanmalar' olmasaydı, bu aşamadan sonra pek bir şey olmazdı. Örneğimizde ***M*** yeterince büyük, ***V*** ise uygun büyüklükte (ne *çok* büyük, ne de aşırı büyük) varsayıldığı için 'ısıl dengeye' ulaşıldığında maddenin çoğu bir *kara deliğin* içine çökmüş olacak, pek az miktarda madde ve ışınma bunun etrafında dolaşıyor olacaktır. Dolaşan bu madde ve ışıma, içinde kara deliğin yüzdüğü (çok soğuk!) 'ısıl

banyoyu’ oluşturur. Daha kesin çizgilerle tanımlamak için, diyelim, ***M*** Güneş sisteminin kütlesidir ve ***V*** Samanyolu galaksimizin büyüklüğü kadardır! Buna göre ‘banyonun’ sıcaklığı, mutlak sıfırın üzerinde bir derecenin sadece 10^{-7}’si kadar olacaktır.

Söz konusu dengenin ve dalgalanmaların özelliklerini daha iyi anlamak için, özellikle entropi ile ilgili olarak 5. ve 7. Bölümlerde tanıştığımız *faz uzayı* kavramını anımsayalım. Şekil 8.4., Hawking’in kutusunun içeriğinin $\mathbb{P}$ faz uzayının şematik bir tanımını vermektedir. Anımsayacağımız gibi, bir faz uzayı, büyük boyutlu olup, her bir noktası, ele alınan sistemin -örneğimizde, kutunun içindekilerin- olası bir durumunun tamamını temsil eder. Bu nedenle, $\mathbb{P}$’nin her noktası kutudaki *uzay-zaman geometrisi* hakkında gerekli tüm bilgilerin yanı sıra, tüm cisimciklerin konumlarını ve momentumlarını betimler. Şekil 8.4’ün sağ tarafındaki $\mathbb{P}$’nin) $\mathbb{B}$ alt bölgesi, kutunun içinde bir *kara delik* içeren durumların tümünü (birden fazla kara delik içeren durumların tümü dahil) temsil ederken, soldaki $\mathbb{A}$ altbölgesi, kara delik içermeyen durumların tümünü temsil eder. Entropinin kesin tanımı için gerekli ‘kaba taneciklenme’ uyarınca, $\mathbb{A}$ ve $\mathbb{B}$ bölgelerinden her birinin daha küçük bölgelere ayrıldığını varsaymalıyız (Şekil 7.3, s. 12), fakat bununla ilgili ayrıntılar bizim konumuzun dışındadır. Bu aşamada bilmemiz gereken, söz konusu bölgelerin en büyüğünün, yani bir kara delik içeren ısıl dengenin, $\mathbb{B}$’nin geniş bir alanını oluştururken, $\mathbb{A}$’nın (biraz daha küçük) geniş bir alanını, *görünüşte,* kara deliksiz ısıl dengenin oluşturduğudur.

Herhangi bir faz uzayında, fiziksel sistemin zaman evrimini tanımlayan bir vektör alanı bulunduğunu anımsayınız (II. cilt, 5. bölüm, s. 38 ve Şekil 5.11).

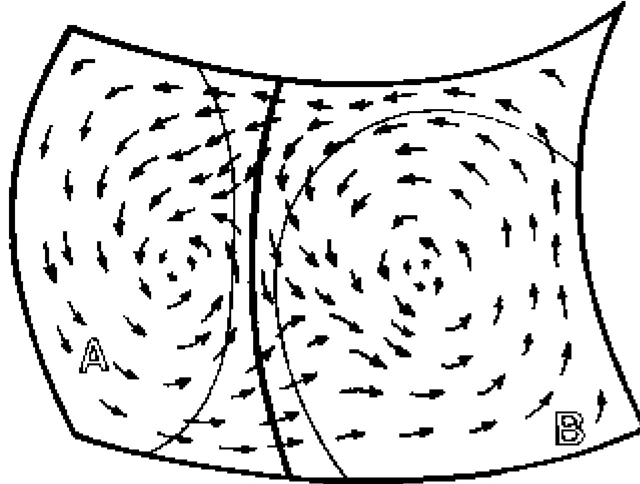


Şekil 8.4. Hawking'in kutusunun faz uzayı ℙ. 𝔸 bölgesi kutuda bir kara deliğin bulunmadığı durumları, 𝔹 bölgesi ise bir (veya birden fazla) kara deliğin bulunduğu durum veya durumları temsil eder.

Sistemimizde bundan sonra ne olacağını görmek için ℙ'deki vektör alanında okların yönünü izlememiz yeterlidir (Şekil 8.5). Oklardan bazıları 𝔸 bölgesinden 𝔹 bölgesine geçecektir. Maddenin kütleçekimi etkisiyle çökmesi sonucu bir kara deliğin ilk kez oluşmasıyla bu geçiş meydana gelir. 𝔹 bölgesinden 𝔸 bölgesine tekrar geçen oklar var mı? Evet vardır, ama ancak Hawking buharlaşmasını (s. 49, 63) dikkate alırsak vardır. Klasik genel görelilik kuramı gereğince kara delikler her şeyi sadece yutarlar; dışarıya hiçbir şey çıkarmazlar. Fakat, kuantum mekaniksel etkileri göz önüne alarak Hawking (1975), kara deliklerin, kuantum düzeyinde, *Hawking ışıması* olayı uyarınca dışarıya bir şeyler göndermesi gerektiğini göstermiştir (Bu olay 'sanal çift yaratımı' denilen bir kuantum sürecine dayanır. Parçacıklar ve anti-parçacıklar, normal olarak sadece yaratıldıktan hemen sonra birbirlerini yok etmek ve hiçbir iz bırakmamak üzere boşluktan (vakumdan) -geçici olarak- sürekli yaratılırlar. Ancak, bir kara delik varsa, bu parçacık çiftinden birisi, çift birbirini yok etmek için zaman bulamadan önce yutulabilir ve çiftin öteki teki, delikten uzaklaşabilir. Kaçan parçacıklar, Hawking'in ışımasını oluşturur). Normal durumlarda Hawking ışıması gerçekten çok azdır. Fakat, ısıl denge durumunda, kara deliğin Hawking ışımasıyla kaybettiği enerji miktarı, kara deliğin kendini içinde bulduğu 'ısıl banyo'nun içinde dolaşan öteki 'ısıl parçacıkları' yutarak kazandığı enerjiyi tam tamına

dengeler. Arada sırada, ‘dalgalanma’ suretiyle, kara delik biraz aşırı miktarda parçacık dışarı verebilir veya çok az miktarda parçacık yutabilir ve böylece enerji kaybeder. Enerji kaybederken, (Einstein’ın $E = mc^2$ bağıntısına göre) kütle kaybeder ve Hawking ışıması kuralları uyarınca, biraz daha ısınır. Çok *çok* ender olarak, dalgalanma yeterince fazla ise, kara deliğin başıboş durumuna düşmesi ve bu nedenle giderek daha fazla ısınması ve enerji kaybetmesi; sonunda (büyük olasılıkla) şiddetli bir patlamayla yok olması bile olasıdır! Bu gerçekleştiği zaman (ve kutuda başka kara deliklerin var olmadığı varsayımıyla), ℙ faz uzayımızda 𝔹 bölgesinden 𝔸 bölgesine geçeriz; öyleyse, gerçekten, 𝔹’den 𝔸’ya geçen oklar mevcuttur!

Bu aşamada, ‘dalgalanma’ kavramına açıklık getirmek isterim. Son bölümde değindiğimiz kaba tanecikli bölgeleri anımsayınız. Bir tek bölgeye ait faz uzayı noktaları (makroskopik düzeyde) birbirinden ‘ayırt edilemez’ olarak düşünülmelidir. Entropi artar çünkü, okları izleyerek, zaman ilerledikçe, giderek daha geniş bölgelere ulaşırız. Sonunda, faz uzayı noktası kendini, tüm bölgelerin en büyüğünde, yani ısıl dengeyi (maksimum entropi) temsil eden bölgede kaybeder. Ancak bu tanım, bir yere kadar doğrudur. Yeterince uzun süre beklersek, faz uzayı noktası *sonunda* daha küçük bir bölge bulacak ve buna göre entropi azalacaktır. Normal olarak (bir kıyaslama yapmak gerekirse) bu pek uzun sürmez ve faz uzayı noktası en büyük bölgeye tekrar girerken, entropi tekrar yükselmeye başlar. Entropinin geçici olarak azalmasıyla oluşan bu durum bir *dalgalanmadır.*



Şekil 8.5. Hawking'in kutusundaki maddenin 'Hamilton akışı' (Şekil 5.11 ile kıyaslayın). 𝔸'dan 𝔹'ye geçen akış çizgileri, bir kara deliğe çöküşü gösterir; 𝔹'den 𝔸'ya çizgiler ise Hawking buharlaşması uyarınca kara deliğin yokoluşunu gösterir.

Çoğu kez entropi, çok fazla azalmaz ama çok, çok ender olarak *aşırı* bir dalgalanma oluşabilir ve entropi önemli ölçüde düşebilir ve belki uzunca bir süre düşük düzeyde kalabilir.

Hawking buharlaşma işlemiyle 𝔹 bölgesinden 𝔸 bölgesine geçmek için gerek duyduğumuz oluşum işte budur. 𝔹 ve 𝔸 arasında okların geçtiği yerde küçük bir bölgenin geçilmesi gerektiği için aşırı dalgalanmalara ihtiyaç vardır. Aynı şekilde, faz uzayı noktamız 𝔸 bölgesi sınırları içerisindeki en büyük bölgede (kara deliksiz ısıl denge durumu) yer alıyorsa, kütleçekimsel çökme sonucu noktanın 𝔹 bölgesine girmesinden önce, gerçekte, çok uzun bir süre geçecektir. Yine, büyük bir dalgalanmaya ihtiyaç vardır. (Isıl ışıma kütleçekim etkisiyle hemen çökmez!)

𝔸'dan 𝔹'ye giden okların sayısı mı yoksa 𝔹'den 𝔸'ya giden okların sayısı mı daha çok? Ya da iki bölgeye girip çıkan okların sayısı aynı mı? Bu bizim için önemli bir konu olacaktır. Soruyu başka şekilde soralım: Bir kara deliği, kütleçekimle çöken ısıl parçacıklarla yaratmak mı, yoksa bir kara delikten Hawking ışımasıyla kurtulmak mı Doğa için 'daha kolaydır'? yoksa bu iki süreçten birisi, diğeri kadar zor mudur? Bizi ilgilendiren okların 'sayısı' değil, faz uzayı hacminin akış hızıdır. Faz uzayının, bir tür (yüksek boyutlu!) sıkıştırılamaz sıvı ile dolu olduğunu düşünün. Oklar, bu sıvının akış yönünü gösterir. 5. Bölümde (II. cilt, s. 42) açıklanan Liouville teoremini anımsayın. Bu teorem, faz uzayı hacminin akışla korunduğunu önerir; buna göre, faz uzayı sıvımız gerçekten sıkıştırılamaz! Öyle görünüyor ki Liouville'in teoremi bize, 𝔸'dan 𝔹'ye akışın, 𝔹'den 𝔸'a akışa eşit olduğunu öğütlemektedir, çünkü faz uzayı 'sıvısı' sıkıştırılamaz olduğu için, herhangi bir tarafta birikemez. Bu nedenle, ısıl ışımadan bir kara delik oluşturmak ne kadar zor ise, yok etmek de o kadar zordur.

Bu gerçekten, Hawking'in oldukça farklı bir düşünceyle hareket etmiş olsa bile, bizzat ulaştığı sonuçtur. Hawking'in ana savı, problemle ilgili tüm asal fiziksel kuramların (genel görelilik,

termodinamik, kuantum kuramının standart üniter yöntemleri) *zamanda simetrik* olduğudur; bu nedenle, saati geriye doğru çalıştırırsak, ileriye doğru çalıştırdığımız zaman ulaşacağımız sonuca ulaşırız. Demek ki, ℙ'deki okların hepsinin yönlerini aksi yönlere çevirebiliriz. *Bu* sav uyarınca, B bölgesine karşı gelen zamanda tersinmiş bölgenin yine 𝔹 bölgesi olması (ve, aynı şekilde, 𝔸'nın zamanda tersinmiş bölgesinin yine 𝔸 olması) koşuluyla, 𝔸'dan 𝔹'ye ne kadar sayıda ok geçiyorsa, 𝔹'den 𝔸'ya aynı sayıda ok geçmelidir. Bu durum, Hawking'in, kara deliklerin ve bunların zamanda tersinmiş durumlarının, yani beyaz deliklerin, fiziksel anlamda aynı oldukları önerisiyle bağdaşmaktadır! Hawking'in uslamlaması, zamanda simetrik fizik gereğince, ısıl denge durumunun da zamanda simetrik olması gerektiğidir. Bu çarpıcı olasılığın ayrıntılı tartışmasına burada girmek istemiyorum. Hawking, kuantum mekaniksel Hawking ışımasının, maddenin kara delik tarafından klasik 'yutulmasının', zamanda tersinmiş durumu olarak kabul edileceğini düşünmüştü. Zekice bir düşünce olmasına karşın ciddi kuramsal zorluklar içermesi bakımından ben şahsen bu görüşün uygulanabilir olduğuna inanmıyorum.

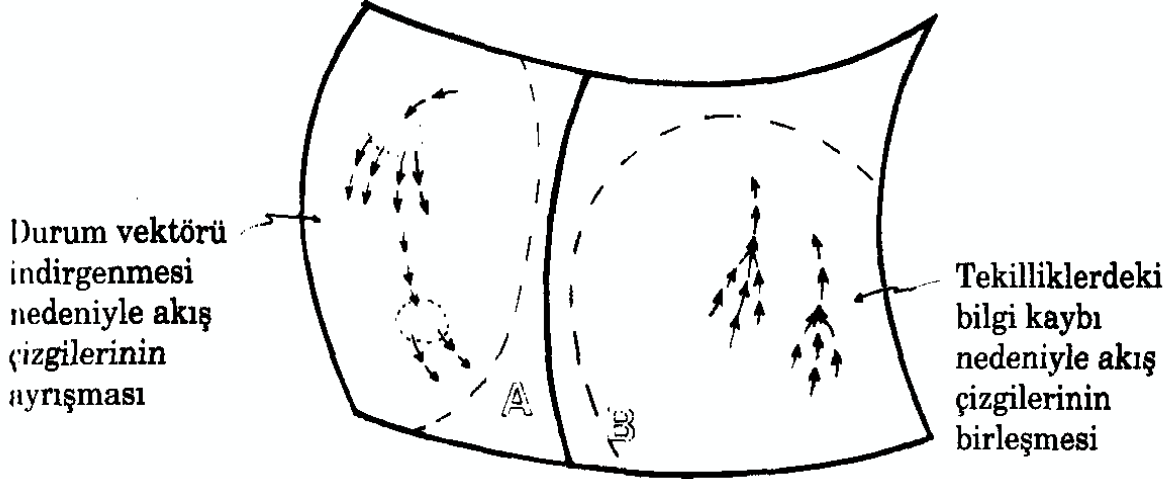
Ne olursa olsun, Hawking'in önerisi, benim burada ileri sürdüğüm fikirlerle gerçekten uyuşmamaktadır. Kara deliklerin var olmalarına karşın, *Weyl eğrilik varsayımı* uyarınca beyaz deliklerin *yasaklandıklarını* savundum! WCH, tartışmamıza *zamanda simetrik olmama* (asimetri) kavramını getirmiştir ki bu, Hawking'in dikkate almadığı bir kavramdır. Kara delikler ve bunların uzay-zamandaki tekillikleri her ne kadar Hawking'in kutusunun içinde olup bitenlerle ilgili tartışmamızın önemli bir bölümünü oluştursa da, bu gibi tekilliklerle yönetmesi gereken bilinmeyen fizik yasaları da bu tartışmada elbette dikkate alınmalıydı. Hawking, söz konusu bilinmeyen fiziğin *zamanda simetrik* kuantum kütleçekim kuramı olduğu düşüncesini benimserken ben, zamanda simetrik olmayan CQG olduğunu iddia ediyorum! Yine iddia ediyorum ki, CQG'un başlıca öğretilerinden birisinin WCH (ve sonuçta, bildiğimiz şekliyle termodinamiğin ikinci yasası) olması gerekir; bu nedenle, şu andaki problemimiz için WCH'in öğretilerini doğrulamaya çalışmamız yerinde olacaktır.

WCH’ın dikkate alınmasının, ℙ’deki ‘sıkıştırılamaz sıvının’ akışı ile ilgili tartışmamızı nasıl etkileyeceğini görelim. Uzay-zamanda, bir kara delik tekilliğinin etkisi, üzerine düşen her maddeyi emerek yok etmesidir. Tartışmamızın amacı bakımından daha da önemlisi, *bilgiyi yok etmesidir*! Bunun ℙ’deki etkisi, bazı akış çizgilerinin birleşmesinde görülür (Şekil 8.6). Önceleri birbirinden farklı olan iki durum, aralarındaki farkı yaratan bilgi yok edilir edilmez, birbirinin aynısı olacaktır. ℙ’deki akış çizgileri birbiriyle kaynaşınca, Liouville’in teoremi ciddi şekilde *ihlal* edilmiş olacaktır. ‘Sıvı’ artık sıkışamaz değildir, fakat 𝔹 bölgesinde *sürekli yok edilmektedir.*

Şimdi başımız dertte gibi görünüyor. ‘Sıvı’, 𝔹 bölgesinde sürekli yok edilmekte ise, 𝔹’den 𝔸’ya olduğundan daha fazla sayıda akış çizgisi 𝔸’dan 𝔹’ye geçmektedir; bu nedenle, artık bir kara delik yaratmak, yok etmekten ‘daha kolay’dır! 𝔸 bölgesine şimdi tekrar girenden fazla çıkan ‘sıvı’ akışı olmasaydı, bunun gerçekten bir anlamı olabilirdi. 𝔸 bölgesinde kara delikler bulunmadığına -ve beyaz deliklerin var olmasına WCH izin vermediğine- göre, Liounville’in teoreminin 𝔸 bölgesine mükemmel şekilde uygulanması gerekir! Ancak, 𝔹 bölgesindeki kaybı dengelemek amacıyla 𝔸 bölgesinde ‘sıvı oluşturmak’ için bir yönteme gereksinimimiz var gibi görünüyor. Akış çizgilerinin sayısını artırmak için ne gibi bir mekanizma kullanılabilir? Bazen bir ve aynı durumun birden fazla sonuca (akış çizgilerinin çatallanması) neden olabildiğini biliyoruz. Fiziksel bir sistemin gelecekteki evriminde bu tür bir belirsizlik, kuantum kuramı -*R* kısmı- ‘kokusu’ taşıyor. *R,* bir anlamda, WCH için ‘madalyonun öbür yüzü’ olabilir mi? WCH, akış çizgilerinin 𝔹 bölgesinde birleşmelerini sağlarken, kuantum mekaniksel *R* yöntemi, akış çizgilerinin ikiye ayrışmalarına neden olur. Akış çizgilerinin ayrışmasına, *nesnel* bir kuantum mekaniksel süreç olarak R durum vektörü indirgeniminin neden olduğunu ve böylece akış çizgilerinin WCH uyarınca birleşmeleriyle bozulabilecek dengenin sağlandığını gerçekten iddia ediyorum (Şekil 8.6)!

Akış çizgilerinin bu şekilde çatallanması için, daha önce gördüğümüz gibi, R’nin zamanda simetrik olmaması gerekir: Lamba, fotosel ve yarı sırlı aynayla yaptığımız deneyi anımsayın. Lambadan bir foton çıktığı zaman, sonuç için iki seçenek (eşit olasılıkla) vardır: Ya foton, fotosele ulaşır ve fotosele kayıt yapar ya da foton duvarda

A noktasına ulaşır ve fotosel bunu kaydetmez. Bu deneyle ilgili faz uzayında, fotonun çıkışını gösteren bir akış çizgimiz vardır ve bu çizgi ikiye ayrışır: birisi fotoselin kayıt yapmasını, öteki kayıt yapmamasını tanımlar.



Şekil 8.6. 𝔹 bölgesinde akış çizgileri, kara delik tekilliklerindeki bilgi kaybı nedeniyle, birleşmelidir. *R* kuantum süreci uyarınca akış çizgilerinin oluşumuyla (özellikle 𝔸 bölgesinde) bu kayıp dengelenebilir mi?

Kabul edilen yalnız bir girdi ve olası iki çıktı söz konusu olduğu için bunun gerçek bir ikiye ayrışma olayı olduğunu söyleyebiliriz. Bir diğer girdi, laboratuvarın duvarındaki B noktasından fotonun çıkması olasılığı vardır ki, bu durumda iki girdi ve iki çıktı söz konusudur. Fakat bu seçeneği, termodinamiğin ikinci yasasına uymadığı, yani evrim geçmişe kadar izlendiğinde WCH ile uyuşmadığı, gerekçesiyle reddetmiştik.

Burada açıklamakta olduğum görüşün 'alışılmış' bir görüş olmadığını bir kez daha belirtmeliyim. Ancak, bu bölümde tartışmakta olduğumuz konuların çözümü hakkında 'sıradan' bir fizikçinin ne diyeceğini de açıkça bildiğimi söyleyemem. (Pek çoğu, bu problemler hakkında fazlaca kafa yormuş mudur? kuşkuluyum!) Elbette, bu konuda farklı görüşler kulağıma gelmedi değil. Örneğin, bazı fizikçilerin, Hawking ışımasının bir kara deliğin yok olmasını *tümüyle* sağlayamayacağını, geriye daima küçük bir 'külçenin' kalacağını ileri sürdüklerini biliyorum. (Öyleyse, bu durumda, 𝔹'den 𝔸'ya geçen *hiç* ok yok!). Böyle bir iddia, benim görüşümü pek az etkiler (aslında güçlendirir). Ne var ki, ℙ faz uzayının toplam

hacminin gerçekte *sonsuz* olduğu gerekçesiyle, ulaştığım sonuçlar gerçekçi bulunmayabilir. Fakat böyle bir gerekçe, kara delik entropisi ve sınırlı bir (kuantum) sisteminin faz uzayının özelliği ile ilgili temel görüşlerle uyuşmaz. Ulaştığım sonuçların teknik yönden eleştirilmesini ise tatminkar bulmadım. Oldukça ciddi bir itiraz, Hawking'in kutusunun yapımının aşırı idealleştirildiği ve ilke ile ilgili bazı konularda böyle bir kutunun inşa edilebilirliğini varsaymakla aşırıya gidildiği şeklindedir. Bundan pek emin değilim ama gerekli idealleştirilmelerin gerçekten kabul edilmesi zor da olsa yapılması gerektiğine inanmak eğilimindeyim.

Son olarak, evvelce pek üzerinde durmadığım önemli bir noktaya değinmek istiyorum. Tartışmaya, *klasik* bir faz uzayına sahip olduğumuzu varsayarak ve Liouville'in teoreminin klasik fiziğe uygulandığım söyleyerek başlamıştık. Fakat daha sonra Hawking ışıması gibi bir kuantum olgusunun dikkate alınması gerekmişti (Ve kuantum kuramı, $\mathbb{P}$'nin hacminin sınırlı olması kadar *sonlu boyutlu olması için de gereklidir).* 6. Bölümde gördüğümüz gibi, faz uzayının kuantum karşılığı *Hilbert uzayıdır;* bu nedenle, tartışma boyunca, faz uzayı yerine Hilbert uzayını kullanmamız belki daha doğru olurdu. Hilbert uzayında, Liouville teoreminin bir benzeri vardır. Bu benzerlik zamanda *U* evriminin 'üniter' denilen özelliğinden kaynaklanır. Belki, klasik faz uzayı yerine, tümüyle Hilbert uzayına dayanarak tartışmalıydım. Ama bu şekilde, kara deliklerin uzay-zaman geometrisinin içerdiği klasik olguları açıklamak zordur. Bence *doğru* kuram için ne Hilbert uzayı, ne de klasik faz uzayı uygundur; ikisi arasında yer alan ve henüz keşfedilmemiş matematiksel bir uzay esas alınmalıdır. Buna göre, burada ileri sürdüğüm görüşüm bir araştırma düzeyinde değerlendirilmeli, sonuçsal değil fakat sadece *önerimsel* olarak nitelendirilmelidir. Yine de, ileri sürdüğüm görüşün, WCH ve *R* arasında çok yakın bir ilişkinin varlığını ve sonuçta *R*'nin *gerçekten bir kuantum kütleçekimi etkisi* olması gerektiğini düşündürmek için güçlü bir varsayım olduğuna inanıyorum.

Ulaştığım sonuçları özetlemek gerekirse: Kuantum mekaniksel durum vektörü indirgemesi gerçekten WCH madalyonunun öbür yüzüdür. Bu durumda, arayışını sürdürdüğümüz 'doğru kuantum kütleçekimi' kuramı (CQG), WCH ve R olacaktır. WCH'ın etkisi, faz uzayındaki akış çizgilerinin *birleşmesi,* R'nin etkisi ise akış

çizgilerinin, durumu dengelemek için *dağılmasıdır.* Her iki işlem de, termodinamiğin ikinci yasası ile son derece yakından ilişkilidir.

Akış çizgileri tümüyle $\mathbb{B}$ bölgesi içinde birleşirken, akış çizgisi dağılması ya $\mathbb{A}$ veya $\mathbb{B}$ bölgeleri içinde oluşur. $\mathbb{A}$'nın, kara deliklerin *yokluğunu* gösterdiğini, bu nedenle durum vektörü indirgemesinin, aslında, kara delikler var olmadığı zaman yer aldığını anımsayın. *R* etkisinin yaratılması için laboratuvarda bir kara deliğin bulunması elbette gerekmez (foton deneyimizde olduğu gibi). Biz, bir sistemde ortaya çıkabilecek olasılıklar arası genel denge ile ilgileniyoruz. Açıkladığım görüşte, herhangi bir aşamada kara deliklerin oluşması (ve sonuçta bilgileri yok etmesi) *olasılığı* ve bunun kuantum kuramının kararlılığa sahip olmamasıyla dengelenmesi gerektiği anlatılmaktadır!

Durum Vektörü Ne Zaman indirgenir?

Açıklanan savlara dayanarak, durum vektörü indirgemesinin sonuçta kütleçekimsel bir olgu olduğunu kabul ettiğimizi varsayalım. *R* ile kütleçekimi arasındaki ilişkiler daha açık olabilir mi? Bu görüş uyarınca, bir durum vektörünün çökmesi *gerçekte* ne zaman meydana gelir?

Kuantum kütleçekimi kuramına daha 'alışılmış' yaklaşımların bile, genel görelilik ilkelerinin, kuantum kurallarıyla bağdaştırılmasında teknik sorunlarla karşılaştığını hemen belirtmeliyim. Bu kurallar (özellikle, Schrödinger denkleminin bildiriminde, momentumların konumlara göre türev diye yeniden yorumlanması yöntemi, bkz. II. cilt, s. 171), eğrilikli uzay-zaman geometrisiyle uyuşmazlar. Kanımca, 'önemli' oranda uzay-zaman eğriliği söz konusu olur olmaz, kuantum doğrusal birleştirim kuralları bir yana bırakılmalıdır. Potansiyel olarak birbirine seçenek oluşturan durumların kompleks genliklerinin birleştirimlerinin yerini, olasılık ağırlıklı gerçek seçenekler almalıdır - ve bu seçeneklerden birisi gerçekten yer almalıdır.

'Önemli' oranda eğrilikle neyi kastediyorum? Eğrilik ölçümünün *bir graviton*[6] ölçeğinde veya daha fazla olduğu düzeyi kastediyorum (Anımsayacağınız gibi, kuantum kuralları gereğince, elektromanyetik

alan, ‘fotonlar’ denilen bireysel birimler halinde ‘kuantumlanır’. Alan frekanslarına ayrıştırıldığında, v frekansı her biri *hv* enerjisine sahip fotonlardan oluşur. Aynı kurallar, kütleçekim alanları için de geçerli olabilir). Bir graviton, kuantum kuramı uyarınca, eğriliğin kabul edilen en küçük birimidir. Söz konusu düzeye ulaşılır ulaşılmaz, doğrusal birleştirim kuralları, *U* yöntemi uyarınca, gravitonlara uygulandığında değiştirilmiş olur ve bunun yerini bir tür zamanda simetrik olmayan ve ‘doğrusal - olmayan kararsızlık’ alır. ‘Seçeneklerin’ kompleks doğrusal birleştirimlerinin sonsuza dek bir arada var olmalarını sağlamak yerine, seçeneklerden birisi bu aşamada ön plana çıkmaya başlar ve sistem seçeneklerden birine veya ötekine ‘atlar’. Belki seçim sadece rastlantıyla yapılır ya da daha derinde yatan bir neden vardır. Fakat artık, *gerçek* ya bu, ya da ötekidir. *R* yöntemi uygulanmıştır.

Dikkat ederseniz *R* yöntemi, herhangi bir insan müdahalesinden bağımsız olarak, tümüyle nesnel bir tarzda ve kendiliğinden oluşur. Bu görüşün temelinde yatan düşünce şudur: ‘bir graviton’ düzeyi, atomların, moleküllerin vb. parçacıkların, kuantum doğrusal kurallarının *(U)* egemen olduğu ‘kuantum düzeyi’ ile günlük deneyimlerimizin “klasik düzeyi’ arasında rahatça yerini almalıdır. Bir graviton düzeyi ne kadar 'büyüktür'? Burada söz konusu olan fiziksel büyüklük değildir: Daha çok, bir kütle ve enerji dağılımı söz konusudur. Çok fazla enerji bulunmaması koşuluyla, uzak mesafelerde kuantum girişimi etkilerinin oluşabileceğini görmüştük (II. cilt, s. 129’da tanımlanan fotonun kendi kendisiyle girişimi ve Clauser / Aspect’in EPR deneylerini, (II. cilt, s. 168 anımsayın). Kuantum kütleçekimsel kütle ölçeği, *Planck kütlesi* olarak anılır ve değeri (yaklaşık)

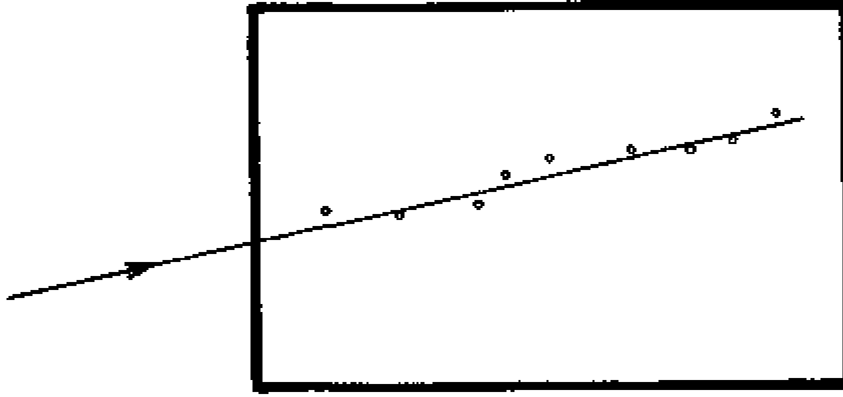
$$m_p = 10^{-5} \text{ gram'dır.}$$

Arzu edilenden yüksek bir değer gibi görünmektedir, çünkü bu değerden çok daha *az* kütleye sahip toz tanecikleri gibi cisimlerin klasik davranışları doğrudan algılanabilir *(m_p* kütlesi bir *pirenin* kütlesinden biraz daha küçüktür). Ancak, bir gravitonluk ölçütün bu kadar kaba bir uygulanım bulacağını sanmıyorum. Biraz daha açık anlatmaya çalışacağım, ama bu kitabı yazdığım günlerde söz

konusu ölçütün nasıl uygulanacağı konusunda henüz belirsizlikler bulunmaktaydı.

Doğrudan bir yöntem, Wilson *sis odası* yöntemini kullanarak bir parçacığı gözlemlemektir. Doyma noktasına yakın buharla dolu bir kap düşünün. Kabın dışında, diyelim, radyoaktif bir atomun parçalanmasıyla oluşmuş, hızla hareket halinde bir parçacık kaba girdiği zaman, buharın içinden geçişi, geçiş yoluna yakın bazı atomların iyonlaşmasına (yani, yer değiştiren elektronlar nedeniyle yüklenmesine) sebep olur. İyonlaşan atomlar, buharın yoğunlaşmasıyla oluşan küçük su damlacıklarının çekirdeklerini oluşturur. Bu şekilde, deneycinin doğrudan gözlemleyebildiği bir damlalar dizisi elde ederiz (Şekil 8.7).

Peki bu olayı kuantum mekaniksel olarak nasıl tanımlarız? Radyoaktif atom parçalandığı anda açığa çıkan bir taneciğin izleyeceği birçok yön vardır. Şu yön için bir genlik, bu yön için başka bir genlik, diğer yönlerin her biri için birer genlik vardır ve hepsi aynı anda kuantum doğrusal birleştirim içinde bulunurlar. Birleştirimli seçeneklerin toplamı, bozunan atomdan çıkan küresel bir dalga oluşturacaktır: Taneciğin *dalga fonksiyonu.* Parçacığın izleyeceği her bir olası yol, sis odasına girdiği zaman, bir dizi iyonlaşmış atomla buluşur; atomların her biri buharın yoğunlaşma merkezi olarak davranmaya başlar. İyonlaşmış atomların olası farklı dizileri de, kuantum doğrusal birleştirimde var olmalıdır; böylece, yoğunlaşan su damlacıklarından oluşan çok sayıda farklı dizilerin doğrusal birleştirimine sahibiz artık. Bir aşamada, söz konusu kompleks kuantum doğrusal birleştirimi, *R* yöntemi gereğince, kompleks genlik katsayılarının mutlak değer kareleri alınmış olacağı için, *gerçek* seçeneklerin olasılık-ağırlıklı gerçek bir birleşimi olacaktır. Deneyimlerimizin gerçek fiziksel dünyasında, bu seçeneklerden yalnız *birisi* gerçekleşir ve gerçekleşen bu seçenek, deneyci tarafından gözlemlenir. Önermekte olduğum görüş uyarınca, bu aşama, çeşitli seçeneklerin kütleçekimi alanları arasındaki fark, bir graviton düzeyine ulaştığı zaman gerçekleşir.



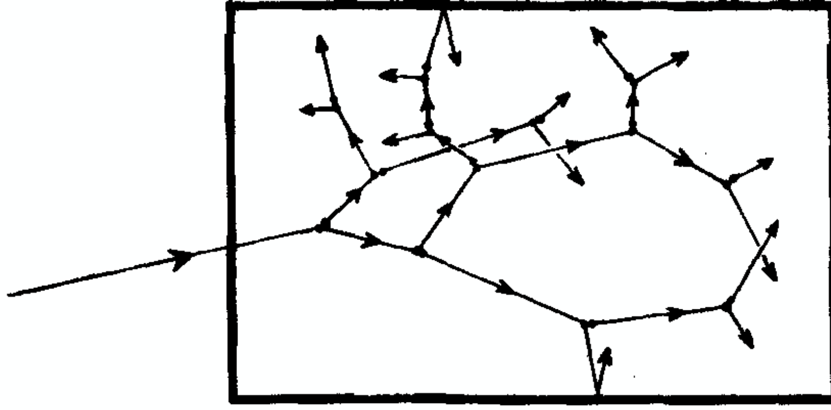
Şekil 8.7. Wilson sis odasına girerek bir dizi damlacığın oluşmasını sağlayan yüklü bir parçacık.

Bu, ne zaman olur? Kabaca bir hesaplamayla[7], sadece *bir* düzgün küresel damlacık söz konusu olursa, bir graviton düzeyine, tümüyle düzgün bu damlacık m_p kütlesine, yani gramın milyonda birine kadar, büyüdüğü zaman ulaşılır. Bu hesapta birçok belirsizlikler (ilke ile ilgili zorluklar dahil) vardır ve kolaylık sağlanması açısından damlacığın büyüklüğü biraz fazla alınmıştır, ama sonuç tümüyle mantıksız değildir. Daha kesin sonuçlara yakın gelecekte ulaşılması umulmaktadır. Böylece, bir tek damlacığın yerine damlacıklar dizisi esas alınarak hesap yapılabilecektir. Damlacıkların, tümüyle düzgün olmaktan çok, çok sayıda minik atomlardan oluştuğu varsayılırsa sonuçta önemli farklar ortaya çıkabilir. Üstelik, 'bir graviton' ölçütünün de, matematiksel olarak daha kesinleştirilmesi gerekmektedir.

Yukarıdaki örnekte, bir kuantum sürecinin (bir atomun radyoaktif bozunmasının) gerçekte nasıl gözlemlenebileceği üzerinde durdum. Burada farklı kuantum seçenekleri, farklı ve gözlemlenebilir makroskopik seçenekler üretilebilecek düzeye dek büyültülmüşlerdir. Bana kalırsa, böylesine *açıkça görünür* bir büyültme olmasa dahi, *R* nesnel olarak meydana gelebilir. Diyelim ki, parçacığımız, bir sis odası yerine, gazla (veya sıvıyla) dolu büyük bir kutunun içine girmiştir; öyle ki gazın yoğunluğu, parçacığın gazın içerdiği çok sayıdaki atomlarla çarpışacağı veya herhangi bir şekilde atomları bozunduracağı bir düzeydedir. Parçacıkla ilgili seçeneklerden sadece ikisinin başlangıçtaki kompleks doğrusal birleştirimi oluşturduğunu düşünelim: Parçacık kutuya hiç girmeyebilir veya

belirli bir yol izleyip girerek gazın atomlarından birine çarpar ve saçılır. İkinci durumda, gaz atomu büyük parçacığın ona çarpmaması halinde asla ulaşamayacağı bir hızla başka bir atoma yönelerek çarpar saçılır. Bu iki atom, başka türlü asla izlemeyecekleri yönlerde hızlanırlar. Sonuçta parçacık kutuya girmemiş olsaydı asla gerçekleşmeyecek olan bir süreçle atomlar eyleme geçerler (Şekil 8.8). Çok geçmeden, ikinci durumda, her bir gaz atomu parçacığın kutuya girmesinden tedirgenmiş olacaktır.

Bu durumu, kuantum mekaniksel olarak nasıl tanımlayabileceğimizi düşünelim. Başlangıçta, farklı konumları, dalga fonksiyonunun parçası olarak, kompleks doğrusal birleştirimler halinde gösterilen tek bir parçacık dikkate alınmalıdır.



Yer değiştirmemiş:



Eksi yer değiştirmiş:



Fark alanı:



Parçacıkların (hayli şematik) kütleçekimsel alanı

Şekil 8.8. Bir parçacık, herhangi bir gazla dolu bir kutuya girdiğinde çok geçmeden hemen hemen her gaz atomu bundan tedirgenmiş olacaktır. Kutuya giren parçacık ile girmeyen parçacığın kuantum doğrusal birleştirimi, gaz parçacıklarının iki

ayrı düzenlenimlerine karşı gelen kütleçekim alanlarını tanımlayan iki ayrı uzay-zaman geometrisinin doğrusal birleştirimini içerir. Bu iki geometri arasındaki *fark* ne zaman bir graviton düzeyine ulaşır?

Fakat kısa bir süre sonra, gazın tüm atomlarının dikkate alınması gerekir. Parçacığın, biri kutuya giren öteki girmeyen olası yönelim yollarının kompleks birleştirimini düşünün; standart kuantum mekaniği, bu birleştirimin gazın tüm atomlarını kapsayacak şekilde genişletilmesini öngörür. Bir durumdaki gaz atomlarının hepsinin konumu; öteki durumda istisnasız değişmelidir. Şimdi, bireysel atomların tümünün kütleçekim alanları arasında oluşacak *farkı* ele alalım. Gazın *genel* dağılımı, birleştirime giren iki durum için de hemen hemen aynı (ve genel kütleçekim alanları da hemen hemen aynı) olmasına karşın, alanlardan birini diğerinden *çıkarırsak* (yüksek salınımlı) bir *fark* alanı elde ederiz. Bu alan, burada kastettiğim anlamda, yani bir graviton düzeyinin kolaylıkla aşılabilmesi, yönünden 'önem' taşıyabilir. Bu düzeye ulaşılır ulaşılmaz, durum vektörü indirgemesi oluşur: Sistemin *gerçek* durumunda, parçacık, gaz dolu kutuya *ya* girmiştir *ya da* girmemiştir. Kompleks doğrusal birleştirim, istatistiksel ağırlıklı seçeneklere indirgenmiştir ve bunlardan yalnız *biri* gerçekleşir.

Bir önceki örnekte, sis odasını, kuantum mekaniksel gözlem yapılabilecek bir araç olarak kabul etmiştim. Gaz dolu kutu örneğinde açıkladığım yaklaşımla, 'bir graviton ölçütünü' kullanarak, başka tür gözlem araçlarından (fotoğraf levhaları, kıvılcım odaları, vb.) pekâlâ yararlanılabileceği kanısındayım. Bu yöntemin ayrıntılarıyla nasıl uygulanabileceği hakkında yapılacak daha çok iş var.

Yeni kuram[8] için çok gerekli olduğuna inandığım bir düşüncenin sadece bir tohumunu atmış bulunmaktayım. Tümüyle başarılı bir programın, uzay-zaman geometrisinin doğasına ilişkin çok köklü yeni fikirleri; belki temelde yerel olmayan bir tanımlamayı, içermesi gerektiğine inanıyorum.[9] Bu inancımı besleyen en önemli nedenlerden birisi, EPR-tipi deneylerden (II. cilt, s. 160-168) kaynaklanmaktadır: Bir odanın bir ucundaki bir gözlem (fotoselin kayıt yapması), odanın öteki ucunda durum vektörünün *aynı anda* (eşanlı) indirgenmesini sağlayabilir. Görelilik ruhuyla uyumlu,

tamamen nesnel bir durum vektörü indirgemesi kuramının inşa edilmesi son derece zordur, çünkü 'eşanlı eylem' kavramı, gözlemcinin eylemine bağlı olması nedeniyle, göreliliğin yabancısı olan bir kavramdır. Kanımca, özellikle *zamanın* doğası yönünden, fiziksel gerçeklik tanımımız, günümüzün görelilik ve kuantum mekaniğinin şimdiye kadar yaratmış olduğundan belki de daha büyük, daha sarsıcı bir etki yaratacaktır.

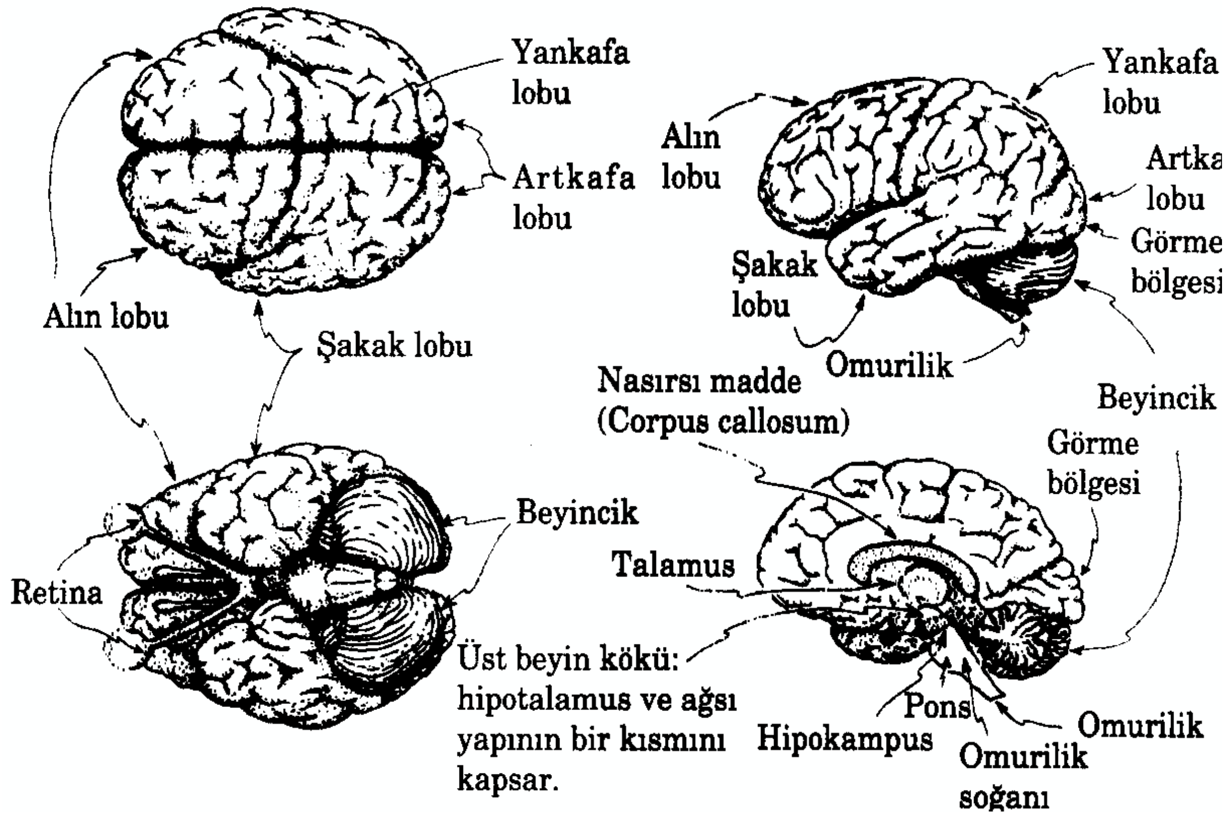
Şimdi, ilk sorumuza dönelim. Bütün bunlar, beynimizin işlevlerini yöneten fizik bilimiyle nasıl ilintilidir? Düşüncelerimizle ve duygularımızla ne gibi bağlantısı olabilir? Yanıtlamaya çalışmadan önce, beynimizin gerçekte nasıl inşa edilmiş olduğunu incelemeliyiz. Daha sonra esas sorumuza yöneleceğim: Bilinçli olarak düşündüğümüz veya algıladığımız zaman ne tür *yeni* bir fiziksel işlem söz konusu olabilir?

IX. Bölüm
Gerçek Beyin ve Beyin Modelleri

Beyin Gerçekte Neye Benzer?

Başımızın içinde, hareketlerimizi kontrol eden ve dış dünyaya karşı ilgimizi uyandıran harikulade bir yapı var. Yine de, bir zamanlar Alan Turing'in dediği gibi[1], bir çanak soğuk yulaf lapasından başka bir şeye benzemez! Böylesine umut kırıcı bir görünüşün, bildiğimiz mucizeleri nasıl başarabildiğini anlamak zordur. Ancak, yakından incelendiğinde çok daha karmaşık yapısı ve özenli örgütlenmesi anlaşılmaya başlanır (Şekil 9.1). Üst kısımda büyük kubbemsi (ve lapaya en çok benzeyen) kısım asıl beyin (*cerebrum)* olarak adlandırılır. Sol ve sağ *beyin yarıküreleri* olarak ayrılır; ön ve arkada biraz daha kesin olmayan bir sınırla alın lobu, şakak lobu, yankafa ve artkafa loblarına ayrılır. Daha aşağıya doğru ve arka tarafta beynin belki iki yün yumağına benzeyen küresel kısmı, yani beyincik (*cerebellum)* yer alır. İçe doğru derinde, asıl beynin altına gizlenmiş birçok tuhaf adlı ve karmaşık görünüşlü yapılar, beyin kökünü oluşturan pons ve omurilik soğanı (*medulla*) (bizi daha sonra ilgilendirecek olan ağsı yapı dahil), talamus, hipotalamus, hipokampus, nasırsı madde (*corpus callosum*) ve bunun gibi yapılar bulunur.

Beynin, insanların en çok gurur duyması gereken kısmı *asıl beyin'*dir. Çünkü insan beyninin en büyük bölümü olmakla kalmaz, öteki hayvanlarla kıyaslandığında oransal olarak da *insanda* hayvandakinden daha büyüktür (*Beyincik de* insanlarda, diğer birçok hayvanınkine göre büyüktür). Beyin ve beyincik dış yüzeyinde biraz daha ince *gri madde,* yani *beyin korteksi,* geniş iç bölgelerde *ak madde,* yani *beyincik korteksi* vardır. Gri madde çeşitli hesap işlemlerini üstlenmişken ak madde, beynin bir tarafından diğerine gönderilen sinyalleri taşıyan uzun sinir tellerinden oluşur.



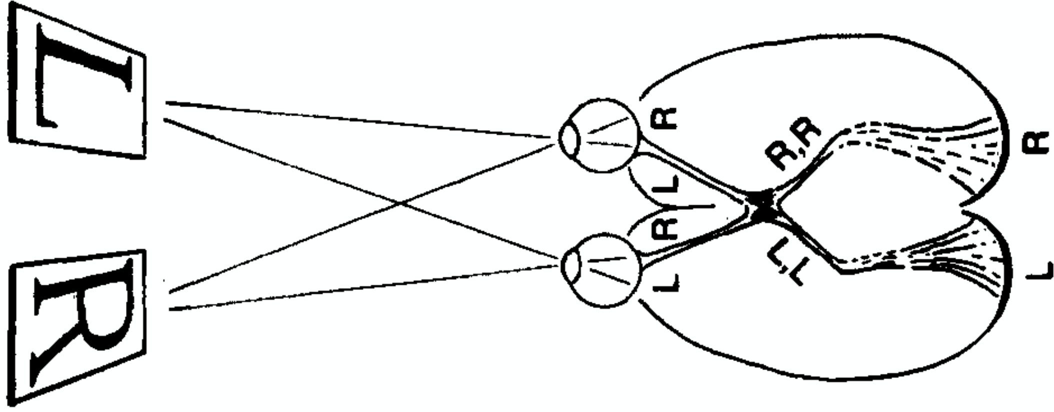
Şekil 9.1. İnsan beyni: Üstten, yandan, alttan görünüşü ve kesiti.

Beyin korteksinin çeşitli bölgeleri, çok özel görevler üstlenmiştir. Beynin tam arkasında, artkafa lobunda *görme duyumu* bölgesi, görsel algılama ve yorumlama işlevini yerine getirir. Doğa'nın, en azından insanda, başın tam *ön tarafında* yer alan gözlerden gelen sinyalleri yorumlaması için bu bölgeyi seçmiş olması ilginçtir! Ama Doğa'nın, bundan daha ilginç davranışları da var. Bedenin *sol* tarafındaki eylemlerden sorumlu olan beynin *sağ* yarıküresi iken, sol yarıküre bedenin sağ tarafından sorumludur. Öyleki hemen hemen tüm sinirler, beyinden giriş çıkışlarında bir taraftan diğer tarafa geçmek zorundadır! Görme bölgesinde, beynin sağ tarafı sol gözle değil, *her iki gözün sol görüş alanıyla ilgilidir.* Aynı şekilde, sol görme bölgesi, her iki gözün sağ görüş alanı ile ilgilidir. Öyleyse, her bir gözün ağ tabakasının (retina) sağ tarafından çıkan sinirler, sağ taraftaki görme bölgesine ulaşmalıdır (retinaya ulaşan görüntünün ters görüntü olduğunu anımsayın) ve her bir gözün retinasının sol tarafından çıkan sinirler sol taraftaki görme bölgesine ulaşmalıdır

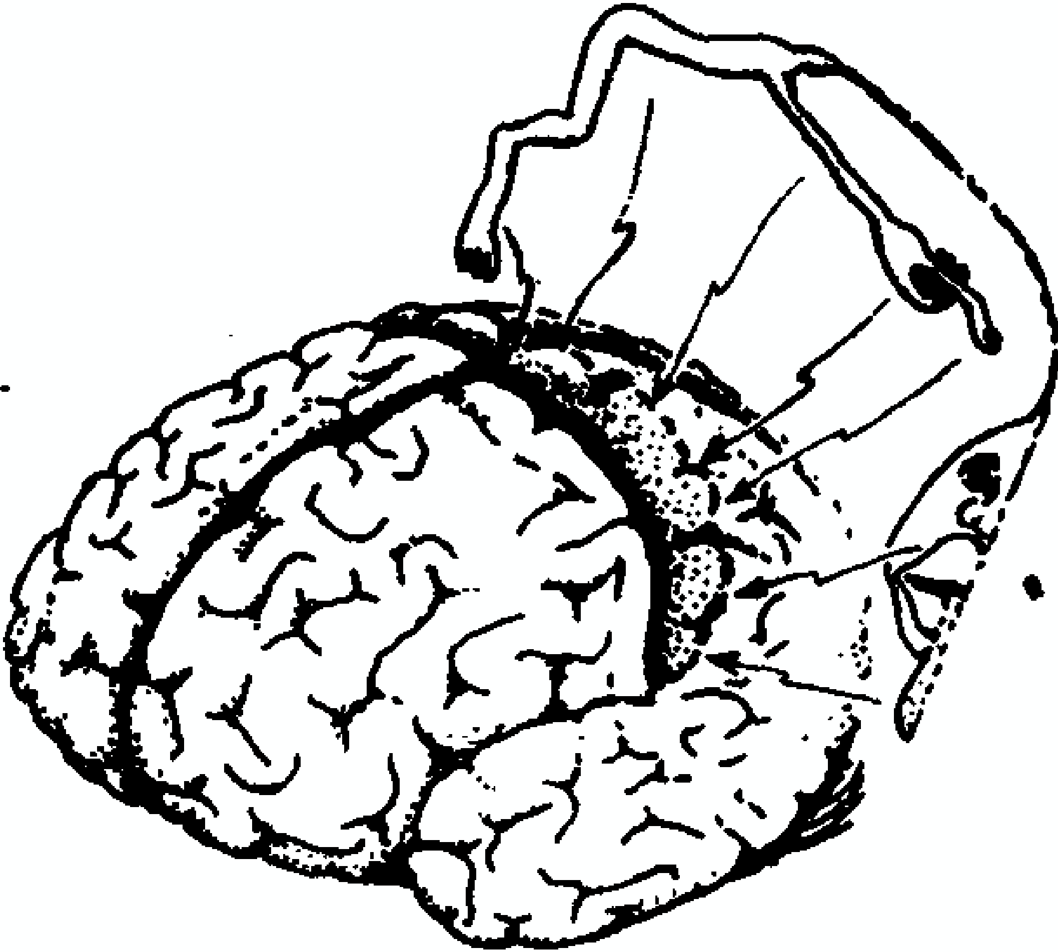
(Şekil 9.2). Bu şekilde, sağdaki görme bölgesinde, sol görüş alanının çok iyi tanımlanmış bir haritası oluşurken, sağ görüş alanının haritası, soldaki görme bölgesinde oluşmaktadır.

Kulaklardan gelen sinyaller de yine böyle bir ilginç davranış sergileyerek, beynin öbür tarafına geçerler. Sağdaki işitme bölgesi (sağ şakak lobunun bir kısmı), daha çok, sol kulaktan gelen sesleri yorumlarken, soldaki işitme duyumu bölgesi genelde, sağ kulaktan gelen sesleri yorumlar. Koklama duyumu bölgesi, genel kuralların dışında kalmış gibi görünüyor. Sağdaki koklama duyumu bölgesi, beynin ön tarafında yer almakta (alın lobunda - bu lobun kendisi bir duyum alanı olarak istisnadır) ve sağ burun deliğinden gelen kokuları, soldaki koklama duyumu bölgesi ise sol burun deliğinden gelen kokuları yorumlar.

Dokunma duyumları, yankafa lobunda beden duyumu bölgesi *(Somatosensory cortex*) adı verilen bölgeyle algılanır ve yorumlanır. Bu bölge, tam alın ve yankafa lobları arasındaki ayırımda yer alır. Bedenin yüzeyinin çeşitli kısımlarıyla, beden duyumu bölgesinin kısınılan arasında çok özgün bir iletişim vardır. Bu ilişki bazen 'beden duyum insansısı' denilen ve Şekil 9.3'te görüldüğü gibi beden duyumu bölgesi boyunca uzanmış bir insan şeklini andıran bir tasarımla tanımlanır. Sağdaki beden duyumu bölgesi, bedenin sol tarafından gelen duyumlarla, soldaki beden duyumu bölgesi ise bedenin sağ tarafından gelen duyumlarla ilgilidir. Alın ve yankafa lobları arasındaki ayırımın tam *önünde* yer alan bir alın lobu bölgesi *hareket bölgesi,* bedenin çeşitli organlarını harekete geçirmekle yükümlü olup, yine bedenin kasları ile beyin hareket bölgesinin çeşitli alanları arasında çok özgün bir iletişim vardır. Şekil 9.4'te görüldüğü gibi bu iletişimi tanımlayan bir 'hareket insansısı'na sahibiz. Sağdaki hareket duyumu bölgesi, bedenin sol tarafına kumanda ederken, soldaki hareket duyum bölgesi, bedenin sağ tarafına kumanda eder.



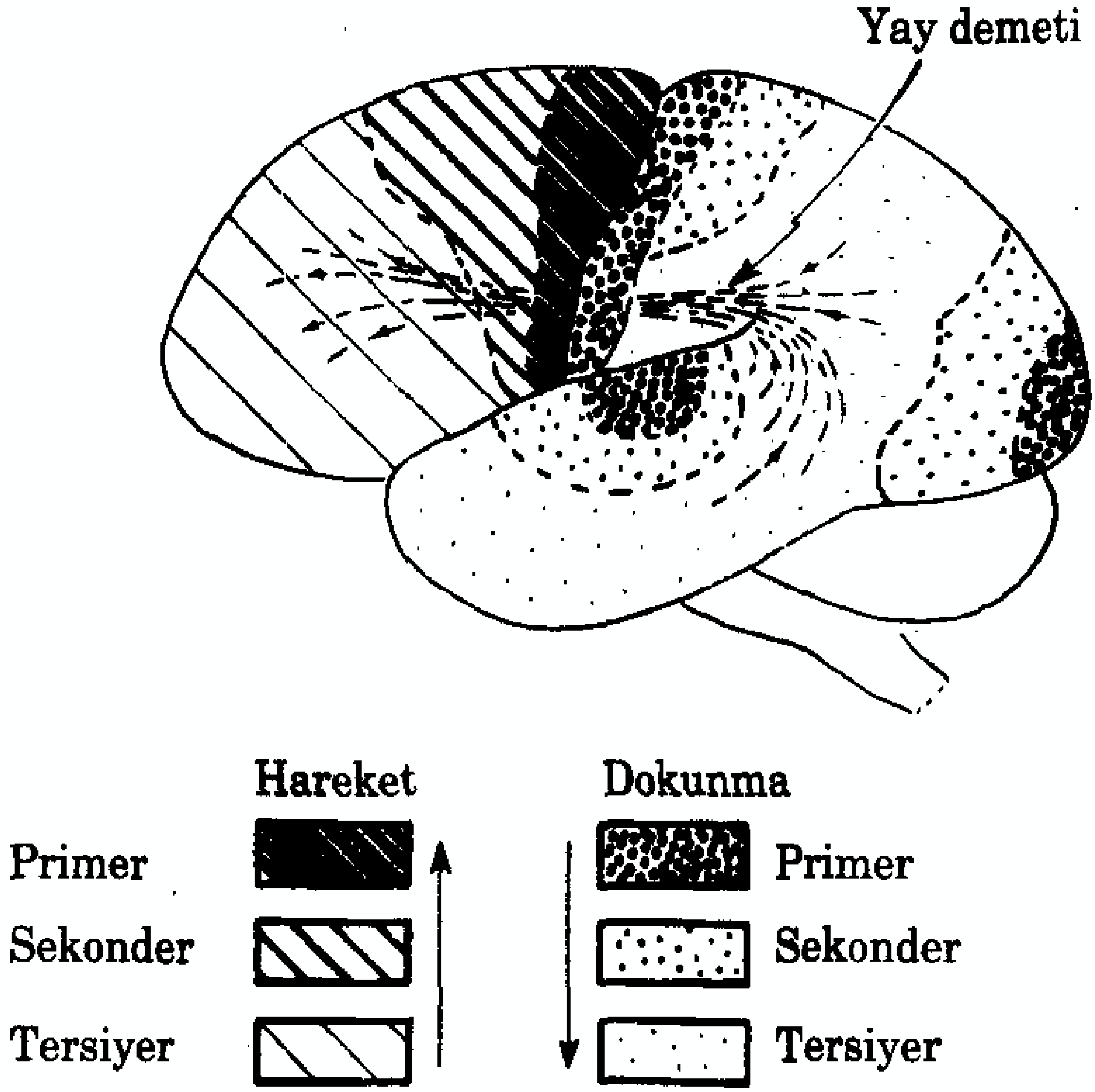
Şekil 9.2. Her iki gözün soldaki görüş alanı sağdaki görme bölgesinde, sağdaki görüş alanı ise soldaki görme bölgesinde haritalanır (Alttan görünüş: Retina üzerindeki görüntülerin ters olduğunu görüyorsunuz).



Şekil 9.3. Beden duyumu insansısının şematik olarak gösterdiği gibi alın ve yankafa lobları arasındaki ayrımın hemen arka kısmındaki bölge, dokunma duygusu ile yakından ilişkilidir.

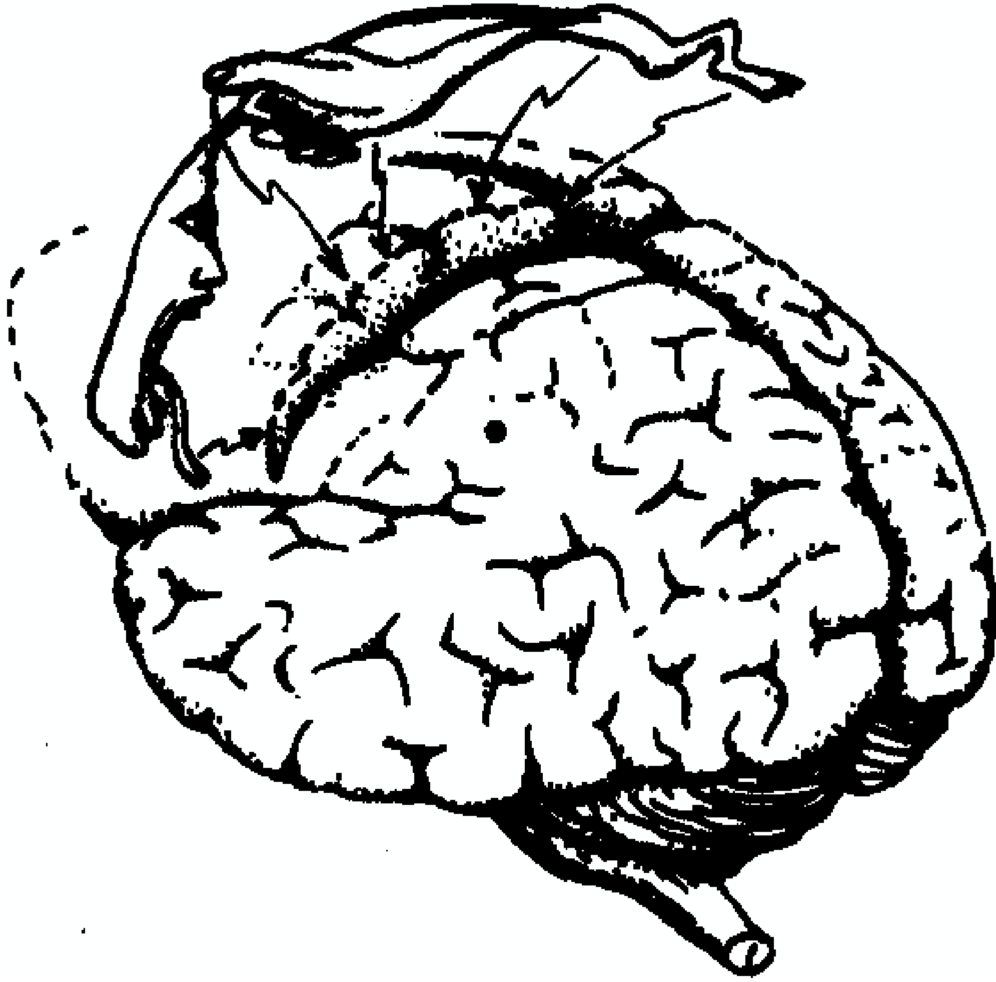
Beyin korteksinin bu bölgeleri (görme duyumu, işitme duyumu, koklama duyumu, dokunma duyumu ve hareket kumanda) birincil (*primer*) olarak adlandırılır. Çünkü beynin girdi ve çıktısıyla doğrudan ilintili bölgelerdir. Birincil bölgelerin yakınında yer alan ikincil (*sekonder*) bölgeler, daha nazik ve karmaşık soyut bir düzeyde gerçekleşen duyumlarla ilgilidir (Şekil 9.5). Görme, işitme ve beden duyum bölgelerinde alınan bilgi, ilgili ikincil bölgelerde işleme girer ve ikincil hareket kumanda bölgesi, birincil hareket bölgesince gerçek kas hareketinin daha ayrıntılı ve özgün yorumlandığı hareket planlarıyla ilgilidir (Beyin korteksinin koklama duyumu bölgesini bir tarafa bırakalım. Çünkü burası farklı davranır ve hakkında oldukça az şey bilinir). Beyin korteksinin kalan bölgelerine üçüncül (*tersiyer)* veya *birleştirme* bölgesi adı verilir. Beynin en soyut ve karmaşık işlemleri bu bölgelerde gerçekleşir. Çeşitli duyum bölgelerinden alınan bilgiler, komşu bölgelerle bir ölçüde işbirliği içerisinde, bu bölgelerde çok karmaşık yöntemlerle ilişkilendirilir ve analiz edilir. Anılar yerlerine yerleştirilir, dış dünyanın tanımları yapılır, genel planlar algılanır ve değerlendirilir ve konuşmalar anlaşılır veya biçimlendirilir.

Konuşma özellikle ilginçtir, çünkü insan zekâsına özgü bir nitelik olarak kabul edilir.



Şekil 9.4. Hareket insansısının şematik olarak gösterdiği gibi alın ve yankafa lobları arasındaki yarığın tam önünde yer alan bölge harekete doğrudan kumanda eder.

Tuhaftır ki, (en azından, sağ elini kullananların pek çoğu için ve sol elini kullananların çoğu için), *konuşma* merkezleri beynin tam *sol tarafındadır.* Konuşma yetisi ile ilgili asal bölgeler, alın lobunun alt arka tarafındaki *Broca alanı,* ile şakak lobunun üst arka tarafındaki *Wernicke alanı'dır* (Şekil 9.6).

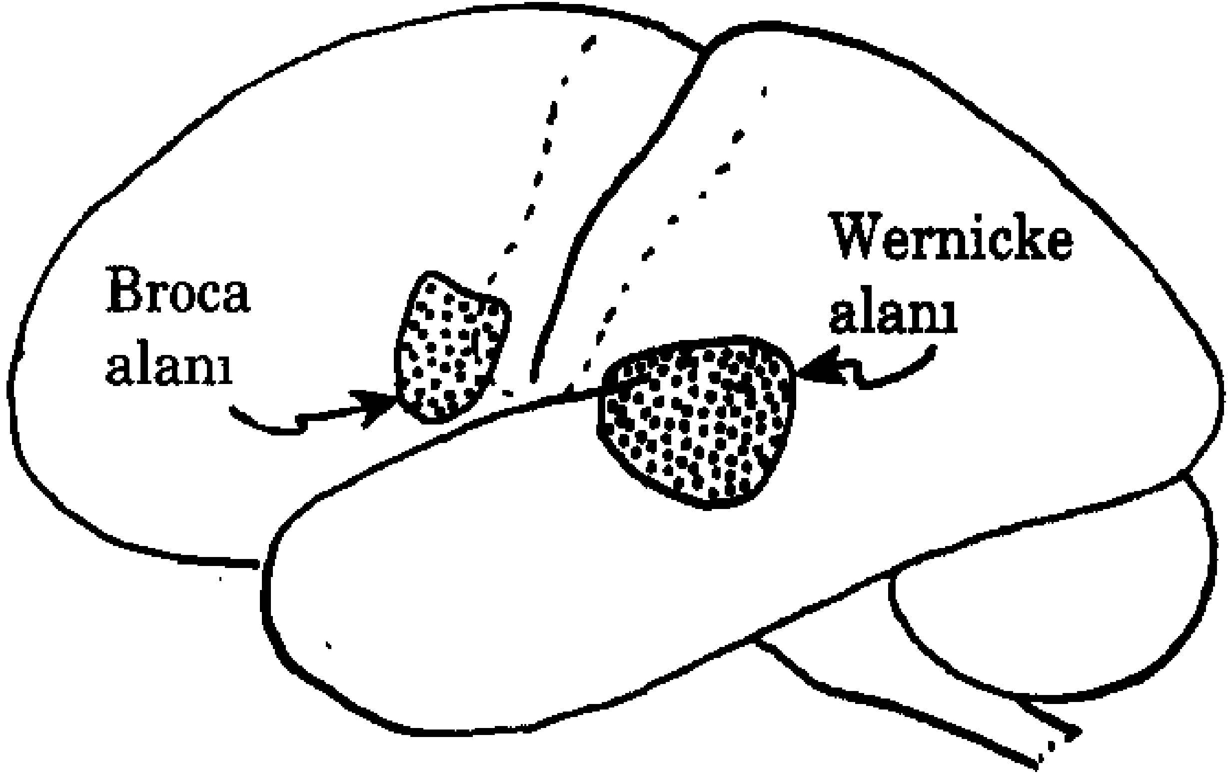


Şekil 9.5. Çok genel çizgilerle tanımlandığı şekliyle beynin etkinliği. Dış duyu verileri, birincil duyum bölgelerine girer. İkincil ve üçüncül bölgelerde daha ayrıntılanır, üçüncül kumanda bölgesine iletilir ve sonunda birincil kumanda bölgelerinde hareketle ilgili özgün komutlara çevrilir.

Broca alanı cümle kurulması, Wernicke alanı, dili anlama ile ilgilenir. Broca alanının zedelenmesi, konuşma bozukluğu yaratır ama dili anlamada herhangi bir özüre neden olmaz. Wernicke alanının zedelenmesi sonucu konuşma akıcıdır ama pek az anlam içerir. *Yay demeti* (arcuate fasciculus) adı verilen bir sinir demeti, iki alanı birleştirir. Bu sinir demeti zarar gördüğü zaman, anlama yetisi zarar görmez ve konuşma akıcıdır ama anlaşılan şey düzgün cümlelerle anlatılamaz.

Şimdi beynin işlevlerini çok genel çizgileriyle özetleyelim. Beynin *girdisi,* yani görme, işitme, dokunma ve öteki sinyaller önce beyinde, (başlıca) *arka* lobların (yankafa, şakak ve artkafa lobları) birincil bölgelerinde kaydedilir. Beynin *çıktısı,* yani bedeni çalıştıran komutlar, beynin *alın* loblarının birincil bölgeleri tarafından gerçekleştirir. Girdi ve çıktı arasında bir tür işlem gerçekleşir. Genel bir tanımlamayla, arka lobların birincil bölgelerinde başlayan beyin faaliyeti, girdi verileri analiz edildikçe, ikincil bölgelere doğru ve veriler tamamen yorumlanıp anlaşıldıkça (örneğin, konuşulanın Wernicke alanında anlaşılması gibi) arka lobların üçüncül bölgelerine doğru ilerler. Yay demeti -yukarıda değindiğimiz ve beynin her iki tarafında bulunan sinir demeti- işlenen bilgiyi alın lobuna taşır ve buradaki üçüncül bölgelerde hareketin genel planları (örneğin, Broca alanında konuşmanın biçimlendirilmesi) düzenlenir. Genel hareket planları, ikincil komuta bölgelerinde, bedenin davranışları hakkında daha özgün kavramlara çevrilir ve sonunda, beynin faaliyeti, birincil kumanda bölgesine iletilir. Bu bölgeden sinyaller, bedendeki kas gruplarına (çoğu kez, aynı anda birden fazla gruba) gönderilir.

Mükemmel bir hesap makinesinin tasarımı sunuldu bizlere. Güçlü *AI* (bkz. 1. bölüm, vs.) savunucuları, bir algoritmik bilgisayarın, aslında bir Turing makinesinin, fevkalade bir örneğine sahip olduğumuzu kabul edeceklerdir. Bu algoritmik bilgisayarın bir girdisi (Turing makinesinin sol tarafındaki girdi bandı gibi) ve bir çıktısı (makinenin sağ tarafındaki çıktı bandı gibi) var ve bu ikisi arasında her türlü karmaşık hesap işlemi gerçekleştirilmektedir. Elbette beynin çalışması, özgün duyumsal girdiden bağımsız olarak da gerçekleşebilir.



Şekil 9.6. Normal olarak sadece sol tarafta Wernicke alanı anlama ile, Broca alanı ise konuşmanın düzenlenmesi ile görevlidir.

Düşünceye daldığımız, anıları anımsadığımız, hesap yaptığımız zaman bu bağımsız işlevlerini yerine getiriyor demektir. *AI* taraftarlarına göre, beynin bu tür etkinliği, sadece bir başka algoritmik etkinliktir ve 'bilinçlilik' olgusunun, bu tür içsel bir etkinliğin, yeterli karmaşık düzeye erişmesi durumunda ortaya çıkacağını önerebilirler.

Açıklamalarımızda çok aceleci davranmayalım. Beynin işlevleri ile ilgili olarak yukarıda verdiğimiz genel tanımda, görme duyumunu bile kaba çizgileriyle açıkladım. Beyin korteksinin, görüş alanının, başka amaçlarla, haritasının çıkarıldığı başka (ama daha önemsiz) bölgeleri de vardır (Bizim görme *bilinçliliğimiz* bu bölgelere göre değişebilir). Beyin korteksinin üzerine dağılmış yardımcı duyumsal ve kumanda bölgeleri de vardır (örneğin, gözlerin hareketleri, *art* loblarda çeşitli noktalar tarafından gerçekleştirilir).

Asıl beynin işlevleri dışında, öteki kısımların işlevlerinden bile sözetmedim. Örneğin, *beyinciğin* işlevi nedir? Görünüşe göre

beyincik, bedenin kesin koordinasyonu ve kontrolünden -zamanlaması, dengesi ve hareketlerinin uyumundan- sorumludur. Bir dansçının zarif hareketlerini, profesyonel bir tenisçinin rahat hareketlerini, bir araba yarışçısının hızlı kontrolünü, bir ressamın veya müzisyenin ellerinin kendinden emin davranışlarını düşünün. Bir ceylanın zarif sıçrayışlarını ve bir kedinin yerde sürünerek avına yaklaşmasındaki ahengi de düşünün. Beyincik olmasaydı, böylesine kesin dengeli davranışlar da olmazdı; tüm davranışlar, acemice ve beceriksizce olurdu. Öyle görünüyor ki, yeni bir beceri kazanma aşamasında olduğumuz zaman, diyelim yürümeyi veya araba kullanmayı öğrenirken, her hareketi ayrıntılarıyla önceden düşünmemiz gerekir ve beyin kontrolü ele almıştır. Fakat, yaptığımız işte ustalaştıkça ve becerimiz bizim özelliğimizin bir parçası, ‘ikinci doğamız’ haline geldiği zaman kontrolü, beyincik ele alır. Üstelik, ustalaşılan becerideki hareketleri *düşünmek* artık alışılagelmiş bir deneyimdir ve bu hareketlerin kolayca denetimi, geçici olarak yitirilebilir. Bunu *düşünmek,* beynin tekrar kontrolü ele geçirmesi demektir ve bu suretle sonuçta bir hareket esnekliği oluşsa bile, beyinciğin sağladığı akıcı ve dengeli hareket yitirilmiştir. Kuşkusuz yaptığımız tanımlamalar son derece basitleştirilmiş tanımlardır ama yine de beyinciğin işlevi hakkında bir fikir verebilir.[!]

Beynin işlevlerini özetleyen ilk tanımlamamda, beynin diğer kısımlarının işlevlerini dikkate almamam yanıltıcıydı. Örneğin, *hipokampus,* beyin korteksinin bir yerine, belki de aynı anda birçok yerine depolanan gerçek anıların, uzun dönemli (sürekli) anıların yerleştirilmesinde yaşamsal bir rol üstlenir. Görüntüleri, beyin başka yöntemlerle, *kısa* dönem esasına göre alıkoyabilir; ve bu görüntüleri dakikalarca veya saatlerce (belki de onları ‘usda tutarak’) koruyabilir. Fakat, dikkatimiz dağıldıktan sonra bu görüntüleri anımsayabilmemiz için, sürekli şekilde depolanmaları gerekir ve bunu da hipokampus üstlenir (Hipokampusun zedelenmesi, denekin dikkatini terk ettikleri andan itibaren hiçbir yeni anının alıkonulmadığı korkunç bir durum yaratır). *Nasırsı madde,* beyin sağ ve sol yarımkürelerinin birbiriyle iletişimini sağlayan bölgedir (Nasırsı maddenin zedelenmesinden kaynaklanan ilginç durumlardan daha sonra söz edeceğim). *Hipotalamus,* duyguların -hazzın, öfkenin, korkunun, umutsuzluğun, açlığın- bölgesidir. Duyguların, zihinsel ve fiziksel dışavurumlarını

düzenler. Hipotalamus ile beynin çeşitli bölgeleri arasında sürekli bir sinyal akışı vardır. *Talamus,* önemli bir işlem merkezi ve yansıtıcı istasyonudur; dış dünyadan gelen sinir girdilerinin birçoğunu beyin korteksine iletir. *Ağsı yapı* bir bütün olarak beyinde veya beynin farklı bölgelerinde genel uyanıklık veya bilinçlilik durumundan sorumludur.

Farklı bölgeleri birbirine bağlayan sayısız sinir kanalları ve yaşamsal önem taşıyan çok sayıda alan vardır.

Yukarıda sıraladıklarım beynin yalnızca önemli kısımlarından birkaç örnektir. Buradaki açıklamalarımı bitirmeden önce, beynin bir bütün olarak organizasyonundan biraz daha söz etmek istiyorum. Beynin üç ana bölgesi, art beyin (*rhombencephalon),* orta beyin (*mesencephalon*) ve ön beyin *(proencephalon)*'dir*.* Bir embriyon gelişiminin ilk aşamasında, bu üç bölge, omurga ucunda üç kabarıklık şeklinde bu sırayla, görülebilir. En uçta, gelişmekte olan ön beyin, her iki yanında birer tane olmak üzere iki tomurcuk verir ki bunlar, gelişimlerini tamamladıklarında beyin yarımküreleri olacaklardır. Gelişmesini tamamlayan bir ön beyin, yalnız beyni değil, nasırsı madde, talamusu, hipotalamusu, hipokampus ve diğer birçok önemli bölgeleri kapsar. Beyincik, art beynin bir parçasıdır. Ağsı yapının bir kısmı orta beyinde, bir kısmı art beyinde yer alır. Ön beyin, evrimsel gelişimde 'en yeni', art beyin ise 'en eski' olanıdır.

Birçok bakımdan eksik de olsa umarım bu kısa tanımımla okuyucuya insan beyninin neye benzediği ve genel olarak işlevleri hakkında bir fikir verebilmişimdir. Fakat, asıl konumuz olan *bilince* henüz değinmedim. Şimdi bunu ele alalım.

Bilincin Yeri Nerede?

Beynin durumunun, bilinç olgusu ile ilişkisi hakkında farklı birçok görüş bildirilmiştir. Önemi açıkça görülen böyle bir olgu ile ilgili olarak dikkat çekici ölçüde az görüş birliği vardır. Ancak, beynin tüm bölgelerinin bilinç olayına aynı derecede katkıda bulunmadığı bir gerçektir. Örneğin, beyincik beyine göre daha çok kendi kendini kontrol eden bir 'otomaton'dur. Beyinciğin kontrolü altındaki eylemler, hemen hemen 'istemsiz' olarak, önceden tasarlanmadan,

‘düşünmek’ gerekmeksizin, oluşurlar. Bir yerden bir yere yürümeye bilinçli karar verdiğimiz zaman, kontrollü bir eylem gerçekleştirmek için gerekecek ayrıntılı kas hareketlerinin özenli planının çoğu kez farkında olmayız. Aynı şey istemsiz hareketler için söylenebilir. Örneğin, sıcak sobadan elimizi çekmemiz gibi refleksler beyin tarafından değil, omurganın üst kısmından kontrol edilebilir. Buna göre, bilinç olgusunun da, beyincik veya omurilikle değil, beynin işleviyle ilişkili olabileceği düşünülebilir.

Öte yandan, beynin, bilinçli davranışlarımız üzerinde *her zaman* etkili olduğu açıkça kanıtlanamaz. Örneğin, kaslarımızın ve bacaklarımızın ayrıntılı eyleminin bilincinde *olmadığımız* normal bir yürüme eyleminde, (beynin öteki bölgelerinin ve omuriliğin yardımıyla) daha çok beyinciğin kontrolünde gerçekleşen eylemde, beynin birincil kontrol bölgelerinin de devreye girdiği anlaşılıyor. Üstelik aynı şey, birincil duyum bölgeleri için de geçerli olabilir: Yürürken, ayak tabanlarımızda değişen basıncın farkında olmayabiliriz ama, beynin beden duyumu bölgesindeki ilgili bölgeler bu konuda sürekli uyarılmaktadır.

Gerçekten de, ABD/Kanadalı beyin cerrahı Wilder Penfield (1940’larda ve 1950’lerde, insan beyninin hareket ve duyum bölgelerinin ayrıntılı haritasını çıkarmıştır), insan bilincinin sadece beyinsel etkinliklerle ilişkili olmadığını ileri sürmüştür. Bilinci yerinde hastalar üzerinde gerçekleştirdiği sayısız beyin operasyonlarından edindiği deneyime dayanarak, *üst beyin kökü* adını verdiği ve büyük ölçüde talamus ile orta beyinden oluşan (gerçi Penfield’in asıl ilgi alanı ağsı yapıydı) bir bölgenin, bir anlamda, ‘bilincin yeri’ olarak kabul edilebileceğini önerdi. Üst beyin kökü, beyinle iletişimlidir ve Penfield, ‘bilinçli uyarılma’ veya ‘bilinçli istemli hareket’in, beyin kökünün bu bölgesinin, beyin korteksinin uygun bölgesi ile, yani belirli duyumlar, düşünceler, anılar veya o anda uyarıları veya bilinçli olarak algılanmakta olan eylemlerle ilgili bölge ile doğrudan iletişim kurmasından kaynaklandığını sayunmuştur. Örneğin, hastanın sağ kolunu oynatması için beyin korteksinin hareket bölgesini uyardığında (ve sağ kol gerçekten de hareket etmektedir) uyarmanın, hastanın sağ kolunu hareket ettirmeyi *istemesine* neden olmadığını belirtmiştir. (Hasta, belki de sol koluyla uzanıp, sağ kolunun hareketini durdurmak bile isteyebilir - Peter Sellers’in

sinemada Dr. Strangelove karakterini canlandırırken yaptığı gibi!) Penfield'e göre hareket *istemi,* beyin korteksinden çok talamusun yönetiminde olabilir. Bilincin, üst beyin kökünün işlevinin bir sonucu olduğunu iddia etmesine karşın, *bilincinde olunacak* bir nesnenin de var olması gerektiği için, bilinç olgusuna katkıda bulunan sadece beyin kökü olamaz; beyin korteksinde herhangi bir bölge, üst beyin köküyle o anda iletişimde olan ve faaliyeti, bilinç durumunun konusunu (duyu veya anı) veya amacını (istemli eylem) temsil eden bir bölge de katkıda bulunmaktadır.

Bazı nörofizyologlar da, özellikle ağsı yapının bilincin 'yerini', gerçekten böyle bir yer varsa, oluşturduğu görüşündedirler. Ne de olsa, ağsı yapı beynin genel uyanıklık durumundan sorumludur (Moruzzi ve Magoun 1949). Bu ağ zedelendiği takdirde, bilinç yitimi meydana gelir. Beyin ne zaman ki uyanık bilinç durumundadır, ağsı yapı faaliyet halindedir; uyanık bilinç durumunda olmadığı zaman ise ağ sistemi aktif değildir. Ağ sisteminin işlemi ile 'bilinçli' olarak nitelediğimiz bir insanın durumu arasında gerçekten açıkça görülen bir ilişki görülüyor. Ancak, düş görme durumunda konu biraz karmaşıklaşmaktadır: Düş görme esnasında insan aslında 'farkında olma' durumundadır, en azından gördüğü düşün farkındadır, oysa ağ sistemi görünüşte faal durumda değildir. Evrimsel yönden beynin en *eski* parçası onursal niteliğinin bu sisteme verilmesi insanları düşündürmektedir. Bilinçli olmak için ihtiyacımız olan sadece aktif bir ağsı yapı sistemi ise, kurbağalar, kertenkeleler ve hatta morina balığı bile bilinçli demektir!

Ben, bu son görüşü çok güçlü bir görüş olarak kabul etmiyorum. Kertenkelelerin ve morina balığının, düşük düzeyde de olsa bir çeşit bilince sahip olmadıklarına dair elimizde ne gibi kanıt var? Gezegenimizin, 'bilinçli olma' gibi gerçek bir yetenekle kutsanmış yegâne canlıları olduğumuzu iddia etmeye ne hakkımız var? Yeryüzünün yaratıkları arasında 'bilinçli olmak' olasılığına sahip varlıklar olarak yalnız biz mi varız? Bundan kuşkuluyum. Gerçi, kurbağalara, kertenkelelere ve özellikle morina balığına baktığım zaman, 'orada birinin' beni aynı gözlerle süzdüğüne dair pek güçlü bir duyguya kapılmıyorum ama, bir köpeğe veya kediye baktığım zaman, özellikle hayvanat bahçesinde bir maymun veya şempanze bana baktığı zaman, 'bilincin varlığını' gerçekten güçlü bir şekilde

duyuyorum. Onların, benim hissettiğim gibi hissetmelerini beklemiyorum, ne de hissettiklerinde olgunluk arıyorum. 'Varlıklarının farkında olmalarını' da beklemiyorum (ancak, 'varlığının farkında olmak' unsurunun var olabileceğini tahmin ediyorum[II]). Bütün istediğim bazen sadece *hissetmeleri*! Düş görme durumuna gelince, bir tür bilincin, fakat çok düşük düzeyde bir bilincin varlığını kabul ediyorum. Ağ sisteminin kısımları, herhangi bir şekilde, bilinçli olma durumundan tümüyle sorumlu iseler, düş görme esnasında, düşük bir düzeyde de olsa, aktif olmak zorundadırlar.

Bir başka görüş (O' Keefe 1985), bilinçlilikten daha çok *hipokampusun* sorumlu olduğunu savunur. Daha önce değindiğim gibi hipokampus, uzun dönemli anıların yerleştirilmesi işlevinde çok önemli bir rol üstlenmiştir. Sürekli anıların yerleştirilmesi ile bilinç arasında ilinti kurulursa ve bu doğruysa, hipokampus, gerçekten, bilinçli olma durumunda başlıca sorumluluğu üstlenebilir.

Başka görüşler, bu konuda sorumluluğun beyin korteksinin kendisine düştüğünü ileri sürmektedir. Beyin insanın övünç kaynağı olduğuna, (Yunusların beyni insanınki kadar büyük olsa da!) ve zekâ ile yakından ilişkili ussal faaliyetlerin beyin tarafından yürütüldüğü kabul edildiğine göre, öyleyse insanın ruhunun beyinde yer aldığı kuşkusuzdur! Güçlü *AI* görüşünün ulaştığı sonuç da bu olmalı, örneğin. 'Bilinç', sadece, bir algoritmanın *karmaşıklığının* bir özelliği, ya da belki 'derinliği' veya kolay kavranamayan düzeyde bir 'niteliği' ise, bu durumda, güçlü AI görüşü uyarınca, beyin korteksinde uygulanan karmaşık algoritmalar, beyin korteksi üzerindeki bölgeleri, bilinci kontrol eden en güçlü aday konumuna getirecektir.

Birçok filozof ve psikolog, insan bilincinin, insanın konuşma *dilini* kullanma becerisiyle ilişkili olduğu görüşündedir. Buna göre, insanların en büyük özelliği olan düşünme ve içinden geçenleri dile getirme inceliğine yalnız konuşma yeteneğimizle ulaşabiliriz. Bu görüş uyarınca konuşma, bizi öteki hayvanlardan ayıran özelliğimizdir ve bu nedenle gerektiğinde onları özgürlüklerinden yoksun bırakmak ve öldürmek için bahanemizi teşkil eder. Dış dünyanın ve aynı zamanda kendi varlığımızın bilincinde olduğumuzu başkalarına kanıtlamamızın, düşünce ve duygularımızı anlatmanın

bir aracıdır konuşmak. Konuşma yeteneğimiz, bu görüş uyarınca, bilinçli olma durumumuzun en önemli unsurudur.

Şimdi, konuşma merkezlerimizin (insanların çoğunda) beynimizin *sol* tarafında (Broca ve Wernicke alanları) yer aldığını anımsayalım. Biraz önce özetlediğimiz görüş, bilinci, beyin korteksinin sağ tarafı ile değil sadece sol tarafı ile ilişkilendirmektedir! Gerçekten birçok nörofizyolog da (özellikle John Eccles 1973) görünüşte aynı kanıyı paylaşmaktadır. Mesleğin dışında birisi olarak ben bu görüşü, açıklayacağım nedenlerle, biraz tuhaf buluyorum.

Ayrık Beyin Deneyleri

Nasırsı maddeleri tamamen zedelendiği için beyin yarıküreleri arasındaki iletişimin yitik olduğu insan (ve hayvan) denekler üzerinde yapılan gözlemlerden söz etmeliyim. Epilepsi hastalığından şikâyetçi hastalar üzerinde tedavi amacıyla uygulanan operasyonla nasırsı madde çıkarılmış ve bunun etkili bir tedavi yöntemi olduğu görülmüştür.[2] Bu gibi hastalar üzerinde Roger Sperry ve arkadaşları tarafından yapılan çok sayıda psikolojik testlerde, sol ve sağ görüş alanlarının birbirinden tamamen ayrı uyarılar üretmeleri ve böylece sol yarıkürenin sadece sağ görüş alanındaki uyarılarla, sağ yarıkürenin ise sadece sol görüş alanındaki uyarılarla uyarılması sağlanmıştır. Sağ tarafta bir kalem resmi, sol tarafta ise bir fincan resmi gösterildiği zaman denek ‘Bu bir *kalem,'* diyecektir. Çünkü fincan değil ama kalem beynin, görünüşe göre, konuşma yetisine sahip yarıküresi tarafından algılanmıştır. Ancak, sol el, bir kâğıt parçası yerine bir fincan tabağını seçer, çünkü fincana uygun nesne fincan tabağıdır. Sol el, sağ yarıkürenin kumandası altındadır ve konuşma yetisi olmasa bile sağ yarıküre, oldukça karmaşık ve insan davranışına özgü belirli hareketler yapar. Gerçekten de, (özellikle üçboyutlu) *geometrik düşünmenin* ve aynı zamanda müziğin normal olarak özellikle *sağ* yarıkürede gerçekleşebileceği ileri sürülmüştür. Sağ yarıküre, yaygın olarak kullanılan isimleri veya basit cümleleri anlayabilmekte ve basit aritmetik işlemlerini yapabilmektedir.

Beynin yarıküreleri arasındaki iletişimin yitirildiği deneklerde görülen ilginç bir durum, beynin her iki tarafının aslında bağımsız bireyler gibi davranmasıdır. Her bir yarıküreyle, zor ve oldukça ilkel düzeyde olsa bile, deneyci tarafından iletişim sağlanabilmektedir. Deneğin beyninin yarısı, öteki yarısıyla, basit şekilde, örneğin öbür yarı tarafından kumanda edilen kolun hareketini izleyerek veya belki de ipucu sesler (fincan tabağının şıngırdaması gibi) duyarak iletişim kurabilmektedir. İlkel düzeydeki böyle bir iletişim dahi, laboratuvar koşullarında dikkatle kontrol edilerek ortadan kaldırılabilir. Yine de, bir yarıküreden ötekisine belli belirsiz duygular geçebilir; bunun sebebi, hipotalamus gibi ikiye ayrılmamış yapıların hâlâ iki yarıküreyle iletişimi sürdürmesi olabilir.

Şimdi içimden şöyle bir soru yöneltmek geliyor: Aynı bedeni paylaşan iki ayrı bilinçli bireylere mi sahibiz? Bu sorunun yanıtı bir hayli tartışmalara konu olmuştur. Bir kısmı yanıtın kuşkusuz 'evet' olması gerektiğini savunurken, bir kısmı ise beyin iki yarıküresinden hiçbirinin bağımsız sayılamayacağını ileri sürmektedir. Bazıları, duygularımızın her iki yarıkürenin ortak ilgi alanına girdiğine dair kanıtlara dayanarak, yalnız bir bireyin varlığını savunur. Başka bir görüşe göre yalnız *sol* yarıküre bilinçli bir bireyi temsil ederken, sağ yarıküre bilinçsiz bir bireyi temsil eder. Bu görüş, konuşmanın, bilincin asal öğesi olduğunu savunanlara aittir. Gerçekten, sol yarıküre, 'Bilinçli misiniz?' sözlü sorusuna, gayet inandırıcı bir şekilde 'Evet!' diyebilir. Sağ yarıküre ise, bir köpek, bir kedi ya da bir şempanzeden bekleneceği gibi, soruyu oluşturan sözcükleri bile anlamayabilir ve yanıtı sözlü olarak doğru dürüst veremeyebilir.

Ancak, bu konu böylece geçiştirilemez. Yakın zamanda yapılan oldukça ilginç bir deneyle Donald Wilson ve meslektaşları (Wilson ve meslektaşları 1977; Gazzaniga, Le Doux ve Wilson 197), 'P.S.' olarak anılan ayrık beyinli bir hastayı incelediler. Beynin iki yarıküresinin birbirinden ayrıldığı ameliyattan sonra yalnız sol yarıküre konuşabiliyor ama *her iki* yarıküre de konuşulanları anlayabiliyordu. Daha sonra, sağ yarıküre de konuşmayı öğrendi! Açıkça görülüyor ki *her iki* yarıküre de bilinçliydi. Üstelik, *ayrı ayrı* bilinçli görünüyorlardı. Çünkü farklı beğenilere ve isteklere sahiplerdi. Örneğin, sol yarıküre, bir teknik ressam olmayı isterken, sağ yarıküre bir araba yarışçısı olmak istiyordu.

Ben şahsen, normal konuşmanın, düşünmek veya bilinçli olmak için gerekli olduğuna inanmıyorum (Bir sonraki bölümde gerekçelerimden bazılarını açıklayacağım). Bu nedenle, ayrık beyinli bir denekin beyninin iki yarıküresinin de birbirinden bağımsız bilinçli olduğuna, genelde, inananların tarafını tutuyorum. P.S. örneği, en azından bu özel durumda, her iki yarıkürenin bağımsız olabildiğini göstermektedir. Bu yönden, kanımca, P.S. ve diğerleri arasındaki tek gerçek fark, sağ tarafın bilincinin varlığına, başkalarını inandırabilmesidir!

P.S.'nin gerçekten iki bağımsız usa sahip olduğunu kabul edersek, ilginç bir durumla yüz yüzeyiz demektir. Diyelim, ameliyattan önce her ayrık beyinli denek bir tek bilince sahiptir; fakat ameliyat sonrası *iki* bilinç, bir şekilde *ikiye ayrılmış,* (çatallaşmıştır). 1. Bölümdeki (I. cilt, s. 30), teleulaşım makinesiyle yola çıkan ve kendine geldiği zaman 'gerçek' benliğinin (rastlantı sonucu) Venüs'e ulaşmış olduğunu gören yolcuyu anımsayalım. Bilincinin ikiye ayrılması bir ikilem yaratır. Çünkü şöyle bir soru sorabiliriz: 'Geçmişine yönelik bilinçsel çağrışımları 'gerçekte' hangi yolu izledi?' Siz bu yolcunun yerinde olsaydınız, sonunda gerçek 'siz' hangisi olurdu? Bir bilimkurgu aracı olduğu için teleulaşımı unutalım, ama P.S.'nin durumunda, bilimkurguya benzer bir şey var, oysa *gerçekte oldu*! P.S.'in bilinç durumlarından hangisi ameliyattan *öncedir*? Filozofların çoğu bu soruyu saçma bulabilirler. Çünkü, bu konuyu ameliyatlarla çözümleyemeyiz. Her yarıküre, ameliyat öncesi bilinçli varoluşun anılarını paylaşır ve kuşkusuz her iki yarıküre, ameliyatı geçiren kişi olduğunu iddia eder. Bu bir ikilem değildir. Yine de çözmemiz gereken bir bilmece olduğu kesin.

Bilmece, iki bilinç durumunun daha sonra birleştirilmeye kalkışılmasıyla daha da içinden çıkılmaz hale gelecektir. Hastanın zedelenen nasırsı madde sinirlerini onarmak, günümüzün teknolojisiyle, olanaksız olduğuna göre, sinir tellerinin çok fazla zarar görmemiş olduğunu varsayabiliriz. Belki bu teller geçici olarak donmuş veya herhangi bir uyuşturucuyla uyuşmuş olabilir. Böyle bir deneyin gerçekten yapılıp yapılmadığını bilmiyorum. Fakat yakın gelecekte teknik olarak yapılmasının mümkün olduğunu sanıyorum. Nasırsı maddenin tekrar etken duruma getirildiğini varsayarsak, yalnız bir *tek* bilinç durumu ortaya çıkacaktır. Bu bilincin siz

olduğunuzu düşünün. Geçmişte herhangi bir zamanda farklı ‘benliklere’ sahip iki ayrı kişi olduğunu bilmek nasıl bir duygu olurdu acaba?

Kör Nokta

Ayrık beyin deneyleri, en azından, ‘bilinç’ için beyin yapısının herhangi bir kısmında mutlaka belirli bir ‘yer’ bulunmasının gerekmediğini gösteriyor. Fakat, beyin korteksinin, bazı bölgelerinin öteki kısımlara kıyasla, bu konuda daha fazla söz sahibi olduğunu gösteren başka deneyler de vardır. Bu bölgelerden birisi *kör nokta olgusuyla* ilgilidir. Görme duyumu bölgesinin hasar görmesi, karşı gelen görüş alanında körlüğe sebep olabilir. Görüş alanının bu bölgesine bir cisim konulsa, bu cisim algılanmayacaktır. Görme yitimi, bu görme bölgesiyle ilgilidir.

Ancak, bazı ilginç buluşlar (Weiskrantz 1987) durumun hiç de böyle basit olmadığını gösterir. ‘D. B.’ olarak anılan bir hastanın görme bölgesinin bir kısmının ameliyatla alınması gerektiğinde bu durum hastanın, görüş alanının belirli bir bölgesinde hiçbir şeyi görememesine neden oldu. Ancak, bu bölgeye bir şekil konularak D. B.’den, bu şeklin ne olduğunu tahmin etmesi istendiğinde (genelde bir haç veya bir çember veya biraz eğimli bir yay) hemen hemen yüzde 100 doğrulukla bir tahmin yaptığı gözlendi! Tahminlerinin böylesine isabetli oluşu kendisi için de sürpriz olan D. B., yine de hiçbir şey algılayamadığında ısrar etti.[III]

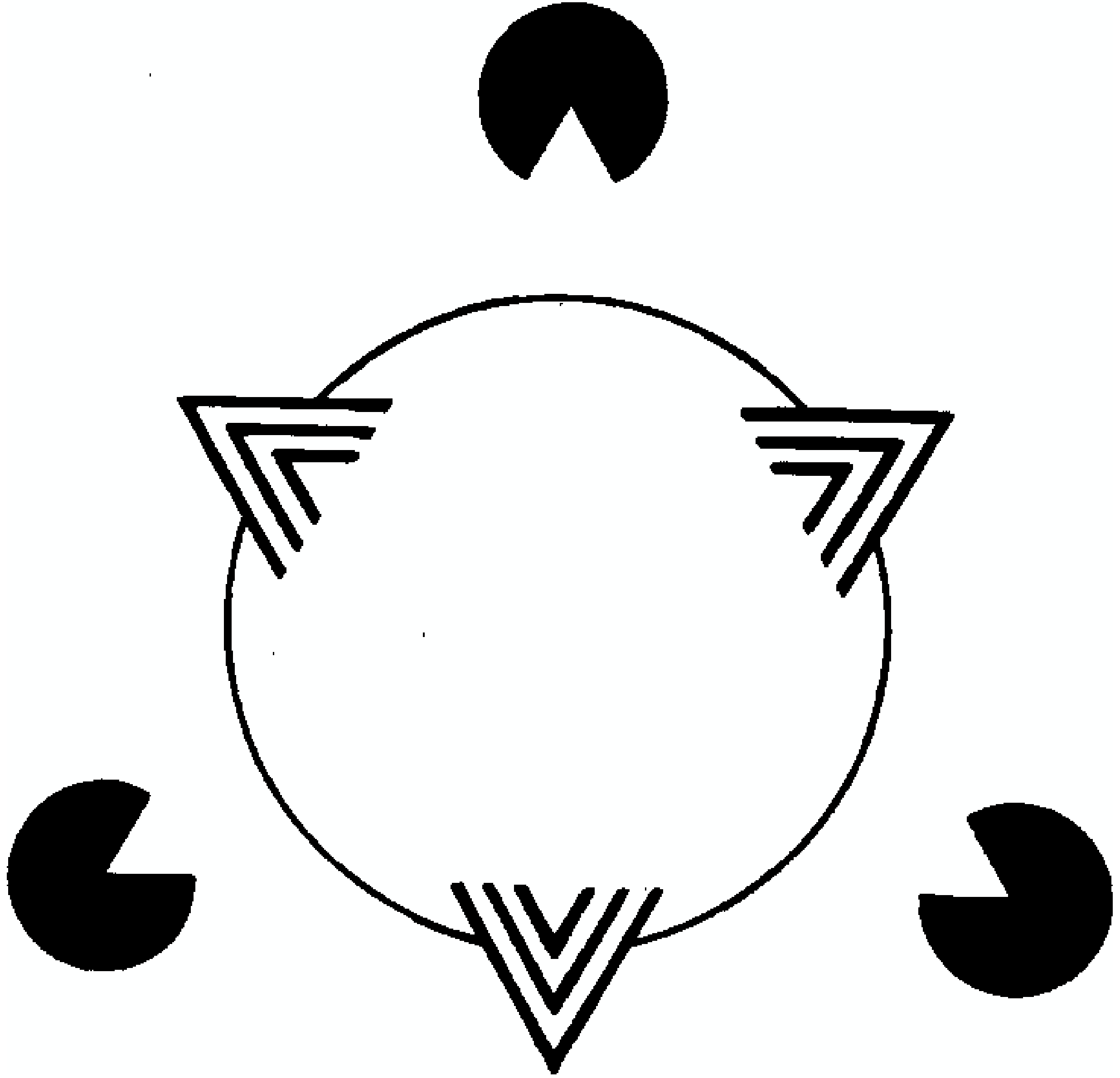
Göz retinasınca algılanan görüntüler, beynin alt şakak lobunda yer alan bazı gizli bölgelerde de işleme tabi tutulur. Öyle görünüyor ki D. B., ‘tahminlerini’ bu alt şakak lobu bölgelerince alman bilgilere dayanarak yapmıştır. Bu bölgelerin uyarılmasıyla hiçbir görüntü *bilinçli olarak* algılanamaz, ama yine de alınan bilgi oradadır ve yalnız D. B.’nin ‘tahmininin doğruluğu’ sayesinde açığa çıkmaktadır. Aslında, bir süre eğitim gördükten sonra D. B., bu bölgelerde ilgili olarak sınırlı bir ölçüde gerçek bilinçlilik kazanmıştır.

Bütün bunlar, beyin korteksinin bazı bölgelerinin (örneğin, görme bölgesinin), diğer bölgelere kıyasla, bilinçli algılamayla çok daha

yakından ilişkili olduklarını, fakat eğitimle, bu bölgelerin de doğrudan bilinçli davranışın kapsamına alınabileceğini göstermektedir.

Görme Duyumu Bölgesinde Bilgi İşlem

Alınan bilginin nasıl işlendiğini anlamamızı en iyi sağlayan bölge, *görme duyumu bölgesidir.* Bu nedenle, görme işlemini açıklayıcı çeşitli modeller geliştirilmiştir.[3] Gerçekte, görsel bilgi işleminin bir kısmı, beyin korteksindeki görme bölgesine ulaşmadan *önce* gözün ağ tabakasında (retina) gerçekleşir. (Retina, aslında, beynin bir parçası olarak kabul edilir!) Görme bölgesindeki işlemin nasıl gerçekleştiği ile ilgili bir fikir edinmemize yardımcı olan ilk denemelerden birisi David Hubel ve Torsten Wiesel’e 1981 Nobel Ödülü’nü kazandırmıştır. Hubel ve Wiesel, söz konusu deneylerinde, bir kedinin görme bölgesindeki bazı hücrelerin, görüş alanındaki sadece *belirli bir açıda eğimli* çizgilere cevap verdiklerini göstermeyi başardılar.



Şekil 9.7. Başka bir üçgenin üzerinde ve ona bir çemberle tutturulmuş beyaz bir üçgen görebiliyor musunuz? Beyinde, görünmeyen fakat algılanabilen çizgilere cevap veren hücreler vardır.

Bu hücrelere komşu diğer hücreler, başka bir açıda eğimli çizgilere cevap veriyorlardı. Açının belirli bir açı olması çoğu kez gerekmiyordu. Çizginin, koyu renkten açık renge veya açık renkten koyu renge geçiş sınırını oluşturması, ya da sadece açık renk bir zemin üzerinde koyu renk bir çizgi olması yeterliydi. 'Eğim açısının' bir özelliği, incelenmekte olan belirli hücreler tarafından soyutlanmıştı. Yine de öteki hücreler, belirli renklere veya her bir

gözün algıladığı görüntüler arasındaki farklara cevap veriyor, böylece derinliğin algılanması sağlanabiliyordu. Birincil bölgelerden uzaklaştıkça, gördüğümüzü algılamamızın ayrıntılarına giderek daha fazla duyarlı hücreler bulabiliriz. Örneğin, Şekil 9.7'e baktığımız zaman, tam bir beyaz üçgen görüntüsünü algılarız. Fakat, üçgeni oluşturan çizgiler şeklin içinde gerçekten var olmadıkları halde, *çağırışımlanabilirler.* Görme bölgesinde (ikincil görme bölgesi), çağırımlaştırılan bu çizgilerin konumlarını kaydeden hücreler gerçekten bulunmuştur!

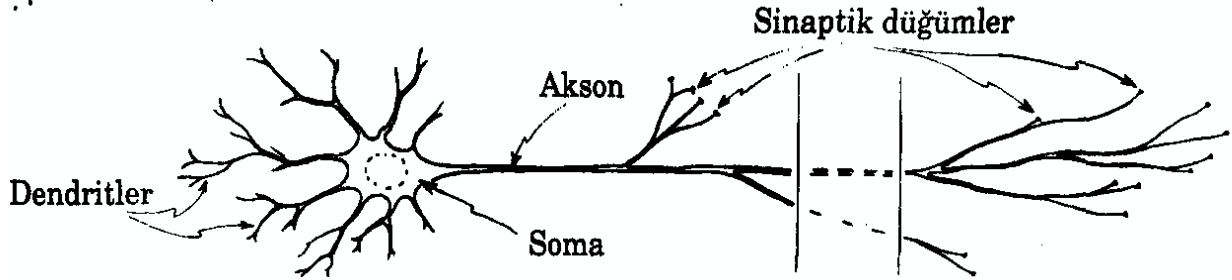
1970'lerde yayınlanan literatürde[4], bir maymunun görme bölgesinde, sadece retina üzerine bir *yüzün* görüntüsü kaydedildiği zaman uyarılan bir hücrenin keşfedildiği ile ilgili iddialar yer almıştır. Bu bilginin ışığında 'büyükanne hücresi varsayımı' geliştirilmiş olup buna göre beyindeki bazı hücreler, yalnızca, deneğin büyükannesi odaya girdiği zaman uyarılır! Gerçekten, son zamanlardaki bulgular, bazı hücrelerin sadece belirli sözcüklere cevap verdiklerini göstermektedir. Belki bu bulgular günün birinde büyükanne hücresi varsayımını doğrular yönde gelişecektir.

Beynin işleyişinin ayrıntılarını öğrenmek için katedilmesi gereken bir hayli uzun yolumuz olduğu açıkça görülüyor. Daha üst düzey beyin merkezlerinin işlevlerini nasıl gerçekleştirdikleri hakkında henüz çok az şey biliyoruz. Şimdi bu konuyu bırakalım ve dikkatimizi, beynin mükemmel işlevlerini yerine getirmesini sağlayan gerçek hücrelere çevirelim.

Sinir Sinyalleri Nasıl Çalışır?

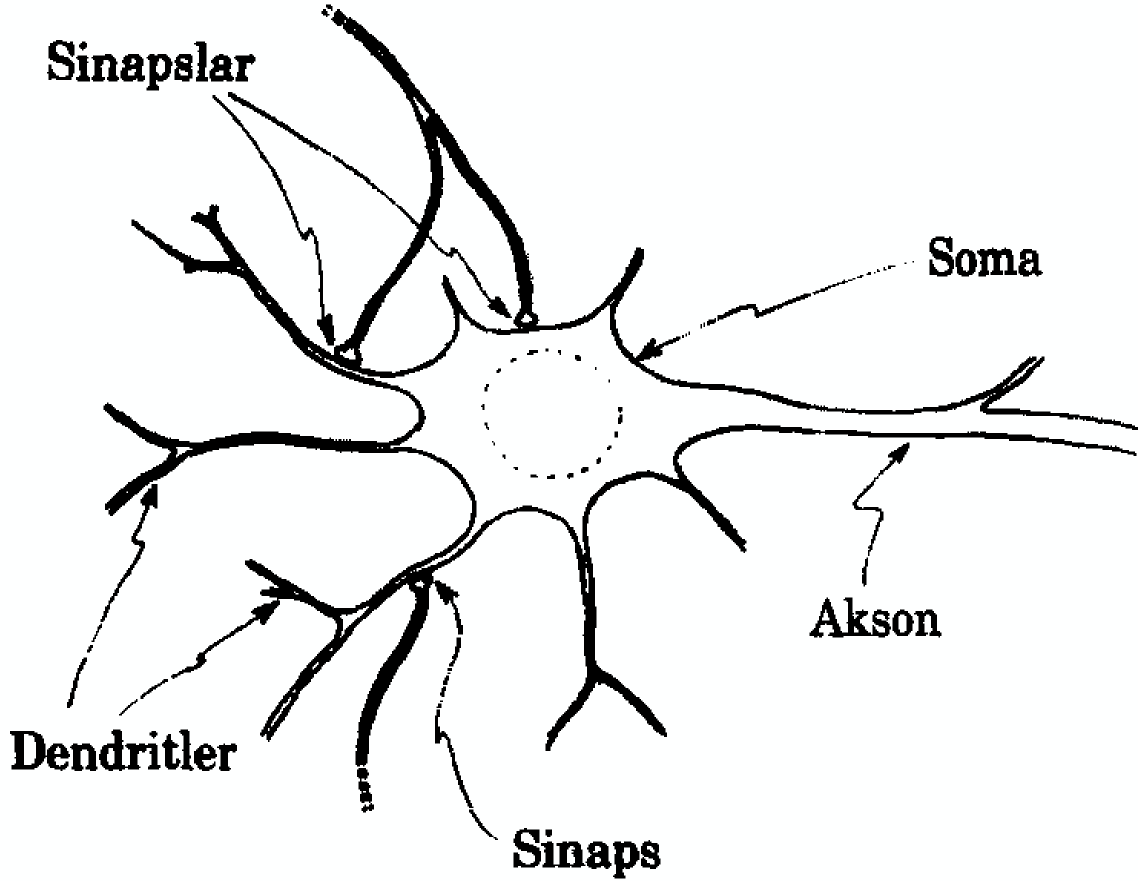
Beyinin (ve aynı zamanda omurga ve retinanın) tüm işlemleri, *nöronlar* adı verilen, her yöne uzanabilen sinir hücreleri tarafından gerçekleştirilir.[5] Bir nöron neye benzer görelim. Şekil 9.8'de bir nöronun resmini verdim. Belki biraz bir yıldızı, çoğu kez bir turpu andıran gövdesine, *soma* denir ve hücrenin çekirdeğini içerir. Somanın bir ucunda dışa doğru uzun bir sinir teli uzanır; bir mikroskopik hücreden söz ettiğimiz düşünülürse, bazen gerçekten uzun (çoğu kez, insanda birkaç santimetre uzunluğunda) bu çıkıntı

akson olarak adlandırılır. Akson, hücrenin *çıktı* sinyalinin iletildiği ‘teldir’. Aksonun, birçok kez kollara ayrılmasıyla, çok sayıda daha kısa uzantılar oluşur. Böyle oluşan sinir uçlarında küçük *sinaptik düğümler* bulunur. Somanın diğer yanında, çoğu kez her yöne uzanan ağaçsı yapılara *dendritler* denir; *girdi* verileri dendritler boyunca somaya iletilir (Bazen, dendritler üzerinde de, *dendrodendiritik* adı verilen sinaptik düğümler bulunur. Açıklamalarımı gereksiz yere karmaşıklaştıracakları için bunlar üzerinde durmayacağım). Hücrenin tümü, kendi kendine yeterli bir birim olarak, somayı, aksonu, sinaptik düğümleri, dendritleri ve diğer tüm hücre elemanlarını çevreleyen bir hücre zarına sahiptir. Sinyallerin, bir nörondan diğerine geçmesi için, aradaki engelin üzerinden ‘atlamaları’ gerekir. Atlama eylemi, bir nöronun sinaptik düğümünün, ya soma üzerinde ya da dendritlerinden birinin üzerinde bir başka nörona bağlandığı ve *sinaps* adı verilen birleşme noktasında oluşur (Şekil 9.9). Gerçekte, sinaptik düğüm ile, bağlandığı soma veya dendrit arasında, *sinaptik yarık* adı verilen çok dar bir boşluk vardır (Şekil 9.10). Bir sinyal, bir nörondan ötekine bu boşluktan geçirilmek zorundadır.



Şekil 9.8. Bir nöron (çoğu kez, burada gösterildiğinden çok daha uzundur). Nöronlar, ayrıntılı görünüşleri bakımından çok çeşitlidirler.

Sinir tellerinden ve sinaptik yarıklardan geçişleri esnasında sinyaller ne gibi bir şekil alırlar? Bir sonraki nöronu, sinyal vermesi için uyaran nedir?

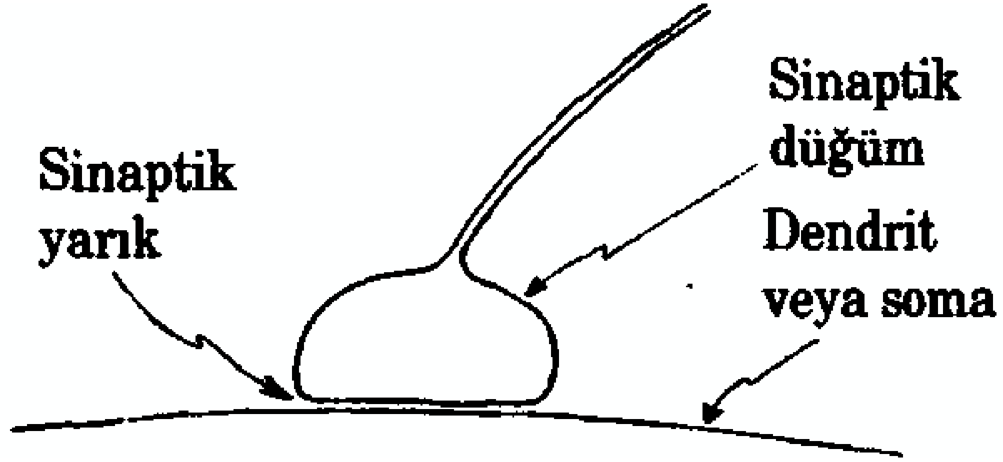


Şekil 9.9. Sinapslar: İki nöron arasındaki eklem noktaları.

Benim gibi, bu konuların yabancısı olanlar için Doğa'nın kullandığı yöntemler olağanüstü ve son derece büyüleyici geliyor! Sinyalleri, tellerden geçen elektrik akımlarına benzetebilirdik ama durum bundan iyice karmaşıktır.

Bir sinir teli, esas olarak sodyum klorür (bildiğimiz tuz) ve daha çok potasyum klorür eriyiği içeren silindir şeklinde bir tüpten ibarettir. Yani tüpün içinde sodyum, potasyum ve klor iyonları vardır (Şekil 9.11). İyonlar, tüpün dışında da vardır ama farklı oranlardadır. Tüpün dışında sodyum iyonları, potasyum iyonlarından fazladır. Sinir durgun haldeyken tüpün içinde net bir eksi elektrik yükü vardır (yani, klor iyonları, sayıca sodyum ve potasyum iyonları toplamından fazladır - sodyum ve potasyum iyonlarının + yüklü, klor iyonlarının - yüklü olduğunu anımsayın) ve dışarda net bir + yük vardır (yani, sodyum ve potasyum iyonları sayıca klordan fazladır). Silindir şeklindeki tüpün yüzeyini oluşturan hücre zarı 'geçirgendir', öyleki

iyonlar bir o yana bir bu yana geçerek, yük farkını nötrleştirmeye eğilimlidirler.

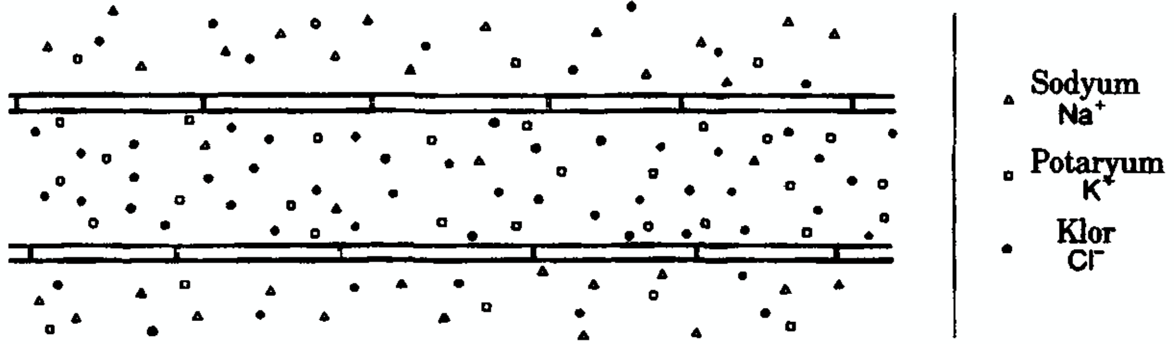


Şekil 9.10. Daha yakından bir sinaps. Sinyal taşıyıcı kimyasalların akarak geçecekleri dar bir aralık var.

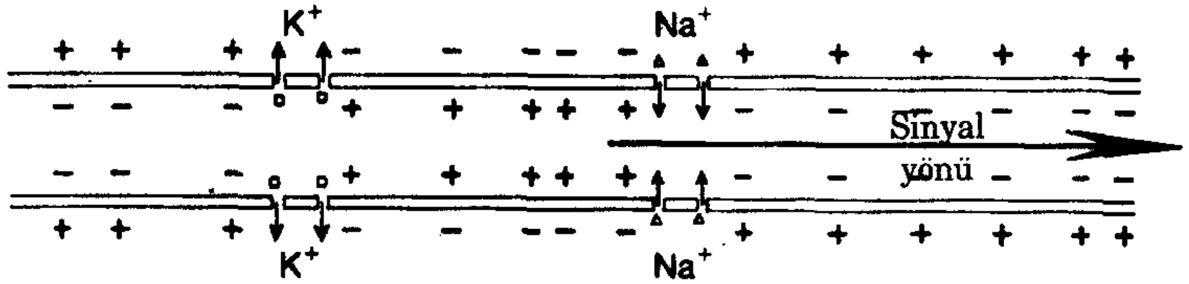
Buna engel olmak ve içerdeki eksi işaretli yük fazlalığını korumak için, bir 'metabolik pompa' sodyum iyonlarını zardan dışarıya yavaş yavaş pompalar. Bu süreç, aynı zamanda, içerdeki potasyumun, sürekli olarak sodyumdan fazla olması sağlar. Bir başka metabolik pompa (biraz daha küçük çapta bir pompa), potasyum iyonlarını dışardan içeriye doğru pompalayarak, içerde potasyumun fazla olmasına katkıda bulunur (ancak, yük dengesizliğinin sürdürülmesini engeller).

Sinir teli boyunca iletilen bir sinyal, söz konusu yük dengesizliğinin *tersindiği* (yani, içeride artı ve dışarıda eksi) bir bölgeden oluşur (Şekil 9.12). Kendimizi böyle bir bölgenin ilerisindeki sinir teli üzerinde duruyor varsayalım. Bölge yaklaştıkça elektrik alanı, *sodyum kapıları* denilen 'kapıcıkların' hücre zarında açılmasını sağlar ve böylece sodyum iyonları dışardan içeriye akar (elektrik kuvvetinin yanı sıra yoğunluk farkları nedeniyle oluşan basınçlar da, yani, ozmoz olgusu bunu sağlar. Sonuçta yük dağılımı içerde artı, dışarda eksi işaretli olur. Bu anda, sinyali oluşturan yüklerin tersindiği bölge bize ulaşmış olacaktır. Bu andan sonra yine bir dizi 'kapıcık' (potasyum kapıları) açılarak, potasyum iyonlarının içeriden tekrar dışarıya akması sağlanır; iç tarafta böylece, eksi yükler artmaya başlar. Sinyal, bu aşamada, bir nörondan ötekine geçmiştir! Sinyal uzaklaşırken, pompaların yavaş fakat sürekli çalışmasıyla sodyum

iyonları tekrar dışarı atılmış, potasyum iyonları tekrar içeri alınmış olur. Sinir teli, durgun haline dönmüştür ve başka bir sinyali almaya hazırdır.



Şekil 9.11. Bir sinir telinin şeması. Durgun haldeyken, içerdeki Cl iyonları, Na ve K iyonlarından fazla olup, net eksi yük sağlarlar. Dışarda ise Na ve K iyonları, Cl iyonlarından fazla olup, net artı yük verirler. Na/K dengesi içerde, dışardakinden farklıdır, yani içerde daha fazla K iyonu, dışarda daha fazla Na iyonu vardır.



Şekil 9.12. Bir sinir sinyali, sinir telinde ilerleyen bir yük tersinmesi bölgesidir. Sinyalin önünde açılan sodyum kapıcıklarından sodyum içeriye doğru akar; sinyalin arkasında açılan potasyum kapıcıklarından ise potasyum dışarıya doğru akar. Metabolik pompalar bu dengenin devamını sağlar.

Dikkat ederseniz sinyal, sinir teli boyunca hareketli bir yük tersinmesi bölgesinden oluşmaktadır. Gerçek *madde* (yani, iyonlar) çok az hareket eder; sadece, hücre zarından içeri dışarı girip çıkarlar!

Bu ilginç egzotik mekanizmanın çok düzenli işlediği görülmektedir. Böyle bir mekanizma gerek omurgalılar ve gerekse omurgasızlar tarafından evrensel düzeyde kullanılır. Fakat omurgalılar, sistemlerini

biraz daha geliştirmiş ve sinir tellerini *miyelin* denilen beyazımsı yağlı bir maddeyle yalıtımlamıştır (Beynin ‘ak maddesine' rengini veren miyelindir). Böyle bir yalıtım, sinir sinyallerinin engellenmeden (‘röle istasyonları’ arasında) saniyede 120 metre gibi hatırı sayılır bir hızla ilerlemesini sağlar.

Sinyal bir sinaptik düğüme ulaştığı zaman, nöron taşıyıcı denilen kimyasal bir madde salgılar. Bu madde, ya soma üzerinde ya da dendritlerinden birisi üzerinde yer alan bir noktadaki bir başka nörona doğru sinaptik yarığın içinden yönelir. Bir sonraki bu nöronun somasını ‘ateşlemek’, yani aksonu boyunca yeni bir sinyal başlatmak için *uyarmak* amacıyla, bazı nöronlar, nöron taşıyıcı kimyasal maddeyi salgılayan sinaptik düğümlere sahiptirler. Böylesi sinapslara *uyarımlı* adı verilirken, bir sonraki nöronu yeni bir sinyali başlatmak için *uyarma* eğiliminde olmayan nöronlara *uyarımsız* adı verilir. Herhangi bir zamanda uyarımlı sinapsların toplam etkisinden, etken uyarımsız sinapsların toplam etkisi çıkarıldığı zaman net sonuç, belirli bir kritik düzeye ulaşırsa, bir sonraki nöron gerçekten yeni bir sinyali göndermeye hazırdır (Uyarımlı nöronlar, bir sonraki nöronun içerisi ve dışarısı arasında artı işaretli elektrik *potansiyel farkı* ve uyarımsız nöronlar ise eksi işaretli potansiyel farkı yaratırlar. Söz konusu potansiyel farklarının toplamı alınır. Toplam potansiyel farkı, potasyumun, dengeyi tekrar kurmak için dışarıya çıkmaması için, aksonda kritik bir düzeye ulaşır ulaşmaz nöron yeni bir sinyal gönderecektir).

Bilgisayar Modelleri

Sinir sisteminde sinyallerin iletilmesinin en önemli özelliği, sinyallerin (çoğunlukla) ‘ya hep ya hiç’ esasına dayanmasıdır. Bir sinyalin şiddeti değişmez: Ya vardır, ya yoktur. Bu özellik, sinir sisteminin eylemine bir dijital bilgisayarı andıran nitelik kazandırır. Aslında, birbiriyle içten bağlı bir dizi nöronun gerçekleştirdiği işlemle, akım ileten tellere ve mantık geçitlerine (biraz sonra açıklayacağım) sahip bir dijital bilgisayarın gerçekleştirdiği işlemler arasında pek çok benzerlik vardır. Nöron sisteminin eyleminin bir bilgisayar üzerinde

benzerinin tekrarlanması (simule edilmesi) ilke olarak, zor değildir. Burada, doğal olarak, bir soru akla gelmektedir: Beynin ayrıntılı bağlantı sistemi ne olursa olsun, bir bilgisayarın çalışma sistemi kullanılarak beynin işleyişi her aşamada gösterilemez mi?

Bir kıyaslamayı gerektirecek yanıtı vermeden önce *mantık geçitinin* ne olduğunu açıklamalıyım. Bir bilgisayarda, aynı ‘ya hep ya hiç’ koşulu geçerlidir: Bir tel boyunca ya bir akım pulsu vardır ya da yoktur ve bu pulsun şiddeti, pulsun geçiş sürecince değişmez. Her şey çok doğru zamanlandığı için, bir pulsun *var olmaması* kesin bir sinyal anlamındadır ve bilgisayarın ‘dikkate alması’ gereken bir durumdur. Gerçekte, ‘mantık geçiti’ terimini kullandığımız zaman, bir pulsun varlığının ‘doğru’ veya yokluğunun ‘yanlış’ kavramlarını gösterdiğini düşünürüz. Bunun gerçek doğruluk veya yanlışlıkla bir ilgisi yoktur. Sadece, normal olarak kullanılan terimlerin bir anlam kazanması için böyle düşünürüz. ‘Doğru’ için *‘1*’ rakamını yazalım (puls var) ve ‘yanlış’ için ‘0’ rakamını yazalım (puls yok); 4. Bölümde olduğu gibi ‘ve’ için *&* işaretini kullanabiliriz (Her ikisi de ‘doğru’ anlamındadır, yani, her iki sav da ancak ve ancak 1 olduğu zaman yanıt 1’dir); Veya’ için ‘V’ kullanabiliriz (Ya biri veya öteki veya her ikisi de doğru anlamındadır, yani ancak ve ancak her iki savın da *0* olduğu zaman yanıt *0*’dır.) ‘gerektirme’ için => kullanabiliriz, (yani A => B önermesinin anlamı, eğer A doğru ise B doğrudur; bu ya A veya B yanlıştır önermesine eşdeğerdir.); ‘karşılıklı gerektirme’ için <=> kullanabiliriz (ya ikisi de doğru veya ikisi de yanlıştır); ‘olumsuzlama’ için ~ kullanabiliriz (doğru ise yanlış, yanlış ise doğrudur).

Bu mantık işlemlerinin etkisi ‘doğruluk çizelgesi’ adı verilen aşağıdaki listelerle tanımlanabilir:

$$A \;\&\; B: \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A \vee B: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

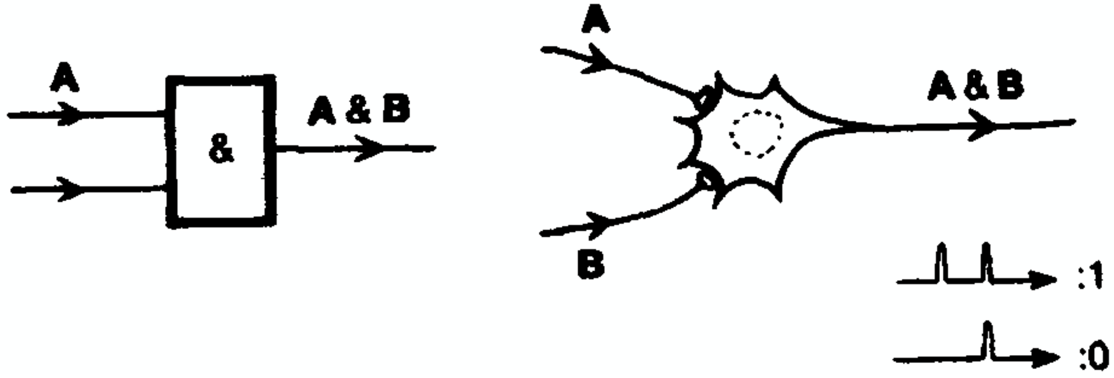
$$A \Rightarrow B: \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A \Leftrightarrow B: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Burada, A sıraları (yani, A = 0 ilk sırayı, A = 1 ikinci sırayı) gösterirken *B,* aynı şekilde, sütunları gösterir. Örneğin, cetvellerin sağ üst köşesindeki elemanlar A = 0 ve B = 1 değerleriyle belirlenir. A => B önermesi için *üçüncü* cetvelde 1 rakamını elde ederiz (Bunun sözel bir örneklemeyle mantıksal anlamı şudur: Eğer uyuyor isem mutluyum önermesi, uyanık ve mutsuz isem aşikâr olarak doğrulanır). En son olarak 'değil' mantık geçiti etkisine sahiptir.

~ 0 = 1 ve ~1 = 0

Bunlar asal mantık geçiti türleridir. Birkaç geçit türü daha vardır ama, bunlar örneğini verdiğim asal türler cinsinden elde edilebilirler. [6]

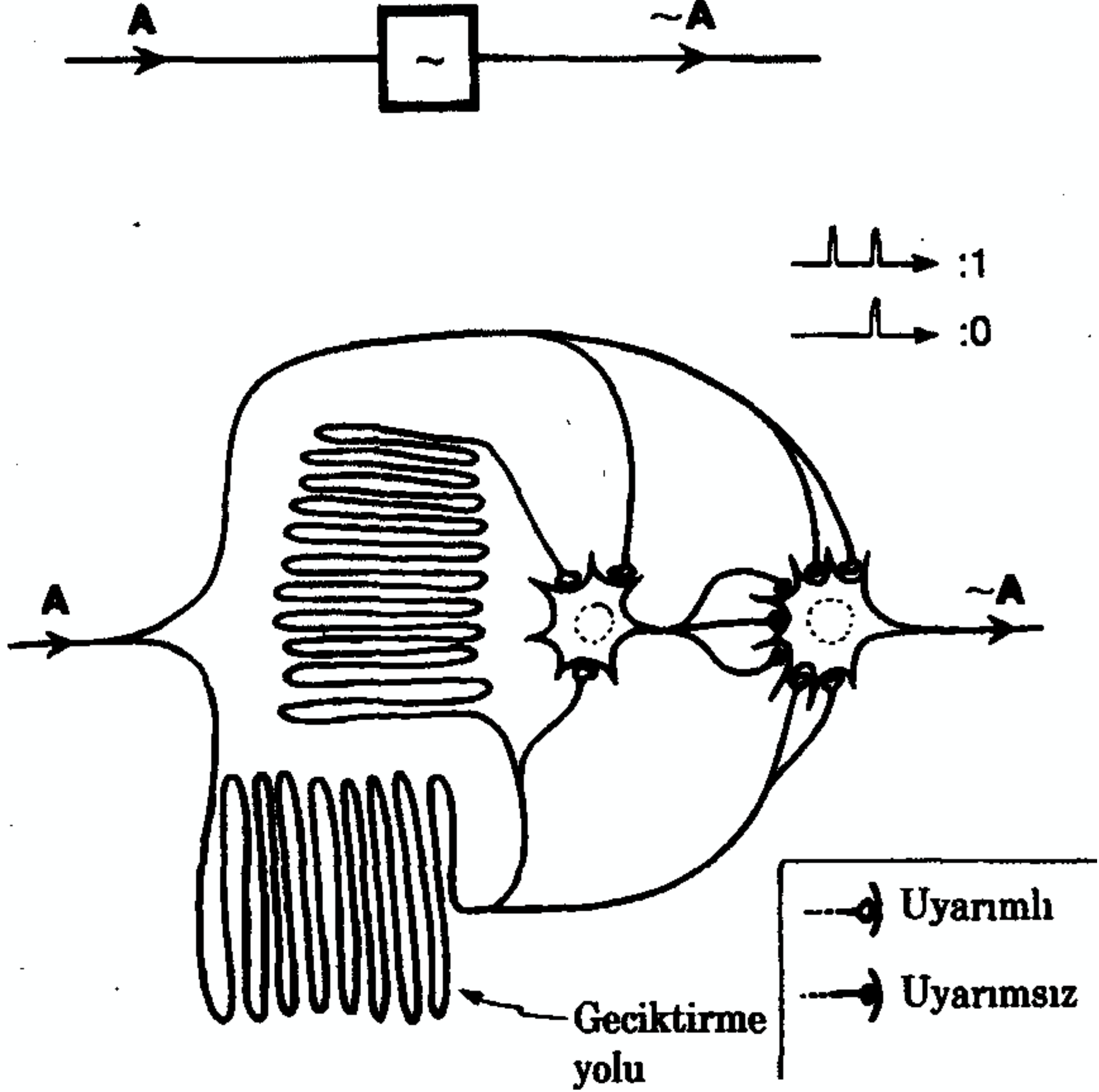
Nöron bağlantılarına dayanarak ilke olarak, bir bilgisayar yapabilir miyiz? Yukarıda açıkladığımız nöron ateşlemesi gibi çok basit kavramlarla bile yola çıksak bir bilgisayar yapabiliriz. Şimdi bakalım, nöron bağlantılarından mantık kapılarını ilke olarak nasıl inşa edebiliriz? Rakamları kodlamanın yeni bir yöntemini bulmalıyız. Çünkü sinyal *var olmazsa* hiçbir işleme başlanamaz. Biraz keyfi olarak *bir puls çiftini* 1 rakamı ile ('doğru'), *bir tek pulsu* 0 rakamı ile ('yanlış') gösterelim ve bir nöronun sinyal iletmek için daima aynı anda oluşan *iki* uyarıcı nöron akımı pulsuna gerek duyduğunu varsayalım. Bir 've' (yani, '&') geçitini inşa etmek kolay.



Şekil 9.13. Bir ‘ve’ kapısı. Sağdaki nöron modelinde, nöronun aldığı sinyali, girdinin sadece, tekli bir irkilmenin şiddetinin iki katına ulaşması durumunda ilettiği kabul edilir.

Şekil 9.13’te görüldüğü gibi, iki girdi sinir telinin, çıktı nöronu üzerinde, bir çift sinaptik düğümle son bulduğunu varsayarız (Her ikisinden de birer puls çifti gelirse hem birinci hem ikinci puls, öngörülen eşik değere ulaşırlar. Ama her birisinden sadece tek pulslar geçiyorsa çiftlerden yalnız biri öngörülen eşiğe ulaşacaktır. Pulsların dikkatle zamanlandığını ve kesinlik amacıyla bir puls çifti söz konusu edildiğinde zamanlamayı, çiftin önde giden *elemanın* saptadığını kabul edeceğim). ‘Değil’ kapısının inşası biraz daha karmaşıktır (Şekil 9.14). Girdi sinyali, iki kola ayrılan bir aksonda ilerlemektedir. Aksonun kollarından birisi, sinyali, bir puls çiftinin iki pulsu arasındaki zaman aralığı kadar geciktirecek uzunlukta bir yol izler ve sonra aksonun her iki kolu bir kez daha ikiye ayrılır. Ayrılan kollardan her biri bir uyarımsız nöronda son bulur. Ama burada, geciktirilmiş koldan ayrılan kol ikiye ayrılacak ve bunlardan birine düz ve birine uzun yol verilecektir. Tek pulslu girdi durumunda, nöronun çıktısı *‘boş'* olacak, puls çiftli girdi durumunda ise nöronun çıktısı yine puls *çifti* (geciktirilmiş) olacaktır. Bu çıktıyı taşıyan akson, üç kola ayrılır ve kolların hepsi, son uyarımlı nöron üzerindeki uyarımsız sinaptik düğümlerle son bulur. Başlangıçtaki aksonun geriye kalan iki kolu bir kez daha ikiye ayrılır ve böylece oluşan dört kol yine son nöronda, fakat bu kez uyarımlı sinaptik düğümlerle son bulurlar. Okuyucu, isterse, söz konusu son uyarımlı nöronun, öngörülen ‘değil’ çıktısını (yani, girdi tek puls ise, puls çifti; girdi puls çifti ise çıktının tek puls olduğunu) kontrol edebilir. (Bu sistem tuhaf bir

şekilde karmaşık görünebilir, ama elimden geldiğince basit anlatmağa çalıştım!) Diğer mantık geçitlerinin 'sinirsel' inşasını bu yöntemlerle yaparak okuyucu da hoşça vakit geçirebilir.



Şekil 9.14. Bir 'değil' kapısı. 'Nöron modelinde', bir nöron akımı için yine (en az) iki kat şiddetli bir irkilme gerekir.

Kuşkusuz, bu açıklamalı örnekler, beynin ayrıntılı işlemlerini tanımlayan ciddi modeller olarak kabul edilemez. Yalnızca, beyindeki nöron akımı ile elektronik bilgisayar yapısı arasında önemli bir mantıksal benzerlik bulunduğunu göstermeye çalışıyorum. Bir bilgisayar, beynin nöron sistemini taklit edebileceği gibi, beyin nöron sistemleri de bir bilgisayarı taklit ederek (evrensel) bir Turing

makinesi gibi *davranabilirler.* 2. Bölümdeki Turing makineleri ile ilgili tartışmamızda mantık geçitlerine[7] yer vermemiş olmakla birlikte, bir Turing makinesinin *sonsuz bandı* yerine büyük fakat sınırlı nöron bankasını koyarak *yaklaşık* bir düzen kurmak iznini kendimize vermemiz *koşuluyla,* bunu gerçekleştirmek için ilke yönünden yeni bir sorunumuz olmaz. Buna göre, beyinler ve bilgisayarlar temelde aynıdır diyebiliriz!

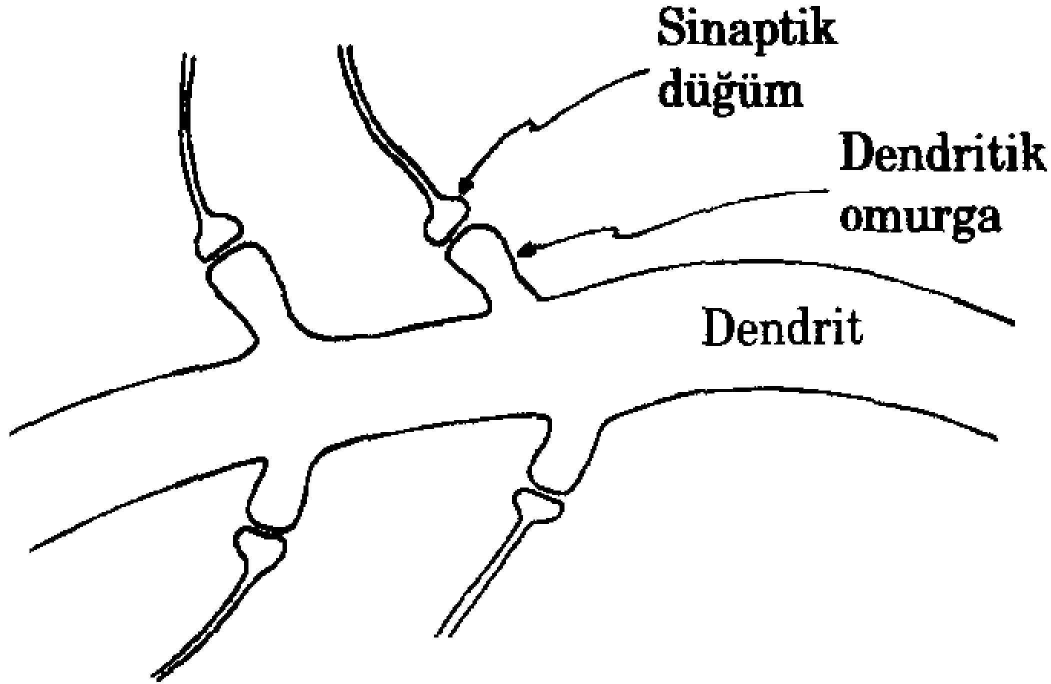
Fakat bu sonuca varmak için acele etmeden önce, beynin çalışması ile günümüzün bilgisayarlarının çalışması arasında önemli olabilecek çeşitli farkları incelemeliyiz. Her şeyden önce, bir nöron akımını bir ya hep ya hiç olayı olarak tanımlamam, aksonda ilerleyen tek pulslu nöron akımı için geçerli olabilir, ama aslında bir nöron pulsları aktarmak için akımı 'ateşlediği' zaman, bu tür pulsları seri halinde peş peşe iletir. Bir nöron uyarılmamış durumda olsa dahi, pulsları iletir ama yavaş tempoda iletir. Ateşleme işleminde artan, peş peşe gelen pulsların *frekansıdır.* Bu işlemin, bir olasılık yönü de vardır. Aynı uyarıcı etken daima aynı sonucu yaratmaz. Üstelik, beynin çalışması, elektronik bilgisayar akımları için gerekli kesin zamanlamaya sahip değildir; ve, saniyede yaklaşık 1000 metre azami hızla hareket eden nöronların hareketi, en hızlı elektronik devrelerinkinden, 10^{-6} çarpanı kadar daha yavaştır. Ayrıca, elektronik bir bilgisayarın çok kesin tel donanımının aksine, beyin donanımında önemli ölçüde bir rasgele bağlantı sistemi görülebilmektedir. Ancak, beynin (doğuştan) bağlantılı sisteminin, elli yıl kadar önce tahmin edilenden çok daha mükemmel olduğunu artık biliyoruz.

Yukarıdaki açıklamaların çoğu, bilgisayarla kıyaslandığında, beynin aleyhine gibi görünebilir. Ancak, beynin lehine başka faktörler de vardır. Mantık geçitleri dikkate alındığında birkaç girdi ve çıktı teli (diyelim en çok üç ya da dört) vardır, oysa nöronlar sayısız sinapslara sahiptirler (Örneğin, Purkinje hücreleri olarak bilinen beyincik nöronları, yaklaşık 80 000 uyarımlı sinaptik uçlara sahiptir). Yine, beyindeki toplam nöron sayısı, en büyük bilgisayardaki transistor sayısının bile çok üzerindedir - bu sayı, beyin için aşağı yukarı 10^{11} iken, bilgisayar için 'sadece' 10^{9} kadardır! Bilgisayarlardaki transistor sayısı kuşkusuz, gelecekte artacaktır.[8] Ayrıca, çok sayıdaki beyin hücreleri, beyinciğin sahip olduğu yaklaşık

otuz milyar (3 x 10^{10}) gibi son derece fazla sayıda küçük *tanecikli hücreler* nedeniyle artmaktadır. Nöron sayısının fazla oluşunun bize bilinçli deneyimler yaşamamızı sağladığına, oysa günümüzün bilgisayarlarının bunu sağlayamadığına inanıyorsak, beyinciğin çalışmasını tamamen bilinçsiz olarak nitelerken, çok daha az yoğunlukta, sadece iki kat kadar fazla nörona (yaklaşık 7 x 10^{10}) sahip olan beyni bilinçli davranışlardan niçin sorumlu tuttuğumuzu ayrıca açıklamamız gerekir.

Beyin Akışkanlığı

Beynin çalışması ile bilgisayarın çalışması arasında bana, şimdiye kadar değinilenlerden çok daha önemli görünen başka farklar, *beyin akışkanlığı* (plastisitesi) denilen olguyla ilgilidir. Beynin, bir dizi nöron ağından oluşan *durağan* bir yapı olduğunu düşünmek doğru değildir. Nöronlararası bağlantı, biraz önce tanımladığımız bilgisayar modelinde olduğunun aksine durmadan değişir. Aksonların veya dendritlerin yerlerinin değiştiğini kastetmiyorum. Bunlarla ilgili karmaşık bağlantı sisteminin büyük kısmı doğuştan tasarımlıdır. Nöronlararası iletişimin gerçekte yer aldığı sinaptik birleşme noktalarını kastediyorum. İletişim, çoğu kez, sinaptik düğümlerle temasın sağlandığı dendritler üzerinde minik çıkıntılar oluşturan ve *dendritik omurgalar* denilen yerlerde sağlanır (Şekil 9.15). 'Temasın' anlamı dokunmak değil, milimetrenin kırk binde biri kadar açıklıkta dar bir boşluk (sinaptik yarık) açmaktır. Belirli koşullarda dendritik omurgalar küçülür ve teması keser veya aynı dendritik omurgalar (veya yenileri) büyüyerek yeni bir temas sağlar. Beyindeki nöron bağlantılarının, sonuçta, bir bilgisayar oluşturduğunu varsayarsak, bu sürekli değişebilen bir bilgisayardır!



Şekil 9.15. Dendritik omurgaları içeren sinaptik değme noktaları. Değme noktasının etkinliği, dendritik omurganın büyümesi veya küçülmesiyle sağlanır.

Uzun dönemli anıların beyinde nasıl yerleştikleri ile ilgili başlıca kuramlardan birine göre, gerekli bilgilerin depolanmasının sorumlusu, işte bu sinaptik bağlantılardaki değişikliklerdir. Bu doğruysa, beyin akışkanlığı rasgele karmaşık bir durum değil, beynin çalışmasının *temel* bir özelliği demektir.

Sürekli değişiklikleri yaratan mekanizma nedir? Değişiklikler ne kadar hızlı oluşabilir? İkinci sorunun yanıtı biraz tartışmalı gibi görünüyorsa da, bu değişiklerin saniyeler içinde meydana geldiğini savunan en azından bir ekol vardır. Sürekli anıların depolanmasından bu değişiklikler sorumlu ise, depolama işlemini ancak böyle bir hızla gerçekleştirmeleri beklenir (Kandel 1976). Bu durum bize daha sonra önemli ipuçları verecek. Gelecek bölümde bu önemli konuya döneceğim.

Ya beyin akışkanlığını sağlayan mekanizma? Zekice kurgulanan bir kuram (Donald Hebb 1954), şu özelliğe sahip bazı sinapsların (şimdilerde 'Hebb sinapsları' deniliyor) var olduklarını savunur: Bir *A* nöronu ile bir *B* nöronu arasında yer alan bir Hebb sinapsı, A'nın ateşlenmesini B'nin ateşlenmesi izlediği zaman güçlenir, izlemediği

zaman zayıflar. B'nin sinyali iletmeye hazır olmasına Hebb sinapsının bizzat katkıda bulunup bulunmaması önemli değildir. Böyle bir işlem, bir biçimde 'öğrenmeyi' sağlar. Bu tür kurama dayanılarak bir öğrenme/problem-çözme çalışmasını benzetmeye çalışmak (simule etmek) amacıyla çeşitli matematiksel yapay beyinler üretilmiştir. Bu modeller 'sinirsel şebekeler' olarak adlandırılır; basit düzeyde bir tür öğrenme gerçekleştirebilseler de bugün için beynin gerçekçi bir modeli olmaktan çok uzaktırlar. Ne olursa olsun, sinaptik bağlantılarda oluşan değişiklikleri kontrol eden mekanizmalar, büyük olasılıkla, düşündüğümüzden çok daha karmaşıktır. Bu konuda daha ayrıntılı bilgiye gerek olduğu açıkça görülüyor.

Nöron taşıyıcıların; sinaptik düğümlerce serbest bırakılmasına ilişkin bir başka özellik daha göze çarpmaktadır. Bazen, sinir akımı sinaptik yarıklarda oluşmaz; belki de uzaktaki nöronları etkilemek için genel hücrelerarası sıvıya girer. Bu şekilde birçok nörokimyasal maddenin salgılandığı varsayılır ve benim yukarıda açıkladığımdan farklı bellek kuramları, bu gibi sıvıların olası farklı türlerinden yola çıkarlar. Kuşkusuz beynin işlemleri, beynin başka kısımlarının ürettiği kimyasal maddelerden (örneğin, hormonlar) etkilenebilir. Nörokimya tümüyle karmaşık bir konudur ve tüm bu unsurları içeren, güvenilir ayrıntılı bir bilgisayar simulasyonunun nasıl gerçekleşeceğini bilmek zordur.

Paralel Bilgisayarlar ve Bilincin 'Tek Oluşu'

Pek çok kişi, *paralel* bağlantılı bilgisayarların geliştirilmesinin, insan beyninin yeteneklerine sahip bir makine inşa etmenin anahtarını oluşturduğu kanısındadır. Şimdilerde yaygın olarak benimsenen bu görüşe kısaca değinelim. Seri bağlantılı karşıtı olarak paralel bağlantılı bir bilgisayarda, birbirinden bağımsız gerçekleştirilen çok sayıda hesap yapılmaktadır ve büyük ölçüde özerk olan bu işlemlerin sonuçları, genel sonuca katkıda bulunmak üzere zaman zaman birleştirilir. Böyle bir mimari, sinirsel şebekeleri benzetmek girişiminden doğmuştur, çünkü beynin çeşitli kısımları

gerçekten ayrı ayrı ve bağımsız hesap işlemleri yapabilir görünmektedir (örneğin, görme bölgesinde görsel bilgilerin işlenmesi).

Burada iki nokta üzerinde durmak gerekir. Birincisi, paralel bir bilgisayarla seri bir bilgisayar arasında *ilke olarak* fark bulunmadığıdır. Her ikisi de gerçekte *Turing makineleridir.* (I. cilt, 2. bölüm, s. 56). Farklar, yalnızca, hesapların bir bütün olarak yetkinliğinde veya hızında görülebilir. Öyle tip hesaplar vardır ki paralel sistem gerçekten daha uygun sonuçlar verir. Ama bu her zaman böyle olmayabilir. İkinci nokta, en azından bana göre, paralel klasik bilgisayar işlemi, bizim *bilinçli* düşünme sistemimize ulaştıracak anahtarı elinde tutamaz. Bilinçli düşüncenin başlıca özelliği (en azından normal psikolojik durumdayken ve bir 'ayrık beyin' ameliyatında denek durumunda değilken!) 'tek' olmaktır ve bu özellik, aynı anda süregelen birçok bağımsız eylemde bulunmayan bir özelliktir.

Çoğu kez duyarsınız: 'Her şeyi aynı anda düşünmemi benden nasıl beklersin?'. Ayrı ayrı süregelen olayların bilincimizde bir arada ve aynı anda süregelmeleri acaba olası mıdır? Belki *birkaçının* aynı anda süregelmesini sağlayabiliriz. Ama aynı anda, bilinçli olarak ve bağımsız olarak gerçekten düşünmeye kalkışırsak, konular arasında sürekli ve hızla gidip gelmemiz gerekir. İki şeyi birbirinden bağımsız olarak, geçici bir süre için dahi olsa, bilinçli düşünmek zorunda kalsak, sanki iki *ayrı* bilince sahipmişiz gibi gelir. Ama (en azından normal bir kişi olarak) birçok şeyin hayal meyal farkında olan, ancak herhangi bir zamanda sadece belirli *bir* şeye dikkatini tümüyle veren bir *tek* bilinçtir.

Kuşkusuz 'bir şey' terimi burada pek açık bir anlam taşımıyor. Gelecek bölümde, Poincaré ve Mozart'ın esinlenmelerinde 'tek düşünce' ile ilgili bazı ilginç örnekleri göreceğiz. Fakat, bir insanın herhangi bir anın bilincinde olabilmesinin gerçekte çok karmaşık olabileceğini anlamak için bu kadar uzağa gitmemiz gerekmez. Ne yiyeceğine karar vermek durumunda olan bir insanı düşünün. Bilinçli kararda rol alan birçok bilgiyi ayrıntılarıyla açıklamak oldukça uzun sürebilir.

Bilincin ‘tek olma’ kavramı, paralel bir bilgisayarın tasarımından, kanımca çok farklıdır. Öte yandan paralel bilgisayar, bir yapay beyin olarak, beynin bilinçsiz eylemine daha uygun olabilir. Yürümek, bir düğmeyi iliklemek, soluk alıp vermek hatta konuşmak gibi çeşitli bağımsız hareketler, aynı anda ve az çok özerk şekilde bir arada yürütülebilir ve bu hareketleri yapan kişi, *hiçbirinin* bilinçli olarak farkına varmayabilir!

Öte yandan, bilincin ‘tek’ olması ile *kuantum paralelliği* arasında bir ilişki olabilir gibi geliyor bana. Anımsayacağınız gibi, kuantum kuramı uyarınca, kuantum düzeyindeki farklı seçenekler, çizgisel birleştirimlerde bir arada var olabilirler! Öyleyse, *bir tek kuantum durumu,* ilke olarak, hepsi aynı anda oluşan bir dizi farklı etkinlikten oluşabilir. Kuantum paralelliğinin anlatmak istediği de budur; birçok hesap işlemini aynı anda gerçekleştirmek için, ilke olarak, kuantum paralelliğinden yararlanılmasına olanak sağlayan kuramsal ‘kuantum bilgisayar’ görüşünü biraz sonra ele alacağız. Bilinçli bir ‘ussal durum’, bir şekilde, bir kuantum durumuna benziyorsa, düşüncenin ‘tek olma’ durumu veya evrenselliği, basit bir paralel bilgisayarınkinden çok daha kabul edilebilirdir. Bu konuda dikkat çekici bazı örneklere gelecek bölümde yer vereceğim. Konuyu ciddi olarak ele almadan önce, kuantum etkenlerinin, beynin çalışmasıyla ilgisi olasılığını araştırmalıyız.

Beyin Faaliyetinde Kuantum Mekaniğinin Rolü Var mıdır?

Sinirsel etkinliklere ilişkin tanımlamalarımız, nedenlerin temelinde kısmen kuantum mekaniğinin yer aldığı fiziksel olgular (örneğin, birim elektrik yüklü iyonlar, sodyum/potasyum kapıları, sinir sinyallerinin iletilmesini/iletilmemesini belirleyen kimyasal etkenler, nöron taşıyıcıların kimyası) dışında, tümüyle klasik tanımlamalardı. Herhangi bir kilit noktada, gerçek bir kuantum mekaniksel kontrolün daha kesin tanımlanmış herhangi bir rolü var mıdır? Bir önceki bölümün sonunda yer alan tartışmamızın konumuzla gerçekten ilişkili olabilmesi için, bu sorunun yanıtının olumlu olması gerekir.

Sinir sisteminin çalışması yönünden kuantum düzeyinde bir eylemin önem kazandığının açıkça görüldüğü en az bir bölge vardır, o da *retinadır.* (Retinanın teknik yönden beynin bir parçası olduğunu anımsayın!) Kaplumbağalarla yapılan denemeler, uygun koşullarda, karanlığa uyarlanmış retina üzerine düşen *tek fotonun,* makroskopik bir sinir sinyalini başlatmaya yeterli olduğunu göstermiştir (Baylor, Labm ve Yau 1979). Aynı durumun insan içinde geçerli olduğu (Hecht, Shlaer ve Pirenne 1941) anlaşılmaktadır. Ama insanda mevcut bir ek mekanizma, algılanan resmin aşırı görsel 'gürültü' ile karıştırılmaması için, böylesi zayıf sinyalleri bastırır. Karanlığa uyarlanmış insan retinasının sinyali algılayabilmesi için yaklaşık *yedi* fotondan oluşan bileşik bir sinyale gerek vardır. Ancak, insan retinasında, tek fotona duyarlı hücrelerin bulunduğu denemelerle anlaşılmaktadır.

İnsan bedeninde, tek kuantum olaylarıyla harekete geçirilebilen nöronlar *var olduğuna* göre, insan beyninin ana kısmında bir yerlerde bu tür hücrelerin bulunup bulunmayacağını sormak doğru olmaz mı? Bildiğim kadarıyla, bu konuda bir kanıt bulunmamaktadır. Bugüne değin incelenen hücre çeşitleri, ulaşılması gereken bir eşik öngörmektedir ve hücrenin ateşleyebilmesi için çok sayıda kuantuma gereksinim vardır. Ancak, beynin derinliklerinde bir yerde tek kuantuma duyarlı hücrelerin bulunabileceği düşünülebilir. Bu tür hücreler varsa, kuantum mekaniği, beynin işlemlerine büyük ölçüde katkıda bulunuyor diyebiliriz.

Kuantum, bir sinyale sadece ilk hareketini vermek için kullanılan bir araç olduğuna göre, kuantum mekaniğinin beynin faaliyetinde rol alması hiç de *yararlı* gibi görünmüyor. Bugüne değin, karakteristik bir kuantum mekaniksel girişim etkisi elde edilmiş değildir. Kuantum mekaniğinin etkisiyle bir nöronun sinyali iletip iletmeyeceğini araştırmak bizi en azından bir belirsizliğe sürükler ve bunun nasıl bir yarar sağlayacağını tahmin etmek zordur.

Ne var ki, kuantum mekaniğinin beynin işlevleriyle ilgisini tartışırken, bazı konular hiç de o kadar basit görünmüyor. Retinayı ele alalım. Yarı sırlı bir ayna tarafından yansıtılmış olan bir fotonun, retinaya ulaştığını varsayalım. Fotonun durumu, bir retina hücresine çarpması ve çarpmayarak diyelim, pencereden dışarıya uzaya doğru

çıkıp gitmesinden oluşan kompleks çizgisel birleştirimi içerir (Şekil 6.17, II. cilt, s. 130). Retinaya çarpmış olması *olasılığı* anına ulaşıldığında ve kuantum kuramının *U* doğrusal kuralı geçerli olduğu sürece (yani, belirleyici Schrödinger durum vektörü evrimi, II. cilt, s. 124), bir sinir sinyaline değil, fakat bir sinir sinyalinin kompleks çizgisel birleştirimine, sahip oluruz. Bu, deneğin bilincini etkilediği zaman, söz konusu iki seçenekten sadece *birinin* gerçekleşmesi algılanır; ötekinde R kuantum yönteminin (durum vektörü indirgemesi, II. cilt, s. 125) gerçekleşmiş olması gerekir. (Böyle söylemekle, çok dünyalar görüşünü (II. cilt, s. 180) göz ardı ediyorum. Ama zaten onun kendine ait yığınla problemi var!) Bir önceki bölümün sonlarında değinilen görüşler çerçevesinde, sinyalin geçişiyle, *bir graviton* ölçütüne uygun olarak yeterli maddenin bozunup bozunmadığını sormalıyız. Fotonun enerjisini, gerçek sinyalin kütle hareketine, belki hareketli kütlede 10^{20} kadarlık bir çarpanla, çevirirken retina tarafından fevkalade bir büyültmenin gerçekleştiği doğrudur, ama bu kütle yine de m_p Planck kütlesinin çok altında kalan bir değerdir (diyelim, 10^8 kadar azdır). Ancak, bir sinir sinyali çevresinde, saptanabilir ve değişken bir *elektrik alanı* (eksenini, sinirin oluşturduğu ve bu sinir boyunca hareketli toroidal bir alan) oluşturur. Böyle bir alan, *çevreyi* önemli ölçüde tedirger ve bu tedirginmiş çevrede bir-graviton ölçütüne uygunluk kolayca sağlanabilir. İleriye sürmekte olduğum görüşüm uyarınca, ışığın parladığını algılamamızdan veya algılamamamızdan önce *R* kuralı, çoktan gerçekleşmiş olmalı. Öyleyse, durum-vektörünü indirgemek için, bilincimize gereksinim yoktur!

Kuantum Bilgisayarları

Tek kuantuma duyarlı nöronların, beynimizin derinliklerinde önemli bir rol üstlendiklerini düşünüyorsak, bu rolün ne gibi etkiler yarattığını araştırmalıyız. Önce, Deutsch'un *kuantum bilgisayar* kavramını (I. cilt, 4. bölüm, s. 175) tartışacağım ve sonra bu bölümde tartıştığımız konuyla ilgisi olup olmadığını soracağım.

Yukarıda belirtildiği gibi burada ana fikir, kuantum paralelliğinden nasıl yararlanılacağıdır. Buna göre, tamamen farklı iki şeyin, kuantum çizgisel birleştiriminde aynı anda oluştuğu varsayılmalıdır - yarı sırlı aynada yansıyan ve aynı anda aynanın içinden geçen veya belki de iki yarığın her birinden aynı anda geçen bir foton gibi. Bir kuantum bilgisayarla, söz konusu, birleştirimli iki farklı şeyin yerine, iki farklı *bilgisayar işlemi* geçecektir. *Her iki* işlemden yanıt almakla ilgilenmiyoruz; bizim ilgilendiğimiz, birleştirimli işlem çiftinden çıkacak kısmı, bilginin nasıl kullanılacağıdır. Sonuçta, işlem tamamlandığında, gerekli yanıtı elde etmek için, işlemler üzerinde uygun bir 'gözlem' yapılır.[9] Bu yöntemle, bilgisayar, iki işlemi aynı anda gerçekleştirerek zaman kazanabilir! Görülüyor ki bu yöntemle çok önemli bir kazancımız olmadı; paralel bağlantılı iki ayrı klasik bilgisayarı (veya bir klasik paralel bilgisayarı) kullanarak, bir kuantum bilgisayarına kıyasla çok daha doğrudan sonuç alabilirdik. Ancak, kuantum bilgisayarının asıl yararı, çok büyük sayılarla, belki sonsuz sayılarla, paralel işlem yapılması gerektiğinde sağlanabilir. Böylesi işlemlerin yanıtları değil, elde edilen tüm sonuçların uygun bir birleşimi bizi ilgilendirir.

Ayrıntılarıyla açıklamak gerekirse, bir kuantum bilgisayarının yapısı, mantık geçitinin bir kuantum versiyonunu içerir. Bu geçitte çıktı, girdiye uygulanan herhangi bir 'üniter işlemin' sonucu -bir *U* işlemi örneği- olacak ve bilgisayarın tüm işlemi, son bir 'gözlem eylemi' R'yi devreye sokuncaya kadar bir *U* işlemini sonuna kadar uygulamak olacaktır.

Deutsch'un analizine göre, kuantum bilgisayarları, algoritmik olmayan işlemleri (yani, bir Turing makinesinin gücünün ötesindeki şeyleri) uygulamak için kullanılamaz ama, bazı çok karmaşık durumlarda, *karmaşıklık kuramı* (I. cilt, s. 169) bağlamında, standart bir Turing makinesinden daha yüksek bir hıza ulaşabilirler. Bugüne kadar edinilen bu sonuçlar, böylesine parlak bir fikir için biraz düş kırıcı olsa da, daha işin başında sayılırız.

Bir kuantum bilgisayarının işlemleri ile tek kuantuma duyarlı önemli sayıda nöronlar içeren bir beynin işlemleri arasında nasıl bir ilişki olabilir? Benzerliğin kurulmasında başlıca sorun, kuantum etkilerinin 'gürültüde' çabucak kaybolmalarıdır -beyin, kuantum tutarlılığını

(yani, *U*'nun sürekli eylemiyle tanımlanan davranışı) uzun süre koruyamayacak kadar 'sıcak' bir nesnedir. Benim sözcüklerimle açıklamak gerekirse, *R* işleminin, araya *U* işlemi serpiştirilerek, sürekli kılınması için, bir-graviton ölçütü sürekli sağlanmalıdır.

Kuantum mekaniğinden, beynimizin çalışması ile ilgili bir şeyler öğreneceğimizi umuyorsak, elimizdeki bilgiler pek ümit var görünmüyor. Belki de birer bilgisayar olmaktan kaçınamayacağız! Ben şahsen buna inanmıyorum. Fakat, çıkış yolumuzu bulmak için daha fazla düşünceler üretmeliyiz.

Kuantum Kuramının Ötesi?

Bu kitabın büyük bir bölümünün başlıca tartışmasının temelinde yatan bir konuya dönmek istiyorum. Klasik ve kuantum kuramı kurallarınca yönetilen bir dünya tanımı, beynin ve usun tanımı için yeterli midir? Alışılmış kuantum kuramının geçerli yorumunun asal öğesinin, 'gözlemin' davranışı olduğu kabul edildiğine göre, beynimizin 'normal' kuantum tanımında kuşkusuz bir bilmece vardır. Bir düşünce veya algılama bilinçli eyleme dönüştüğü zaman beynin, 'kendi kendini gözlemlediği' mi varsayılmalıdır? Alışılmış kuantum yöntemi, bunu nasıl değerlendirmemiz ve değerlendirme sonucunu beyne nasıl uygulayabileceğimize ilişkin açık seçik bir kural bildirmemektedir. Bilinçten tümüyle bağımsız *R* için bir ölçütü (bir-graviton ölçütü) oluşturmaya çalıştım. Benzer bir düşünceden yola çıkılarak tümüyle tutarlı bir kuram geliştirilebilirse, beynin kuantum tanımını, bugün yapabildiğimizden daha kesin çizgilerle yapmak olasıdır.

Ancak, sorunların ortaya çıkmasından, sadece beynin işlemlerini tanımlamak girişimlerimizin sorumlu olmadığına inanıyorum. Dijital bilgisayarların işlemleri de, kanımca, kuantumun özünde bulunan sorunlardan tümüyle arınmamış kuantum etkilerine yaşamsal ölçüde bağımlıdırlar. Bu 'yaşamsal ölçüde bağımlılık' nedir? Dijital hesap işleminde, kuantum mekaniğinin oynadığı rolü anlamak için önce, tümüyle *klasik* bir nesnenin, klasik bir dijital bilgisayar gibi davranmasını nasıl sağlayabileceğimizi araştırmalıyız. 5. Bölümde,

Fredkin-Toffoli klasik ‘bilardo topu bilgisayarı’ (II. cilt, s. 29) örneğini incelemiş, bu varsayımsal ‘aygıtın’, klasik sistemlerin özünde yer alan kararsızlık problemini göz ardı eden idealleştirilmiş bazı kavramlara dayandırıldığını söylemiştik. Değişkenlik problemi, zaman içerisinde, faz uzayında etkin bir yayılma olarak tanımlanmış (II. cilt, s. 43; şekil 5.14), böyle bir yayılmanın, klasik bir aygıtın işleminde sürekli kesinlik kaybı yaratması hemen hemen kaçınılmazdır. Kesinlik kaybını engelleyen kuantum mekaniğidir. Modern elektronik bilgisayarlarda, *kesikli durumlar* (diyelim, *0* ve *1* ile kodlama) gereklidir. Dolayısıyla bilgisayarın bu durumlardan birinde mi yoksa ötekinde mi olduğu kesindir. Bilgisayar işleminin ‘dijital’ doğasının özü budur. Sözü edilen kesiklilik sonuçta kuantum mekaniğine bağımlıdır. (Enerji durumlarının, spektrum frekanslarının, spinin, vb. kuantumlu olmasını anımsıyoruz, 6. bölüm). Eski mekanik hesap makineleri dahi, çeşitli parçalarının *katılığına* bağlıydı ve bu katılık gerçekte, kuantum kuramının kesikliliğine dayanır.[10]

Fakat kuantum kesikliliği, sadece *U*'nun uygulanmasıyla elde edilemez. Schrödinger denklemi ise, arzu edilmeyen yayılmayı ve ‘kesinlik kaybını’ önlemek konusunda, klasik fizik denklemlerine göre bile başarısızdır! *U* uyarınca, tek tanecik dalgafonksiyonu, uzayda bulunduğu konumdan, zamanla daha geniş bölgelere yayılır (II. cilt, s. 126). Daha karmaşık sistemler de, *R* tarafından zaman zaman müdahale edilmese, bazen böyle mantıksız yerelsizlik gösterirler (Schrödinger’in kedisini anımsayın!) (Örneğin, bir atomun *kesikli* durumları, mutlak enerji, momentum ve toplam açısal momentum durumlarıdır. Genel bir durumun ‘yayılması’ bu gibi kesikli durumların bir birleştirimine götürür. Halbuki herhangi bir aşamada *R*’nin devreye girmesi, atomun, bu kesikli durumlardan birinde ‘olmasını’ gerektirir).

Bana öyle geliyor ki, *düşünme* yöntemimizi ne klasik mekanik, ne de -*R*'yi ‘gerçek’ bir süreç haline getirecek asal değişiklikler gerçekleştirilmedikçe- kuantum mekaniği açıklayabilir. Belki bilgisayarların dijital işlemi dahi, *U* ve *R* eylemleri arasındaki bağıntının daha derinlemesine anlaşılmasını gerektirmektedir. En azından bilgisayarlarda bu eylemin *algoritmik* olduğunu biliyoruz (bizim tasarımımıza göre!) ve herhangi bir algoritmik olmayan

varsayımsal davranışı fizik yasalarına yüklemeye çalışmıyoruz. Fakat, beyin ve us söz konusu olduğu zaman durumun çok farklı olduğunu ısrarla söylüyorum. Bilinçli düşünme sürecinde, algoritmik olmayan çok önemli bir etkenin varlığını gösteren kabul edilebilir bir öneri getirilebilir. Gelecek bölümde, böyle bir etkenin varlığına inanmamın nedenlerini açıklayacak ve hangi gerçek fiziksel etkilerin, beynin işleyişini etkileyen 'bilinci' oluşturabileceğini tartışacağım.

X. Bölüm
Usun Fiziği Nerede Yer Alır?

Us Ne İşe Yarar?

Us-beden problemi tartışmalarında, genelde iki konuya dikkatler odaklanır: 'Nasıl olur da maddesel bir nesne (bejin) bilinci uyandırabilir?'; ve karşıt bir soru, 'Nasıl olur da bilinç, kendi istemiyle, maddesel nesnelerin (görünüşte fiziksel olarak belirli) eylemlerini gerçekten *etkiliyebilir?'* Bunlar, us-beden probleminin etken ve edilgen (pasif ve aktif) yönleridir. Öyle görünüyor ki, 'usumuzda' (daha doğrusu 'bilincimizde') bir yanda maddesel dünya tarafından etkilenirken, öte yanda, maddesel dünyayı etkileyebilen, maddesel olmayan bir 'şeye' sahibiz. Ancak, bu son bölümdeki ilk tartışmamı biraz daha farklı, belki biraz daha bilimsel bir soruya, hem etken hem de edilgen problemlerle ilgili bir soruya yöneltmeyi yeğliyorum ve umut ediyorum ki bir yanıt bulma çabalarımız, felsefenin yüzyıllar boyu çözülemeyen bilmecelerinin daha iyi anlaşılmasına bizi bir adım daha yakınlaştırsın. Sorum şöyle: 'Bilinç, kendisine gerçekten sahip olanlara ne gibi *seçkinlik* sağlar?'

Sorunun bu şekilde getirilmesinde dolaylı anlatılmak istenen birkaç düşünce var. Birincisi, bilincin, gerçekte bilimsel olarak tanımlanabilir bir 'şey' olduğu inancıdır. Bu 'şey' aslında 'bir şey yapar' ve üstelik yaptığı her ne ise, bilince sahip yaratığa yardımcıdır. Öyle ki aynı özelliklere sahip fakat bilinçsiz bir yaratık bu yardımdan yoksun olduğu için daha az etkin bir davranışa sahip olur. Öte yandan, bilinç, yeterince şık bir kontrol sistemine sahip olmanın sadece edilgen bir parçasıdır ve kendi başına aslında hiçbir şey 'yapamaz' şeklinde de düşünülebilir (Böyle bir düşünce, örneğin, güçlü AI taraftarlarınca benimsenebilir). Bir başka seçenek olarak, bilinç olgusu, henüz sırrına eremediğimiz teleolojik bir amaç, ilahi veya gizemli bir emeğe hizmet için vardır. Böyle bir olgunun yalnızca doğal *seçim* yönünden

tartışılması durumunda bu ‘amacı’ tümüyle gözden kaçırmak olasıdır. Benim düşünce tarzıma uygunu, böyle bir savın biraz daha bilimsel türü olan insansıl ilkedir (antropik prensip): İçinde yaşadığımız evrenin doğası, bizim gibi düşünebilen yaratıkların evreni gözlemlemeleri için var olması zorunluluğu ile koşullanmıştır (Sözü edilen ilkeye 8. bölümde, s. 64, kısaca değinilmişti. Biraz sonra bu konuya yine döneceğim).

Bu konuları sırası geldikçe tartışacağım ama önce şunu belirtmeliyim ki, ‘us-beden’ problemi söz konusu olduğunda ‘us’ terimi belki biraz yanıltıcıdır. Ne de olsa, çoğu kez, ‘bilinçsiz us’ kavramından da söz edilir. Öyleyse, ‘us’ ve ‘bilinç’ terimlerini eşanlamda kullanmıyoruz. Bilinçsiz ustan söz ederken, sanki sahnenin gerisinde işlevini yerine getiren ama çoğu zaman (belki düşler, kuruntular, saplantılar veya Freud’un hipnozları dışında) algıladıklarımızı doğrudan etkilemeyen, ‘arkalarda bir yerde birinin’ silik görüntüsünden söz ediyor gibiyizdir. Belki de, bilinçsiz us, kendine özgü bir bilince sahiptir ama böyle bir bilinç, bilincin ‘benliğimiz’ olarak nitelenen kısmından tamamen farklıdır.

Bilinçsizlik, ilk bakışta göründüğü kadar açıklaması zor bir kavram değildir. Genel anestezi etkisi altında ameliyat edilmekte olan bir hastada dahi bir tür ‘bilincin’ var olduğu denemelerle saptanmıştır. Şöyle ki, ameliyat esnasında çevresindeki konuşmalar hastayı daha sonra ‘bilinçsiz’ etkileyebilmekte, veya hipnoz altında, bazen, sanki konuşmalar o anda yaşanıyormuş gibi hasta tarafından anımsanabilmektedir. Ayrıca, hipnotik telkinle bilinçten uzaklaştırılan duyumlar, başka bir hipnoz uygulaması esnasında ‘daha önce yaşanmış’ olarak, fakat oldukça ‘farklı bir sıralamayla’ anımsanabilmektedir (bkz. Oakley ve Eames 1985). Bu konularda fazlaca bilgim yoksa da, basit ‘farkında olma’ durumunu bilinçsiz usla ilişkilendirmenin doğru olacağını sanmıyorum, ve bu konuda burada tahminler yürütmeye gerçekten hevesli değilim. Ne var ki, bilinçli ve bilinçsiz us arasındaki sınır kuşkusuz ince ve karmaşık bir konudur ve bu konuyu irdelemeden geçemeyiz.

‘Bilinç’ terimiyle ne demek istediğimiz ve var olduğuna ne zaman inandığımız hakkında elimizden geldiğince içten olmaya çalışalım. Tartışmamızın bu aşamasında, bilincin kesin bir *tanımını* önermeye

kalkışmanın akıllıca bir davranış olacağını sanmıyorum. Fakat bilincin ne anlama geldiği ve bu özelliğin ne zaman var olduğu ile ilgili olarak, büyük ölçüde, öznel izlenimlerimize ve sezgisel sağ duyumuza güvenebiliriz. Ne zaman bilinçli olduğumu az ya da çok bilirim, ve benim gibi pek çok insan da, benim deneyimlerime benzer deneyimler yaşamışlardır kuşkusuz. Acı duyduğumda, veya bir sıcaklık hissettiğimde, veya rengarenk bir manzara gördüğümde, veya bir müzik sesi duyduğumda bir duyumun bilincindeyimdir; veya belki şaşkınlık, umutsuzluk veya mutluluk gibi bir duygunun bilincindeyim; veya geçmişteki bir olayın anısının bilincinde olabilirim; veya, karşımdakinin ne söylediğini anlamaya başlamamın bilincinde olabilirim; veya aklıma birdenbire gelen yeni bir fikrin bilincinde olabilirim; veya bilinçli olarak konuşmaya niyetlenebilirim; veya oturduğum yerden kalkmak gibi bir hareketi yapmanın bilincinde olabilirim. 'Geriye adım' atabilir ve niyetlerimin, veya acıyı hissedişimin veya bir anıyı yaşayışımın veya söyleneni anlayışımın veya hatta bilinçli oluşumun bilincinde olabilirim. Düş görmem koşuluyla uykuda bile bir dereceye kadar bilinçli olabilirim; veya belki, uyanmak üzereyken, düşümü bilinçli olarak yönlendirebilirim. Bilincin, şurada veya burada bulunan herhangi bir şey olmanın ötesinde, bir ölçü meselesi olduğuna inanmaya hazırım. 'Bilinçli olmak' sözcüğünü 'farkında olmak' sözcüğüyle temelde eşanlamlı olarak kabul ediyorum ('farkında olmak', kastettiğim anlamda 'bilinçli olmaktan' biraz daha fazla edilgen olabilir). Öte yandan 'us' ve 'ruh', şimdilik oldukça daha *az* açıkça tanımlanabilir anlamlara sahiptirler. Bilinç durumunun tanımlanmasında bir sonuca varmak için zaten başımız yeterince dertteyken, 'us' ve 'ruh' problemlerinin ayrıntılarını bir yana bıraktığım için umarım okuyucum beni bağışlayacaktır!

Bu arada 'zekâ' sözcüğüyle ne anlatılmak istendiği sorusu da var. Zekâ konusu, ne de olsa, AI taraftarlarının, 'bilinç' gibi belki biraz daha müphem konudan çok daha fazla ilgisini çeken bir konudur. Alan Turing (1950) ünlü makalesinde (bkz. I. cilt, 1. bölüm, s. 5), 'bilince' doğrudan pek az değinmiş, fakat 'düşünmeyi' vurgulamış, ve 'zekâ' sözcüğünü makalesinin başlığında kullanmıştır. Benim kavramlara bakış açımda, zekâ konusu, bilinçten daha az derecede önemlidir. Bilincin eşlik etmediği gerçek zekânın gerçekten var olabileceğine inanacağımı sanmıyorum. Öte yandan, ola ki AI

taraftarları, bilince yer vermeyen zekâyı sonunda yapay olarak gerçekleştirebilirler, ve böyle bir durumda, zekânın, yapay zekâyı kapsayacak şekilde tanımlanmaması tatmin edici bulunmayabilir. Öyleyse 'zekâ' konusu benim buradaki gerçek ilgi alanıma girmemeli. Ben esas olarak 'bilinçle' ilgileniyorum.

Gerçek zekânın bilinci gerektirdiği inancımı ileri sürerken dolaylı olarak şunu öneriyorum (çünkü, bir algoritmanın uygulanmasıyla bilinç durumunun yaratılacağına dair AI görüşüne inanmıyorum): Zekâ, algoritmik araçlarla, yani bilgisayarla, bugün bu terimi kullandığımız anlamda, doğru şekilde taklit edilemez. (bkz. 'Turing testi', 1. bölüm) Biraz sonra (bu kısımdan sonraki üçüncü kısımda s. 141'de verilen matematiksel görüşle ilgili tartışmaya bakınız) tartışacağım gibi, bilincin eyleminde özellikle *algoritmik olmayan* bir öğenin bulunması gerekir.

Bilinçli bir şey ile bilinçsiz fakat ona 'eşdeğer' olan başka bir şey arasında işlemsel bir fark bulunup bulunmadığı sorusunu ele alalım. Bir nesnedeki bilinç, varlığını her zaman dışa vurur mu? Yanıtın 'evet' olduğunu varsaymayı isterdim. Ancak, hayvanlar aleminde bilincin nerede bulunması gerektiğine dair tam bir görüş birliği bulunmadığı için bu konudaki inancımı güçlendirecek bir nedenim yok. Bazıları bilincin, insan dışında hiçbir hayvanda bulunmadığını savunuyor (ve bazıları, İ.Ö. 1000 yıllarında insanda bile bulunmadığını savunur; bkz. Jaynes 1980); buna karşın bazıları, bir böceğin, bir solucanın veya hatta belki bir kayanın bile bilince sahip olabileceğini savunur! Bana kalırsa, solucanın veya böceğin ve hele hele bir kayanın böyle bir özelliğe sahip olabileceğinden kuşkuluyum, ama memeliler bana genelde, gerçek bir 'farkında olma' özelliğine sahip oldukları izlenimini veriyor. Görüş birliğine yarılamamasından çıkarmamız gereken sonuç, bilincin dışavurumu ile ilgili genel olarak kabul edilebilir bir ölçüt yoktur. Bilinçli davranışın yine de bir işareti *olabilir,* ama henüz evrensel olarak tanınan bir işareti bulunmamaktadır. Böyle bir işaret bulunsa bile, sadece bilincin *etken* (aktif) rolünü gösterebilirdi. Edilgenin etken karşıtı bulunmaksızın varlığının doğrudan nasıl kanıtlanacağını bilmek zordur.

Bu durum, 1940'larda bir ara kürar zehiri içeren uyuşturucu maddenin küçük çocukların ameliyatlarında 'anestetik' olarak

kullanılması esnasında korkunç bir şekilde doğrulanmıştır. Bu maddenin gerçek etkisi, kaslardaki motor sinirlerin etkinliğini felce uğratmak olduğu için, bu talihsiz çocukların *gerçekte duydukları* acı dışa vurulmadığı için o tarihlerde operatörlerin bunu bilmesine olanak yoktu (bkz. Dennett 1978, s. 209).

Şimdi bilincin sahip *olabileceği* etken role dönelim. Bilincin, işlemsel olarak ayırt edilebilir etken bir rol oynayabilmesi -gerçekten de bazen *oynar* - gerekli midir? Benim etken bir rol oynadığına inanmamın çeşitli nedenleri vardır. Birincisi, ‘sağ duyumuzu’ kullanarak, çoğu kez, başkasının gerçekten bilinçli olduğunu doğrudan algıladığımızı hissetmemizdir. Böyle bir izlenimin yanlış olması o kadar olası değildir.[!] Bilinçli bir kişi (kürarla hareketsizleştirilmiş çocuklar gibi) böyle bir izlenimi açıkça göstermeyebilirken, bilinçsiz bir kişinin böyle bir izlenimi edinmiş gibi görünmesi *olası değildir!* Bu nedenle, bilincin özelliğini oluşturan ve ‘sağduyulu sezgilerimizle’ ona karşı duyarlı olduğumuz bir çeşit davranış (*her zaman* bilinç tarafından sergilenmese bile) gerçekte var olmalıdır.

İkincisi, acımasız doğal seçim işlemidir. Son bölümde gördüğümüz gibi, bu süreci beynin tüm işlemlerinin doğrudan bilince ulaşamadığı olgusunun ışığında değerlendirmeye çalışın. Gerçekte, ‘yaşlı’ beyincik, yerel nöron yoğunluğu bakımından büyük üstünlüğü olan beyincik, bilincin doğrudan hiçbir katkısı olmaksızın da karmaşık işlemleri pekâlâ yürütebilmektedir. Yine de Doğa, tümüyle bilinçsiz kontrol mekanizmalarının yönetiminde hareket edebilen yaratıklarla yetinmek yerine, bizim gibi hissedebilen, algılayabilen yaratıkları geliştirmeyi yeğlemiştir. Bilinç, bir seçim amacına hizmet etmiyorsa, Doğa, beyincik gibi duygusuz ‘otomaton’ beyinler pekâlâ işe yarayabilecekken niçin *bilinçli* beyinleri geliştirmek zahmetine girmiştir?

Üstelik, bilincin *herhangi bir* etken etkiye, bu etki seçici olmasa bile, sahip olması gerektiğine inanmamız için basit bir ‘temel’ neden de vardır. Bizim gibi yaratıklar, özellikle bir konu hakkında üzerimize fazlaca düşüldüğü zaman, ‘kendimizle’ ilgili sorular sorulmasından neden sıkılırız? (‘Neden bu bölümü okuyorsun?’ veya ‘Neden bu konu hakkında bir kitap yazmayı bu kadar çok istedim?’) Tümüyle

bilinçsiz bir otomatonun bu gibi konularla zaman yitireceğini düşünmek çok zor. Öte yandan, bilinçli yaratıklar zaman zaman böyle tuhaf davranışlar sergilerler. Bilinçsiz olmaları halinde davranacaklarından *farklı* davrandıklarına göre bilincin etken bir etkisi var demektir! Elbette, bir bilgisayarın da komik görünebilecek bir davranışa programlanması sorun değildir (örneğin, 'Aman canım, yaşamın anlamı ne? Neden buradayım? Bu hissettiğim 'kişilik' de neyin nesi?' diye mırıldanarak etrafta dolaşmak üzere bir bilgisayarı programlayabilirsiniz). Fakat neden doğal seçim, balta girmemiş ormanının acımasız serbest pazarında böyle yararsız saçmalığın kökünü çok önceleri kazıyabilecekken, bizim bilinçli kimliklerimize sahip bir ırkın lehine davranmış olabilir ki!

Filozofça (belki geçici olarak) düşüncelere dalmamız, kendi kendimize mırıldanmamız *kendiliğinden* seçilmiş davranışlar olmayıp, gerçekten bilinçli olan ve bilinçli olmaları doğal seçimle, fakat oldukça farklı ve belki çok güçlü bir nedenle, seçilmiş yaratıklar tarafından taşınması gerekli (doğal seçim kuramı uyarınca) bir 'yük' olduğu bence açıkça görülüyor. Sanırım, pek de zararlı olmayan böyle bir yük, doğal seçimin karşı konulamaz gücüyle kolayca (belki isteksizce de olsa) taşınabilir. Şanslı türümüzün bazen sahip olabildiği huzur ve esenlik ortamında, varlığımızı sürdürmek için çevremizdekilerle (veya komşularımızla) sürekli mücadele etmek zorunda olmadığımız bir zamanda, bu yükün içindeki hâzineyi belki merak etmeye başlarız. Başkalarının böyle tuhaf şekilde, filozofça davrandıklarına tanık olduğumuz zaman, kendimizden başka bilileriyle, gerçekten usa sahip bireylerle ilgilendiğimize kendimizi *inandırıyoruz.*

Bilincin Gerçek işlevi Nedir?

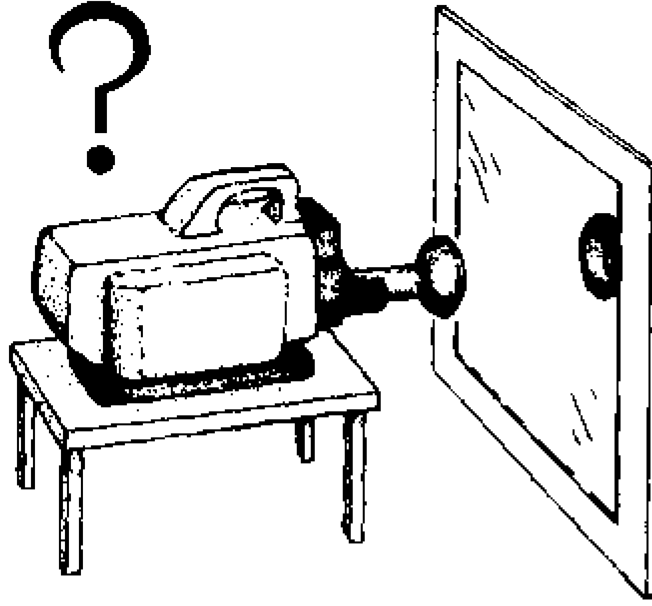
Bir yaratığın bilince sahip olmasının, bu yaratığa aslında bir tür seçkinlik sağladığını kabul edelim. Bu, tam olarak, nasıl bir üstünlük olabilir? Bilinç, avcıya, kendini 'avının yerine koyarak' avının bir sonraki davranışının ne olacağını tahmin etmek üstünlüğünü sağlayabilir şeklinde açıklanan bir görüş ileri sürüldüğünü

duymuştum. Avcı, kendisini, avının yerine koyarak, onun üzerinde bir üstünlük sağlayabiliyor.

Bu görüşte doğruluk payı bulunabilirse de, beni rahatsız eden bir yönü var. Bir kere, av adına bilincin zaten var olduğunu varsayıyor, çünkü, bilinçsizlik tanımına göre, bir otomatonun bilinci söz konusu olmadığına göre, avcı kendisini bir otomatonun yerine koyamaz! Ne olursa olsun ben de, tümüyle bilinçsiz bir otomaton avcının, kendi programının bir parçası olarak, otomaton avının gerçek programını oluşturan bir alt program içerebileceğini aynı şekilde varsayabilirim. Bilincin, avcı-av ilişkisine girmesinin *mantıksal* yönden gerekli olduğunu sanmıyorum.

Doğal seçimin rasgele yöntemlerinin nasıl olup da bir *otomaton* avcıya, avının programının eksiksiz bir kopyasını verecek kadar akıllıca davranmış olduğunu anlamak kuşkusuz zordur. Doğal seçim, böyle bir durumda, daha çok bir *casusluk* olayına benziyor! *Eksik* bir program (Turing makinesinin ‘bandının’ bir parçası, veya Turing makinesinin bandına benzeyen bir şey), avcıya pek fazla seçkinlik sağlayamaz. Bu nedenle, avcı-av ilişkisine dayalı bir görüşün kısmi gerçeğinden hareketle varılabilecek sonuç, böyle bir ilişkinin bir bilgisayar programından çok bilincin herhangi bir öğesi olabileceğidir. Fakat böyle bir sonuç, bilinçli bir hareketle ‘programlı’ bir hareket arasındaki farkın *gerçek* tanımını veremez.

Yukarıdaki görüş, bilinçle ilgili olarak zaman zaman ileri sürüldüğünü duyduğumuz başka bir görüşü çağrıştırmaktadır: Bir sistem, kendi içinde bir şeyin *modeline* sahip olursa bu şeyin ‘bilincine’ varabilir, ve *kendinin* bir modeline kendi içinde sahip olursa, ‘kendi kendinin bilincinde olabilir’. Bilinçli olmak ve kendinin bilincinde olmakla ilgili gerçek konulara, bu gibi görüşlerin değindiğine bile inanmıyorum. Bir video kamera, kaydettiği sahnelerin bilincinde olamaz; bir aynaya yöneltilmiş bir video kamera, kendi varlığının bilincinde olamaz (Şekil **10.1).**



Şekil 10.1. Bir aynanın önüne konulan video kamerası, kendi içinde kendinin bir modelini oluşturur. Kamera, bu durumda, kendi varlığının bilincinde midir?

Ben, konuya, farklı şekilde yaklaşmak istiyorum. Beynimizin işlemlerinin hepsinin bilinç eşliğinde gerçekleşmediğini (özellikle beyincik tarafından gerçekleştirilen işlemlere bilinçli denemeyeceğini) görmüştük. Bilinçsiz olarak yapılamayacağının bilincinde olarak yapabildiğimiz nedir? Bu sorun başlangıçta bilince gereksinim duymayacağımızı sandığımız herhangi bir şey, öğrenilebilir ve daha sonra (belki beyincik tarafından) bilinçsizce uygulanabilir olduğu için biraz kaypaklaşır. Yeni kararlar vermemiz gereken, fakat karar vermemiz gereken konuda kuralların önceden belirlenmediği durumlarda bilince gereksinim duyulur denilebilir. Bilincin katkısını gerektiren ve gerektirmeyen ussal işlemler arasında kesin bir ayırım yapmak zordur. Belki, güçlü AI taraftarlarının (ve diğerlerinin) savunacakları gibi, 'yeni kararlar vermemiz', yine bazı iyi tanımlanmış algoritmik kuralların, fakat bu kez etkinliklerinin pek fazla farkında olmadığımız bazı gizli 'üst-düzey' kuralların uygulanmasıdır. Ancak, bilinçli ussal davranışımızı, bilinçsiz ussal davranışımızdan ayırmak için çoğu kez kullandığımız sözcükler, algoritmik olan/algoritmik olmayan ayırımını, en azından, *çağrıştırır* niteliktedir:

Bilinç gerekli	*Bilinç gereksiz*
‘sağ duyu’	‘otomatik’
‘değer yargısı’	‘kurallara bilinçsizce uymak’
‘anlama’	‘programlanmış’
‘sanatsal değerlendirme’	‘algoritmik’

Bilinçli yargılarımıza bir çok bilinçsiz etken, örneğin deneyim, içgüdü, önyargı, hatta normal olarak mantığımızı kullanmak gibi etkenler dahil olacağı için, bu ayırımlar daima çok kesin olmayabilir. Fakat yargılarımız, iddia ediyorum, *bilinçli* eylemlerimizin dışa vurumlarıdır. Bu nedenle, beynin bilinçsiz işlemleri, algoritmik işlemlere uygun olarak gerçekleşirken, bilinçli işlemleri, herhangi bir algoritmayla tanımlanamayacak şekilde gerçekleşir.

Burada öne sürmekte olduğum görüşlerin, sıkça kulağıma gelen başka görüşlerin hemen hemen zıttı görüşleri yansıtmasında tuhaf bir çelişki vardır. Çoğu kez, anlayabildiğimiz şekilde, ‘rasyonel’ davranan *bilinçli* ustur. Anlaşılması güç, gizemli olan ise bilinçsiz ustur. AI ile çalışanlar, bilinçli bir düşünme işlemine anlayabildiğiniz anda bir bilgisayara aynı işlemi uygulatabileceğinizi savunurlar; nasıl uygulanabileceği hakkında bir fikre (henüz!) sahip olmadığımız işlem gizemli bilinçsiz düşünme işlemidir. Benim uslamlamama göre, bilinçsiz işlem de pekâlâ algoritmik, ama ayrıntılanması fevkalade zor düzeyde karmaşık olabilir. Tamamen bilinçli düşünce de usa vurulabilir ve yine (çoğu kez) tümüyle algoritmik olarak tanımlanabilir. Ama bu tanımlama *tümüyle farklı bir düzeyde* yapılabilir. Burada sistemin iç çalışma mekanizmasından (nöronların sinyalleri iletmesi, vs.) değil tüm düşünce sisteminin kontrolünden söz ediyoruz. Düşünce kontrolü bazen (Aristoteles tarafından tanımlanan eski Yunan mantıksal kıyaslaması veya matematikçi George Boole’un simgesel mantığı gibi; bkz. Gardner 1958), algoritmik niteliktedir, bazen (Gödel’in teoreminde ve 4. bölümde verilen örneklerin bir kısmında olduğu gibi) değildir. Bilincin en belirgin işareti olduğunu iddia etmekte olduğum *yargıya varma,* AI savunucularının, bir bilgisayarda nasıl programlanacağı hakkında hiçbir kavrama sahip olmadıkları şeydir.

İnsanlar bazen, yargılarımızla ilgili *ölçütlerin* hiç de bilinçle ilişkili olmadığını ileri sürerler; öyleyse ben neden bilinci, yargılarımızdan

sorumlu tutayım? Ama anlatmak çabası içinde olduğum fikirlerin sonucuna başka türlü ulaşamam ki. Bilinçli izlenimlerimizi ve kararlarımızı *nasıl* oluşturduğumuzu bilinçli olarak anladığımızı iddia etmiyorum. Böyle bir iddia, biraz önce değindiğim düzeylerin birbiriyle karıştırılmasına neden olur.

Bilinçli izlenimlerimizin *nedenleri,* doğrudan bilinçle ilintili değildir. Bu gibi nedenlerin, bilincinde olduğumuz gerçek düşüncelerinkinden daha derin bir fiziksel düzeyde ele alınmaları gerekir. (Daha sonra bu konuda bir öneriye saplama yapacağım!) Bilinçli izlenimlerin kendileri (algoritmik olmayan) yargılardır.

Bilinçli düşünce sistemimizde *algoritmik olmayan* bir şeylerin var olduğu, gerçekten de önceki bölümlerin ana konusunun temelinde yer almıştır. Özellikle, 4. Bölümde Gödel'in teoremi ile ilgili bir savın vardığı sonuç şöyleydi: En azından matematikte, bazen, bir bildirimin gerçeğe uygunluğunu, hiçbir algoritmanın yapamayacağı şekilde, bilinçli düşünmeyle doğruluyabilirsiniz (Biraz sonra ayrıntılarıyla açıklayacağım). Gerçekten de, algoritmalar, kendi kendilerine, gerçeği *asla* doğrulamaz! Bir algoritmanın gerçekleri üretmesini sağlayabileceğiniz gibi gerçek dışı sonuçlardan başka bir şey üretmemesini de sağlayabilirsiniz. Bir algoritmanın geçerliliğine veya geçersizliğine karar vermek için *dıştan sezgilere* gereksinim vardır (bu konuda daha sonra daha ayrıntılı değineceğim). Benim burada savunduğum, uygun koşullar altında, bilincin göstergesi olarak, gerçek olmayandan gerçeği (ve çirkinlikten güzelliği!) ayırt etmek yeteneğidir (veya 'içgüdüsüdür').

Ancak, herhangi bir biçimde olağanüstü bir 'tahmin' yeteneğinden sözetmediğimi açıkça belirtmeliyim. Bilincin, piyangoda (hilesiz bir şans oyununda) şanslı numarayı tahmin etmek gibi bir olaya en ufak katkısı olamaz! Bilinçli durumdayken, gerçekleri, duyumlarımızı, algılarımızı, izlenimlerimizi, deneyimlerimizi bir araya getirip tartarak, ve hatta bütün bunları, sezgilerimizle, içgüdümüzle değerlendirerek her zaman verdiğimiz kararlardan, yargılardan söz ediyorum. İlke olarak elimizde yeterli bilgi bulunsa bile, bunların içinden gerekli olanları ayıklamak, doğru yargıya ulaşmak işlemini gerçekleştirmek için kesin bir algoritmaya sahip değiliz. Olsak bile bu uygulanabilir bir algoritma olmayabilir. Belki alınmış bir kararın doğruluğunu *kontrol*

etmek, kararı almaktan daha algoritmik (belki daha kolay bir yol) bir işlem sayılabilir.

Bilincin göstergesinin, algoritmik olmayan bir karar verme işlemi olduğunu neden iddia ediyorum? Bir nedeni, bir matematikçi olarak deneyimlerimden kaynaklanmaktadır. Bilinçden yoksun algoritmik işlemlerime yeterince dikkatimi veremediğim zaman, onlara güvenemiyorum. Hesap işlemlerinde algoritmanın bir algoritma olarak yanlış bir yanı yok ama, elimdeki soru için *doğru* algoritma mı acaba? Diyelim, çarpma ve bölme işlemleri için gerekli algoritmik kuralları öğrendiniz (veya algoritmik bir hesap makineniz var cebinizde), fakat çözmeniz gereken problem için, sayıları bölmeniz mi yoksa çarpmanız mı gerektiğini nasıl bileceksiniz? Bunun için *düşünmeniz* ve *bilinçli* bir karara varmanız gerekir (Bu gibi kararların, en azından bazen, neden algoritmik olmaması gerektiğini biraz sonra göreceğiz!). Kuşkusuz, benzer problemlerden pek çoğunu çözerek, sayıları bölmeniz veya çarpmanız ile ilgili kararınız artık algoritmikleşir ve belki beyincik tarafından bile verilebilir. Artık bu aşamada bilinç gerekli değildir, ve bilinçli usunuzu, başka konuları araştırmak, düşünmek için rahatça kendi haline bırakabilirsiniz. Ancak, zaman zaman, algoritmanın herhangi bir şekilde (belki biraz kurnazlıkla) yanıltılmadığını kontrol etmek gerekebilir.

Matematiksel düşüncenin her düzeyinde bu tür şeyler sürekli oluyor. Matematik işlemleriyle uğraşırken, uygun algoritmaları bulmak için didinip duruyorsunuz. Oysa, bu uğraşınızın kendisi zaten bir algoritmik yöntemdir. Uygun algoritmayı bulduğunuzda, bir anlamda, zaten problem çözülmüş demektir. Üstelik, bulduğumuz algoritmanın gerçekten uygun ve doğru algoritma olup olmadığına matematiksel olarak karar vermemiz için bilinçli olarak fazlaca dikkat sarfetmemiz gerekir. 4. Bölümde tanımlanan biçimsel matematik sistemleri ile ilgili tartışmamızda da buna benzer bir durumla karşılaşmıştık: Bazı aksiyomlarla işleme başlanır ve bu aksiyomlardan çeşitli matematiksel önermeler elde edilecektir. Aksiyomlardan çeşitli matematik önermeleri çıkarmak yöntemi, gerçekten algoritmik olabilir. Ama aksiyomların uygun olup olmadığı hakkında bilinçli matematikçinin karar vermesi gerekecektir. Bu gibi kararların algoritmik olmayan yöntemlerle verilmesi zorunluluğu, bir sonraki kısımdan sonraki kısımda yer alan tartışmamızdan daha açık

şekilde anlaşılacaktır. Ama önce, beynimizin neler yaptığına dair daha geniş kapsamlı bir görüşü inceleyelim.

Algoritmaların Doğal Seçimi?

Bilinçli ya da bilinçsiz, insan beyninin çalışmasını, yalnızca, çok karmaşık bir algoritmanın uygulanması olarak düşünürsek, böylesine olağanüstü etkin bir algoritmanın gerçekte nasıl oluştuğu sorusunu sormalıyız. Standart yanıt, elbette, ‘doğal seçim’ olacaktır. Beyne sahip yaratıklar evrimleştikçe, daha etkin algoritmalara sahip olanlar daha çok yaşamlarını sürdürmek, ve bu nedenle, daha çok çoğalmak, eğiliminde olacaktı. Bu nesiller kuzenlerine göre daha etkin algoritmalar uyguladılar. Çünkü atalarından daha iyi algoritmaların bileşenlerini miras olarak almışlardı. Böylece giderek algoritmalar gelişti. Gelişimin sürekli olması gerekmiyordu. Çünkü, insan beyninde (görünüşe göre) bulduğumuz olağanüstü duruma ulaşılıncaya kadar evrim boyunca arasıra düzensizlikler görülmüş olmalı (Kıyaslayınız Dawkins 1986).

Benim kendi görüşüme göre dahi, bu tanımda *biraz* gerçek payı bulunmalı. Çünkü beynin işlemlerinin çoğunun gerçekten algoritmik olduğunu öngörmekteyim, ve okuyucunun yukarıdaki açıklamadan dolaylı olarak anlayacağı gibi, doğal seçimin gücüne inanıyorum. Fakat, doğal seçimin, sahip olduğumuz öteki algoritmaların *geçerliliği* hakkında bilinçli yargılara varmamız için gerekli algoritmaları tek başına nasıl geliştirebileceğini anlamıyorum.

Basit bir bilgisayar programını düşünün. Böyle bir program nasıl yaratılmıştır? Doğrudan doğal seçim yoluyla yaratılmadığına kuşku yok! Bir bilgisayar programcısı, üzerinde düşünmüş, tasarımlamış ve kendinden beklenen işlemi doğru olarak gerçekleştirdiğine karar vermiştir (Gerçekte, karmaşık bilgisayar programlarının çoğu hatalar içermektedir. Bunlar, genelde, ufak çapta hatalardır. Ama çok belirgin olmadıkları için ancak olağandışı koşullarda kendilerini belli ederler. Bu gibi hatalar benim savımı pek fazla etkilemez). Bazen, bir bilgisayar programı, başka bir program tarafından, diyelim bir ‘ana’ bilgisayar programı tarafından ‘yazılmış’ olabilir. Fakat ana

programın kendisi, insan zekâsının ve sezgisinin ürünüdür; veya program, başka bilgisayar programlarının bazı sonuçlarını içeren parçaların bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Ne olursa olsun, programın geçerliliği ve tasarımı sonuçta (en az) bir insan bilincinin sorumluluğunda gerçekleşmiştir.

Pek tabi bunun böyle olmadığını düşünebilir; bilgisayar programlarının, yeterli süre tanındığı zaman, doğal seçim işlemiyle herhangi, bir şekilde aynı anda geliştirilmiş olduklarım varsayabiliriz. Bilgisayar programcısının bilinçliliğinin algoritmalardan ibaret olduğuna inanılırsa, sonuç olarak, algoritmaların da aynı şekilde evrimleşmiş olduğuna inanılması gerekir. Ne var ki, bir algoritmanın geçerli olup olmadığı kararının bir algoritma işlemi olmaması beni düşündürüyor! 2. Bölümde buna benzer bir durumla karşılaşmıştık (Turing makinesinin gerçekte *durup durmayacağı* sorusunun algoritma kullanılarak yanıtlanamayacağı). Bir algoritmanın gerçekten işe *yarayıp yaramayacağına* karar vermek için, bir başka algoritmaya değil *sezgilere* gereksinim vardır.

Ancak, *yaklaşık* doğru algoritmaların üretilmesi için bir tür doğal seçim yöntemi bulunabileceğini yine de düşünebiliriz. Ben, ne var ki, bunu inanılması çok zor buluyorum. Bu tür herhangi bir seçme işlemi sadece algoritmaların çıktısına[II] uygulanabilir. Fakat algoritmik işlemlerin altında yatan düşüncelere doğrudan uygulanamaz. Bunun sadece son derece yetersiz değil, aynı zamanda asla uygulanamaz olduğuna inanıyorum. Birincisi, yalnız çıktısını inceleyerek bir algoritmanın gerçekte ne olduğunu saptamak kolay değildir. (Çıktı bandları, diyelim 2^{65536}'cı yere kadar farklılaşmayan, ve bu farkın, evrenin tarihi boyunca asla saptanamayacağı, birbirinden tamamen farklı iki basit Turing makinesi işlemini inşa etmek kolay bir iştir!) Ayrıca, bir algoritmada en ufak 'değişme' (diyelim, bir Turing makinesinin tanımında veya girdi bandında ufak bir değişiklik), algoritmayı tamamen yararsız duruma getirmekle kalmaz, böyle rasgele bir biçimde algoritmaların kendilerini nasıl geliştirebilecekleri konusunda kuşku yaratır. ('Anlamları' olmaksızın *zorlama* geliştirimlerin yapılması bile zordur. Yetersiz belgelendirilmiş ve karmaşık bir bilgisayar programının değiştirilmesi veya düzeltilmesi gerektiği, ve programın aslını hazırlayan programcının işi bırakmış

veya ölmüş olduğu zaman böyle durumlarla sıkça karşılaşılmaktadır. Böyle bir durumda, programın dolaylı olarak bildirdiği çeşitli anlamları ve amaçları çözmek yerine belki de en kolayı programı atıp her şeye yeniden başlamaktır!)

Algoritmaların yukarıdaki eleştirilere maruz kalmayacak şekilde oluşturulmalarının belki çok daha 'sağlam' bir yöntemi vardır. Bir bakıma, anlatmak istediğim budur zaten. 'Sağlam' tanımlamalar, algoritmaların temelini oluşturan *fikirlerdir.* Fakat fikirlerin, bildiğimiz kadarıyla, dışa vurumları için bilinçli uslara gereksinimleri vardır. Yine döndük dolaştık, bilincin gerçekte ne olduğu, bilinçsiz nesnelerin yapamadığı ne gibi bir şeyi yapabildiği, ve nasıl olmuştur da doğal seçim, niteliklerin *bu* en önemlisini geliştirecek kadar zeki davranmıştır sorusuna geldik.

Doğal seçim sonuçları gerçekten şaşırtıcıdır. İnsan beyninin -ve aslında, herhangi bir canlının- işleyişi hakkında edindiğim pek az bilgi bile beni engin bir hayranlık ve şaşkınlığa sürüklemiştir. Bireysel bir nöronun işlemleri olağanüstüdür. Ama bizzat nöronlar, doğuşta gerçekleşen sayısız bağlantılarıyla, daha sonra üstleneceği görevlere hazır durumda örgütlenmeleriyle son derece etkileyici bir sistem oluşturmaktadır. Sadece bilincin kendisi değil, onu desteklemek için var oldukları anlaşılan yardımcı öğeler de dikkat çekicidir!

Bir fiziksel nesneyi bilinçli kılan niteliği ayrıntılarıyla gün ışığına çıkarmak istiyorsak, imgesel olarak, bu gibi nesneleri, sözcüğün burada kastettiğimiz anlamıyla 'makineler' olarak nitelenmeseler de, kendimiz için inşa edebiliriz. Böyle bir bilinçli nesnenin bizlere göre ne kadar büyük üstünlüğe sahip olacağı tahmin edilebilir. Çünkü *görevini,* yani *bilince ulaşılmasını* gerçekleştirecek şekilde tasarımlanabilirler. Bir tek hücreden gelişmek zorunda kalmazlar. Atalarının 'yükünü' (uzaktan atalarımızın 'kazaları' nedeniyle beynimizde veya bedenimizde varlıklarını sürdüren eski ve 'işe yaramaz' kısımları) taşımak zorunda da kalmazlar. Böyle üstünlüklerle donanımlı olarak bu gibi tasarımlanmış nesneler, insanları, algoritmik bilgisayarların insanlara boyun eğmeye (benim gibi düşünenlerin görüşüne göre) mahkum oldukları konularda, *gerçekten* geçmeyi başarabilirler.

Fakat bilinç konusu bu kadarla kalmıyor. Belki, bir şekilde, bilincimiz, kalıtımımıza, ve bizden milyarlarca yıl geriye uzanan *gerçek* evrime bağlıdır. Kanımca, evrimde, gelecekteki amacına doğru 'el yordamıyla' giden, hâlâ gizemli bir şey var. Nesneler kendilerini sadece kör şans evrime ve doğal seçime dayalı olsalardı kendilerinden *beklenenden* daha iyi örgütlüyorlar gibi görünüyor. Böylesi görünüşler yanıltıcı olabilir. Fizik yasalarının işleyişinde, doğal seçimin, sadece rasgele yasalarla gerçekleştirilebileceğinden çok daha etkin olmasını sağlayan bir şeyler gizli sanki. Sonuçta 'bilinçli olarak el yordamıyla ilerleme' gibi bir konu ortaya çıkıyor ki, bu ilginç konuya biraz sonra döneceğim.

Matematiksel Sezginin Algoritmik Olmayan Doğası

Daha önce söz ettiğim gibi, bilincin, yargılarımızı algoritmik olmayan bir yolla etkileyebildiğine dair inanç, büyük ölçüde, Gödel'in teoreminin yorumlanmasından kaynaklanmaktadır. Hesap işlemlerinin ve kesin kanıtın önemli faktörler olduğu matematiksel kararlarımızı oluştururken, bilincin rolünün algoritmik olmadığını anlayabilirsek, algoritma dışı öğenin, daha genel (matematik dışı) koşullarda da son derece önem kazanacağına ikna olabiliriz.

4. Bölümde Gödel'in teoremi ve hesaplanabilirlikle ilişkisi ile ilgili tartışmamızı anımsayınız: Matematiksel bir gerçeği ortaya koymak için, veya buna benzer bir amaçla[1], bir matematikçi *hangi* (yeterince kapsamlı) algoritmayı kullanırsa kullansın, gerçeğin ölçütü olarak hangi bilimsel sistemi benimserse benimsesin, daima, algoritmasının bir yanıt veremediği, Gödel'in sistemle ilgili $P_k(k)$ önermesi gibi (I. cilt, s. 127), matematiksel önermeler var olacaktır. Matematikçinin usunun işlemleri, tümüyle algoritmikse, bu durumda, yargılarını oluşturmak için gerçekte kullandığı algoritma (veya biçimsel sistem), kişisel algoritmasından inşa edilen $P_k(k)$ önermesini dikkate alamaz. Ancak, (ilke olarak) $P_k(k)$ önermesinin gerçekte *doğru* olduğunu görebiliriz. Bu durumda matematikçi, bir çelişkiye düşebilir, çünkü

bunu o da görecektir. Belki bu, matematikçinin hiçbir algoritma kullanmadığını gösterir!

Lucas (1961) tarafından ileri sürülen, beynin işlemlerinin tümüyle algoritmik olamayacağı savının özü budur. Zaman zaman karşıt savlar da ileri sürülmüştür (Benacerraf 1967, Lewis 1969, 1989, Hofstadter 1981, Bowie 1982). Tartışmamızda 'algoritma' ve 'algoritmik' terimleri, genel amaçlı bir bilgisayarda simule edilen herhangi bir şey anlamında kullanılmıştır. Bu kapsamda, kuşkusuz, 'paralel eylem' 'sinir ağı' (veya 'bağlantı makineleri') 'anlama', 'öğrenme' (aygıtın öğrenme yöntemi daima önceden belirlenir), ve çevre ile karşılıklı etkileşim (Turing makinesinin girdi bandında simule edilebilir) yer alır. Karşıt savların en ciddisi, $P_k(k)$ önermesinin doğruluğu hakkında kendimizi gerçekten inandırmak için, matematikçinin algoritmasını bilmemiz ve matematiksel gerçeğe ulaşma aracı olarak geçerliliğinden kuşku duymamamız gerektiğini savunan savdır. Matematikçi kafasının içinde çok karmaşık bir algoritma kullanıyorsa, bu algoritmanın doğasını Öğrenmek *şansımız olamaz,* ve bu nedenle algoritmanın uygulanabilir olup olmadığını bilmek bir yana, Gödel önermesini inşa bile edemeyiz. Gödel teoreminin, insanın matematikle ilgili yargılarının algoritmik olmadığını gösterdiği hakkında benim burada ileri sürdüğüm iddia gibi iddialara karşı, işte bu tür itirazlar sıkça yapılmıştır. Fakat ben, kendi adıma, bu itirazları ikna edici bulmuyorum. Matematiksel gerçek hakkında matematikçilerin bilinçli yargılarım oluşturdukları yöntemlerin gerçekten algoritmik *olduğunu* bir an için varsayalım. Gödel'in teoremini kullanarak bunu bir çelişkiye indirgemeye çalışacağız, *(reductio ad absürdüm!)*

Önce, farklı matematikçilerin gerçek hakkında karara varmak için *eşdeğerde olmayan* algoritmalar kullanmaları olasılığını dikkate almalıyız. Ancak, matematiğin en çarpıcı niteliklerinden birisi (belki de tüm bilimler arasında tek onun taşıdığı nitelik) önermelerin doğruluğunun, soyut savla kanıtlanabilmesidir! Bir matematikçiyi ikna eden matematiksel bir sav, hiçbir yanlış içermemesi koşuluyla, savın özü kavranır kavranmaz bir başka matematikçiyi de ikna edecektir. Aynı şey, Gödel-tipi önermeler için de geçerlidir. Birinci matematikçi, belirli bir biçimsel sistemin tüm aksiyomlarının ve kurallarının sadece

gerçek önermeleri verdiğini kabul etmeye hazırsa, sistemin Gödel önermesinin de gerçek bir önermeyi tanımladığını kabul etmeye hazır olmalıdır. İkinci matematikçi için durum aynıdır. Önemli olan matematiksel gerçeği tanımlayan savların *iletilebilir* olmasıdır.[2]

Bu nedenle, matematikçilerin kafalarında dolaşıp duran belirsiz algoritmalardan söz etmiyoruz. Matematiksel gerçeği yargılayan *tüm* algoritmaları *eşdeğer* ve evrensel olarak kullanan *bir* biçimsel sistemden söz ediyoruz. Bu varsayımsal 'evrensel' sistem, veya algoritma, biz matematikçilerin gerçek hakkında karar vermek için kullandığımız algoritma olarak tanımlanamaz. Tanımlanabilseydi, bu algoritmanın Gödel önermesini de inşa edebilirdik ve matematiksel bir gerçek olarak da tanırdık. Matematikçilerin, matematiksel gerçek hakkında karar vermek için gerçekte kullandıkları algoritma öylesine karmaşık veya belirsizdir ki, uygulanabilir olup olmadığını asla öğrenemiyebiliriz sonucuna vardık böylece.

Fakat bu konuda görünüşte karşılaşılan belirsizlik, matematiğin doğası değildir! Matematik mirasımızın ve eğitimimizin tüm amacı, anlayabileceğimizi asla ummadığımız bazı müphem kurallara boyun eğmemektir. En azından ilke olarak, bir savdaki her aşamanın basite indirgendiğini ve açıkça görülür hale getirildiğini *görmeliyiz.* Matematiksel gerçek, geçerliliği bizim anlayışımızı aşan korkunç derecede karışık bir dogma değildir. Basit ve kesin bileşenlerden oluşmuştur ve bir kez onları anladığımızda, gerçek oldukları herkes tarafından kabul edilir.

Bence bu, ulaşmayı umabileceğiniz en açık bir *reductio ad absürdüm* durumudur. Mesaj çok belirgindir: Matematiksel gerçek yalnızca algoritma kullanılarak kanıtlayabileceğimiz bir şey değildir. Ayrıca, inanıyorum ki, *bilincimiz,* matematiksel gerçeğin idraki için fevkalade önemli bir öğedir. Bir matematik savının gerçek olup olmadığını, onun geçerliliği hakkında kendimizi inandırmak için, 'görmeliyiz'. 'Görmek', bilinçli olmanın özüdür. Matematiksel gerçeği doğrudan algıladığımız *zaman* bilinç var olmalıdır. Gödel'in teoreminin geçerliliği hakkında kendimizi ikna ettiğimiz zaman sadece geçerliliğini görmeyiz, aynı zamanda görmekle, bizzat 'görme' işleminin algoritmik olmayan özelliğini gün ışığına çıkarırız.

Esinlenme, Sezgi ve Özgünlük

Esinlenme dediğimiz, ara sıra aniden beliren yeni sezgilerle, ilgili birkaç yorum yapmağa çalışacağım. Bu düşünce ve imgeler, *bilinçsiz* ustan gizemli bir şekilde mi kaynaklanmaktadır? Yoksa bilincin, önemli bir anlam taşıyan ürünü müdür? Büyük düşünürlerin bu konuda belgelenmiş deneyimlerinden pek çok örnek verilebilir. Bir matematikçi olarak, diğer matematikçilerin esinsel ve yaratıcı düşünceleriyle özellikle ilgileniyorum. Fakat matematik bilimi ile öteki bilimler ve sanatlar arasında ortak pek çok yan bulunduğunu düşünüyorum. Seçkin Fransız matematikçi Jacques Hadamard'ın klasik bir yapıtı olan *Matematik Alanında Buluşların Psikolojisi* adlı ince cildi bu konuda güzel bir kaynak olarak okumalarını okuyucuma öneririm. Hadamard, tanınmış matematikçilerin ve diğer insanların başından geçen pek çok esinlenme olayından yapıtında alıntı yapmaktadır. Bu alıntılardan birisi, Henri Poincaré'ye aittir. Poincaré, önce Fuchs fonksiyonları adını verdiği çalışması için araştırmalarında uzun süre ve bilinçli olarak nasıl büyük çaba harcadığından, fakat bu uzun ve bilinçli araştırmalarının sonunda bir çıkmaza girdiğinden söz etmiştir. Sonra:

... Madencilik Okulu'nun sağladığı olanaklarla bir jeolojik araştırma gezisine katılmak üzere, yaşamakta olduğum Caen'den ayrıldım. Gezi sırasında karşılaştığım olaylar, matematik çalışmalarımı unutturdu. Countances'a vardığımızda, bir yerlere gitmek için otobüse bindik. Otobüsün basamağına adımımı atar atmaz, daha önceki araştırmalarımda bu yönde hiç düşünmediğim halde, Fuchs fonksiyonlarını tanımlamak için kullanmış olduğum dönüşümlerin Eukleidesçi olmayan geometrininkilerle aynı olduğu fikri kafamda birdenbire belirdi. O anda, doğrulama işlemini yapmadım; otobüste yerimi alırken, süregelmekte olan konuşmalara katıldığım için zamanım olmadı. Caen'e dönüşümde, her zamanki alışkanlıkla, boş zamanımda sonucu doğruladım.

Bu örneğin (ve Hadamard tarafından verilen diğer pek çok örneğin) çarpıcı yanı, bilinçli düşüncelerinin tamamen başka konulara yönelik olduğu bir zamanda, doğruluğundan hemen hemen emin olduğu ve gerçekten de daha sonraki hesaplarının doğruladığı karmaşık bir düşüncenin Poincaré'ın usunda birdenbire belirivermesidir. Şunu açıkça belirtmeliyim: Birdenbire içe doğan bu düşünce, sözcüklerle kolayca açıklanır türde değildir. Sanırım, bu fikrini uzmanlara açıklamak için Poincaré'nin en az bir saatlik bir seminer düzenlemesi gerekebilirdi. Daha önce saatler boyu problemini bilinçli olarak incelemesinin, problemin çeşitli yönlerinin

bilincinde yer etmesini sağladığı, olgunlaşan düşüncenin çok daha sonra, otobüse bindiği sırada, hiç beklenmedik bir anda ve ‘tek’ bir düşünce olarak usunda netleşmesiyle sonuçlandığı görülüyor! Bu örneğin daha da ilginç yönü, fikrin usunda bir anda belirmesiyle birlikte Poincaré’nin bu fikrin doğruluğundan kuşku duymaması ve daha sonra, ayrıntılı doğrulama işlemini, sadece her zaman yapılması alışılagelmiş bir yöntem olduğu için yapmasıdır.

Bir bakıma buna benzer deneyimleri ben de yaşadım. Ama ne Poincaré’ninki gibi, ne de Hadamard’ın yapıtında yer verilen öteki örnekler gibi, durduğum yerde birdenbire esinlendiğim bir olayı anımsamıyorum. Benim için önemli olan önümdeki problemi (belki biraz dalgınca) *düşünüyor* olmam, usumun gerisinde ve biraz alçak düzeyde de olsa bilinçli olarak düşünüyor olmamdır. O esnada günlük bir işle uğraşıyor olabilirim, örneğin traş oluyor olabilirim. Bir süre için bir yana bıraktığım bir problemi anımsamaya başlayabilirim. Problem üzerinde daha önce saatlerce ve bilinçli yoğun çalışma yapılmış olması kuşkusuz şarttır. Bazen, probleme yeniden kendimi uyarlamam için biraz süre geçmesi bile gerekebilir. Fakat, yoğun araştırma koşullarında bir fikrin ‘aniden’ usumda belirmesi, bu fikrin doğruluğu hakkında daha o anda güçlü bir duyguya kapılmam, yabancısı olmadığım bir deneyimdir.

Belki bu deneyimlerimden birisi, başka bir yönden ilginç olabilecek bir olay, söz etmeye değer bulunabilir. 1964 yılının sonbaharında, kara delik tekillikleri problemi üzerinde epey bir süredir çalışmaktaydım. 1939’da Oppenheimer ve Snyder, kütleli bir yıldızın tam *küresel* simetrik çöküşünün merkezinde bir uzay-zaman tekilliğine yol açabileceğini göstermişlerdi. Bununla, klasik genel görelilik kuramı sınırları aşılıyordu (bkz. 7. bölüm, s. 430, 436). Birçokları, *tam* küresel simetri gibi (mantıksız) varsayımlar ortadan kalkarsa, bu hoş olmayan sonucun göz ardı edilebileceğini düşünmekteydi. Küresel cisimlerde, çökmekte olan madde, belki de söz konusu simetri nedeniyle doğal olarak, sonsuz yoğunlukta bir tekillliğin meydana geldiği merkez noktasına yönelir. Böyle bir simetri *olmaksızın* madde, merkeze daha düzensiz ve karmaşık bir şekilde ulaşacağı için, sonsuz yoğunlukta tekillik oluşmayabilir. Hatta belki

madde, Oppenheimer ve Snyder'in öngördüğü kara delikten[3] tamamen farklı bir davranış sergileyebilirdi.

Düşüncelerim, oldukça yakın zamanlarda (1960'ların başlarında) kuasarların keşfiyle, kara delik probleminin yeniden gündeme gelmiş olmasından etkilenmişti. Bu parlak ve uzak gökcisimlerinin merkezlerinde Oppenheimer-Snyder kara deliklerinin yer alabileceğini düşünüyordu bazıları. Öte yandan, birçokları, Oppenheimer-Snyder küresel simetri varsayımının tümüyle yanıltıcı bir tanımlamaya neden olabileceği kanısındaydı. Ne var ki, (başka bir konuyla ilgili olarak yaptığım araştırmadan edindiğim deneyimle), uzay-zaman tekilliklerinin *kaçınılmaz* olduğunu (standart genel görelilik kuramı uyarınca) gösteren, dolayısıyla, çöküşün 'dönüşü olmayan bir noktaya' ulaşmış olması koşuluyla, kara delik tanımım doğrulayan, kanıtlanabilir kesin bir matematiksel teoremin var olabileceği düşüncesine kapıldım. 'Dönüşü olmayan nokta' hakkında matematiksel tanımlanabilir bir ölçütün (küresel simetriyi kullanmaksızın) var olup olmadığını bilmediğim gibi, böyle bir teoremle ilgili herhangi bir bildirim veya kanıtı da bilmiyordum. ABD'ye yaptığı bir ziyaretten dönen bir meslektaşımla (Ivor Robinson), Londra'da Birkbeck Koleji'ndeki büroma doğru, tamamen farklı konularda konuşarak yolda yürüyorduk. Yan yollardan birinde karşıya geçerken konuşmamıza bir süre ara verdik ve geçtikten sonra tekrar konuşmaya başladık. Konuşmadığımız bir iki dakikalık süre içerisinde aklıma bir fikir takıldığını anımsıyordum ama, tekrar konuşmaya başlayınca tümüyle unuttum gitti!

Aynı gün, meslektaşım gittikten sonra, odama döndüm. İçimde, nedenini bilmediğim tuhaf bir mutluluk hissediyordum. Nedenini bulmak amacıyla, o günün olaylarını anımsamaya çalıştım. Olasılıkları bir bir ayıklarken, birden, yolda karşıdan karşıya geçerken, uzun süredir usumun bir köşesinde dönüp duran problemin çözümünün ipucunu yakalamış olduğumu anımsadım. İhtiyacım olan ölçütü, daha sonra 'kapan yüzey' adını verdiğim ölçütü bulmuştum ve çok geçmeden aradığım teoremin kanıtını oluşturdum (Penrose 1965). Kanıtın tamamen güçlü bir şekilde tanımlanması için epeyce bir süre geçmesi gerektiyse de, yolda karşıdan karşıya geçerken aniden esinlendiğim fikir, kilidi açan anahtar olmuştu.

(Bazen, o gün beni keyiflendirecek *başka bir* önemsiz olay olsaydı ve daha sonra onu anımsasaydım ne olurdu acaba diye merak ederim. Belki, ihtiyacım olan ölçütü asla bulamazdım!)

Bu örnekler bana, yargılarımızı oluşturmamız için son derece değerli başka ölçütleri, *estetik* ölçütleri çağrıştırıyor. Sanatta, ön safta yer alan ölçütlerin estetik ölçütler olduğu söylenir. Sanatta karmaşık bir konu olan estetiği incelemek için filozoflar ömürlerini tüketmişlerdir. Matematikte ve bilimde estetik ölçütlerin değil, *gerçekle* ilgili ölçütlerin ön planda olduğu tartışılabilir. Ancak, esinlenme ve sezgi gibi konular söz konusu olduğu sürece, bu iki ölçütü birbirinden ayırmak olanaksız gibi görünüyor. Bana öyle geliyor ki, bir anlık esinlenmenin *geçerliliğinin* güçlü inandırıcılığı (yüzde 100 güvenilir olmasa da en azından basit bir olasılıktan çok daha güvenilir olduğunu eklemeliyim) estetik nitelikleriyle çok yakından ilişkilidir. Güzel bir düşüncenin, çirkin bir düşünceye kıyasla, doğru bir düşünce olması şansı daha fazladır. Bunu, deneyimlerime dayanarak söylüyorum, ve benzer düşünceler başkaları tarafından da ifade edilmiştir (Chandrasekhar 1987). Örneğin, Hadamard (1945, s. 31) şöyle yazıyor:

> ... bulmak *iradesi* bulunmaksızın, önemli hiçbir keşif veya icadın yapılamayacağı bilinir. Fakat Poincaré'de, güzellik duygusunun, buluşun vazgeçilmez bir *aracı* olarak rolünü oynadığına tanık oluyoruz. Çift sonuca ulaşmış oluyoruz:
> buluş seçimdir
> bu seçime kaçınılmaz olarak bilimsel güzellik duygusu egemendir.

Dirac (1982), örneğin, başkaları boş yere uğraşırken kendisinin elektron dalga denklemini ('Dirac denklemi', II. cilt, s. 172) *güzelliğe merakı* sayesinde bulduğunu içtenlikle itiraf eder.

Ulaşılması umulan amaca doğru kuşkulu adımlarla ilerlerken gerek 'esinsel' olarak nitelenebilecek düşüncelerle 'ikna olmak', gerekse sürekli üretilmesi gereken 'rutin' tahminler yönünden ben kendi düşünce tarzımda estetik niteliklerinin önemini takdir ediyorum. Özellikle, Şekil 10.3 ve 4.11'de tanımlanan yüzeye periyodik karo döşeme tasarımında estetik niteliklerin önemine başka bir yerde daha önce değinmiştim. İlk karo döşeme desenlerini uygun eşleştirme kurallarıyla (yap-boz oyununda olduğu gibi) tasarımlayabileceğim, görsel ve karışık matematiksel özelliklerinin yanı sıra, kuşkusuz, estetik niteliklerini de dikkate almam sonucu

içime doğdu (buna belki 'bir anlık esinlenme' diyebilirim ama sadece yüzde 60 olasılıkla!) Biraz sonra karo desenlerinden yine söz edeceğiz. (Penrose 1974).

Estetik ölçütlerin sadece esinlenme sonrası anlık kararlarda değil, matematiksel (veya bilimsel) çalışmalarımız süresince sıkça vardığımız kararlarda da önemli rol oynadıkları bence açıkça görülmektedir. Güçlü savımız çoğu kez *son* adımdır! Bu son adımı atmadan önce, bir çok tahminlerin yapılması gerekir, ve bu tahminler için, daima mantıksal düşünce ve bilinen gerçeklerle sınırlanan estetik görüşler son derece önemlidir.

Bilinçli düşünceyi yansıtan işte böylesi kararlardır. Bilinçsiz usun hazır ürünü gibi görünen ani esinlenme olayında bile, kanımca, hakem olan *bilinçdir* ve 'doğru karar düdüğünü' çalmadıkça fikir, çabucak reddedilir ve unutulur ('Kapan yüzey' fikrimi bir süre unutmuştum. Ama daha önce fikir, sürekli bir etki bırakacak kadar uzun süreyle bilinçte yer *almayı* başarmıştı). Sözünü ettiğim estetik yadsıma, çekici olmayan fikirlerin oldukça sürekli bir bilinç düzeyine ulaşmasını engelleyebilir.

Öyleyse, esinsel düşüncede *bilinçsizliğin* etkisi ile ilgili görüşüm nedir? Bu konuda ulaşılan sonuçların istediğim kadar açık ve seçik olmadıklarını kabul ediyorum. Esinlenmeden kaynaklanan düşünce, bilinçsizliğin gerçekten çok önemli role sahip olduğu bir alandır, ve bilinçsiz işlemlerin önemli oldukları görüşüne katılıyorum. Bilinçsiz usun rasgele fikirler üretmesinin olanaksız olduğunu da kabul etmeliyim. Bilinçli us, sadece, 'bir şansa sahip' fikirler tarafından etkilenmesini sağlayan güçlü şekilde etkileyici bir seçim işlemine sahip olmalı. Seçim ölçütlerinin -genelde bir çeşit 'estetik' ölçütlerinin- (kabul edilmiş genel ilkelerle tutarlı olmayan matematiksel düşüncelere eşlik eden çirkinlik duygusu gibi) bilinçli isteklerden zaten güçlü biçimde etkilenmiş olduklarını öne süreceğim.

Bununla ilgili olarak, gerçek özgünlüğü neyin oluşturduğu sorusuna yanıt aramalıyız. Bence bunu iki işlem, yani mizansenin hazırlanması ve çekime başlanması oluşturur. Birinci işlem büyük ölçüde bilinçsizce, İkincisi ise büyük ölçüde bilinçli gerçekleşir. Etkin bir mizansen kurulamazsa, yeni fikirler de kolayca üretilmez. Fakat

bir mizansenin tek başına pek az değeri vardır. Oldukça başarı şansına sahip fikirlerin yaşayabilmesi için etkin bir karar yöntemine de sahip olunmalıdır. Örneğin, düş görürken, olağandışı fikirler kolayca doğabilir. Ama uyandığımız zaman bilincin eleştirici kararlarından süzüldüklerinde pek ender olarak yaşayabilirler (Kendi adıma, düş görürken, başarıya ulaşan bir bilimsel fikir hiç edinemedim. Ama başkaları, örneğin benzenin yapısını keşfederken kimyacı Kekulé, benden daha şanslı olabilmişlerdir). Bence gerekli dekorun hazırlanmasından çok filme çekme işlemi (karar) işlemi, özgün buluşlar için daha önemli ise de birçoklarının bu görüşün aksi görüşte olduklarını biliyorum.

Tartışmayı bu oldukça yetersiz noktada bırakmadan önce son bir saptama yaparak, esinsel düşüncenin bir başka ilginç özelliğine, *evrensel* özelliğine değinmeliyim. Poincaré'nin biraz önce anlattığımız öyküsünde, bir an için usuna takılan bir fikir, matematiksel düşüncenin geniş bir alanını kapsamak için yeterli olmuştu. Matematikle ilgisi olmayan okuyucu için belki daha ilginç (ama elbette çok daha kolay anlaşılır olmayan) örnek, sanatçıların yarattıkları fikirlerin tümünü bir anda uslarında kayda geçirebilmeleridir. Mozart'ın öyküsünü kendi anlatımıyla dinleyelim (Hadamard 1945'te yapılan alıntıdan, s. 16):

Kendimi iyi hissettiğim, keyfimin yerinde olduğu zaman, veya iyi bir yemekten sonra arabayla dolaşırken veya yürüyüş yaparken, veya uykumun kaçtığı geceler, tahmin edemeyeceğiniz kadar kolayca bir sürü düşünce doluşur aklıma. Nereden ve nasıl gelirler? Bilmiyorum ve umurumda da değil. Hoşuma gidenleri aklımda tutar ve mırıldanarak tekrarlarım. Böyle yaptığımı, en azından başkaları söylüyor. Temayı bir kez yakaladım mı, başka bir melodi çıkagelir. Bir bütün olarak kompozisyonun ihtiyacına göre, kendinden önceki melodiyle birleşir. Her bir enstrümana ait kısım, ikinci sesler ve tüm melodik fragmanlar sonunda yapıtın tümünü oluşturuverir. O zaman ruhumu esinlenmenin ateşi sarar. Yapıt gelişir. Ne kadar uzun olursa olsun kafamda tüm kompozisyonu oluşturuncaya kadar, daha belirginleşinceye kadar durmaksızın geliştiririm. Sonra zihnim, güzel bir resme veya yakışıklı bir genç insana gözümün bir anda ilişmesi gibi, kavrar müziği. Daha sonra üzerinde yapacağım değişikliklerle, ayrıntılarıyla ve peş peşe bölümler halinde gelmez. Fakat düşümün duymama izin verdiği bütünlüğüyle ulaşır bana.

Bana öyle geliyor ki bu örnek, bizim mizansen hazırlama/çekime başlama projemize uymaktadır. Mizansen görünüşe göre bilinçsizce ('Umurumda da değil') ama kuşkusuz son derece seçici; öte yandan, çekim işlemi, zevkin bilinçli bir hakemidir ('hoşuma gidenleri aklımda tutarım...'). Esinsel düşüncenin evrenselliği, Mozart'ın sözlerinde özellikle dikkat çekici görünüyor ('peş peşe gelmez, fakat bir bütün

olarak') ve ayrıca Poincaré'nin örneğinde yine dikkatimizi çeker niteliktedir ('fikri doğrulamadım; zamanım olmadı herhalde'). Üstelik, genelde, bilinçli düşüncemizin, önemli ölçüde evrensellik niteliğine sahip olduğuna inanıyorum. Biraz sonra bu konuya döneceğim.

Düşüncenin Sözelleştirilememesi

Hadamard'ın yaratıcı düşünce üzerine incelemesinin başlıca sonuçlarından birisi, düşünce için, sözcüklerle anlatımının, bugün hâlâ sık sık öne sürüldüğü gibi, gerekli olduğu tezini çürütmüş olmasıdır. Bu konuda Hadamard'ın Albert Einstein'dan aldığı mektuptan yaptığı alıntıyı burada tekrarlamaktan başka verilecek daha iyi bir örnek olamaz:

> Sözcükler veya dil, yazıldıkları ya da konuşuldukları şekliyle, benim düşünce mekanizmamda herhangi bir rol oynuyor görünmüyorlar. Düşüncenin, görünüşte, elementleri görevini üstlenen bu fiziksel nesneler, 'isteğe bağlı' çoğaltılabilip birleştirilebilen bazı işaretler, az çok kesin imgelerdir... Benim kullanım alanımda bu elementler, görsel ve kalıtsal niteliklidir. Sözü edilen rolün yeterince tanımlandığı ve isteğe göre çoğaltılabildiği salt ikinci bir aşamada, alışılagelmiş sözcüklerin veya diğer işaretlerin büyük uğraş vererek aranması zorunlu olmaktadır.

Seçkin genetikçi Francis Galton'un sözleri de alıntı yapmaya değer:

> Yazarken, dahası düşüncelerimi açıklarken, sözcüklerle, sözcüksüz şekilde olduğu kadar rahat düşünemiyor olmam ciddi bir sakınca benim için. Çoğu kez, çok çalıştıktan sonra ve kendimce kesin ve tatmin edici mükemmel sonuçlara varmışken, bunları sözcüklere aktararak açıklamaya kalkıştığım zaman kendimi bambaşka bir zekâ düzlemine yerleştirerek işe başlamam gerektiğini hissediyorum. Düşüncelerimi, onlarla hiç de uyumlu davranmayan bir dile tercüme etmek zorundayım. Bu nedenle, uygun sözcükleri ve terimleri arayarak çok zaman yitiriyorum; aniden konuşmam istendiği zaman, çoğu kez, algılama yetersizliğinden değil, ama salt kendimi anlatacak doğru dürüst sözcükler bulamadığım için anlaşılmaz göründüğümün farkındayım. Yaşamımda canımı sıkan birkaç şeyden birisidir bu.

Hadamard ise şöyle açıklıyor:

> Düşünceye daldığım zaman sözcükler tümüyle usumdan silinip gidiyor ve Galton'un söylediği gibi, bir soruyu okuduktan veya duyduktan sonra, üzerinde düşünmeye başladığım anda her bir sözcük yok olup gidiyor. Schopenhauer'e katılıyorum: 'Düşünceler, sözcüklerle cisimleştirildikleri anda ölürler'.

Bu örnekleri verdim çünkü benim düşünce tarzımı yansıtmaktalar. Hemen hemen tüm matematiksel düşüncelerim, çoğu kez 'şu şu demektir ve bu da bu demektir' gibi anlamsız ve neredeyse yararsız

sözel yorumlarla açıklansalar da, görsel olarak ve sözcüklere dayalı olmayan kavramlarla oluşur. (Sözcükleri bazen basit mantıksal sonuçlar çıkarmak için kullanabilirim). Ayrıca, anıları düşünürlerin düşüncelerini sözcüklere çevirmekte güçlük çekmeleri sık sık benim de başıma gelmektedir. Sadece sözcükler yeterli olmadığı için gerekli kavramları açıklamak güçleşir. Gerçekte, bazı cebirsel ifadeler için bir tür steno oluşturan özel tasarımlı şemalar kullanarak hesap yaparım çoğu kez (bkz. Penrose ve Rindler 1984, s. 424-34). Bu şemaları sözcüklere çevirmek gerçekten çok zahmetli bir iş olduğu için, salt başkaları anlasın diye ayrıntılı bir açıklama gerektiği zaman, ancak son bir çare olarak bunu yaparım. Bir keresinde, dikkatimi çekti, matematikle bir süre yoğun bir uğraş içerisindeyken birisi aniden beni konuşmaya yönlendirirse, birkaç saniye suskunluktan kurtulamıyorum.

Bazen sözcüklerle düşünmüyor değilim ama sözcükleri, *matematiksel* düşünce için hemen hemen yararsız buluyorum. Başka düşünce tarzları, örneğin *filozofça* düşünme, sözel ifadeye daha yatkın görünüyor. Belki bu yüzden bir çok filozof, bilinçli düşünce için dilin en önemli araç olduğu görüşündedirler!

Kuşkusuz, matematikçilerin kendi aralarında olduğu gibi, farklı insanlar çok farklı tarzlarda düşünebilirler. Matematiksel düşünce tarzında iki zıt kutup analitik/geometrik gibi görünmektedir. Matematiksel düşüncede sözel imgeler yerine görsel imgeleri kullanmış olmasına karşın Hadamard'ın kendini çözümsel (analitik) tarafta sayması ilginçtir. Bana gelince, daha çok geometri yanlısıyım, fakat matematikçiler arasında bu yelpaze çok geniştir.

Bilinçli düşüncenin çoğunlukla gerçekten sözel nitelikte olamayacağı kabul edilirse -ve kanımca, yukarıdaki örneklere bakıldığında bu sonuç kaçınılmaz bir sonuç olmaktadır-, okuyucu, matematiksel düşünce sisteminin algoritmik bir öğeye de sahip olamayacağını kabul etmenin o kadar zor olmadığını görebilir belki!

Anımsayacağınız gibi 9. Bölümde (s. 101), beynin konuşmadan sorumlu yarısının (büyük çoğunlukla, sol yarıküre) bilinçden de sorumlu olduğu görüşüne değinmiştim. Yukarıdaki açıklamalara bakarak okuyucu, bu görüşü niçin yabana atılır bulmadığımı açıkça anlayabilir. Matematikçilerin, genel olarak, beyinlerinin bir yarısını mı

yoksa diğer yansını mı ötekine kıyasla daha çok kullanmak eğiliminde olduklarını bilmiyorum. Fakat, gerçek matematiksel düşünce için, yüksek bilinç düzeyinin gerektiği kuşkusuzdur. Çözümsel düşünce, beynin sol yarıküresinde egemenken, geometrik düşüncenin, çoğunlukla savunulduğu gibi, *sağ* yarıkürede egemen olduğu kabul edilirse, *bilinçli* matematiksel işlemlerin çoğunun aslında sağ tarafta gerçekleştiği tahmini pek de mantıksız sayılmaz!

Hayvan Bilinçliliği

Sözelliğin bilinç yönünden önemi konusunu sona erdirmeden önce, insanların dışındaki hayvanların bilinçli olup olamayacağı sorusunu, daha önce kısaca değindiğim bu soruyu, gündeme getirmek istiyorum. Bana öyle geliyor ki insanlar, bazen, hayvanların konuşma yetisinden yoksun olmalarını, dikkate değer bilince sahip olmadıkları ve dolayısıyla, herhangi bir ‘hakka’ sahip olmadıkları lehinde kanıt olarak kullanırlar. Karmaşık bilinçli düşüncenin çoğunun (örneğin, matematiksel düşünce), sözelleştirilmeksizin gerçekleşebilmesi nedeniyle böyle bir kanıtı geçersiz sayacağımı okuyucu değerlendirebilir. Beynin sağ tarafının da, sözel yeteneksizlik nedeniyle, bir şempanzeninki kadar ‘az’ düzeyde bilince sahip olduğu bazen tartışılmaktadır (bkz. Le Daux: 1985, s. 197-216).

Şempanzelerin ve gorillerin, insanlar gibi normal şekilde konuşmak (uygun ses tellerine sahip olmadıkları için yapamazlar) yerine *işaret dilini* kullanarak sözel yeteneklerini gösterip gösteremeyecekleri hakkında bir çok tartışma yapılmıştır (bkz. Blakemore ve Greenfield 1987). Karşıt görüşlere rağmen, işaret dilini kullanarak basit düzeyde iletişim kurabildikleri anlaşılmaktadır. Böyle bir iletişimin ‘sözel anlatım’ olarak nitelenmesine karşı çıkılması biraz kabalık bence. Belki, maymunları, sözeller klübüne kabul etmemekle onları, bilinçliler klübünden dışlamayı umut ediyorlardır!

Konuşmayı bir yana bırakırsak, şempanzelerin gerçek *esinlenme* yetisine sahip olduklarına ilişkin kanıt vardır. Konrad Lorenz (1972), ulaşılamayacak yükseklikte bir muzun asılı olduğu ve bir köşede bir

sandığın yer aldığı bir odada bulunan bir şempanzenin davranışını tanımlıyor:

Muz, ona bir türlü huzur vermiyordu, ve yine ona yöneldi. Sonra birden -ve bunu başka türlü tanımlayamam- düşünceli yüzü 'aydınlandı'. Gözleri şimdi muzla odanın zemini arasındaki boşluk ve bir köşedeki sandık arasında sürekli dolaşıyordu. Biraz sonra bir sevinç çığlığı attı ve sandığa doğru coşkuyla takla attı. Başarısından tamamen emin bir şekilde sandığı, yüksekte asılı muzun altına itti. Onu izleyen hiç kimse, insansı maymunlarda, gerçek bir 'Aha', deneyinin varlığından kuşku duyamaz.

Şempanzenin de, fikrini doğrulamadan önce dahi, Poincaré'nin, henüz otobüse adım atarken buluşundan emin olduğu gibi, 'başarısından tümüyle emin' olduğu görülüyor. Bu gibi yargıların bilinçli olmayı gerektirdiği konusunda haklıysam, insan olmayan hayvanların da gerçekte bilinçli olabileceklerine bu örnek bir kanıttır.

Yunuslarla (ve balinalarla) ilgili ilginç bir soru ortaya çıkmaktadır. Yunusların beyninin bizimki kadar büyük olduğu (veya daha büyük olduğu), ve yunusların birbirlerine son derece karmaşık ses sinyalleri gönderdikleri biliniyor. Büyük beyinleri, insan veya insansı ölçekte 'zekâdan' başka bir amaç için pekâlâ gerekli olabilir. Üstelik, nesneleri kavrayarak tutabilecek yapıda elleri olmadığı için, beğenimizi kazanacak türde bir 'uygarlık' inşa edemeyebilirler ve aynı nedenle kitap da yazamayabilirler. Ama bazen filozof olabilirler ve yaşamın anlamını, neden 'orada' olduklarını düşünebilirler! Çevrelerinin 'farkında olduklarını', bazen, karmaşık sualtı ses sinyalleriyle iletiyor olamazlar mı? 'Sözelleşmek' ve birbirleriyle iletişim kurmak için beyinlerinin hangi tarafını kullandıklarını saptamak amacıyla herhangi bir araştırma yapılıp yapılmadığın bilmiyorum. İnsanlar üzerinde yapılan 'ayrık beyin' ameliyatlarında 'bilincin' sürekliliğine ilişkin şaşırtıcı ipuçları elde edildiğine göre, yunusların beyinlerinin de aynı anda tümüyle uykuya dalmadıkları[4], beynin bir kısmının uyuduğu söylenebilir. Bilincin sürekliliği hakkında neler hissettiklerini onlara sorabilseydik, bir şeyler öğrenebilirdik!

Platon'un Dünyasıyla İlişki

Düşünce tarzının insandan insana değiştiğini, matematikçilerin bile matematiksel düşünce tarzlarının farklı olduğuna değinmiştim.

Matematik öğrenimi görmek için üniversiteye girme hazırlığı içinde bulunduğum sıralarda, ileride meslektaşlarım olacak diğer öğrencilerin aşağı yukarı benimle eş düşünce tarzına sahip olacaklarını umut etmiştim. Oysa, sınıf arkadaşlarımın benimkinden farklı düşüncelere sahip olduklarını çok geçmeden anladım ve oldukça düş kırıklığına uğradım. Kendi kendime heyecanla, 'Okul bitince,' diyordum, 'çok daha kolay diyalog kurabileceğim meslektaşlar bulacağım! Bazılarının düşünceleri benimkinden daha çok, bazılarının ise daha az etkin olacak. Ama hepsi benim düşüncemin özel dalga uzunluğunu paylaşacak.' Ne kadar yanılmışım! Daha önce hiç karşılaşmadığım kadar çok farklı düşünce tarzlarıyla karşılaştığıma inanıyorum! Benim düşünce tarzım diğerlerininkiyle kıyaslandığında çok daha fazla geometrik ve daha az çözümsel olmakla birlikte, meslektaşlarımın düşünce tarzıyla benimki arasında başka farklar da vardı. Bir formülün sözel tanımını anlamakta ben daima özellikle zorluk çekerken, meslektaşlarımın çoğu hiç de böyle bir zorluk çekiyor görünmüyordu.

Bir meslektaşım, matematikle ilgili bir konuyu bana açıklamaya uğraşırken dikkatle dinlememe karşın, sözcük kümelerinin birbiriyle mantıksal bağlantısı, çoğu kez, benim için hemen hemen hiç anlaşılmaz hale gelirdi. Ancak, meslektaşınım bana iletmeye çalıştığı fikirlerle ilgili bazı imgeler biçimlenirdi usumda. Görünüşte, meslektaşımın görüşünün temelini oluşturan ussal imgelerle pek az ilişkisi olan imgeler tümüyle benim tarzımda oluşur ve sonunda fikrimi söyleyebilirdim. Benim fikirlerimin çoğu kez benimsenmesi, beni oldukça şaşırtır ve tartışmalarımız bu şekilde sürüp giderdi. Sonuçta, gerçek ve olumlu bir iletişim sağlanırdı aramızda. Yine de her birimizin kullandığı cümlelerin pek ender anlaşıldığı belliydi! Daha sonraki yıllarda profesyonel bir matematikçi (veya matematiksel fizikçi) olarak bu olayı, öğrencilik yıllarında yaptığım gibi, yine gerçek olarak kabul ettim. Belki, matematik deneyimim arttıkça, usumda imgeler oluşturarak, karşımdakinin açıklamalarını tahmin yoluyla anlamayı daha iyi becerir oldum, ve belki ben açıklama yaparken karşımdakilerin farklı düşünce tarzlarına biraz daha hoşgörülü olmayı öğrendim. Fakat, özde, hiçbir şey değişmedi.

Bu tuhaf yöntemle nasıl iletişim sağlanabildiğini merak ederdim. Ama şimdi sanırım bir açıklama yapabilirim, çünkü ele aldığım diğer

konularla ilişkisi var. Matematiksel görüşler açıklanırken salt *olaylar* anlatılmaz. Bir (varsayımsal) olaylar dizisinin bir kişiden ötekine iletilmesi için, birinci kişinin olayları dikkatle bildirmesi, ikinci kişinin, bildirilen olayları kişisel yorumlaması gerekir. Oysa matematikte, *gerçek olay* içeriği azdır. Matematiksel bildirimler gerekli gerçeklerdir (yoksa gerekli *yalanlar* olurlar!) ve birinci matematikçinin bildirimi, gerekli gerçeği şöyle böyle yansıtsa bile, ikinci matematikçiye, yeterince anlaması koşuluyla, iletildiği kadarı gerçeğin tamamiyle kendisidir. İkinci matematikçinin ussal imgeleri, birincininkinden ayrıntılarda farklı olabilir ve sözel tanımları da birbirinden farklı olabilir. Ama anlatılmak istenen matematiksel fikir aralarında iletilmiş olacaktır.

İlginç veya *derinliğe sahip* matematiksel gerçekler, genel matematiksel gerçeklerin arasına oldukça seyrek bir dokuda serpiştirilmiş olmasaydı, bu tür iletişim mümkün olmayabilirdi. Diyelim, bildirilecek gerçek, 4897 x 512 = 2507264 gibi sıradan bir bildirimdir. Bu durumda, iletilen gerçek kesin bir bildirim olduğu için, ikinci kişi yorumunda tümüyle birincinin bildirimine bağımlıdır. Oysa sıra dışı bir bildirimde, bildirim kesin çizgileriyle bir tanımlama sağlamıyor bile olsa, araya serpiştirilen kavramlara tutunarak ikinci kişinin iletilen gerçeği anlaması çoğu kez olasıdır.

Burada bir ikilem var gibi görünüyor. Çünkü matematik, kesinliğin en önemli nitelik olarak kabul edildiği bir konudur. Nitekim, yaparken, çeşitli bildirimlerin hem kesin hem de eksiksiz olmasını sağlamak için çok özen gösterilir. Ancak, bir matematiksel düşüncenin açıklanmasında (çoğunlukla sözel açıklamalarda), böylesi bir kesinlik bazen engelleyici bir etki yaratır. Daha müphem ve tanımlayıcı bir iletişim tarzı gerekebilir. Düşüncenin özü bir kez kavrandımı, ayrıntılar daha sonra incelenebilir.

Matematiksel düşünceler bu şekilde nasıl iletişimlendirilebilir? Sanırım, usumuz bir matematiksel düşünceyi algıladığı zaman, Platon'un matematiksel kavramlar dünyası ile iletişim kurar (Platoncu görüş uyarınca, matematiksel fikirler bağımsız olarak ve yalnız zekâ yoluyla ulaşılabilen bir ideal 'platonik' dünyada vardırlar bkz. I. cilt, s. 115, II. cilt, s. 13). Matematiksel bir gerçeği 'gördüğümüz' zaman, bilincimiz bu dünyaya açılır ve onunla doğrudan iletişim kurar ('zekâ

yoluyla ulaşılabilir'). Bu 'görme' kavramını, Gödel'in teoremi yönünden açıklamıştım, ama matematiksel anlayışın özüdür. Her matematikçi sözü edilen iletişimi, *gerçeğe doğrudan ulaşan bir yol* izleyerek, bilinci, matematiksel gerçekleri doğrudan algılayacak şekilde konumlanmış olarak, 'görme' işlemiyle sağlar. (Gerçekte, çoğu kez, bu algılama işlemiyle birlikte 'Oh, anlıyorum' gibi sözcükler duyarız!) Her biri, Platon'un dünyasıyla doğrudan temasa geçebildiği için matematikçiler birbirleriyle beklenildiğinden daha kolay iletişim kurabilirler. Her matematikçinin, Platoncu iletişim işlemi sırasında oluşturduğu ussal imgeler birbirinden oldukça farklı olsa bile iletişim yine de mümkündür. Çünkü her matematikçi kendi dışında var olan *aynı* 'platonik' dünya ile doğrudan temas halindedir!

Bu görüş uyarınca us, söz konusu doğrudan iletişimi her zaman sağlayabilir. Fakat aynı anda pek az ussal imge elde edilebilir. Matematiksel buluş, iletişim alanını genişletmekten ibarettir. Matematiksel gerçeklerin, gerekli gerçekler olmaları nedeniyle, teknik anlamda, hiçbir 'bilgi', gerçeği bulan matematikçiye geçmez. Tüm bilgiler her zaman orada, Platon'un dünyasındadır. Yapılacak tek şey gerekli olanları bir araya getirip, yanıtı 'görmektir'! Platon'un kendi görüşü de budur: (Diyelim matematiksel) buluş, salt bir *anımsama* biçimidir! Bir insanın adını anımsayamamakla, doğru bir matematiksel kavramı bulamamanın arasındaki benzerlik beni de çoğu zaman şaşırtmıştır. Aranılan kavram, bir anlamda, usumuzda *zaten mevcuttur;* fakat, henüz keşfedilmemiş bir matematiksel düşünce ile ilgili sözcükler için bu biraz daha az rastlanan bir olasılıktır.

Bu bağlamda, ilginç ve sıradışı matematiksel fikirlerin, sıradan veya daha önemsiz fikirlerden daha güçlü bir varlığa sahip oldukları söylenebilir. Bir sonraki kısımda ele alınacak konu yönünden böyle bir sonuç önemlidir.

Bir Fiziksel Gerçeklik Görüşü

Fiziksel gerçekliklerin evreni içerisinde, bilincin nasıl uyanabileceği ile ilgili bir görüş, en azından dolaylı olarak, bizzat fiziksel gerçekliğin

kendisiyle de ilgili olmalıdır.

Örneğin, güçlü AI görüşü, 'usun' varlığını, yeterince karmaşık bir algoritmanın varlığıyla bulduğunu; çünkü böyle bir algoritmanın, fiziksel dünyanın bazı nesneleri tarafından uygulandığını savunur. Bu nesnelerin gerçekte neler oldukları önemli değildir. Sinir sinyalleri, tellerdeki elektrik akımı, dişliler, makaralar veya su boruları olabilirler. Önemli olan algoritmadır. Fakat bir algoritmanın, herhangi bir fiziksel cisimden bağımsız 'var olabilmesi' için, Platoncu bir matematiksel görüşe gereksinim vardır. Bir güçlü AI savunucusunun, alternatif bir görüşü, 'matematiksel kavramlar salt usta vardır' gibi bir görüşü benimsemesi zordur. Çünkü böyle bir görüş döngüseldir, başka bir deyişle, algoritmaların varlığı için önceden var olan uslar ve uslar için önceden var olan algoritmalar gerekir! Algoritmaların, bir kâğıt parçası üzerindeki işaretler, veya bir demir külçesinde mıknatıslanma yönleri, veya bir bilgisayar belleğindeki yük yerdeğiştirilmeleri şeklinde var olabileceğini savunmaya çalışabilirler. Fakat, maddenin bu gibi düzeni bir algoritma oluşturamaz. Bir algoritmanın oluşması için *yorumlama* gerekir. Yani ne gibi bir düzene sahip olduğunun *deşifre* edilmesi mümkün olmalıdır; ve böyle bir işlem, algoritmaların yazıldıkları 'dile' bağlıdır. Dili 'anlamak' için yine bir önceden var olan usa gereksinim vardır. Öyleyse, algoritmaların Platon'un dünyasında ve güçlü AI görüşü uyarınca, usların bulunması gerekli o dünyada yer. aldıklarını varsayarak, şimdi, fiziksel dünya ile Platon'un dünyasının birbiriyle nasıl ilişkilendirileceği sorusuyla karşı karşıya kalmalıyız. Bu, bence, us-beden probleminin güçlü AI versiyonudur.

Benim görüşüm farklı, çünkü ben (bilinçli) usların, algoritmik şeyler olmadığına inanıyorum. Fakat, güçlü AI görüşü ile benim görüşüm arasında ortak bir çok noktanın bulunması beni oldukça şaşırttı. Bilincin, gerekli gerçekleri hissetmekle, ve dolayısıyla Platon'un matematiksel kavramlar dünyasıyla doğrudan iletişim kurmayı başarmasıyla yakından ilişkili olduğuna inandığımı belirtmiştim. Bu bir algoritmik yöntem olmayabilir -ve algoritmalar, bizim için özel bir önemi olan bir dünyada yer almayabilirler. Ama yine de, us-beden problemi, bu görüş uyarınca, Platon'un dünyasının, fiziğin 'gerçek' dünyasıyla nasıl bağıntılı olduğu sorusuyla yakından ilişkilidir.

5. ve 6. Bölümlerde, gerçek fiziksel dünyanın, bazı çok kesin matematiksel kurgularla nasıl uyum içinde göründüklerini anlatmıştık (ÜSTÜN kuramlar, II. cilt, s. 4). Bu kesinliğin gerçekte ne kadar olağanüstü olduğuna sıkça değinilir (bkz. Wagner 1960). Bu gibi ÜSTÜN kuramların, iyilerinin yaşamasına izin verecek şekilde fikirlerin rasgele doğal seçimiyle yaratılabileceğine başkaları inansa da, benim için inanmak zordur, iyi fikirler, rasgele seçilmiş fikirlerin hayatta kalabilenleri olamayacak kadar iyi fikirlerdir. Matematik ve fizik arasındaki, yani Platon'un dünyası ile fiziksel dünya arasındaki, uyumun daha derinlerde saklı bir nedeni olmalı.

'Platon'un dünyasından' söz etmekle ona, fiziksel dünyanın gerçekliğine benzer bir tür gerçeklik kazandırılmış oluyor. Öte yandan, fiziksel dünyanın gerçekliği, görelilik kuramı ve kuantum mekaniği gibi ÜSTÜN kuramların benimsenmesinden önce göründüğünden çok daha belirsiz görünmektedir (özellikle, II. cilt, s. 4, 5, 168'inci sayfalardaki görüşlere bakınız). Bu kuramların kesinliği, fiziksel gerçeklik için hemen hemen soyut bir matematiksel varoluş sağlamıştır. Bu, herhangi bir şekilde bir ikilem midir? Somut gerçek nasıl soyutlaşır ve matematikselleşir? Belki bu, soyut matematiksel kavramların Platon'un dünyasında neredeyse somut bir gerçekliğe nasıl ulaşabildikleri sorusu, madalyonun öbür yüzüdür. Belki bir anlamda iki dünya aslında *aynıdır?* (Karşılaştırınız: Wagner 1960; Penrose 1979a, Barrow 1988 ve Atkins 1987).

Söz konusu iki dünyanın aslında aynı olduğu görüşüne güçlü bir sempati duyuyorum. Ama konuyla ilgili başka yaklaşımlar da olmalı. 3. Bölümde ve bu bölümün başlarında değindiğim gibi, bazı matematiksel gerçekler, diğerlerine kıyasla daha güçlü ('daha derin', 'daha ilginç', 'daha verimli'?) bir Platoncu gerçekliğe sahip gibi görünüyor. İşte bunlar fiziksel gerçekliğin işleriyle çok daha güçlü bir şekilde eşleştirilmesi gereken gerçeklerdir. Kompleks sayılar sistemi (bkz. 3. bölüm) iyi bir örnektir: kuantum mekaniğinin temel nicelikleri olan olasılık genlikleri kompleks sayılardır. Böyle bir benzerlikle, 'usun', fiziksel dünya ile Platon'un matematiksel dünyası arasındaki gizemli ilişkiyi nasıl gün ışığına çıkarabileceğini anlamak kolaylaşır. 4. Bölümden anımsayacağınız gibi, matematiksel dünya, bazısı en derin ve en ilginç kısmını oluşturan, üstelik algoritmik olmayan bir çok kısımlara sahiptir. Bu nedenle, ortaya koymaya çalıştığım görüş

uyarınca, algoritmik olmayan eylemin, fiziksel dünyada çok önemli bir rol alması olasıdır. Bu rolün, 'us' kavramı ile yakından ilişkili olduğunu öneriyorum.

Belirleyicilik ve Güçlü Belirleyicilik

Us-beden probleminin *etken* kısmının, normal olarak ana konusunu oluşturması gereken 'özgür istenç' hakkında şimdiye kadar pek fazla konuşmadım. Daha çok, bilinçli eylemin rolünde *algoritmik olmayan* bir yön bulunduğuna ilişkin önerimi vurguladım. Doğal olarak özgür istenç konusu fizikte, belirleyicilik ile ilintili olarak tartışılır. Anımsayacağınız gibi, ÜSTÜN olarak sınıfladığımız kuramların pek çoğunda, şu anlamda kesin bir belirleyicilik vardır: Sistemin durumu herhangi bir zamanda bilinirse[5], daha sonraki (ya da önceki) zamanlarda, kuramın denklemlerince tümüyle saptanır. Böylece, bir sistemin gelecekteki davranışı, fizik yasalarınca tamamen saptanabildiği için, 'özgür istencin' sistemde yeri yoktur. Kuantum mekaniğinin *U* kısmı bile, bu tümüyle kararlı özelliğe sahiptir. Ancak, 12 'kuantum-atlama' kısmı belirleyici değildir ve zaman evrimine, bir rasgelelik getirmiştir. Önceleri, bazı kişiler, bir kuantum sisteminin bu kısmında bilincin, doğrudan etkisinin olabileceği varsayımıyla, özgür istencin, bu aşamada bir rol üstlenmesi olasılığı fikrinin üstüne atladılar. Fakat, *R gerçekten* belirleyici değil ise ve hür istemimizle olumlu bir şeyler yapmak istiyorsak, bize hiçbir yararı olmayacaktır.

Kanımca, henüz yeterince iyi tanımlanmamış olmakla birlikte, kuantum-klasik sınırında, *U* ve *R* arasında (her biri birer yaklaşıklık kabul edilerek) yeni bir yönteme (bkz. CQG, 8. bölüm), temelde *algoritmik olmayan* bir öğe içeren bir yönteme gereksinim vardır. Böyle bir yöntem, geleceğin, bugün tarafından *belirlense* bile bugünden *hesaplanamayacağını* dolaylı bildirecektir. 5. Bölümdeki tartışmalarımda, hesaplanabilirlik konusunu belirleyicilikten ayırt etmeye çalıştım. Sanırım, CQG belirleyici fakat hesaplanamaz bir kuram olabilir[III] (II. cilt, 5. bölümde, s. 27, açıkladığım hesaplanamaz 'oyuncak modeli' anımsayın).

Klasik (veya *U* kuantum) belirleyiciliğinin bile *etkin belirleyicilik* olmadığını, çünkü başlangıç koşullarının, geleceğin hesaplanmasına yetecek kadar asla bilinemeyeceği görüşünü benimseyenler olmuştur. Bazen, başlangıç koşullarında çok küçük değişiklikler, sonuç koşullarında büyük farklar yaratabilir. Bir (klasik) belirleyici sistemde ‘kaos’ olarak bilinen, hava tahminlerinin belirsizliği olayı buna örnektir. Ancak, bu tür klasik belirsizliğin bizim (var sandığımız?) özgür istencimize katkıda bulunduğuna inanmak çok zor. Gelecekteki davranış, hesaplayamasak da, ta büyük patlamadan bu yana, yine de *belirlenebilir* (bkz. II. cilt, s. 32).

Artık algoritmik özelliğe sahip olmadıkları varsayılan dinamik yasalarının özünde, başlangıç koşulları ile ilgili bilgi eksikliğimiz yerine *hesapedilemezlık* bulunduğuna ilişkin önerime aynı gerekçeyle karşı çıkılabilir. Gelecek, hesapedilemezse de, büyük patlamaya kadar uzanan geçmiş tarafından yine de tümüyle *belirlenebilir* diyorum. Aslında, CQG kuramının belirleyici olduğu, fakat hesapedilemez olduğu konusunda ısrar edecek kadar dogmatik değilim, Kanımca, aranması gereken kuram, bundan daha ince bir tanım getirecektir. Salt isteğim, temel nitelikte algoritmik olmayan öğeler içermesidir.

Bu kısımdaki açıklamalarımı noktalamadan önce, aşırı belirleyicilik konusunda, daha aşırı bir görüşe, benim deyişimle (Penrose 1987b) *güçlü belirleyicilik* konusuna değinmeliyim. Güçlü belirleyicilik görüşünde önemli olan sadece geleceğin, geçmiş tarafından belirlenmesi değil, kesin bir matematiksel kurgu kapsamında *tüm zamanlar* için *evrenin tüm tarihinin belirlenmesidir.* Platoncu dünya ile fiziksel dünya arasında bir şekilde benzerlik kurulabileceği eğiliminde iseniz, böyle bir görüş çekici olabilir. Çünkü Platon’un dünyası kesinkes belirlenmiştir ve evren için hiçbir ‘alternatif olasılık’ öngörülmemiştir! (Zaman zaman merak ederim; acaba Einstein şunları yazarken aklında böyle bir kurgu mu tasarlıyordu: ‘Benim gerçekten ilgilendiğim konu, Tanrı dünyayı farklı bir şekilde yaratabilir miydi sorusunun yanıtı; yani, mantıksal yalınlık gereğinin bize herhangi bir serbestlik tanıyıp tanımadığıdır!’ (Ernst Strauss’a yazdığı mektupdan; bkz. Kuznetsov 1977, s. 285).

Güçlü belirleyiciliğin değişik bir şekli olarak, kuantum mekaniğinin *çok dünyalar* yorumu dikkate alınabilir (II. cilt, 6. bölüm, s. 181). Bu yorum uyarınca, kesin bir matematiksel kurgu ile belirlenen bir *tek* evren-tarihi değil, sonsuzlarca 'olası' evren-tarihinin tümüdür. Böyle bir tasarım, hoş olmayan doğasına (en azından bana göre) ve sunduğu yığınla problem ve yetersiz verilere karşın, bir olasılık olarak göz ardı edilemez.

Bana öyle geliyor ki, güçlü belirleyiciliğe sahipseniz, ama çok dünyanız *yoksa,* evrenin yapısına egemen matematiksel kurgunuz büyük olasılıkla algoritmik olmamak zorundadır.[6] Aksi halde, ilke olarak, bir sonraki davranışımızı belirleyebilirdik; daha sonra tamamen farklı bir davranışta bulunmaya 'karar verebilirdik'. Yani 'özgür istençle' ile kuramın öngördüğü güçlü belirleyicilik arasında bocalardık. Kurama, hesapedilemezlik özelliğini katarak böylesi bir çelişkiden sakınabilirdik. Ama itiraf etmeliyim, ben bu tip belirleyicilikten biraz rahatsız oluyorum ve dünyanın işleyişine uygun (algoritmik değil!) *gerçek* kuralların çok daha incelikli bir şeyler olmasını bekliyorum!

İnsansıl İlke

Bilinçlilik, bir bütün olarak evren için ne kadar önemlidir? İçinde yaşayan bilinçli yaratıkları olmaksızın evren var olabilir miydi? Fizik yasaları, bilinçli yaşamın var olması için özellikle mi tasarımlanmıştır? Evrende, uzayda ya da zamanda, belirli yerimiz ile ilgili özel bir şey var mı? *İnsansıl* (antropik) *ilke* olarak bilinen görüşün yanıt aradığı sorulardan bazıları bunlardır.

Çeşitli insansıl ilkelerden (bkz. Barrow ve Tipler 1986) en açıkça kabul edilebilir olanı, evrende bilinçli (veya 'zeki') yaşamın uzaysal-zamansal (spatio-temporal) yerini savunur. Bu *zayıf* insansıl (antropik) ilkedir. Bugün yeryüzünde (bilinçli) yaşamın var olması için koşulların nasıl böylesine uygun olduğunu açıklamak için kullanılır. Çünkü, koşullar böylesine elverişli olmasaydı, başka bir zamanda başka bir yerde yaşardık. Brandon Carter ve Robert Dicke, fizikçileri uzun yıllar düşündüren bir konuyu çözümlemek için bu ilkeyi

başarıyla uyguladılar. Konu, (çekim sabiti, protonun kütlesi, evrenin yaşı, vb.) fiziksel sabitler arasında bulunduğu gözlenen çeşitli ve ilginç sayısal ilişkilerle ilgiliydi. İlişkilerden bazılarının salt şimdiki çağ için geçerli olması şaşırtıcıydı; öyle ki, rastlantıyla, çok özel bir çağda yaşıyor görünüyorduk (aşağı yukarı birkaç milyon yıllık bir çağda!) Daha sonra, Carter ve Dicke, bunu şöyle açıkladılar: Çağımız, Güneş gibi, asal dizi yıldızları denilen yıldızların yaşam süreleriyle çakışmaktaydı. Bir başka çağda, evrende, söz konusu fiziksel sabitleri ölçmek için etrafta bilinçli yaşam bulunamazdı. Bu nedenle, rastlantının *gerçekleştiği* zamanda bilinçli yaşam var olduğu için, rastlantının bu çağda gerçekleşmesi zorunluydu!

Güçlü antropik ilke daha da ileriye gider: Salt evrendeki uzaysal-zamansal konumumuzla değil, aynı zamanda *olası* evrenlerin sonsuzluğu içindeki yerimizle de ilgileniriz. Şimdi, fiziksel sabitlerin ya da fizik yasalarının, bilinçli yaşamın var olabilmesi için neden özellikle tasarımlanmış olduklarına ilişkin sorulara yanıtlar önerebiliriz. Fiziksel sabitler ya da genel fizik yasaları farklı olsaydı, bu evrende değil, başka bir evrende yaşıyor olurduk! Bu savları savunan güçlü insansıl ilke, bence, oldukça kuşku uyandıran bir yaklaşıma sahip; gözlenen gerçekleri (yani, parçacıkların kütlelerinin açıklanmadığı ve gözlemlenenden farklı değerlere sahip olmaları durumunda yaşamın, belki de olanaksız olduğu, vb. ileri sürülen parçacık fiziği kuramlarında) açıklayacak yeterince iyi kuramları olmayan kuramcıların zorlamayla yöneldikleri görüşler izlenimini veriyor. Öte yandan, zayıf insansıl ilke, nasıl kullanıldığına çok dikkat edilmesi koşuluyla, bana kusursuz görünüyor.

İnsansıl ilkeyi -güçlü ya da zayıf- kullanarak, bilinçli yaratıkların, yani ‘bizlerin’, dünyayı gözlemlemek için var olmak zorunda olduğumuz; bu nedenle benim yaptığım gibi, bilinci, seçici üstünlük olarak nitelemenin gereksizliği gerçeğinden hareketle, bilincin *kaçınılmaz* olduğu gösterilmeye çalışılabilir. Kanımca, bu sav, teknik yönden doğrudur ve zayıf insansıl sav (en azından) bilincin, doğal seçimin katkısı olmaksızın var olduğuna bir gerekçe oluşturabilir. Öte yandan, insansıl savın, bilincin evrimi konusunda *gerçek* neden (veya yegâne neden) olduğuna inanamam. Bilincin güçlü bir seçici üstünlük olduğuna beni inandıracak yeterli kanıtı sağlayan başka

kaynaklar var, ve bu konuda insansıl ilkeye ihtiyaç olduğunu sanmıyorum.

Karolar ve Kristalsiler

Son birkaç kısımda incelediğimiz soyut düşüncelerden uzaklaşıyor ve yine biraz soyut sayılabilirse de, çok daha bilimsel ve 'elle dokunulabilir' bir konuya dönüyorum. İlk bakışta ana konumuzla ilgisiz gibi görünse de bizim için önemi, bir sonraki kısımda anlaşılacaktır.

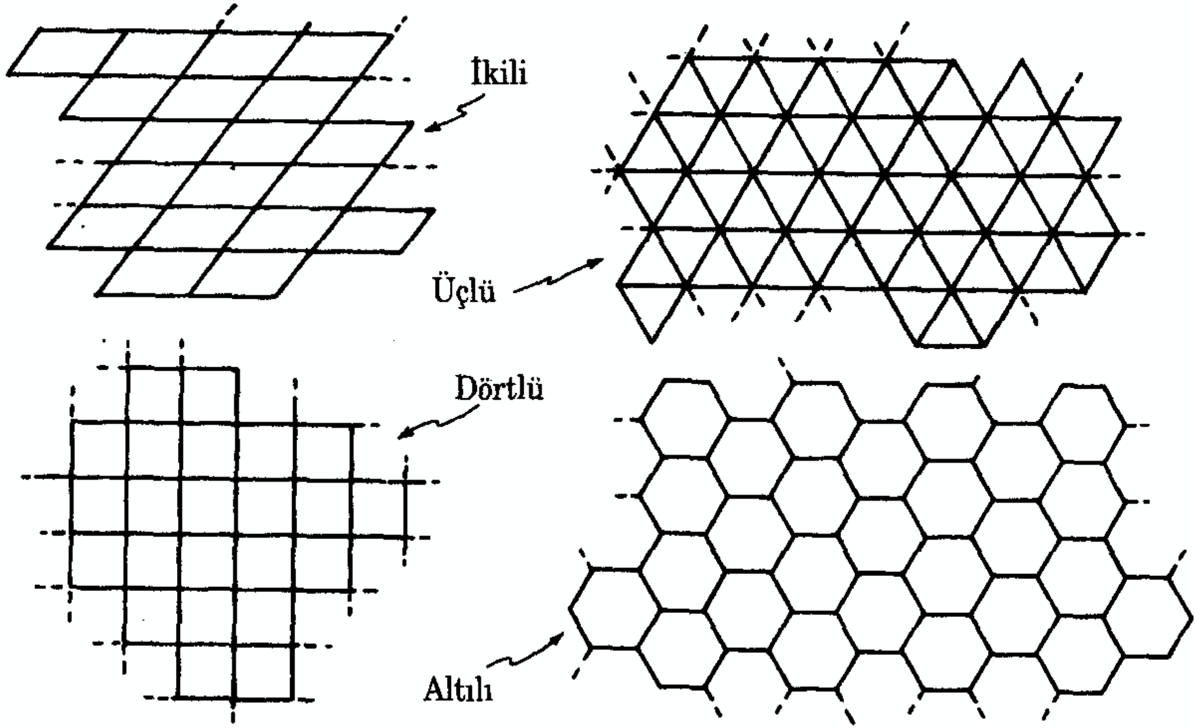
Şekil 4.12'de (I. cilt, s. 165) yer alan karo kaplama şekillerini anımsayınız. Bu şekiller, kristal sistemleri ile ilgili standart matematik teoremine 'hemen hemen' aykırı oluşlarıyla dikkat çekerler. Standart teorem uyarınca, bir kristal deseninde sadece ikili, üçlü, dörtlü ve altılı dönel simetriler olabilir. Kristal deseninden, kastım *öteleme simetrisine* sahip bir ayrık noktalar sistemidir; yani, deseni döndürmeden kendi üzerinde kaydırmak suretiyle desen yinelenebilir (yani, öteleme işlemi altında desen değişmez). Bu nedenle desen bir *devirsel paralel kenara* sahiptir (karşılaştırınız şekil 4.8). Dönel simetriye sahip karo desenleri örnekleri Şekil 10.2'de verilmektedir. Öte yandan, Şekil 4.12'deki desenler, Şekil 10.3'teki desenler gibi (aslında, Şekil 4.11'deki, I. cilt, s. 164), karoların bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur), hemen hemen öteleme simetrisine ve *hemen hemen beşli* simetriye sahiptir. Burada 'hemen hemen' terimiyle anlatılmak istenen, desenlerin bu gibi eylemlerinin (sırasıyla, öteleme ve dönme), desenin, önceden belirlenen dizilişe yüzde 100'e yakın bir uygunlukla kendisini yinelemesine olanak sağladığıdır. Terimlerin kesin anlamlarının bizim için burada pek önemi yok. Konumuzla ilgisi yönünden bizim için önemli olan, atomların verilen desenin köşe noktalarında yer aldığı bir maddeye sahipsek, bu maddenin görünüşde kristal yapıda olacağı, ancak yine de izin verilmeyen bir beşli simetri sergileyeceğidir!

1984 Aralık ayında, ABD'de, Washington DC'deki Ulusal Standartlar Bürosunda çalışmakta olan İsrailli Fizikçi Dany Shechtman, gerçekten kristali andıran beşli simetriye sahip,

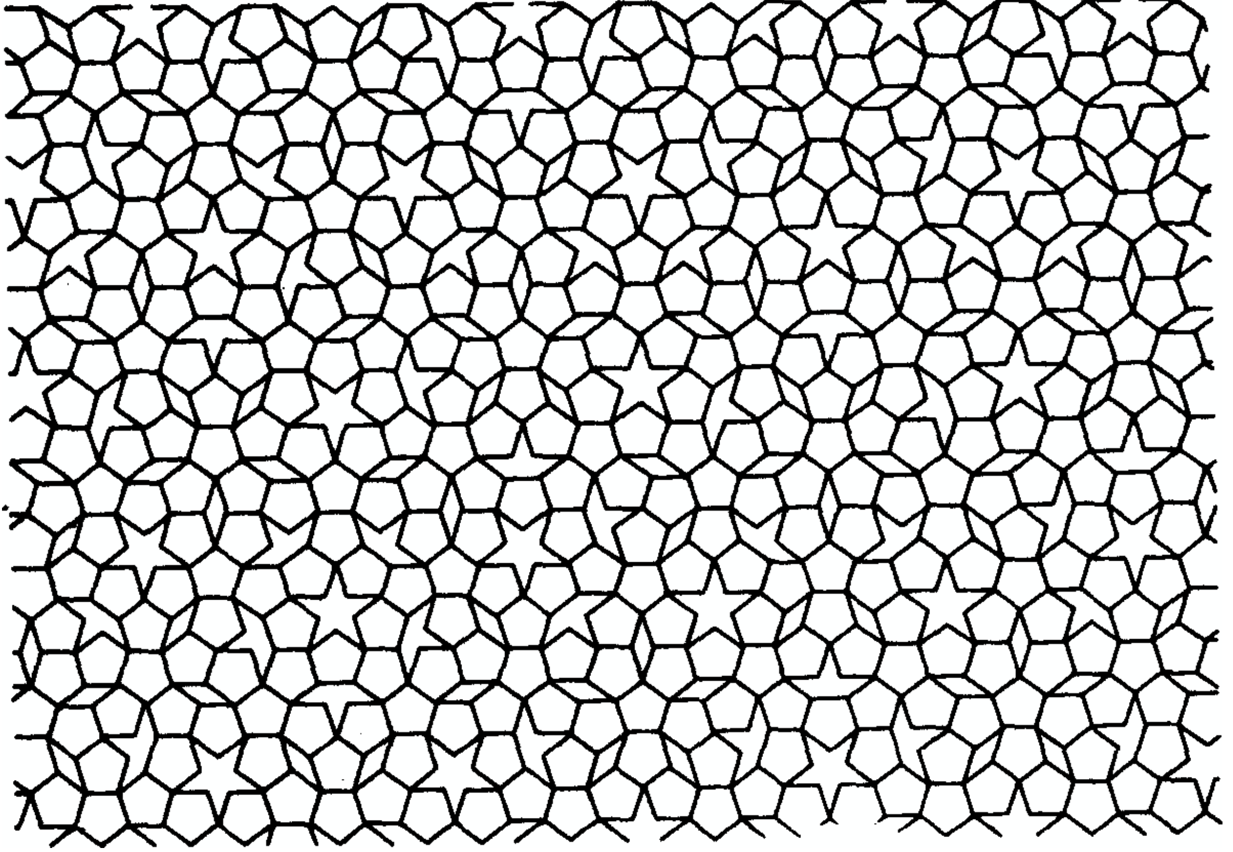
(şimdilerde *kristalsi* deniyor) bir maddenin, bir alüminyum-manganez alaşımının belli bir fazında oluştuğunu bildirdi. Aslında söz konusu kristalsi madde, sadece düzlemsel değil, üç boyutlu bir simetri de sergileyerek izinli olmadığı sanılan ikozahedral simetriye sahip oluyordu. (Shechtman ve arkadaşları 1984) (Benim bulmuş olduğum beşli simetriye sahip düzlem kaplamalarının üç boyutlu ‘ikozahedral’ benzerleri 1975’te Robert Ammann tarafından bulunmuşlardı, bkz. Gardner 1989). Shechtman’ın alaşımları, yaklaşık 10^{-3} milimetre boyutunda minik mikroskopik kristalsilerden oluşmaktaydı. Sonraları başka kristalsi yapıda maddeler de bulundu. Özellikle, bir alüminyum-lityum-bakır alaşımında ikozahedral simetrik birimler, yaklaşık bir milimetre büyüklüğünde olabiliyor ve çıplak gözle görülebiliyor (Şekil 10.4). Tanımladığım kristalsi yapıdaki kaplama şekillerinin dikkat çeken bir özelliği, yerleştirimlerinin zorunlu *yerelsizliğidir.* Başka bir deyişle, şekilleri yerleştirirken durarak, bulunduğunuz noktadan ‘atomlarca’ uzakta desenin durumunu zaman zaman incelemeniz gerekir ki; böylece, parçalan bir araya getirirken ciddi bir hata yapmadığımızdan emin olabilelim (Bu biraz, doğal seçimle ilgili olarak değindiğim, görünüşte karanlıkta el yordamıyla ilerleyen ussal gidişe benziyor). Böyle bir özellik, kristalsi yapı sorusu çevresinde başlatılan ve günümüzde de sürdürülen bir tartışmaya konu olup, bazı noktalar açıklığa kavuşturuluncaya kadar, yönlendirici sonuçlara varmak akıllıca olmaz. Yine de bazı tahminler yapabiliriz. Ben de, kendi fikrimi açıklamaktan kaçınmayacağım. Birincisi, söz konusu kristalsi yapıya sahip maddelerin bazılarının gerçekten son derece düzenli olduğuna ve atom dizilişlerinin yapısal olarak, tasarımladığım karo kaplama şekillerine oldukça benzediğine inanıyorum. İkincisi, bu görüşten hareketle, (pek kesin olmamakla beraber) *klasik* kristal büyültülmesi tanımına uygun olarak atomların birer birer ve yerel eklenmesiyle parçaların uygun şekilde bir araya getirilmesinin olanaksız olduğu; bunun yerine, parçaların bir araya gelişinde *yerel olmayan* bir kuantum mekaniksel öğenin rol oynaması gerektiği kanısındayım.[7]

Benim kristal büyültümü tanımıma göre, atomların birer birer gelerek sürekli ilerleyen bir büyüme hattında birbirine eklenmeleri (klasik kristal büyültümü) yerine, (U kuantum sürecine uygun olarak) atomların bir çok farklı alternatif dizilişlerinin oluşturduğu evrimsel bir

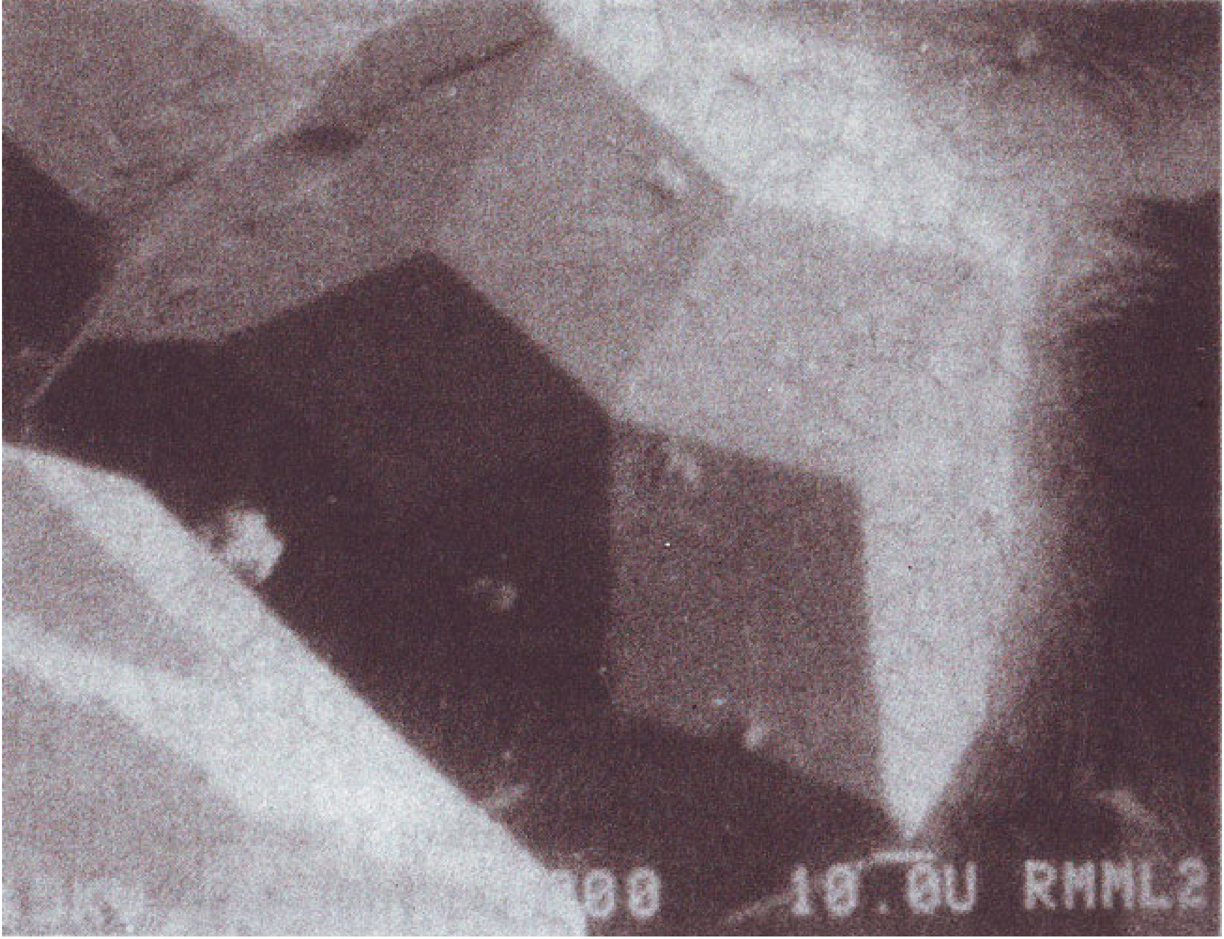
kuantum çizgisel birleştirimi dikkate alınmalıdır. Kuantum mekaniği, (hemen hemen daima) olması *gerekenin* bu olduğunu bildirir! Salt tek bir oluşum değildir bu; bir çok alternatif atom dizilişleri, kompleks çizgisel birleştirimde birlikte var olmalıdır. Birleştirimli bu alternatiflerden birkaçı çok daha büyük yığınlara dönüşecek ve belirli bir noktada, alternatiflerden bazılarının kütleçekim alanları arasındaki fark bir graviton düzeyine (veya herhangi bir uygun düzeye, bkz. 8. bölüm, s. 81) ulaşacaktır. Bu aşamada, alternatif dizilişlerden birisi, veya büyük olasılıkla, yine bir birleştirim fakat oldukça indirgenmiş bir birleştirim, 'gerçek' yapı olarak belirecektir (R kuantum süreci).



Şekil 10.2. Çoklu simetrilere sahip periyodik kaplamalar (simetri merkezi, her bir desende, bir karonun merkezi olarak alınmıştır).



Şekil 10.3. Kristalografik açıdan 'olanaksız' beşli simetriye sahip bir kuasi-periyodik kaplama (Aslında Şekil 4.1'deki karoların bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur).



Şekil 10.4. Görünüşte olanaksız kristal simetrisine sahip bir kristalsi (Al-Li-Cu alaşımı) (Gayle 1987'den alıntı).

Bu birleştirimli yapı, daha belli altyapılara indirgenimleriyle birlikte, uygun büyüklükte bir kristalsi oluşuncaya kadar giderek büyüyen bir ölçekte süre gidecektir.

Normal olarak, Doğa bir kristal yapıya gereksinim duyduğunda *en düşük enerji* durumunda (taban sıcaklığını sıfır kabul ederek) bir yapı arar. Kristalsi oluşumunda da ben buna benzer bir şey öngörüyorum. Ancak bu konuda en düşük enerji durumunu bulmak çok daha zordur. 'En iyi' yapıya, her atomun *kendi* enerjisini en aza indirgemesi probleminin üstesinden gelmesiyle ulaşılır umuduyla atomları birer birer birleştirmekle varılamaz. Çözümü gereken problem *evrenseldir.* Çok sayıda atomun aynı anda yapacağı işbirliğiyle çözümlenebilir. Böyle bir işbirliğinin, atomların farklı birleşik yapılarının çizgisel birleştirimde 'denenmesiyle', kuantum mekaniğiyle sağlanabileceğini iddia ediyorum (Bu belki biraz, 9.

Bölümün sonunda değinilen kuantum bilgisayarına benziyor). Enerjinin en aza indirgenmesi problemine uygun (en iyi olmasa bile) bir çözümün seçimi, bir graviton ölçütüne (veya başka bir uygun ölçüte) ulaşıldığı zaman gerçekleşmelidir. Uygun ölçüte ise, fiziksel koşullar elverdiği zaman ulaşılabilir.

Beyin Akışkanlığı İle İlişkisi Olasılığı

Şimdi bu varsayımları biraz daha ileriye götürüp, beynin işlevleri ile herhangi bir ilişkinin varlığı olasılığını araştıracağım. Görebildiğim kadarıyla, en yüksek olasılık, beyin akışkanlığı olgusundadır. Beynin gerçekte tam anlamıyla bir bilgisayar olmadığını, fakat daha çok sürekli değişen bir bilgisayara benzediğini anımsayın. Bu değişiklikler, görünüşe göre, dendritik omurgaların genişleyip daralmasıyla sinapsların çalıştırılıp durdurulması sonucu oluşmaktadır (bkz. 9. bölüm, s.116; Şekil 9.15). Şimdi riski göze alıyorum ve bu genişleme/daralmanın, kristalsi oluşumu gerçekleştiren işleme benzer bir işlemle gerçekleştirebileceğini varsayıyorum. Böylece, olası alternatif yapılardan sadece birisi denenmiş olmayacak, aynı zamanda, hepsi karmaşık çizgisel birleştirimde bir araya gelmiş çok sayıda yapı denenmiş olacaktır. Bu seçeneklerin etkileri, bir graviton düzeyinin (veya başka bir ölçüt düzeyinin) altında tutulduğu sürece gerçekten bir arada var olacaklardır (ve, kuantum mekaniğinin U kuralı uyarınca hemen hemen zorunlu olarak bir arada var olmalıdır). Bu düzeyin altında tutulduklarında, eşanlı birleştirimlenmiş hesaplar, bir kuantum bilgisayarı ilkelerine tamamen uygun olarak, yapılmaya başlanabilir. Ancak, söz konusu birleştirimlerin uzun süreli olmaları olanaksız görünüyor. Çünkü sinir sinyalleri çevredeki malzemeyi önemli ölçüde bozunduracak elektrik alanları yaratırlar (ne var ki, miyelin kılıfları sinir tellerini bozunmaya karşı koruyabilir). Diyelim birleştirimler bir graviton düzeyine (veya benzer bir düzeye) ulaşılmadan önce önemli bir hesabın gerçekleştirilmesi için yeterli bir süreyle devam ettirilebilir. Böyle bir hesabın başarılı sonucu, kristalsi büyültülmesindeki enerjinin en alt düzeye indirgenmesi 'hedefinin' yerini alan 'hedef

olacaktır. Bu hedefe ulaşılması, kristalsinin başarılı büyültülmesine benzer!

Bu varsayımların belirsizlik ve kuşku dolu olduğu açıkça görülmektedir. Fakat hiç de yadsınamayacak bir benzerlik içerdiğine inanıyorum. Kristal veya kristalsi büyültümü yakın çevredeki uygun atomların ve iyonların yoğunluklarından son derece etkilenir. Aynı şekilde, dendritik omurga ailelerinin genişleyip daralmasının çevredeki çeşitli nöroiletken maddelerin yoğunluklarından etkilendiği düşünülebilir (Bu gibi maddelerin yoğunlukları, örneğin, duygulardan etkilenebilir). Gerçek kristalsi oluşumunu hangi atom düzenlenmesinin vereceği, enerjinin minimumunu bulma probleminin çözümünü içerir. Aynı şekilde, beyinde yüzeye çıkan gerçek düşüncenin, bu kez salt enerjinin mimimumunu bulma problemi değil, ama yine benzer bir problemin çözümü olduğunu düşünüyorum. Böyle bir problem, genelde, çok daha karmaşık nitelikte, beynin hesap yetenekleri ile ilgili istek ve dilekleri içeren bir hedef niteliğinde olacaktır. Benim düşünceme göre, bilinçli düşüncenin eylemi, daha önce çizgisel birleştirimde bulunan seçeneklerin çözümlenmesiyle yakından ilişkilidir. Bütün bunlar, *U* ile *R* arasındaki sınıra egemen bilinmeyen fizikle ilintilidir ve iddia ediyorum ki bu, henüz keşfedilmemiş kuantum kütleçekimi kuramı (CQG) olacaktır!

Böyle bir fiziksel eylem özde algoritmik olmayabilir mi? 4. Bölümde tanımlanan genel karo kaplama probleminin, algoritmik çözümü olmayan bir problem olduğunu anımsayınız. Atomların bir araya gelmesi problemleri, bu algoritmik olmayan niteliği paylaşabilir. Bu gibi problemler benim ima ettiğim yöntemlerle ilke olarak çözümlenebilirse, düşündüğüm türde beyin işleminde algoritma dışı bir öğenin bulunması olasılığı gerçekten var demektir. Ancak, bunun böyle olabilmesi için, CQG kuramında da algoritma dışı bir şeye ihtiyacımız olacaktır. Her şeyin varsayımsal olduğu görülüyor. Fakat, yukarıda ileriye sürülen görüşler açısından, algoritmik olmayan nitelikte *bir şeyin* kesinlikle gerektiğini görüyorum.

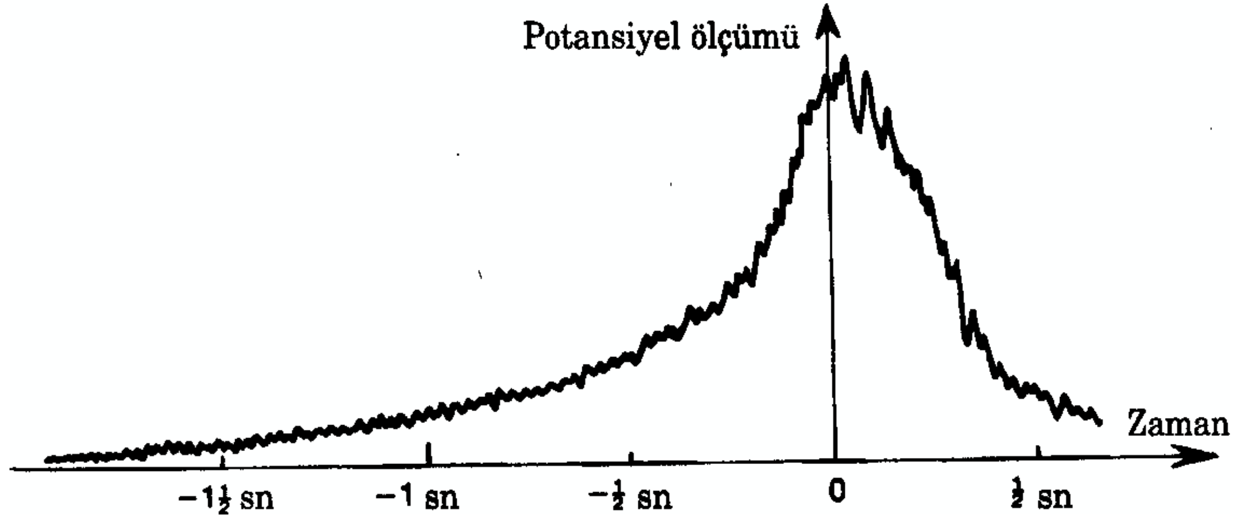
Beyin bağlantılarındaki değişiklikler ne kadar hızlı gerçekleşebilir? Bunun, nörofizyologlar arasında tartışma konusu olduğu biliniyor. Ama sürekli anılar birkaç salise içerisinde depolanabildiğine göre,

bağlantılardaki değişikliklerin de bu kadar bir sürede gerçekleşmesi olasıdır. Benim görüşlerimin bir şansı olabilmesi için böyle bir hız gerçekten gerekli.

Bilinçlilikte Zamansal Gecikmeler

Buradaki görüşlerimizle ilgili oldukça dikkat çekici ipuçları verebilecek ve insan denekler üzerinde uygulanmış olan iki deneyi tanımlamak istiyorum (Harth tarafından 1982'de açıklanmıştır). Bu deneyler bilincin (etken rolü), harekete geçme ve (edilgen rolü), harekete geçirilme süreleriyle ilgili olup, her iki eylem bir arada ele alındığında ipuçları daha da ilginçleşmektedir.

Birinci deney, H.H. Kornhuber ve arkadaşları tarafından 1976'da Almanya'da yapılmıştır (Deeke, Grötzinger ve Kornhuber 1976). İnsan denekler başlarındaki bir noktada elektrik sinyallerinin kaydedilmesi (elektroenkefalogramlar, EEG'ler) için gönüllü olmuşlardır. Kendilerinden, *canları ne zaman isterse o zaman* sağ ellerinin işaret parmağını aniden bükmeleri istenmiştir. Amaç, kafatasının içinde meydana gelen ussal etkinlik ve parmağı bükmek için alınan bilinçli kararla ilgili bilgilerin EEG kayıtlarından elde edilmesidir. EEG çizgilerinden önemli bir sinyal elde etmek için, birkaç kaydın ortalamasını almak gerekir ve ortalama sinyal çok kesin değildir. Ancak, elde edilen sonuç kayda değer: Parmak gerçekten bükülmeden *önce tam bir saniye,* veya belki iki buçuk saniyeye kadar, giderek artan bir elektrik potansiyeli kaydedilir. Bundan anlaşıldığına göre, bilinçli karar işlemi harekete geçmek için bir saniyelik süre gerektirmektedir! Bunu, eğer yanıt kipi önceden hazırsa, bir dış sinyali yanıtlama işleminin gerektirdiği çok daha kısa süre ile karşılaştırabiliriz. Örneğin, parmak bükme 'istemli' bir hareket olmak yerine, ışıklı bir sinyalin aniden yanmasına tepkime bir hareket olsaydı, saniyenin beşte biri kadar bir süre, yani Kornhuber'in 'istemli' hareket içeren deneyinde elde ettiği verilerdeki hızdan yaklaşık beş kat daha hızlı bir tepkime süresi içinde elde edilirdi (Şekil 10.5).



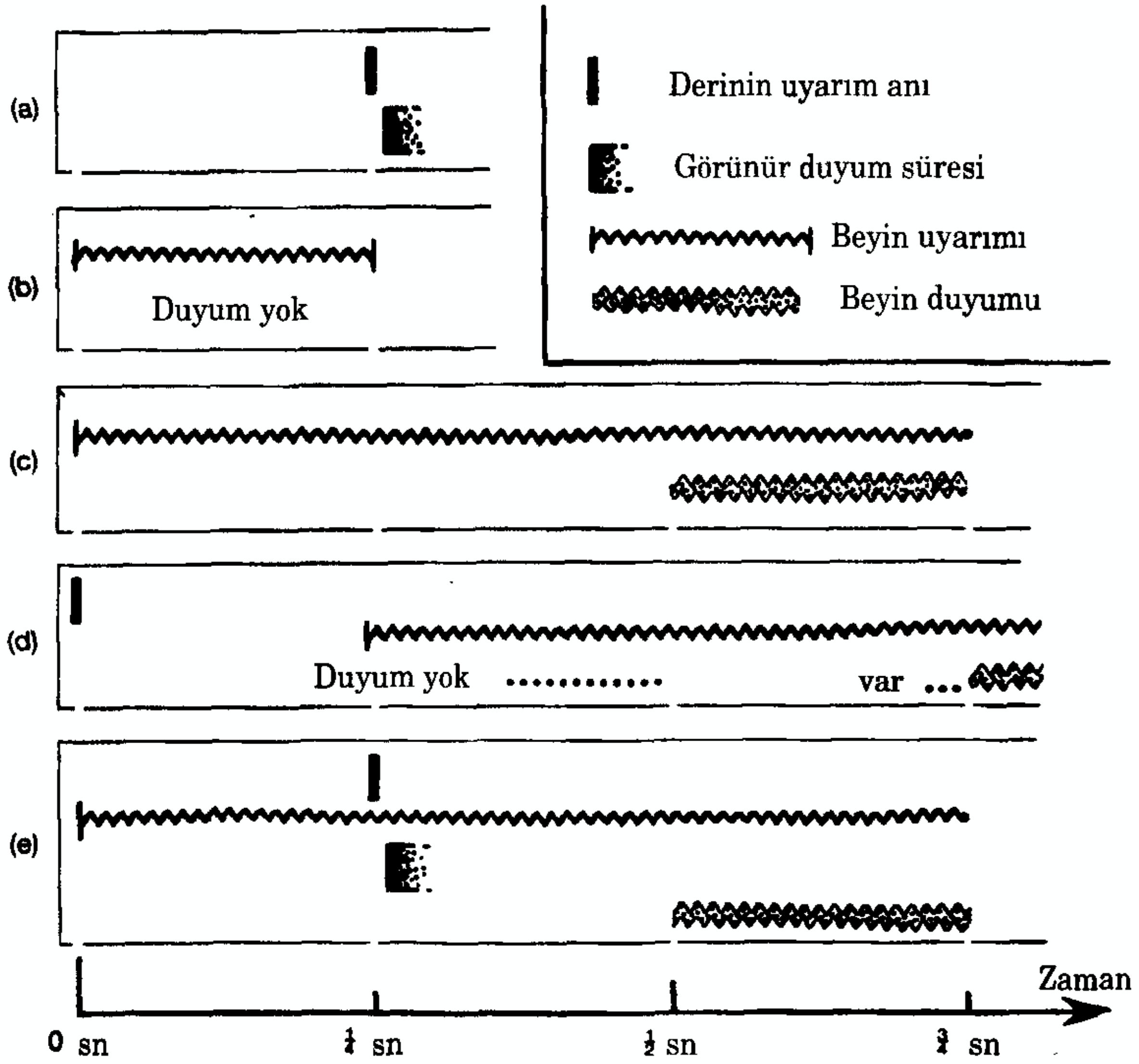
Şekil 10.5. Kornhuber deneyi. Parmağı bükme kararı O zamanında alınıyor gibi gözüküyor. Ama ön uyarı sinyali (birçok deney yapılarak ortalaması alınmış), bükme kararı ile ilgili bir 'önbilgi'nin varlığını akla getirir.

İkinci deneyde, California Üniversitesinden Benjamin Libet, San Francisco'da Mount Zion Nöroloji Enstitüsünden Bertram Feinstein ile işbirliği yaparak (Libet ve arkadaşları 1979), deneyle ilgisi olmayan nedenlerle beyin ameliyatı geçirmek zorunda olan ve beyinlerinin beden duyumu bölgesine elektrot yerleştirilmesini kabul eden hastalar üzerinde bir deney gerçekleştirdi. Libet'in deneyinin sonucu şöyleydi: Hastaların derisi uyarıldığında, beynin, uyarı sinyalini saniyenin yüzde biri gibi bir sürede almasına karşın, uyarının bilinçli olarak farkına varmaları yarım saniye kadar sürüyordu. Böyle bir uyarıya önceden programlanmış bir 'refleks' yanıt (yukarıdaki açıklamayla karşılaştırınız), beyin tarafından saniyenin onda biri kadar bir sürede verilebiliyordu (Şekil 10.6). Ayrıca, uyarı bilince ulaşmadan önce yarım saniyelik gecikme söz konusu olmasına karşın, hastaların öznel izlenimi, böyle bir gecikmenin olmadığı şeklindeydi! (Libet'in deneyleri, talamusun (s. 96) uyarılmasını da kapsamıştır ve bu deneylerde de, beden duyum bölgesinde elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar elde edilmiştir.)

Anımsayacağınız gibi, beden duyum bölgesi, beynin duyum sinyallerini aldığı bölgedir. Bu nedenle, beden duyum bölgesinin deri üzerindeki belirli bir noktaya karşı gelen bir noktasının elektrikle uyarılması sonucu denek, bir şeyin derisine, aslında beden duyum

bölgesindeki noktada dokunduğu yanılgısına kapılır. Ancak, bu uyarı çok kısa olursa -yarım saniyeden az- denek, hiçbir duyumun farkına varmaz. Deriye geçici bir dokunuşla, derinin üzerindeki bir noktanın doğrudan uyarılması iki karşıt olaydır. Çünkü deriye bir anlık dokunuş hissedilir.

Şimdi diyelim önce deriye dokunuluyor ve sonra beden duyum bölgesindeki nokta elektrikle uyarılıyor. Denek ne hisseder? Elektrikle uyarı, deriye dokunduktan sonra saniyenin dörtte biri kadar bir sürede başlatılırsa deriye dokunuş hiç hissedilmez! Bu, *geriye maskeleme* olarak adlandırılan bir etkidir. Beden duyum bölgesinin uyarılması, normal deriye dokunma duyumunun bilinçli olarak algılanmasını bir şekilde önlemektedir. Olayın yarım saniye kadar bir süre içinde oluşması koşuluyla bilinçli algılama bir olay tarafından engellenebilir ('maskelenir'). Demek ki, bir duyumu bilinçli olarak algılama, bu duyumu yaratan gerçek olaydan yarım saniye kadar sonra gerçekleşmektedir!



Şekil 10.6. Libet'in deneyi, (a) Deriye dokunma uyarısı, uyarının gerçek zamanıyla yaklaşık aynı zamanda algılanmış 'görünür', (b) Korteks uyarısı yarım saniyeden az süreli ise algılanmaz. (c) Yarım saniyeden fazla süreli bir korteksi uyarısı, yarım saniyeden sonra algılanır. (d) Böyle bir korteks uyarısı, daha önceki bir deri uyarısını 'geriye maskeler' ve bu, korteks uyarısından önce deri uyarısının bilincine henüz varılmamış olduğunu gösterir. (e) Korteks uyarısından hemen sonra bir deri uyarımı varsa, deri uyarısının algılaması zamanda geriye alınır, korteks uyarısının bilinçli algılaması alınmaz.

Ancak, algılamalarımızda yaşanan böylesi uzun süreli gecikmelerin ‘farkında’ değilmişiz gibi görünüyoruz. Sanki içimizdeki bir saat yarım saniye kadar geri kalıyormuş gibi, tüm algılamalarımızın ‘gerçek zamandan’ yarım saniye kadar geç gerçekleştiğini düşünmek, belki bu ilginç duruma bir anlam kazandırabilir. Bu durumda, bir olayı, olayın gerçekte meydana geldiği zamandan daima yarım saniye sonra algılıyoruz. Bu, duyusal izlenimlerin tutarlı, fakat rahatsız edici ölçüde gecikmeli, tanımını sunar.

Libet’in ikinci deneyinde; *önce* beyin korteksinin yarım saniyeden fazla süreyle uyarılmaya başlandığı ve bu uyarılma sürerken, daha az süreyle deriye dokunulmasıyla gerçekleştirdiği deneyde varsayımımızı doğrulayan bir şeyler bulabiliriz. Gerek beynin doğrudan uyarılması ve gerekse deriye dokunma yoluyla yapılan uyarı, ayrı ayrı algılanmış olup denek bu ayırımı yapabilmiştir. Ancak, hangi uyarının daha *önce* yapıldığı sorulduğunda denek, aslında beyin uyarısı daha önce olduğu halde, deriye dokunma yoluyla yapılan uyarının birinci uyarı olduğunu söylemiştir. Öyle görünüyor ki denek, deri üzerindeki uyarının algılamasını *zamanda* yarım saniye kadar *geriye* almaktadır (bkz. Şekil 10.6). Ancak, bu gecikme, içten algılanan zamanda basit bir genel ‘hata’ değil, ama olayların zamansal algılanmasında çok daha hassas bir ayarlamadır. Çünkü doğrudan beyne uyarı söz konusu olduğu zaman, algılamanın yarım saniyeyi aşmadığı varsayılırsa, zamanda aynı şekilde bir geriye alma görülmüyor.

Birinci deneyden uslamlamayla çıkaracağımız sonuca göre bilinçli eylem bir ila bir buçuk saniye arasında gerçekleşirken, ikinci deneyden çıkaracağımız sonuca göre dıştan bir uyarının bilinçli algılaması yarım saniye sonra gerçekleşmektedir. Beklenmedik bir dış olaya tepkimizin, bir an için bilinçli düşünme olduğunu varsayalım. Libet’in ulaştığı sonuçlara göre, bilincin devreye sokulması için yarım saniyenin geçmesi gerekir. Sonra, Komhuber’in verilerinin ima ettiği gibi, ‘istemli’ tepkinin gerçekleşmesinden önce bir saniyeden fazla süreye ihtiyaç vardır. Duyumsal girdiden başlayarak hareket girdisine kadar tüm işlem, iki saniye kadar bir süre gerektirmektedir! Her iki deneyin sonuçlan birlikte değerlendirildiği zaman ortaya çıkan sonuç, dış bir etkene birkaç

saniye içerisinde tepki gösterilmesi gerekiyorsa, bilincin bu konuda *hiçbir* katkısının olamayacağıdır!

Bilinçli Algılamada Zamanın Tuhaf Rolü

Bu deneylerin bulgularını oldukları gibi kabul edebilir miyiz? Edebilirsek, bir tepkiyi belirlemek için birkaç saniyeden az sürecek herhangi bir eylemi yerine getirdiğimiz zaman tamamen bir 'robot' (otomaton) gibi davrandığımız sonucuna yönlendiriliriz. Kuşkusuz, bilinç, sinir sisteminin öteki mekanizmalarıyla kıyaslandığında yavaş hareket eden bir mekanizmadır. Tam otomobilimin kapısını kapatırken içerde, yanıma almak istediğim bir eşya gözüme iliştiği zaman, kapıyı kapatmaması için elimin hareketini istemli kontrolümün son derece yavaş olduğu bazen dikkatimi çekmiştir. Fakat bu, bütün bir ya da iki saniye boyunca sürer mi? Böylesi uzun bir süre bana olanaksız görünüyor. Kuşkusuz, arabamın içindeki eşyanın *bilinçli* olarak farkına varmam ve elimi eyleminden vazgeçirmek için düşünsel istemli komut, her iki olaydan bir süre sonra meydana gelmiş olabilirdi. Belki bilinç, oyunun 'yeniden-gösterimini' izleyen bir izleyiciden farksızdır. Elimizdeki bulgulara bakarak, örneğin tenis oynarken -masa tenisi değil kuşkusuz-topa vuruş anında bilincin harekete geçmeye yeterli zamanı olmayabilir. Bu gibi uğraşlarda ustalaşmış kişiler elbette hareketlerinin her ayrıntısını, beyinciğin kontrolünde önceden ve mükemmel bir şekilde programlayacaklardır. Fakat böylesi bilinçliliğin, oyun anında ne tür vuruş yapılması gerektiğine ilişkin bir kararda rol alacağına pek inanmıyorum. Rakibin olası hamlelerine karşı önceden programlanmış hamlelerin yeterli olacağına ve oyun anında *tümüyle* bilinçsizliğe inanmak zor. Basit konularda sohbetlerimizde dahi, karşımızdakinin ne söyleyeceğini kısmen tahmin etsek dahi, çoğu kez beklemediğimiz bir düşüncenin ifade edildiğine tanık oluruz. Aksi halde, karşılıklı konuşmak hiç de gerekli olmazdı! Böyle bir normal sohbet esnasında karşımızdakinin beklenmedik fikrine karşı vereceğimiz yanıta karar vermemiz kuşkusuz birkaç saniyeden fazla sürmez.

Kornhuber'in, bilincin harekete geçmek için 'gerçekte' bir buçuk saniyelik süre gerektirdiğine ilişkin deneysel bulgularından kuşku duymak için belki sebep vardır. Parmağı bükmek kararı ile ilgili EEG kayıtlarının *ortalaması* böyle bir süreyi gösterse de, bazı durumlarda parmağı bükmek kararının çok daha sonra uygulanmak üzere alınmış olması söz konusu olabilirken -çok kez böyle bir eylem kararı bilinçli olarak alınmış olsa bile, uygulanmayabilir- başka bir çok durumda bilinçli karar, parmağı bükmek eyleminden hemen önce alınmış olabilir. (Gerçekten de, daha sonraki deneysel bulgular, bkz. Libet 1987, 1989, Kornhuber'in bulgularınınkinden farklı yorumlara yöneltmiştir. Ne var ki, bilinçliliğin zamanlaması ile ilgili bulgular bizi hâlâ açmazda bırakmaktadır).

Bir an için, her iki deneyin sonuçlarının gerçekte doğru olduklarını kabul edelim. Bu durumda şaşırtıcı bir önerim var: *Zamanla* ilgili olağan fizik kurallarını, bilince uygulamakla hata yapıyor olabiliriz! Zamanın, bilinçli algılamalarımızda rol oynamasında zaten tuhaf olan bir şey var, ve sanırım, bilinçli algılarımızı alışıldık zaman-sıralamalı çerçeveye sokmağa çalıştığımız zaman çok farklı bir kavrama ihtiyacımız olması mümkündür. Bilinçlilik, ne de olsa, zamanın 'akmasını' öngördüğünü bildiğimiz bir olgudur! Çağdaş fiziğin zamanı ele alış tarzı, *uzayı* ele alış tarzından, temelde, farklı değildir[IV] ve fiziksel tanımlanmalarca öngörülen 'zaman' aslında hiç de 'akmaz'; sadece, içine evrenimizin olaylarının yerleştirildiği statik görünüşlü, sabit bir 'uzay-zamana' sahibiz! Yine de, algılamalarımız uyarınca, zaman *akar* (bkz. 7. bölüm). Sanırım burada da yanıltıcı bir şey var, ve algıladığımız gibi (bu ne demek ise) zaman 'gerçekte' tam doğrusal olarak ileriye akmaz. Algıladığımız izlenimine kapıldığımız zamansal sıralama, iddia ediyorum, dışsal fiziksel gerçekliğin zamanda düzgün ilerlemesi bakımından bir anlam taşımaları için algılamalarımıza zorla kabul ettirdiğimiz bir şeydir.

Bazıları, yukarıdaki görüşlerde, felsefe yönünden bir çok 'geçersizlik' bulabilirler -ve kuşkusuz bu suçlamalarında haksız da değillerdir. Gerçekten algıladığı bir şey hakkında insan nasıl 'yanılabilir'? Elbette, *tanımlama* uyarınca, gerçek algılarımız doğrudan farkına vardığımız şeylerdir. Bu nedenle, onlar hakkında yanılamayız. Ancak, (basit bir dille bunu tanımlamayı pek

beceremesem de), sanırım, zamanın ilerlemesi ile ilgili algılarımızda 'yanılıyoruz', ve bu yanılgımızı destekleyen kanıt mevcuttur (bkz. Churchland 1984).

Mozart'ın (s. 149), 'ne kadar uzun olursa olsun' bir müzik yapıtının tümünü 'bir bakışta kavrama' yeteneği bir uç örnektir. Mozart'ın anlatımına göre bu bir 'bakışın', yapıtın tümünün ana temalarını kapsadığını varsamaktayız. Halbuki, bu bilinçli algılama eyleminin, basit fiziksel deyişle sürdüğü gerçek dış zaman-aralığı yapıtın icra edilmesi için geçecek süresiyle hiçbir şekilde kıyaslanamaz. Mozart'ın algılamasını tümüyle farklı bir biçimde, örneğin görsel bir sahne gibi, veya bestenin tümünün notalarını uzaysal olarak yayılmış gibi düşünebiliriz. Bestenin tüm notalarını okumanın bile bir hayli zaman alacağı göz önüne alınırsa, Mozart'ın yapıtlarını ilk kez algılamasının bu biçimde oluşacağı kuşkuludur (yoksa Mozart bunun böyle olduğunu söylerdi!) Görsel bir sahne, Mozart'ın tanımlamalarına daha yakın görünüyor. Fakat (matematiksel imgelemeye yatkın olduğum için bana daha uygun görünse de) müziğin görsel kavramlara doğrudan tercüme edilmesini hiç mümkün görmüyorum. Bence, Mozart'ın müzik yapıtına bir 'göz atışı' salt *müzik* yönünden yorumlanmalı, bir müzik parçasının duyma (veya icra) özelliklerinin içerdiği zaman kavramlarıyla açıklanmalıdır. Müzik, icra edilmesi kesin bir süre gerektiren seslerden oluşur ve bu *süre,* Mozart'ın kendi tanımıyla '... düşgücüm onu duymamı sağlar' şeklinde tanımladığı eylemi gerçekleştirmesi için yeterlidir.

J.S. Bach'ın *Füg Sanatı'nın* son kısmında yer alan füg mezürünü dinleyiniz. Bach'ın müziğinden hoşlanan bir kimse, üçüncü tema başladıktan hemen sonra on dakika süren icra sonrası müzik durduğunda etkisinde kalmaktan kendini alamaz. Müzik, bir bütün olarak, sanki hâlâ 'orada'dır. Bir süre sonra bir anda kaybolur gider. Bach, bu yapıtını tamamlayamadan öldü ve beste de, nasıl sürdürüleceğine dair bestecisinin aklından geçen notasal bir ipucu vermeksizin, tam o noktada bitiyor. Oysa yapıtın başlangıcı, bestecinin kendine güvenini ve konuya hakimiyetini öylesine yansıtıyor ki, Bach'ın, yazmaya başlamadan önce, kompozisyonun tümünün asal öğelerini usunda oluşturmamış olduğu düşünülemez. Bach, usunda, kompozisyonun tümünü, üzerinde zaman zaman değişiklikler, düzeltmeler yaparak, normal icra temposunda tekrar

tekrar çalmış olabilir mi? Yapıtın bu şekilde gerçekleştirildiğini düşünmem olanaksız. Mozart gibi, yapıtını bütünlüğü içerisinde, füg müziği yazımının gerektirdiği sanatsal incelik ve karmaşıklığıyla birlikte, tüm müzikal öğelerini usunda kavramış olmalı. Fakat, müziğin zamansal niteliği, asal öğelerinden birisidir. Müzik, 'gerçek temposunda' icra edilmediği sürece nasıl müzik olabilir?

Bir romanın veya tarihi bir konunun tasarımlanması, buna benzer (görünüşte daha az karmaşık) bir sorun yaratabilir. Bireyin tüm yaşamının anlaşılmasında, doğru değerlendirilmeleri için, 'gerçek zamanda' ussal uygulanmaları gereken çeşitli olayları düşünmek durumundayız. Fakat bu, pek de gerekli görünmüyor. Uzun zaman alan deneyimlerimizin anılarının izleri bile öylesine 'kısalmış' görünür ki, onları kısa bir anımsama anında sanki 'tekrar-yaşayabiliriz'!

Belki, müzik kompozisyonu ile matematiksel düşünce arasında güçlü bir benzerlik vardır. Matematiksel bir kanıt, her adımın bir öncekini izlediği mantıksal bir silsile gibi kabul edilebilir. Fakat, yeni bir savın anlaşılması hiç de böyle gerçekleşir denilemez. Matematiksel bir savın inşasında zorunlu bir evrensellik ve görünüşte belirsiz kavramsal içerik vardır; ve bunun, seri halinde sunulan kanıtı tam anlamıyla değerlendirmek için gerekli süreyle ilişkisi pek azdır.

Öyleyse, bilinç durumunun zamanlamasının ve zamansal ilerlemesinin dış fiziksel gerçekliğe uygun olmadığını varsayalım. Bir ikilemin içine düşmek tehlikesiyle karşılaşmaz mıyız? Hatta, bilinçliliğin etkilerinde, geleceğe yönelik bir izlenimin geçmişteki bir eylemi etkilemesi gibi teleolojik sayılabilecek bir kavramın yer aldığını varsayalım. Kuşkusuz *bu* bizi, 5. Bölümün sonuna doğru (II. cilt, s. 80) yer verdiğimiz tartışmalarımızda ele aldığımız, ve geçersizliğini kanıtladığımız, ışıktan hızlı sinyal gönderme ile ilgili ikilemli dolaylı bildirimler gibi, bir çelişkiye götürecektir. Bilincin gerçekte gerçekleştirdiklerinin savunduğum doğası uyarınca *hiçbir* ikilemin söz konusu olmadığını önermek isterim. Bilincin, özde, gerekli bir gerçeği 'görmek' olduğunu, ve Platon'un ideal matematiksel kavramlarıyla bir tür gerçek teması temsil etmesinin olası olduğunu önerdiğimi anımsayınız. Platon'un dünyasının kendisinin zamansız olduğunu anımsayınız. Platoncu gerçeğin algılanması, bir mesajla iletilebilen 'bilgi' anlamında gerçek bilgi

iletmez ve böyle bir bilinçli algılamanın, zamanda geriye ilerletilmesi gerekse bile, gerçekte bir çelişki yaratması beklenmez!

Fakat, bilincin, zaman ile arasında böyle tuhaf ilişki içerisinde olduğunu ve bir anlamda, dış fiziksel dünya ile zamansız bir şey arasındaki teması temsil ettiğini kabullensek bile, bu durumu, maddesel beynin fiziksel yönden belirli ve zamanda sıralanmış eylemiyle nasıl bağdaştıracağız? Yine, fizik yasalarının normal gidişatına ayak uydurmamız bekleniyorsa, bilincin salt 'izleyici' rolünü sürdürmekten başka yapacağımız bir şey yok gibi görünüyor. Fakat *ben,* bilinç adına bir çeşit etken rol, güçlü bir seçme üstünlüğüne sahip gerçekten güçlü bir rolü savunuyorum. İkilemin, iki kuantum mekaniksel *U* ve *R* sürecinin arasındaki çelişkinin giderilmesinde tuhaf bir etkinliğe sahip CQG ile çözümleneceğine inanıyorum (bkz. s. 63, 80).

(Özel) görelilik kuramıyla tutarlı olmasını sağlamak için uğraş verdiğimizde *R* yönteminin zaman kavramı ile karşılaştığı sorunları anımsayınız (II. cilt, 6. bölüm, s. 168, ve III. cilt 8. bölüm, s. 86). Normal uzay-zaman terimleriyle tanımlandığında *R* süreci hiçbir anlam taşımıyor gibi görünmektedir. Bir parçacık çiftinin kuantum durumunu ele alalım. Böyle bir durum doğal olarak *karşılıklı ilişkili* bir durum olacaktır (yani, |ψ> ve |χ>'in her birisinin parçacıklardan salt birisini temsil ettiği değil, fakat |ψ> |χ> + |α> |ß> + ... + |φ> |σ> gibi toplamını temsil ettiği bir durum). Parçacıklardan birisi üzerinde yapılacak bir gözlem, normal uzay-zaman yönünden özel görelilikle tutarlı tanımlanamayan yerel olmayan bir şekilde öteki parçacığı etkileyecektir (EPR; Einstein-Podolsky-Rosen etkisi). Bu gibi yerel olmayan etkiler, dendritik omurga genişlemesi/daralması ile 'kristalsi' arasında önerdiğim benzetme kapsamında dolaylı olarak yer alacaktır.

Burada 'gözlemi', gözlemlenen her bir parçacığın eyleminin, CQG'ın 'bir graviton' ölçütü gibi bir ölçüte ulaşılıncaya kadar büyültülmesi anlamında yorumluyorum. Daha 'alışılmış' terimlerle açıklandığı zaman, bir 'gözlem' tanımı çok daha belirsizleşir ve beynin sürekli 'kendini gözlediği' varsayılırsa, beynin çalışmasının bir kuantum tanımını yapmağa nasıl başlanabileceğini bilmek zordur!

Öte yandan, kanımca, CQG, bilinçle ilgili görüşlerden hiçbirine bağımlı kalmak zorunda olmayan *nesnel* bir durum vektörü indirgemesinin (R) fizik kuramını sağlayacaktır. Böyle bir kurama henüz sahip değiliz ama, böyle bir kuramın bulunması, en azından, bilincin gerçekte 'ne olduğuna' karar vermek gibi karmaşık problemlerce engellenmeyecektir!

CQG kuramı bulunursa, bu kuram uyarınca bilinç olgusunu aydınlatmanın mümkün olabileceğini öngörüyorum. Gerçekte, CQG kuramının öngörülen özellikleri sayesinde, bir alışıldık uzay-zaman tanımından yukarıda değinilen iki parçacık EPR olgusundan da öte uzaklaşılabileceğine inanıyorum. Önerdiğim gibi, bilinç olgusu olası CQG kuramına bağlı ise, bilinç bugünkü alışıldık uzay-zaman tanımlamalarımızda kendine rahat bir yeri zor bulacaktır!

Sonuç: Bir Çocuğun Görüşü

Bu kitapta, görünüşe göre günümüzün felsefî düşüncesine oldukça egemen bir görüşün, yani düşünce sistemimizin, temelde, çok karmaşık bir bilgisayarın çalışma sistemiyle aynı olduğu görüşünün, geçersizliğini göstermeye yönelik bir çok görüşe yer verdim. Searle'in 'güçlü AI' terimi, burada, bir algoritmanın uygulanmasıyla *bilinçlilik* yaratılabileceğine dair açık bir görüşün bildiriminde kullanılmıştır. 'İşlevselcilik' gibi öteki terimler bazen oldukça daha az kesin açıklamalarda kullanılmıştır.

Bazı okurlar, başlangıçtan bu yana, 'güçlü AI taraftarına' belki de içi saman bir korkuluk gözüyle bakmış olabilir! Salt hesaplama yönteminin zevk veya acı duygusu yaratamayacağı; bir günbatımının şiirselliğini veya güzelliğini veya seslerdeki sihiri algılayamayacağı; ümit edemeyeceği veya sevemeyeceği veya umutsuzluğa düşemeyeceği; gerçek bir bağımsız amaç güdemeyeceği 'açık' değil midir? Ne var ki bilim, hepimizin, tüm ayrıntılarının (sonuçta belki sadece olasılık yönünden olsa dahi) çok kesin matematik yasalarınca yönetilen bir dünyanın yalnızca küçük parçaları olduğumuzu kabul ettirmek uğraşı içinde görünüyor. Tüm hareketlerimizi kontrol eden beynimizin de yine aynı kesin yasalar

tarafından yönetildiği kabul ediliyor. Tüm kesin fiziksel eylemin, aslında, geniş kapsamlı (belki olasılıkçı) hesap işleminin uygulanmasından başka bir şey olmadığı ve bu nedenle beynimizin ve usumuzun salt bu gibi hesap işlemleriyle yorumlanması gerektiği bildiriliyor. Belki, hesap işlemleri, olağanüstü karmaşıklaşırsa, ‘us’ terimiyle özdeşleştirebileceğimiz daha şiirsel ve öznel nitelikler kazanmaya başlayabilirler. Fakat, böyle bir tanımlamada daima bir şeylerin eksik kalması gerektiğine ilişkin rahatsız edici bir duygudan kurtulmak zordur.

Benim savlarımda, herhangi bir yalın matematiksel tanımda eksikliği hissedilen bir asal özelliğin gerçekte var olduğu görüşünü savundum. Aynı zamanda, usumuzun bilinmeyen yönlerinin gün ışığına çıkarılmasında büyük ilerlemelerin yine bilim ve matematik sayesinde gerçekleşeceği umudumu yitirmedim. Burada bir ikilem var gibi görünüyor, ama bir çıkar yol bulunduğunu göstermeye çalıştım. Hesapedilebilirlik, matematiksel kesinlikle aynı şey değildir. Kesin Platoncu matematiksel dünyada isteyebileceğimizden çok gizemlilik ve güzellik vardır, ve bu gizemliliğin büyük bir kısmı, algoritmaların ve hesap işlemlerinin yer aldığı nispeten sınırlı kısmının dışındaki kavramlarda bulunur.

Bilinç, bana göre, öylesine önemli bir olgu ki, karmaşık hesaplamayla ‘rastlantı’ sonucu çağrıştırılan bir kavram olduğuna inanamam. Bilinç, evrenin varoluşunun gerçeğini onun sayesinde anladığımız bir olgudur. Bilinci dikkate almayan yasalarla yönetilen bir evrenin asla bir evren sayılamayacağı ileri sürülebilir. Hatta diyebilirim ki, bir evrenin şimdiye değin yapılmış olan matematiksel tanımları bu ölçütü göz ardı etmek durumunda kalmışlardır. Sadece bilinç olgusu ‘varsayımsal’ bir evreni gerçek varlığına kavuşturabilir!

Bu kitapta yer alan bölümler boyunca yer verdiğim görüşlerden bazıları anlaşılması zor ve karmaşık görünebilir. Bazıları bilerek ve isteyerek spekülatif olmakla birlikte bazılarının spekülatif niteliğinin kaçınılmaz olduğuna inanıyorum. Ancak, teknik ayrıntıların tümünün altını çizen olgu, ussal faaliyetin çoğunun bir bilgisayar işlemiyle ilişkili olmasına karşın, *bilinçli* usun bir bilgisayar gibi çalışmasının olanaksız olduğunun gerçekten ‘açıkça görüldüğü’dür.

Bu, bir çocuğun görebildiği yalın gerçektir. Çocuk, yaşamının ileriki yıllarında, açıkça görülen problemlerin ‘problem sayılamayacağına’, bu tür problemlerin dikkatli uslamlamayla ve tanımların akıllıca seçilmesi suretiyle yok sayılabileceğine zorla inandırılabilir. Çocuklar, daha sonraki yıllarda gerçekten belirsizleşen şeyleri bazen açık seçik görebilirler. ‘Gerçek dünyanın’ uğraşlarının zahmeti omuzlarımıza çöktükçe, çocukken hissettiğimiz merakı çoğu kez yitiririz. Çocuklar erişkinler olarak bizim sormaktan çekindiklerimizi sormaktan çekinmezler. Öldükten sonra çağrışımlarımızın her birine ne olur; doğmadan önce her biri neredeydi; başka birisi olabilir miyiz veya başka birisi miydik; neden algılıyoruz; neden buradayız; içinde var olabildiğimiz bir evren neden var? İçimizden herhangi birinin bilincinin uyanmasıyla, ve kuşkusuz, kendi gerçek bilincimizin uyanmasıyla, -hangi yaratıkta veya varlıkta daha önce uyanırsa- yanıt aranan sorulardır bunlar.

Çocukken bu gibi sorulara yanıt aradığımı anımsıyorum. Belki bilincim birdenbire bir başkasınınki ile yer değiştirmiştir. Her insanın, sadece bu insana ait anıları taşıdığı varsayılırsa, böyle bir şeyin daha önce benim başıma gelmemiş olduğunu nasıl bilebilirim? Böyle bir deneyim ‘alışverişini’ başkasına nasıl açıklayabilirim? Gerçekten bir anlamı var mı bunun? Belki on dakikalık olayları tekrar tekrar yaşıyorum ve her seferinde aynı şeyleri algılıyorum. Belki benim için salt şu an var. Belki yarınki, veya dünkü ‘ben’, tümüyle bağımsız bir bilince sahip gerçekten tamamen farklı bir kişidir. Belki zamanda geriye doğru yaşıyorum ve geçmişe yönelik çağrışımlarım bu nedenle aslında bana geçmişte başımdan ne geçtiğini değil, gelecekte başımdan ne geçeceğini söylüyor. Öyle ki, okulda başımdan geçen sevimsiz bir olay benim için, ne yazık ki, kısa süreyle de olsa karşılaşmam için depolanmıştır. Böyle bir olay ile normal olarak yaşanan zamanın- ilerlemesi arasındaki ayırım, birisi ‘doğru,’ diğeri ‘yanlış’ olacak şekilde gerçekten ‘anlam’ taşır mı? Bu gibi sorulara ilke olarak yanıt verebilmek için, bir bilinç kuramına ihtiyaç vardır. Fakat, kendisi bilinçli olmayan bir varlığa bu gibi problemlerin özünü açıklamaya *başlamak* bile nasıl mümkün olabilir...?

Son Söz

“Nasılsın mı? O... çok ilginç bir soru evladım. Yanıtını ben de bilmek isterim” dedi Tasarım Şefi. “Bakalım dostumuz ne diyecek? Tuhaf... Ultronic ne diyeceğini bilemiyor... Hatta ne sorduğunu bile anlayamıyor.” Salondaki gülüşmeler, kahkahaya dönüştü. Adam çok sıkıldığını hissetti. Ne yaparlarsa yapsınlar ona gülmemeleri gerekirdi.

Açıklamalar

[←I] Böyle bir kitabın yazılması esnasında karşılaşılan sorunlardan birisi “she” veya “he” (dişi/erkek zamirlerin) kullanımıdır. Normal uygulamada olduğu gibi, bundan böyle, soyut kişilerden bahsederken, her ikisini kapsamak üzere, yalnız erkek zamirini (he) kullanacağım. Sorgulayıcıyı “she” zamiri ile ifade ederek cinsiyet ayırımı yapmak amacında olmadığımı, yalnız dişi bir sorgulayıcının, bir erkek sorgulayıcıya kıyasla, gerçek insanla bilgisayarı ayırt etmekte daha duyarlı olabileceğini düşündüğüm için bağışlanacağımı umarım!

[←II] Turing testinde başarılı olmanın püf noktalan ile ilgili görüşlerim hakkında bilerek ve isteyerek suskun kalıyorum. Örneğin, şöyle bir yöntem önerebilirdim: Uzun ve başarısız seanslar ertesi bir bilgisayar, insan deneğin o zamana kadar vermiş olduğu tüm yanıtları bir araya getirdikten sonra, uygun içerikleri rastgele arasına serpiştirerek metnin üzerinden bir kez daha geçebilir. Bir süre sonra, yorgun düşen sorgulayıcımızın özgün soruları da tükenince bilgisayarımız 'kopya çekmek’ yoluyla sorgulayıcıyı aldatmış olur!

[←III] Bu konuda, karmaşıklık teorisinin ve NP problemlerinin tartışıldığı IV. Bölüm’ün sonuna bakınız.

[←1] Bkz. Gardner (1958), Gregory (1981) ve bunlarda yer alan kaynaklar.

[←2] Bkz. Resnikoff ve Wells 51984) s. 181-4. Klasik hesap yöntemleri için bkz. Rouse Ball (1892); Smith (1983).

[←3] Bkz. Gregory (1981), s. 285-7, Grey Walter (1953).

[←4] Bu örnek Delbrück’den (1986) alıntıdır.

[←5] Bkz. O’Connell (1988) ve Kecne’in (1988) makaleleri. Bilgisayarla satranç konusunda daha fazla bilgi için bkz. Levy (1984).

[←6] Kuşkusuz, satranç problemlerinin çoğu insanlar için çözümü zor olacak şekilde tasarımlanmıştır. Çözümü insanlar için aşırı ölçüde zor olmayan fakat günümüzün satranç-problemi çözebilen

bilgisayarlarının bin yılda çözemeyeceği bir satranç problemini hazırlamak çok zor olmasa gerek. (Yapılması gereken, oldukça açık bir plan ve çok sayıda derin hamle hazırlamaktan ibaret olmalı. 200'den fazla hamle -haddinden fazla!- gerektiren, problemler olduğu biliniyor). Böyle bir problem ilginç bir satranç karşılaşması yaratabilir.

[←7] Kitap boyunca Searle'ın terminolojisi olan 'güçlü AI' terimini, bu aşırı görüşün, özünü en iyi yansıttığı için kullanmayı yeğledim. 'Fonksiyonalizm' terimi de aynı görüş için sıkça kullanılmakla birlikte her zaman tam anlamı veremiyor. Söz konusu görüşü ileri sürenlerden bazıları Minsky (1968), Podor (1983), Hofstadter (1979) ve Moravec'dir (1985).

[←8] İddia ile ilgili olarak bkz. Searle (1987), s. 211.

[←9] Searle'ın 'The Mind's I' da tekrar basılan ilk raporunu eleştirirken Douglas Hofstadter, hiçbir insanın başka bir insanın usunu, son derece karmaşık olması nedeniyle, anlaşılabilir bir 'öz analizini" yapamayacağından yakınmaktadır. Gerçekten de yapılamaz! Fakat bence içselleştirmenin gerçekleştirilmesi asıl amaç değildir. Algoritmanın, bir ussal olayın cisimleştirilmesi ile ilgili kısmıyla ilgilenmek yeterlidir. Bu, bir Turing testi sorusunun yanıtlanması esnasında bir anlık "bilinçli kavrama" olabileceği gibi daha basit bir yöntem de olabilir. Böylesi herhangi bir ussal olay, neden son derece karmaşık bir algoritmayı gerektirsin?

[←10] Bkz. s. 368, 372, Searle'ın (1980), Hofstadter ve Dennett'teki (1981) makalesi.

[←11] Bu konuda bilgi sahibi bazı okurlar, bazı işaretlerin farklı olmasından yakınabilirler. Bu (tartışılabilir) fark bile, elektronlardan birini 360° çevirirsek, kaybolacaktır (Açıklama için bkz. VI. Bölüm).

[←12] Bkz. Hofstadter ve Dennett'e Giriş (1981).

Açıklamalar

[←I] Gerçekte, Turing ilk tanımlamalarında bantın üzerinde karmaşık işaretlerin bulunduğunu varsaymıştır ama bu gerçekten fark etmez. Karmaşık işaretler, işaret/ara şeklinde daima kesik şekle dönüştürülebilir. Bundan öteye Turing'in özgün komutlarında bazı ufak tefek değişiklikler daha yapacağım.

[←II] Bu bölümde yapılan tanımlamalar çerçevesinde 'atış şeması", makineden çok dışsal çevrenin yani 'bantın' bir parçası kabul edilir. Bant üzerinde temsil edilen A, B, A-B, vs. gerçek sayılardır. Ancak, makinenin doğrusal bir-boyutlu formunu da, gelecek bölümlerde tanımlamak isteyeceğiz. Daha sonra göreceğimiz gibi, evrensel Turing makinesi ile ilgili olarak, özel bir 'cihazın' ayrıntılı tanımı ile belirli bir cihazın olası 'verileri'nin (veya 'programı') tanımı arasında çok yakın bir ilişki vardır. Bu nedenle, bunların her ikisini bir-boyutlu formda ele almak, kolay tanımlanmalarını sağlayacaktır.

[←III] Doğal sayılar deyimiyle 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,... sayılarını kastettiğimizi hatırlayın. Fermat teoremindeki (xw + yw = zw) x, y, z > 0, w > 2) ifadesi yerine 'x + 1' ve 'w +3', vs. ifadelerinin kullanılmamasının sebebi, x, w, vs. için sıfırdan başlayarak tüm doğal sayıları dikkate almamızdır.

[←IV] 2, 3, 5, 7,11, 13, 17,... gibi asal sayıların yalnız kendilerine bölünebilir sayılar olduğunu hatırlayınız. Ne 0, ne de 1 asal sayı kabul edilmez.

[←V] Burada reductio ad absurdum, (olmayana ergi) olarak tanınan bir matematik yöntemi kullanılmaktadır: Önce kanıtlanmak istenenin yanlış olduğu düşünülür ve bundan çıkan çelişki nedeniyle sonucun aslında doğru olduğu kanıtlanır.

[←VI] Gerçekte, n'e uygulanan Turing makinesi Tn(n) olarak ifade etmemizi sağladığı için, işlemin en zor kısmı U evrensel Turing makinesinin inşasıyla gerçekleştirilmiştir.

[←VII] Daha alışık olduğumuz bir ifadeyle, örneğin a = b (c) olarak yazabilirdik ama parantezler gerçekten gerekli değildir; (fp) q ve ((fp)q) r yerine, sırasıyla, (f(p)) (q) ve ((f(p)) (q)) (r) gibi son derece zahmetli formüllerden kaçınmak için parantezlerden kurtulmaya alışmakta yarar var.

[←1] Sıfırı, ‘doğal sayılar’ arasına alan modern terminolojiyi kullanıyorum.

[←2] Matematikçilerin çok iyi bildiği gibi, konumuz açısından pek uygun olmasa da, ikili, üçlü, vb. sayı gruplarını tek bir sayı gibi kodlamanın çeşitli yollan vardır. Örneğin, $1/2\ (a + b)^2 + 3\ a + b)$ formülü a, b doğal sayı çiftini tek bir doğal sayıyla tam olarak belirler. Deneyin!

[←3] Sayı (veya komut, vs.) dizgelerine başlanacağını göstermek için herhangi bir işaret kullanmaya gerek duymadım. İlk 1 ile karşılaşıldığında işlem başlayacağı için girdi açısından bu gerekli değildir. Ancak, ilk 1’e ulaşıncaya kadar (en solda) önceden bir elemanın çıktı bantı üzerinde ne kadar uzağa gidebileceği tahmin edilemiyebileceği için, çıktı açısından böyle bir işaret gerekebilir. Sola doğru hareketlenen uzun bir O’lar dizisine rastlansa bile bu, daha 1’leride bir 1’e rastlanmayacağının garantisi olamaz. Bu konuda çeşitli görüşler benimsenebilir. Bunlardan birisi, çıktıyı tümüyle başlatmak için (örneğin, büzülüm yönteminde 6 ile kodlanmış) özel bir işaretin kullanılmasıdır. Fakat basitlik endişesiyle, tanımlamalarımda daha farklı bir yaklaşım uygulayacağım: bantın ne kadarının cihaz tarafından incelendiği daima ‘bilinir’ (yani bir tür ‘iz’ bıraktığım düşleyebiliriz); böylece, ilke olarak, çıktının tümünün incelenip incelenmediğini anlamak için sonsuz uzun bantın tümünü incelemek gerekmez.

[←4] İki bantın üzerindeki bilgileri kodlamanın bir yolu, ikisi arasında bir ara bant bırakmaktır. Böylece, ara bant üzerindeki tek-sayılı işaretler birinci bant üzerindeki işaretleri gösterirken, çift-sayılar

da ikinci bant üzerindeki işaretleri gösterecektir. Benzer bir sistem üç veya daha fazla banta uygulanabilir. Bu yöntemin ‘elverişsizliği’, okuma cihazının bant boyunca durmadan ileri/geri hareket ederek izini belli etmek için bantın çift ve tek taraflarında işaretler bırakmasıdır.

[←5] Bu yöntem yalnız, işaretli bir bantın doğal bir sayı gibi yorumlandığı durama uygulanır. EUC veya XN + 1 gibi özel Turing makinelerimizin sayılarım değiştirmez.

[←6] ***T_n*** doğru şekilde tanımlanmadığı takdirde ***U,*** n’in ikilik ifadesinde dörtten fazla 1’den oluşan ilk diziye ulaşılır ulaşılmaz ***n*** sayısı sona ermiş gibi işleme devam edecektir. Dizinin geriye kalan kısmını ***m*** ile ilgili bantın bir kısmı gibi okuyacak, böylece anlamsız işlem yapmayı sürdürecektir! İstenirse bu durum, n’in açılmış ikilik sistemde ifade edilmesini sağlamak suretiyle önlenebilir. Zavallı ***U*** evrensel Turing makinesinin U'nun tanımım daha fazla karmaşıklaştırmamak için bunu yapmamayı tercih ettim!

[←7] u’nun ikilik sisteme dayalı tanımından onluk sisteme dayalı şeklini çıkardığı için David Deutsch’a minnettarım, u’un bu ikilik değerinin gerçekte bir evrensel Turing makinesi ürettiğim doğrulamak için yaptığı çalışma için de kendisine minnettarım. u’un ikilik sisteme göre değeri aşağıdaki gibidir:

```
10000000010111010011010001001010101101000110100010100000110101001101000101
01001011010000110100010100101011010010011101001010010010111010100011101010
10010010101110101010011010001010001010110100000110100100000101011010001001
11010010100001010111010010001110100101010000101110100101001101000010000111
010100001110101000010010011101000101010110101001010110100000011010101001011
010010010001101000000001101000000011101010010101010111010000100111010010101
01010101011101000010101011101000010100010111010001010011010010000101001101
00101001001101001000101101010001011101001001010111010010100011101010010100
1001110101010100001101001010101011101010010001011101010000101110101000100110
```

1010101010001011010010101001001011010100100101110101010010101110101001010 0
11010101000011101000100100101011101010100101011101010100000111010100100000
11010101010010111010100101011010001001000111010000000111010010100101010101
11010010100100101011101000001010111010000100011101000001010100111010000101
00111010000010001011101000100001110100001001010011101000100001011010001010
01011101000101001011010010000010110100010101001001101000101010101110100100
00011101001001010101011101010101001101001000101011010010010010110100000001
01101000001000110100000100101101000000000110100101000101110100101010001101
00101001010110100000100111010010101001011010010011101010000000101011101010 0
00001101010100010101011010010101011010100001010111010100100101011101010001
00101101010010000101110100000011101010010001011010100101001101010100010111
01010010100101110101010000010111010101000001011101000000111010101000010101
11010010101011010101000010111010100010101011101010100100101110101010100001
11010100000001110100100100001101001001000101101010101010011101000000001011
01001000011010101010100101110100100001101001000101010111010000100011101000
10000111010000110100000000101101000001001011101010100101010110100010001001 0
11101000001001110101010011010000010101011010000100001110100100001000111010
10101010100111010000100100111010001001000011101000010100101101000010100001
11010101010101011101000100100110100010010011010100101001011101000100010101
11010000000111010001001001011101001101001001000010110101010100110100010100
01011101000011010100001000101101010011010101001010010111010101001101001001 0
10111010011010010000010110100010101010001110100100001010110100000010011010
01000100101110100100001101010000010010111010010010100110100100101010110100
11010010010100101101001101001010000010110100100000111010100100110101010100
00101110100101000010111010010101010111010100010010110100100111010010101000
10111010001001110101000010110100100111010010101010101110100100011101001010
10100101110100100011101010000010101011100110101000001011010010011101010000
00101110100101101010000010101101001010010111010100001001011101000011010100
01000010110101001101010001000101101010101001011101010001010010110100010101
01011101001000010101101010001011101010010010101011101010100100101110101000
11101010001110101001001001011101010001110101001010001011101010001011101010
00010010111010100011101000101000101110100101001011101010010101001011101001
01010101010110101000010101010110100001001110100001010101010111010101000101
01110101010001010111010000000111010101000100101110100000011101010100100010 1
11010100000011010100001011010000001110100100000010111010100011101010010001
01011101010011010101010001010111010000011010101010010101011010000001001101 0
10101001001110101001101010101001001011010100110100100100111010000011010101
01010010101101010001001101000101001010101110100000110101010101010010110100
01000111010001010101010101101000100011101000010101110100010010000111010011
01000000001001110100000010010111010001000101001110100000010010111010010101 0
10100101101000010101010111010001001010010111010000010001011101010100101101
00010001001110100000100101011101000000101010110100001000111001111010000100
00011101000010010011101000001010010111010000010100101101000010001010111010
00010001001101000100001110101111010000100100101110100001001001011101000000
01010111010000101010001101000100101110100001000001110100001001110100010000
01011101010100101101000100000101110100001010101011101000000101010111010001
00001010111010001000010101110100100000111010100100100110100000010101110100

```
0100010010111010101000011101010010101101001010101000011010000010100110100
0000111010000010010011101001011010010001010010110101010011010001010010010
1010101001101000101010001011001101010010010111010101001101000101010101011
0110101000101010110011010010001010101011101000100011101001001010101010110
0010100101000110100100000010111010000011010101001010101011010010101011010
1000100010111010001010101101010000010101101000100000110100100010101101000
1001110101001010101010111010010110100100100010101100110100100100101010111
1001101001001001010110100101101001001001001011010010110100100101000101100
1010010010100101011101000101011101001001011100110100100101010010111001101
0101000101010111010001000111010000101001011010010100010111010010100010101
0100010011101001010001001011101000100111010010100100010111001101001000100
1110100010011101001010010101011100110100101000001110011010101010101101000
0001110100101010010101011101001000111010010101001010111001101000010100100
1001101010000011010000000111010010101010010101110011010100010000110100000
0111010001001010101011101000100011101010101010101010110100001001110100100
1001010111010010101000100110101000000010110100100111010100001010111010010
0011010100000001011010010001110101001001011101000011010100001010101101010
0101110101000010100101110101000101110101000101010101110011010100010101101
00011010100010010 10
```

Evinde yeterli kapasitede bilgisayarı olan ve yeni şeyleri denemekten hoşlanan girişimci okurlarım, metinde verilen tanımlamaları kullanarak, yukarıdaki kodu çeşitli ve basit Turing makinesi sayılarına uygulayarak, söz konusu kodun gerçekten bir evrensel Turing makinesi'nin uygulanmasını verdiğini kontrol edebilirler!

Bir Turing makinesi için farklı bir tanım uygulayarak u'nun değerini azaltmak mümkün olabilirdi. Örneğin, STOP komutunu kaldırır ve yerine, makinenin içinde bulunduğu bir içsel durumdan sonra 0 içsel durumuna her girişinde durmasını sağlayan bir kural konulabilir. Bu yöntemle pek başarılı sonuç alınamaz (belki hiç sonuç alınamaz). Amacımız için en iyi sonuç, bantları 0 veya 1 dışında işaretlerle işaretlemekle alınabilir. Görünüşte çok kısa kodlamalı evrensel Turing makineleri literatürde tanımlanmış olmakla birlikte bu kısalık yanıltıcıdır, çünkü genel olarak Turing makineleri son derece karmaşık kodlama sistemlerine bağımlıdırlar.

[←8] Bu ünlü sav ile ilgili teknik olmayan konular için, bkz. Devlin (1988).

[←9] Yukarıdaki yöntemi tekrar tekrar uygulamak suretiyle bu geliştirilmiş algoritmayı da kuşkusuz alt edebilirdik. Elde edeceğimiz bilgiyi, algoritmamızı daha da geliştirmek için kullanabilirdik; fakat, yeniden geliştirilen bu algoritmanın da üstesinden gelebilirdik ve bu

böylece sürüp giderdi. Bu tekrarlayıcı yöntemin bizi hangi noktaya götüreceği Gödel’in teoremi çerçevesinde ele alınacaktır. (Bölüm IV)

Açıklamalar

[←1] Bkz. Mandelbrot (1986). Mandelbrot sisteminin ilginç renkli resimlerinin de yer aldığı Peitgen ve Richter'den (1986) uyarlayarak yaptığım alıntılar. Daha ilginç şekiller için bkz. Peitgen and Saupe (1988).

[←2] Bildiğim kadarıyla, herhangi bir reel sayı için, ondalık açılımındaki n'inci hanenin gerçekte ne olduğunu saptamak konusunda daima bir çeşit kural olması görüşü alışılmamış olmasına karşın tutarlı bir görüştür. Ancak, böyle bir kural, önceden tasarımlanmış biçimsel bir sistemde etkili ya da hatta tanımlanabilir olmayabilir (bkz. IV. Bölüm). Umarım tutarlıdır, çünkü bu görüşe bağlı kalmak arzusundayım.

[←3] Bu kümeyle ilk kez kimin karşılaştığı tartışma konusu olmuştur (bkz. Brooks and Matelski 1981, Mandelbrot 1989); oysa, böyle bir tartışmanın başlatılmış olması dahi, kümenin bulunuşunun bir icaddan çok bir keşfe benzediği görüşüne daha fazla destek sağlar.

[←I] Gerçekte, sıfır yıl kullanılmadığı için, tarihlerle ilgili normal uygulamalarda buna gereğince uyulmaz.

[←II] 10^{20} ile 1'den sonra 20 adet sıfır konarak bulunan 100000000000000000000 sayısı gösterilir.

[←III] e = 2.7182818285, ... sayısı (doğal logaritmaların temeli, ve n sayısının önemi ile kıyaslanabilir matematiksel öneme sahip irrasyonel bir sayı), e = 1 + 1/1 + 1/(1 x 2) + 1/(1 x 2 x 3)+... olarak tanımlanır; ez'nin anlamı, e'nin z'nci kuvveti olup, aşağıdaki bağıntı sağlanır:

$e^z = 1 + z\ 1 + 2^z\ (1 \times 2) + z^1\ (1 \times 2 \times 3) + ...$

[←IV] 'Topolojik' sözcüğü, bazen 'esnek yüzey geometrisi' olarak da anılan bir tür geometri kapsamında kullanılmıştır; bu geometride

gerçek uzaklıklar önemli olmayıp, nesnelerin yalnızca süreklilik özellikleri dikkate alınır.

[←V] Kısmen, Scipione del Ferro ve Tartaglia tarafından daha önce yazılan kitaba dayanır.

[←VI] Tanınmış Arjantinli yazar Jorge Luis Borges'in sözleriyle "... ünlü bir ozan bir mucidden ziyade bir kâşiftir." önemli yapıtları, daha rastgele, daha 'dünyevi' özelliktedir. Aynı şekilde, basit, umulmadık bir fikrin uygulanmasıyla gayet ekonomik olarak gerçekleştirilen bir mühendislik yapıtı da bir icatdan çok bir keşif olarak nitelenebilir.

Açıklamalar

[←1] Elemanları da küme olan kümeleri incelerken, kümenin elemanları ile yine aynı kümenin elemanlarının elemanlarını ayırt etmekte dikkatli olmalıyız. Örneğin S, belirli bir başka ***T*** kümesinin boş olmayan alt-kümelerinin bir kümesi olsun. Diyelim ki T'nin elemanları bir elma ile bir portakaldır. ***T*** kümesinin özelliği 'üçlük' değil 'ikilik' olmasına karşın S kümesi 'üçlük' özelliğine sahiptir, çünkü S kümesinin üç elemanı; yalnız bir elma içeren bir küme, yalnız bir portakal içeren bir küme, ve bir elma ile bir portakal içeren bir küme, yani toplam üç kümedir, bunlar ***S*** kümesinin üç elemanını oluşturur. Aynı şekilde, boş kümeden oluşan tek elemanlı kümenin özelliği de 'sıfırlık' değil 'birlik'dir, çünkü boş kümeden oluşan bir elemana sahiptir! Boş kümenin kendisi ise doğa) olarak sıfir elemana sahiptir.

[←2] Gerçekte, Gödel'in teoreminin uslamlaması, $\boldsymbol{P_k(k)}$ gibi önermelerin tamamen dışsal 'doğruluk' kavramına bağımlı olmayacakları biçimde sunulabilir. Ancak, yine de, bazı simgelerin gerçek 'anlamı'nın yorumuna bağlıdırlar: Özellikle, ... şartını sağlayan (doğal sayı) yoktur anlamını, taşıyan - ∃ örneğinde olduğu gibi.

[←3] Aşağıdaki örneklerde, küçük harfler doğal sayıları, büyük harfler ise doğal sayıların sonlu kümelerini temsil etmektedir; m → *[(n,* ***k, r)]*** şu ifadeyi göstersin: "X = (0,1,..., m) ise' k-elemanlı alt-kümelerinden her biri r adet kutuya dağıtılırsa, en azından n-elemana sahip öyle bir 'büyük' Y alt-kümesi vardır ki, Y'nin tüm k-elemanlı alt-kümeleri aynı kutuya girer." Burada 'büyük'; ***Y*** kümesinin, Y'nin en küçük elemanı olan doğal sayıdan daha fazla sayıda elemana sahip olması anlamındadır.

Şu önermeyi ele alalım: '*k* ***r,*** ve ***n*** seçeneklerinden herhangi biri için öyle bir m„ sayısı vardır ki, m_0'dan büyük tüm m'ler için, ***m*** → [***n, k,*** r] bildirimi daima doğrudur.' Bu önermenin, J. Paris ve L. Harrington (1977) tarafından, standart (Peano) aritmetik aksiyomları ile ilgili Gödel-tipi önermeye eşdeğer olduğu gösterilmiştir. Aksiyomlarla kanıtlanamayan fakat 'doğruluğu açıkça belli' bir

önermedir (Aksiyomlardan türetilebilen önermelerin kendileri de doğrudur).

[←4] Yazının başlığı ‘sıral sayılarına dayalı mantık sistemleri’ olup, bazı okuyuculara, dipnotlarda kullanmakta olduğum Cantor’un sıral sayılar yazılımı yabancı gelmeyecektir. Yukarıda tanımladığım yöntemle elde edilen mantık sistemlerinin öncelik sırası, hesaplanabilir sıral sayılarıyla gösterilir.

Bazı matematik teoremleri oldukça doğaldır ve açıklanmaları kolaydır. Standart (Peano) aritmetik kurallarını kullanarak bunları ispatlamaya çalışılırsa, ‘Gödelleştirme’ yönteminin son derece büyük bir ölçüde (yukarıda özetlediğim sınırlarının çok ötesine çıkarak) kullanılması gerekir. Bu teoremlerin matematiksel kanıtları, normal matematiksel teoremin yöntemlerinin dışında gibi görünen herhangi bir belirsiz veya sorgulanabilir uslamlamaya bağımlı türden hiç değildir. Bkz. Smorynski (1983).

[←5] III. Bölüm, s 101’de değinilen süreklilik kuramı ($C = N_1$), burada karşılaştığımız en ‘aşırı’ matematik bildirimdir (yine de çok daha aşırı bildirimlerle çoğu kez karşılaşılabilir). Süreklilik varsayımı ilginçtir de, çünkü Gödel, Paul J. Cohen ile birlikte, bu varsayımının gerçekte, standart aksiyomlardan ve küme teorisinin yöntem kurallarından bağımsız olduğunu göstermiştir. Bu nedenle, süreklilik varsayımına yaklaşımımız, formalist ve Platonist görüşler arasında ayıran yapmamızı gerektirir. Bir formaliste göre bu varsayım 'karar verilemez’ bir varsayımdır çünkü standart (Zermelo-Frankel) formel sistem kullanılarak ne kanıtlanabilir ne de çürütülebilir, ve ‘doğru’ veya 'yanlış’ olarak nitelemek de ‘anlamsızdır’. Ancak, iyi bir Platoniste göre bu varsayım, ya doğru veya yanlıştır ama hangisinin geçerli olduğunu kanıtlamak için yeni uslamlama yöntemlerine, Zermelo-Frankel formel sistemi için Gödel’in önermelerini kullanan yöntemlerin ötesinde yöntemlere ihtiyaç vardır (Cohen (1966), süreklilik varsayımını ‘açıkça yanlış’ olarak niteleyen bir düşünce ilkesi önermiştir).

[←6] Bu konuların daha canlı ve oldukça teknik-dışı anlatma için bkz. Rucker (1984).

[←7] Brouwer, topoloji ile ilgili 'Brouwer değişmez nokta teoremi’ adındaki kendi teoreminin kanıtındaki ‘inşa edilemezlik’ endişesiyle

bu düşünce çizgisine girmiş olabilir.

Teoreminin ana savı şöyledir: Bir diski, yani iç kısmıyla birlikte bir çemberi, alırsanız ve onu, başlangıçta yer aldığı bölgenin içinde sürekli hareket ettirirseniz, diskin en az bir noktası -sabit noktası- ilk başladığı yerde değişmeden kalacaktır. Bu noktanın tam olarak nerede bulunduğu veya buna benzer başka birçok noktanın bulunup bulunmayacağı hakkında bir fikriniz olmasa bile, Brouwer'in teoreminin savunduğu yalnızca böyle bir noktanın varolduğudur (Matematiksel varoluş teoremlerinin çoğu gibi bu teorem de aslında oldukça 'yapıcı' bir teorem. İnşa-edilmezlik teoremlerinin yanı sıra, 'Seçenek Aksiyomu' veya 'Zornlemması' olarak tanınan alt-teoremlere dayalı varoluş teoremleri vardır (bkz. Cohen 1966, Rucker 1984), Brouwer'in teoreminde karşılaşılan soru şu soruyla kıyaslanabilir: f, hem artı hem eksi değer alan bir reel değişkenin reel-değerlendirilmiş fonksiyonu ise, f'in nerede sıfır değerleri aldığını bulun. Normal yöntemde, fin işaret değiştirdiği ara bölgenin tekrar tekrar ikiye ayrılması söz konusudur ama bu işlem, Brouwer'in öngördüğü anlamda, ara değerlerin artı, eksi veya sıfır olup olmadığına karar verecek ölçüde 'yapıcı' olmayabilir.

[←8] Kümeleri ***v**, w, x, ... z)* olarak numaralarız; burada v, herhangi bir leksikografik sisteme göre f fonksiyonunu temsil eder. Her aşamada *f(w, x,* ..., z) = 0 olup olmadığını kontrol ederiz ve kontrolümüz olumlu sonuç verirse ∃ *w, x, ... z [f(w, x, ... z)* = 0] önermesini alıkoyarız.

[←9] Geçenlerde Leonore Blum (bu kitabın ciltli ilk baskısındaki görüşlerimden etkilenmiş olarak) beni aradı ve Mandelbrot kümesinin (tümleyen küme) benim kitabın metninde savunduğum ve aşağıda 10. açıklamada değindiğim bağlamda, gerçekten yinelenemez olduğunu kanıtladığım bildirdi.

[←10] Reel sayıların, alışıldık reel-değerli fonksiyonların hesaplanabilirliği (doğal sayıların doğal sayı değerli fonksiyonlarından farklı olarak) ile ilgili yeni bir teori vardır. Blum, Shub ve Smale (1989) tarafından önerilen teoremin ayrıntıları hakkında henüz bilgi edindim. Bu teori kompleks-değerli fonksiyonlara da uygulanabilir olup, kitabın metninde ele alman konularla önemli bir ilişkisi olabilir.

[←11] Bu problem daha doğru olarak 'yarı-gruplar için sözcük problemi' olarak anılır. Seçme kurallarının biraz farklı olduğu başka sözcük problemleri vardır ama bunlar konumuzun dışındadır.

[←12] Hanf (1974) ve Myers (1974), düzlemi yalnız ***hesaplanamaz*** şekilde kaplayan tek bir kümenin (çok sayıda karodan oluşan) var olduğunu göstermişlerdir.

[←13] Aslında, biraz beceriyle, hâlâ P'de bulunan bir büyük ***n*** sayısı için ***n*** log ***n*** log log ***n*** gibi bir sıralamayla aşamaların sayısı azaltılabilir. Bkz. Khuth (1981).

[←14] Daha doğrusu, ***P, NP*** ve tam-NP sınıfları yalnız evet/hayır tipi problemler için tanımlanmıştır (örneğin, ***a, b*** ve ***c*** verildiğinde, ***a*** x b = ***c*** doğru mudur? gibi sorular); fakat, metinde verilen tanımlamalar, amacımız için yeterlidir.

[←15] Kesinlikle bir evet/hayır versiyonuna ihtiyacımız var: Örneğin, seyyar satıcı için şundan daha kısa bir yol var mıdır?

[←I] Bir kümenin anlamı, bir bütün olarak ele alınabilen şeyler -fiziksel nesneler veya matematiksel kavramlar- topluluğudur. Matematikte, bir kümenin elemanları, çoğu kez, kümenin başka kümeleri oluşturacak şekilde bir araya gelebildiği için, kümelerin bizzat kendileridir. Böylece kümelerin kümeleri, kümelerin kümelerinin kümeleri, vs. şeklinde düşünülebilir.

[←II] Russell'ın paradoksunu basit ve eğlenceli bir örnekle açıklamak mümkün: Bir kütüphanede iki katalog bulunduğunu düşünün. Bunlardan bir tanesi, kütüphanedeki tüm kitapların, tabii bu arada kendilerinin de adlarını içerirken diğeri, kendilerinden başka tüm kitapların adını içeriyor. Hangi katalogun listesinde ikinci katalogun adı yer alır?

[←III] Fermat'ın teoreminin tamamı F'nin doğruluğu hâlâ bilinmemekle birlikte, G(0), G(1), G(2), G(3)... gibi tekil önermelerin doğrulukları yaklaşık G(125000)'e kadar bilinmektedir. Başka bir deyişle, 125000'ci kuvvetlerin karşılığı bildirime kadar hiçbir küp, artı küplerin toplamı olamaz, hiçbir dördüncü kuvvet, dördüncü kuvvetlerin toplamı olamaz, vb. (Kitabın yazıldığı tarih olan 1989'dan sonra Fermat teoreminin kanıtı verilmiştir. ç.n.)

[←IV] Leksikografik sıralamayı, k + 1 için, formel sistemin çeşitli simgelerini, asla kullanılmayan yeni bir 'sıfır'la birlikte kullanarak k+1 tabanında yazılan doğal sayıların normal sıralaması olarak düşünebiliriz (Yeni sıfırın asla kullanılmaması sorunu, sıfırla başlayan sayıların yeni sıfırın atılmasıyla aynı olmasından kaynaklanır). Dokuz simgeli dizilerin basit leksikografik sıralaması, sıfırsız normal onlu sistemde yazılabilen doğal sayıların sıralanmasıdır: 1, 2, 3, 4, ... 8, 9, 11, 12,..., 19, 21, 22,..., 99, 111,112....., ...

[←V] 'Kümeler' ve 'sınıflar' arasında bir ayrım yapılmaktadır. Kümelerin biraraya gelerek diğer kümeleri veya sınıfları oluşturmasına izin verilirken sınıfların 'büyük' olmaları nedeniyle bu şekilde daha büyük koleksiyonları oluşturmadıkları kabul edilmektedir. Ancak, bir eleman koleksiyonunun ne zaman küme, ne zaman sınıf sayılacağı konusunda bir kural getirilememektedir.

[←VI] Sezgicilik, insan düşüncesini yansıttığı düşünüldüğü için bu adla anılır.

[←VII] Nitekim bu teoremin doğruluğu 1993'de İngiliz matematikçisi A. Wiles tarafından kanıtlanmış ve kanıtın doğruluğu genel kabul görmüştür (ç.n.)

[←VIII] Bu tür şanssız olasılıkların meydana gelmesine izin vermek gerekir; böylece herhangi bir algoritmik işlemi tanımlamak şansına sahip olabiliriz. Turing makinelerinin genel tanımını yapabilmek için, aslında hiç durmayan Turing makinelerine hoşgörüyle baktığımızı anımsayınız.

[←IX] Kanıt, duruncaya kadar çalışan makinenin hareketini yansıtacak aşamalar silsilesinden oluşabilirdi. Makine durur durmaz kanıt tamamlanmış olurdu.

[←X] Bu, daha önce değinilen Hilbert'in onuncu problemini, olumsuz olarak yanıtlar (Bkz. Devlin 1988). Burada, değişkenlerin adedi sınırlanmamıştır. Ancak, bu algoritmik olmayan özelliğin kanıtlanması için dokuz adetten fazlasına gerek olmadığı bilinmektedir.

[←XI] Aslında Hao Wang biraz daha farklı bir soru tasarlamıştı: Kare karolar dönmeden, birbirine uygun renkte kenarlara sahip olacaktı. Fakat bu fark bizim için burada önemli değil.

[←XII] Bir ‘polinom’ aslında $7n^4 - 3n^3 + 6n + 15$ gibi çok daha genel bir bildirimi gösterirse de, sayıların sabit katları bize daha fazla genelleştirme yapmak olanağı sağlıyor. Bu gibi bildirimlerde, n’in daha düşük kuvvetlerini kapsayan tüm terimler, n sayısı büyüdükçe önemsizleşir. Bu nedenle, örnekte $7n^4$ dışındaki terimleri dikkate almayabiliriz.

Açıklamalar

[←1]

Newton'un tasarımından ayrılan tüm yerleşik görüşlerin, temelde, ışığın davranışı ile ilgilenmeleri gerçekten çarpıcı bir olgudur. Birincisi, Maxwell'in elektromanyetik kuramının kütleden ayrık enerji taşıyan alanları var. İkincisi, daha sonra göreceğimiz gibi, ışık hızının Einstein'ın özel göreliliğinde oynadığı son derece önemli rol var. Üçüncüsü, Newton'un evrensel çekim kuramından minik sapmalar var ki Einstein'ın genel göreliliğine göre bu gibi sapmalar, sadece hızlar ışığın hızıyla kıyaslanacak kadar büyük olduklarında önem kazanırlar. (Işığın Güneş tarafından saptırılması, Merkür'ün hareketi, ışığınkiyle kıyaslandığında kara deliklerden kaçış hızı, vb.) Dördüncüsü, ilk kez ışığın davranışında gözlemlenen kuantum mekaniksel dalga-parçacık ikiliği var. Son olarak, ışık ve yüklü parçacıkların kuantumlu alan kuramı olan kuantum elektrodinamiği var. Dünyayı tasarımladığı resimle ilgili derin problemlerin, ışığın gizemli davranışında gizli olduğunu Newton'un kendisi bile kabul ederdi şeklinde bir spekülasyon oldukça mantıklı bence. Bkz. Newton (1730; ve Penrose 1987a).

[←2]

Sınıflandırmaya almadığım iyi tanımlanmış muhteşem bir fizik kuramı var: Carnot'un, Maxwell'in, Kelvin'in, Boltzmann'ın ve diğerlerinin termodinamik kuramı. Okurlarımın bazıları bu kuramın sınıflandırmamda niçin olmadığım merak edebilirler ama bunu kasten yaptım. 7. Bölümde açıklayacağım nedenlerle, bugünkü haliyle termodinamiği, ÜSTÜN kategorisine dahil etmek içimden gelmedi. Ancak, böylesine güzel ve temel nitelikteki düşünceler bütününü, YARARLI gibi daha alt bir kategoriye dahil etmeğe kalkışsam bir çok fizikçi bunu, kutsal şeylere saygısızlık olarak kabul edebilirdi. Bence, termodinamik, adından da anlaşıldığı gibi, bir sistemin bireysel bileşenlerine değil sadece ortalamalara, kısmen, başka kuramlardan uslamlamayla varılmış sonuçlara dayalı olup, burada benim kastettiğim anlamda tam bir fizik kuramı değildir. (İstatistiksel mekaniğin matematiksel çerçevesi için de aynı yaklaşım söz konusudur). Problemden kaçınmak için bu özürün arkasına saklanıyorum ve konuyu sınıflandırma kapsamının tümüyle dışında

bırakıyorum. 7. Bölümde göreceğimiz gibi, termodinamikle, yukarıda değindiğim YARARLI kategorisindeki bir konu olan, büyük patlamanın standart modelinin birbirleriyle yakın ilişkili olduğumu iddia ediyorum. Bu iki düşünce grubu arasında kurulacak (şu anda bulunmayan) uygun bir ilişkiden, inanıyorum ki, ÜSTÜN kategorisinin öngördüğü anlamda bir fizik kuramı oluşabilir. Bu konuyu daha sonra yine tartışacağız.

[←3]

Meslektaşlarım, uzun yıllar ilgilendiğim ‘tvistor’ kuramını, yeni fikirlerin ve yöntemlerin özenli bir bütünü olan bu kuramı, hangi sınıfa dahil edeceğimi sordular. Fizik dünyasının farklı bir kuramı olduğu için, GEÇİCİ kategorisinden başka kategoriye giremez. Ama bu kategoriye girmesi de pek doğru olmaz. Çünkü iyi tanımlanmış daha önceki fizik kuramlarının matematiksel bir kopyasıdır.

[←4]

Ancak, öyle anlaşılıyor ki Galilei gözlemlerinde çoğu kez bir su saati kullanmıştır. Bkz. Barbour (1985).

[←5]

Newton’un adı bu modelle, daha doğrusu bir bütün olarak Newton mekaniğiyle, sadece uygun bir ad olarak özdeşleştirilmiştir. Newton’un fiziksel dünyanın gerçek doğası ile ilgili görüşleri bundan çok daha az dogmatik ve daha karmaşıktır. (Bu ‘Newtoncu’ modeli en ciddiye alan kişinin R.G. Boscovich (1711-1787) olduğu anlaşılıyor.)

[←6]

Raphael Sorkin, bana bu kendine özgü oyuncak modelin evriminin, (örneğin) Newton sistemleri için kullandığımız yöntemlerden pek farklı olmayan yöntemlerle ‘hesaplanabilme’ olasılığını hatırlattı. Sistemimizin davranışını sonsuza dek ve artan bir doğrulukla öteleyebilmemizi sağlanan C_1, C_2 C_3 ..., gibi bir dizi hesap düşünelim. (bkz. s. 30, 31). Elimizdeki örnek üzerinde, Turing makinesinin *Tu* (*m*) işleminin *N* aşama boyunca sürdüğünü, ve işlem o aşamaya kadar durmadığı takdirde T_u (*m*) = □ olduğunu 'varsayarak’ CN'yi tanımlamak suretiyle bunu başarabiliriz. Ancak, T_u (m) = □ yerine ‘tüm *q*'lar için *T(q)* durur’ gibi iki kez nicelendirilmiş

bildirimler içeren bir evrimle bu tür hesap yöntemini çürütmek için oyuncak modelimizde değişiklik yapmak pek zor olmasa gerek. (Çözülmemiş bir problem olarak, farkları ikiye eşit asal sayıların oluşturduğu sonsuz adet sayı çifti vardır' böyle bir bildirimin örneğidir.)

[←7]

4. Bölümde (s. 178, açıklama 10) önerilen yeni Blum-Shub-Smale (1989) kuramı, bu konuların bazılarının çözümü için, matematiksel olarak çok daha kabul edilebilir bir yöntem sunabilir.

[←8]

Hamilton denklemleri, kendine özgü görüşünü tam olarak yansıtmasa da, Hamilton'dan 24 yıl kadar önce İtalyan asıllı Fransız matematikçi Joseph L. Lagrange (1736-1813) tarafından biliniyordu. Daha önceki bir döneme ait aynı ölçüde önemli bir gelişme, Euler-Lagrange denklemlerine dayanılarak mekaniğin formüle edilmiş olmasıdır; ki bu durumda Newton'un hareket yasalarının, durağan eylem ilkesi (P.L.M. de Maupertuis) gibi önemli bir ilkeden çıkarılabildiği anlaşılmaktadır. Kuramsal önemlerinin yanısıra Euler-Lagrange denklemleri kayda değer güçlü ve pratik hesap yöntemleri sağlar.

[←9]

Liouville'in faz uzayı haciminin, Hamilton evrimine göre sabit kalan farklı boyutlarda 'hacimleri' (Poincaré değişmezleri) kümesinin bir üyesi olması bağlanımda durum gerçekten 'kötüleşiyor'. Ancak önermelerimin kapsamında biraz haksızlık yaptım. (Faz uzayı hacminin bir kısmına katkıda bulunan), fiziksel serbestlik derecelerinin ilgi duymadığımız bir yere ışıyarak (sonsuzluğa kaçması gibi) 'atılıverdiği' ve böylece ilgi duyduğumuz kısmın faz uzayının daraltıldığı bir sistem düşünebiliriz.

[←10]

Özellikle bu ikinci gerçek, bilim için büyük bir şansdır çünkü onsuz, büyük cisimlerin dinamik davranışını açıklamak zor olurdu. Üçüncü yasa üzerinde Newton'un ısrarla durmasının nedeni, kanımca, bu yasa olmaksızın, mikroskopik cisimlerden makroskopik cisimlere dinamik davranış geçişinin açıklanamayacak olmasıydı.

Bilimin gelişmesi için yaşamsal önemi olan bir başka ‘mucizevi’ gerçek, bir cismin genel yörüngelerinin basit geometrik şekiller olduğunu bildiren ters kare yasasının, (mesafe arttıkça sıfıra gelen) yegane çekim kuvveti yasası olmasıdır. Kuvvet yasası, ters yüzey yasası veya bir ters hacim yasası olsaydı Kepler ne yapardı acaba?

[←11]

Maxwell’in denklemlerini sunduğu şekle uygun birimler seçmeğe çalıştım (şunun dışında: Maxwell’in elektrik yük yoğunluğu, burada c^{-2}p olmalıydı.) Çünkü, başka birimler kullansaydım, denklemlerdeki *c* faktörleri farklı dağıtılırdı.

[←12]

Aslında, x_i'ler ve p_i'lerden oluşan sonsuz tanesine sahibiz, fakat Hamilton programının uygulanabilmesi için Maxwell alanını veren belirli bir ‘potansiyele’ sahip olmamız gerektiği için, alan değişkenlerini bu koordinatlar gibi kullanamayız.

[←13]

Başka bir deyişle, iki kez türevlenemez.

[←14]

Lorentz hareket denklemleri, içinde yer aldığı elektromanyetik alan nedeniyle yüklü bir parçacığın üzerine etkiyen kuvveti verir; buna göre, kütlesini bilirsek, Newton’un ikinci yasası bize parçacığın ivmesini belirler. Ancak, yüklü parçacıklar, çoğu kez, ışık hızına yakın hızla hareket ederler, ve özel görelilik etkileri önem kazanmaya başlar. (Bunları bir sonraki bölümde inceleyeceğiz). Bu gibi nedenlerle, yüklü bir parçacık için doğru kuvvet yasasının bulunması, özel göreliliğin keşfine kadar gecikmiştir.

[←15]

Gerçekte, bir anlamda, Doğadaki herhangi bir kuantum mekaniksel parçacık tek başına böyle bir saat gibi davranabilir. 6. Bölümde tartışacağımız gibi, frekansı parçacığın kütlesiyle orantılı herhangi bir kuantum parçacığının salınımı vardır; s. 102. Son derece dakik modern saatler (atomik saatler, nükleer saatler) sonuçta bu gerçeğe dayanılarak geliştirilmiştir.

[←16]

Seyahat eden kardeşin *B*'deki dünya çizgisinde bir 'köşe' oluştuğu için, onun *B* olayında sonsuz bir ivmeye maruz kalacağından endişe duyabilirsiniz. Endişelenmeniz için bir neden yok. Sınırlı bir ivmeyle, seyahat eden gözlemcinin dünya çizgisinin *B*'deki köşesi giderilebilir, ve böylece, hâlâ, Min-kowski'nin tüm dünya çizgisi 'uzunluğu' ile ölçülen ve seyahat eden gözlemcinin geçirdiği toplam seyahat süresinde pek az değişiklik oluşur.

[←17]

Bunlar, Einstein'ın eşanlılık tanımına göre eşanlı oldukları *M* tarafından belirlenecek olayların uzaylarıdır. Eşanlılık tanımı, *M* tarafından gönderilen ve söz konusu olaylardan tekrar M'ye yansıtılan ışık sinyallerini kullanır. Bkz. Rindler (1982).

[←18]

Bu, şeklin ilk ikinci zaman türevidir (veya 'ivmesidir'). Biçimin değişme hızı (veya 'hızı') başlangıçta sıfır olarak alınmalıdır, çünkü küre, hareketine durgun olarak başlar.

[←19]

Newton kuramının bu şekilde yeniden biçimlendirilmesi matematiksel olarak, kuşkusuz Einstein'ın genel göreliliğinden sonra, ilk kez Fransız matematikçisi Elie Cartan (1923) tarafından yapılmıştır.

[←20]

Bu anlamda yerel olarak Eukleides yapısında olan (daha yüksek boyutlardaki) eğrilikli uzaylara, iki boyutlu uzaylar üzerine Gauss tarafından daha önce yapılmış bazı çalışmalardan esinlenerek bu tür uzayları ilk kez araştıran büyük matematikçi Bernhard Riemann'ın (1826-1866) adı verilmiş ve Riemann manifoldları denmiştir. Burada, yerel geometriyi, Eukleides yapısında değil, yerel olarak Minkowski uzayı alarak Riemann'ın görüşünde önemli bir değişiklik yapmalıyız. Bu tür uzaylar çoğu kez Lorentz manifoldları olarak anılır. (veya Riemannsı manifoldlar, veya daha az mantıksal olarak, yan-Riemann manifoldlar, denilen bir sınıfa ait manifoldlardır.)

[←21]

Okuyucu, bu sıfır değerinin nasıl olup da 'uzunluğun’ maksimum değerini temsil ettiğini merak edebilir! Gerçekten temsil eder, fakat biraz belirsiz bir anlamda: Sıfır uzunluktaki bir geodezik, (yerel) noktalarının herhangi ikisini birleştiren başka parçacık dünya çizgileri bulunmadığı gerçeğiyle karakterize edilebilir.

[←22]

Aslında, sunduğum örneklerde biçim-bozulması ile hacim-değişmesi konuları arasındaki ayrım pek iyi tanımlanmış değil. Ricci tensörünün kendisi belli miktarda bir bozulmayı tanımlayabilir. (Işık için bu bölünme tamamen açıktır, bkz. Penrose and Rindler (1986), 7. Bölüm) Weyl ve Ricci tensörlerinin daha kesin tanımı için bkz. Penrose and Rindler (1984). s. 240, s. 210. (Almanya’da doğan Hermann Weyl, bu yüzyılın en önemli matematikçilerinden biridir, İtalyan Gregorio Ricci ise, geçen yüzyılda tensörler kuramım keşfederek etkili olmuş bir geometricidir.)

[←23]

Denklemlerin doğru şekli, 1915 Kasım ayında David Hilbert tarafından da belirlenmiştir. Ancak kuramın fizikle ilgili öngörüleri yalnız Einstein’a aittir.

[←24]

Bu konularla ilgilenenler, söz konusu diferansiyel denklemlerin, Einstein denklemlerinin yerlerine konulduğu Bianchi özdeşlikleri olduğunu bilirler.

[←25]

Bu savla ilgili (pek de tatmin edici olmayan) bazı yöntemler vardır. Bkz. Wheeler and Feynman (1945).

[←26]

Teknik olarak ‘yüzey’ yerine ‘hiperyüzey’ teriminin kullanılması daha uygun, çünkü yüzey iki değil, üç boyutludur.

[←27]

Bu konularla ilgili güçlü teoremler çok yararlı ve ilginç olurdu, ama bugün için, böyle teoremler yoktur.

[←28]

Varolan kurama göre hesaplanamaz; dolayısıyla (geçici olarak) yararsız yanıt şudur: Sonsuzluk!

Açıklamalar

[←1]

'Ciddi' bir felsefi görüşün nasılsa azıcık da olsa gerçekçilik içereceğini sanmıştım. Görünüşte ciddi düşünürlerin, çoğu kez kuantum mekaniğinin bildirimleriyle ilgilenen fizikçilerin, gerçekten 'orada bir yerde' 'gerçek' dünya olmadığına dair öznel bir görüşü benimsediklerini görmek beni daima şaşırtır! Olabildiğince gerçekçi bir çizgi izlemem, bu tür öznel görüşlerin çoğu kez ciddi ölçüde savunulduğunun farkında olmadığım anlamına gelmez - sadece, öznel görüşlerden bir anlam çıkaramıyorum Öznellikle ilgili güçlü ve ilginç bir saldırıya tanık olmak istiyorsanız bkz. Gardner (1983), 1. Bölüm.

[←2]

Özellikle J.J. Balmer, 1885'te, hidrojenin spektrum çizgilerinin frekanslarının $R(n^{-2} - m^{-2})$; ifadesiyle verildiğini gösterdi burada *n ve m* sıfırdan büyük tam sayılardır *(R* bir sabittir).

[←3]

Belki de bu 'tümüyle alan' tanımını hemen gözardı etmesek iyi olur. Einstein, kuantumlu cisimlerin sergilediği kesikliliğin farkında olarak, yaşamının son otuz yılını, böyle genel klasik türde kapsamlı bir kuram bulmak için uğraşarak geçirdi. Fakat onun girişimleri de, diğerlerinin ki gibi, sonuç vermedi. Parçacıkların kesikli doğasını açıklamak için klasik alanın yanısıra başka bir şeye gereksinim olduğu anlaşılıyor.

[←4]

Söz konusu iki evrim süreci, Macar asıllı Amerikalı matematikçi John von Neumann (1955) tarafından klasik yapıtında açıklanmıştır. Onun 1. sürecine', ben R-durum vektörünün indirgenmesi, onun '2. sürecine' ben *U* üniter evrim adını verdim, (üniter evrim, aslında, olasılık genliklerinin evrim sırasında korundukları anlamınadır). Gerçekte, *U* kuantum durumu evriminin başka, fakat buradakine eşdeğer diğer tanımları da vardır ama bu tanımlarda 'Schrödinger denklemi' terimi yer almayabilir. Örneğin, 'Heisenberg resmi'nde durumlar, hiç evrim göstermiyormuş gibi tanımlanır, bunun yerine konum / momentum koordinatlarının anlamlarının sürekli değişimi

dinamik evrim olarak nitelenir. Öteki farklar burada bizim için önemli değildir; *U* sürecinin farklı tanımlamaları tamamen eşdeğerdir.

[←5]

Açıklamalarımızın eksik kalmaması amacıyla, Dirac bildiriminde kullanılan cebir yasalarını burada veriyoruz:

|ψ> + |χ> = |χ> + |ψ>, |ψ> + (|χ> + |ψ>) = (|ψ> + |χ>) + |ψ>,

(*z*+*w*)|ψ> = *z*|ψ> + *w*|ψ>, *z(*|ψ> + |χ>) = *z*|ψ> + *z*|y>,

z(w|ψ>) = (*zw*)|ψ>)|ψ>, 1|ψ = |ψ>,

|ψ> + 0 = |ψ>, 0|ψ>=0, ve z0 = 0.

[←6]

'Birim vektör', 'diklik' veya 'olasılık genliği' gibi kavranılan basit olarak verebilmemize olanak sağlayan bir işlem vardır: İki vektörün 'skalar çarpımı' (veya iç çarpımı) (Bilinen vektör cebirinde skalar çarpım *a.b* cos θ şeklinde yazılır. *a* ve *b* vektörlerin uzunlukların, θ aralarındaki açıyı gösterir). Hilbert uzayı vektörleri arasındaki skalar çarpım genelde bir kompleks sayı verir. |ψ> ve |χ> vektörlerinin skalar çarpımını <ψ|χ> diye yazarız. Bunun sağladığı cebirsel kurallar şöyledir:

<ψ|(|χ> +|φ>) = <ψ|χ> + <ψ|φ>, <ψ|(*q*|χ>)=q<ψ|χ><*χ*|ψ>. Burada bir sembol üstüne çekilen çizgi, kompleks eşlenikleme gösterir. *(z = x* + i*y* kompleks sayısının eşleniği $\bar{z}$ = *x* - i*y* ile verilir. *x* ve *y* reel sayılardır. $|z|^2 = \bar{z}\, z$ olduğuna dikkat ediniz). |ψ> ile |χ> vektörleri arasındaki diklik < ψ|χ>= 0 koşuluyla belirlenir. |ψ>'nin mutlak değer karesi $|\psi|^2$ = <ψ|ψ> şeklinde verilir; dolayısıyla |ψ>'nin bire boylandırılmış olması halinde <ψ|ψ> = 1 eşitliği sağlanır. Bir ölçme sonucunda |ψ> durumu |χ> veya |χ>'ye dik bir duruma atlarsa; |ψ> ve |χ> vektörlerinin her ikisini de bire boylandırılmış varsayarak, |ψ>'ye atlama genliğini <χ|ψ> ile veririz. Eğer |ψ> ve |χ> bire boylandırılmamışlarsa, |ψ>'den |χ>'ye atlama olasılığı <χ|ψ> <ψ|χ> <χ|χ><ψ|ψ> şeklinde yazılacaktır. (bkz. Dirac 1947).

[←7]

Kuantum mekaniğinin operatörlerle yazımına alışık olanlar için, (Dirac yazılımında) bu ölçme <ψ|χ> ifadesiyle verilen sınırlı Hermite - sel operatör tarafından tarif edilir. (Bire boylandırılmış |χ> için) 1

özdeğeri EVET, 0 özdeğeri HAYIR karşılığındadır. (<χ|ψ| vb. vektörler verilen Hilbert uzayının dualine aittirler)

Bkz. Von Neumann (1955), Dirac (1947).

[←8]

Tek parçacıktan oluşan bir kuantum sistemini daha önce tanımlarken, spini gözardı etmiş, durumun yalnız konumla açıklanabileceğini belirterek örneği aşırı ölçüde basitleştirmiştim. Aslında, skalar parçacıklar adı verilen, örneğin piyonlar (π-mezonları, s. 88) gibi nükleer parçacıklar, veya spin değeri sıfır olan atomlar gibi bazı parçacıklar da vardır. Bu gibi parçacıklar için (ama yalnızca bunlar için) yalnız konumlarına dayalı tanımlamalar yeterli olacaktır.

[←9]

|↙> = $\bar{z}$|↑> $\bar{w}$|↓> olarak alınız; burada $\bar{z}$ ve $\bar{w}$, *z* ve *w*'nun kompleks eşlenikleridir. (bkz. Açıklama 6).

[←10]

Stern-Gerlach aygıtı olarak bilinen standart bir deney aygıtı vardır ve uygun atomların spinlerini ölçmek için kullanılır. Bir demet haline getirilen atomlar, düzgün olmayan bir manyetik alandan geçirilirler. Alanın yönü, spin ölçümünün yönünü belirler. Demet ikiye ayrılır (bir spin 1/2 atom için, veya daha yüksek spinli atomlar için ikiden fazla kısma ayrılır); demetlerden birisi spin ölçümü EVET olan atomlardan, diğeri yanıtın HAYIR olduğu atomlardan oluşur. Ne yazık ki, amacımızın dışında kalan teknik ayrıntılar nedeniyle elektron spinini ölçmek için bu aygıt yerine, daha dolaylı bir yöntem kullanılmalıdır. (bkz. Matt ve Massey 1965) Bu nedenle ve başka nedenlerle, elektronumuzun spininin gerçekte nasıl ölçüldüğünün ayrıntısına girmiyorum.

[←11]

Girişimci okurlarım, metinde verilen geometriyi denemek isteyebilirler: Riemann küresini □-yönü 'yukarı' ve β-yönü ise 'yukarı' ve 'sağa' yönleriyle belirlenen, yani Riemann küresinde *q* = tan (Q/2) olarak belirtilen düzlemde kalacak şekilde konuşlandırırlarsa, olasılığın |ψ> den |χ>'ye atlaması olasılığı için <χ|ψ><ψ|x> <χ|χ><ψ|ψ> tanımını kullanabilirler. Bkz. Açıklama 6.

[←12]

Matematiksel olarak, iki-parçacık durumları uzayı, birinci parçacığın durumlar uzayı ile ikinci parçacığın durumlar uzayının tensör çarpımıdır. Buna göre, |χ> |φ>, durumu, |χ> ile |φ> durumlarının tensör çarpımıdır.

[←13]

Kuantum mekaniğinin keşfi sırasında önde gelen isimlerden Avusturyall fizikçi Wolfgang Pauli, dışarlama ilkesini 1925'te bir varsayım olarak ileri sürdü. Bu varsayımın ayrıntılı kuantum mekaniksel incelenmesi- ki bugün buna 'fermiyon'lar diyoruz, 1926'da İtalyan asıllı Amerikalı fizikçi Enrico Fermi ve büyük Paul Dirac tarafından gerçekleştirildi. Fermiyonların istatistiksel davranışı 'Fermi-Dirac istatistiğine' uygundur. Bu adla, ayırt edilebilir parçacıkların klasik istatistiği olan 'Boltzmann istatistiğinden' ayrılır. Bozonlara ait 'Bose-Einstein' istatistiğiyse, değerli Hintli fizikçi S.N. Bose ve Albert Einstein tarafından 1924'te fotonların incelenmesi için geliştirilmiştir.

[←14]

Bu öylesine ilginç ve önemli bir sonuç ki, başka bir biçimde de vermeğe değer: Diyelim E-ölçerinin yukarı [↑] ve sağa [→] olmak üzere iki ayarı, ve P-ölçerinin 45° yukarı sağa [↗] ve 45° aşağı sağa [↙] olmak üzere iki ayarı var. E- ve P- ölçerleri için, sırasıyla gerçek ayarları [→] ve [↗] olarak alın.

E- ve P- ölçerleri ile uyumlu ölçme olasılığı 1/2(1+cos 135°) = 0.146 ..., çıkar. Yani yüzde 15'in biraz altındadır. Bu ayarlarla uzun bir dizi deney, örneğin,

E: YNNYNYYYNYYNNVNNNNYYN...

P: NYYNNNTNYNNYYNY

deneylerini yaparsak, yüzde 15'in hemen altında uyum elde edilecektir. Şimdi diyelim P-ölçümleri E-ayarlarından etkilenmiyor - diyelim öyle ki E-ayarı, [→] yerine [↑] olsaydı, P-sonuçlarının sırası hiç değişmezdi çünkü [↑] ve [↗] arasındaki açı, [→] ve [↗] arasındaki açıyla aynıdır ve P-ölçümleri ve yeni E-ölçümleri, diyelim E', arasındaki uyuşma yine yüzde 15'in biraz altında olurdu. Öte yandan, E-ayarı önceki gibi [→] olsaydı, fakat P-ayarı [↑] yerine [↓]

olsaydı E-sonuçları öncekiyle aynı sırada olurdu ama yeni P-sonuçları, diyelim P', ilk E-sonuçlarıyla yüzde 15'in biraz altında uyuşma verirdi. Buna göre, P'-ölçümü [↙] ve E'-ölçümü [↑] arasında, bunlar gerçek ayarlar olsaydı, yüzde 45'ten fazla (yüzde 15 + yüzde 15 + yüzde 15) uyuşum sağlanamazdı. Fakat [↙] ile [↑] arasındaki açı 45° değil 135° olduğu için anlaşma olasılığı, yüzde 45 değil, yüzde 85'in biraz üzerinde olmalıdır. Bu bir çelişkidir ve E'de yapılan ölçümün P'nin sonuçlarını (ve bunun tersi) etkilemeyeceği varsayımının doğru olmaması gerektiğini gösterir! Bu örneği verdiği için David Mermin'e minnettarım. Ana metinde verilen örnek Mermin'in makalesinden (1985) alınmıştır.

[←15]

Daha önceki sonuçlar, Clauser, Home, Shimony ve Holt (1969) tarafından önerilen fikirlere dayanılarak Freedman ve Clauser (1972) tarafından bulunmuştur. Bu deneylerde kullanılan foton detektörlerinin tam randımanla çalışmadığı, bu nedenle yayılan fotonların aslında oldukça küçük bir bölümünün saptandığı hâlâ tartışma konusudur. Ancak, oldukça yetersiz detektörlerle bulunan sonuçların bile kuantum kuramıyla uyumu öylesine mükemmel ki, detektörleri iyileştirmenin, kuramla uyumu birdenbire nasıl kötüleştirileceğini anlamak zor!

[←16]

Kuantumlu alanlar kuramı, hesapedilemezlik konusunu tartışmak için bir yeni alan sağlamaktadır. (bkz. Komar 1964).

Notlar 5-6

[←I]

Yörüngelerinin hesaplanmasında genel göreliliğin etkileri dikkate alınarak, uzay araçlarının davranışını öngörmek için yüzde yüz olmasa da yeterli doğruluk sağlanabilir. Yeryüzündeki konumları öylesine duyarlı (birkaç desimetre yanılma payıyla) saptayabilen aygıtlar yapıldı ki artık genel göreliliğin uzay-zaman eğrilerinin etkilerine gerçekten gereksinim vardır.

[←II]

Bkz. Feynman'ın *QED* adlı yapıtı (1985)

[←III]

Büyük Patlamanın 'standart modelinden' bahsediyorum. Büyük patlama kuramının çok değişik şekilleri vardır ve bunların içinde bugünlerde en popüleri 'enflasyoncu senaryo'dur. Bence yeri, kesinlikle, GEÇİCİ sınıfıdır!

[←IV]

Nicolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856), Eukleides'in geometrisine bir seçenek olarak bu tür geometriyi bağımsız olarak keşfeden bir kaç kişiden birisidir. Diğerleri, Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Ferdinant Schweickard ve Janos Bolyai'dir.

[←V]

Eudoxos, aynı zamanda, 2000 yıllık bir YARARLI kuramın, gezegenlerin hareketi ile ilgili kuramın da ilk tasarımcısıdır. Bu kuram daha sonra daha ayrıntılı olarak Hipparkhus ve Ptolemaios tarafından geliştirilmiş ve Ptolemaios sistemi olarak tanınmıştır!

[←VI]

Modern önermelerde bu bir kesrin, örneğin, $a/b > M/N > c/d$, eşitsizliklerini sağlayan bir M/N kesrinin varlığını gösterir. Eğer $a/b > c/d$ önermesi doğruysa, a/b ve c/d reel sayıları arasında kalan bir kesir daima bulunmaktadır. Buna göre Eudoxos'un ölçütü doğrulanmış oluyor.

[←VII]

Kesin ifade etmek gerekirse, bu durum, Dünya'nın hareketinin yaklaşık olarak tekdüze sayılabileceği, dönme eyleminin yer almadığı varsayımıyla ilgilidir. Dünya'nın dönme eylemi (nispeten küçük çapta) dinamik etkiler yaratır ve bu etkiler, kuzey ve güney yarım kürelerinde farklı yönlerde esen rüzgârlarda olduğu gibi, saptanabilir. Galilei, söz konusu tekdüze-olmayan eylemin, gelgit olayım yarattığını düşünmüştür.

[←VIII]

Elektrik ve manyetik kuvvetler arasındaki fark, mıknatısların 'kuzey' ve 'güney' kutupları olarak mutlaka 'çift kutuplu' olmasındadır. 'Manyetik yükler' (yani tek başlarına kuzey ve güney mıknatıs kutupları) birbirlerinden bağımsız varolamazlar.

[←IX]

Bu denklemdeki $\partial E/\partial t$ terimi, Maxwell kuramının en çarpıcı kuramsal öğesidir. Öteki denklemlerdeki diğer tüm terimler doğrudan gözlemsel kanıta dayanırlar. $1/c^2$ katsayısı çok küçük olduğu için bu terim önceden gözlemlenememiştir.

[←X]

Dalga denklemi (veya D'Alembert denklemi) şu şekilde yazılabilir: $\{(1/c^2)(\partial/\partial t)^2 - (\partial/\partial x)^2 - (\partial/\partial y)^2 - (\partial/\partial z)^2\}\ \varphi = 0$.

[←XI]

Uzay koordinatlarını, c ışık hızına göre ikiye ayırmamızın nedeni, fotonların dünya çizgilerinin dikeye 45° gibi uygun bir eğimle açılanmış olmasıdır. Bu konuyu daha sonra tartışacağız.

[←XII]

Ancak, s^2'nin eksi değerleriyle birbirinden ayrılan olaylarda, $c\sqrt{-s^2}$ niceliğinin, örneğin basit uzaklık olarak, bir anlamı vardır ve bu nedenle gözlemci için olaylar aynı anda meydana gelmiş gibi görünür. (Bu konuyu daha sonra ayrıntılandıracağım).

[←XIII]

Dalga denkleminin de (bkz. dipnot s. 50), Maxwell denklemleri gibi, göreli bir denklem olduğu söylenebilir. Bu durumda, Pour-El-Richards'ın 'hesaplanamazlık olgusu', sadece S'nin sınırlı bölgelerinde yer alan başlangıç verileriyle ilgili bir etkendir.

[←XIV]

Newton kuramında bir parçacığın kinetik enerjisi $1/2mv^2$'dir; burada, *m* kütle v hızdır. Fakat özel görelilik kuramında aynı ifade biraz daha karmaşıklaşır.

[←XV]

Bu saptama, parçacığın t'den geçişini bozmayacak şekilde yapılmalıdır. Bu amaçla detektörler, s civarında başka yerlere konulabilir ve bunlar 'klik' sesi çıkarmadıklarında parçacığın, t'den geçtiği anlaşılır!

[←XVI]

Burada teknik bir sorun var çünkü bir parçacığı kesin bir noktada bulmak olasılığı sıfırdır. Bunun yerine, $|\psi(x)|^2$ ifadesini bir olasılık yoğunluğu olarak kullanabiliriz. Olasılık yoğunluğu, bir noktanın komşuluğundaki sabit uzunlukta küçük bir aralıkta parçacığın bulunması olasılığıdır. Böylece $\psi(x)$, bir genlikten çok, bir genlik yoğunluğunu tanımlar.

[←XVII]

Daha standart bir analitik tanımlamada, sarmallardan (momentum durumlarından) her biri,

$$\psi = e^{\frac{i}{\hbar}px} = \cos\left(\frac{ipx}{\hbar}\right) + i\sin\left(\frac{ipx}{\hbar}\right)$$

ile ifade edilir (3. Bölüm s. 105); burada p söz konusu momentum değeridir.

[←XVIII]

Daha alışılagelmiş bir kuantum mekaniksel tanım, bu toplamı bir boylandırma sabitine-burada $\sqrt{2}$- bölerek $(\psi_t + \psi_b) / \sqrt{2}$ ifadesini bulmaktır. Fakat tanımlamayı burada bu şekilde karmaşıklaştırmak gereksiz.

[←XIX]

Daha önceki bölümlerde tanıştığımız David Hilbert, kuantum mekaniğinin bulunmasından çok önce bu önemli kavramı, sonsuz boyutlu biçimiyle, üstelik tümüyle farklı bir matematiksel amaçla kullanmıştır!

[←XX]

Bu kavram, vektörlerin sonsuz toplamına izin verildiği anlamında kabul edilmelidir. Hilbert uzayının tam bir tanımı (burada ayrıntılandıramayacağım kadar teknik bir tanım), bu tür sonsuz toplamlarla ilgili kuralları içerir.

[←XXI]

Tanımları karışık hale getirmemek için 1/÷2 gibi çarpanları kullanmıyorum. |→> ve |←> yönlerini bire boylandırmak istersek kullanmamız gerekir.

[←XXII]

Söz konusu nesnellik, standart kuantum mekaniğinin biçimselliğini ciddiye aldığımızın bir göstergesidir. Standart dışı görüşte sistem, herhangi bir ölçme sonucunu, önceden 'bilebilir'. Böyle bir görüş bize, fiziksel gerçekliğin farklı, görünüşte nesnel, bir tanımını verebilir.

[←XXIII]

q'nun kare kökü olarak, *p* kadar *-p* kompleks sayısı da kullanılabilir ve aynı kutuplanma elipsini verir. Kare kök; foton spinin bir olmasıyla, yani temel spin birimi ħ/2'nin iki katı, spine sahip, kütlesiz bir parçacık olmasıyla ilgilidir. Bir graviton (evrensel kütleçekiminin henüz saptanmamış olan kütlesiz kuantumu) için spin iki, yani temel spin biriminin dört katı, olurdu ve yukarıdaki tanıma göre, *q*'nun dördüncü kökünü almak durumunda kalırdık.

[←XXIV]

Daha doğru bir yaklaşımla; karmaşık sistemlerde toplanan pek çok farklı toplam spin değerleri varolabileceği için açısal momentum, çok sayıda, noktalardan oluşan bu tür düzenlemelerin kompleks çizgisel birleştirimiyle tanımlanmalıydı. Böylece ortaya çıkan tanım, klasik açısal momentum tanımına daha da az benzer!

[←XXV]

Ancak, denklemlerin çözümleri arasında önemli bir fark vardır. Klasik Maxwell alanları reel değerlidir, halbuki foton durumları kompleksdir. Ayrıca, foton durumunun sağlaması gereken ve 'artı frekans' koşulu denen bir koşul daha vardır.

Notlar 7

[←I]

Burada kullanılan logaritma doğal logaritmadır. Yani 10 yerine *e* = 2,7182818285... sayısının taban alındığı logaritmadır. Burada bu fark önemsizdir. Bir n sayısının doğal logaritması *x* = log *n, n'i* elde etmek için *e'i* yükseltmemiz gereken kuvvettir, yani e^x = n'in çözümüdür (bkz. s. 116 daki dipnot).

[←II]

Faz uzayındaki noktamızın bulunduğu küçük bölgelerden birine asla tekrar ulaşamayacağı elbette doğru değildir. Yeterince uzun süre beklersek, bu nispeten küçük hacimlere sonunda yine ulaşılacaktır (Buna *Poincaré tekrarı* diyeceğiz). Ancak, zaman ölçekleri çoğu durumda gülünç derecede uzun olacaktır, örneğin, gazın tümünün, kutunun bir santimetre karelik köşesine sıkışması örneğinde yaklaşık $1O^{10^{25}}$ yıl gibi uzun bir zaman gerekecektir. Böyle bir süre, evrenin var olduğu sürenin çok çok üstündedir! Bir sonraki tartışmamızda konumuzla gerçekten ilgisi olmaması nedeniyle bu olasılığı göz ardı edeceğim.

[←III]

Bu değerin 6 x 10^9 ve 1,5 x 10^{10} yılları arasında olup olmadığı bugün hâlâ tartışılmaktadır. Bu değerler, 1930 yılında Edwin Hubble'ın, evrenin genleşmesini gösteren deneyleri sonrası bulduğu yaklaşık 10^9 yıl değerinin oldukça üzerindedir.

[←IV]

Einstein 1917 yılında kozmolojik sabiti getirdi, ama bunu 'en büyük hatası' olduğunu ifade ederek 1931'de geri aldı!

[←V]

Gerçekte, son aşamalarında cüce, kırmızı bir yıldız gibi hafif parlaktır; fakat 'kırmızı cüce' olarak adlandır ı ldığında, bambaşka özellikte bir yıldızla karıştırabilir.

[←VI]

Bu bildirimi iki varsayıma dayalı olarak yapıyorum: Birincisi, kara deliğin Hawking ışıması (s. 49) nedeniyle (son derece yavaş) 'buharlaşma' sonucu olası yok olmasının, evrenin tekrar çöküşüyle önceden önlenebileceği, ikincisi ise 'kozmik sansür' (II. cilt, s. 84) olarak bilinen (olabilir bir) varsayımdır.

[←1]

'Yalın' görelilik taraftarları, gözlemcilerin eşanlı uzaylarından çok ışık konilerini kullanmayı yeğleyebilirler. Ancak, bunun sonuçlara etkisi yoktur.

[←2]

Kitabın basılmış halini gördükten sonra, her ikisinin de o zamana kadar çoktan ölmüş olacakları aklıma geldi! 'Geri bakacak' olanlar herhalde bunların *uzak akrabaları* olacaktır.

[←3]

Entropi, yıldızlardaki hafif çekirdeklerin (örneğin hidrojenin) birleşerek daha ağır çekirdekler (örneğin, helyumu veya en son demirin çekirdeklerini) oluşturmasıyla kazanılır. Aynı şekilde, yeryüzünde mevcut hidrojende büyük ölçüde 'entropi düşüklüğü' vardır. Hidrojeni 'füzyon' enerji santrallarında helyuma dönüştürmek suretiyle bundan belki de yararlanabileceğiz. Bu yolla entropinin artırılması, çekirdeklerin uzaya kaçarak 2,7 K siyah cisim fon ışımasını oluşturan çok sayıdaki fotonlardan uzakta, kütleçekimiyle bir araya gelebilmeleri sonucu olanak kazanır, (s. 27). Fon ışıması, normal yıldızların maddesinde bulunandan çok daha fazla entropi içerir ve bu entropi yıldızlar tekrar geri verilebilseydi, ağır çekirdeklerin önemli bir bölümü, kendilerini oluşturan taneciklere bozunurlardı! Füzyonda entropi artışı bu nedenle 'geçici' bir artıştır, yalnızca kütleçekimin bir araya getirici etkisiyle sağlanır. Daha sonra göreceğimiz gibi, çekirdek füzyonuyla elde edilen entropi, evrensel çekimle doğrudan elde edilen entropiden çok daha yüksek ve siyah cisim fon ışıması entropisi bunlardan daha yüksek ise de, bu entropiler yerel ve geçicidir. Kütleçekim entropi kaynakları, hem füzyon hem de 2,7 K fon ışımasından kaynaklanandan çok daha fazlasını sağlar (bkz. s. 49).

[←4]

İsveç'de yürütülen çok derin kuyu sondajlarından elde edilen son kanıtlar, Gold'ün kuramını destekleyici olarak yorumlanabilir ama, başka açıklamaların da bulunması nedeniyle bu konu çok çelişkilidir.

[←5]

Bunun, 'II. tip' denen süpernova olduğunu varsayıyorum. 'I. tip' süpernova olsaydı, yine füzyonla sağlanan 'geçici' bir entropi artışı olduğunu kabul ederdik. Ancak, I. tip süpernovaların fazla uranyum üretmesi olası değildir.

[←6]

Sıfır veya eksi uzaysal eğrilikli modelleri 'sonsuz' modeller olarak nitelemiştim. Ancak, bu modelleri uzaysal sonlu hale getirmek için 'katlama' yöntemleri vardır. Gerçek evrenle ilintili olması pek mümkün görülmeyen bu görüş, tartışmamızı pek etkilemediği için fazlaca önemsenmesini önermiyorum.

[←7]

Bu güvenin temelindeki deneysel veriler iki çeşittir. Birinci olarak bizim için anlamlı hızlarda çarpışan, parçalanan ve yeni tanecikler üreten taneciklerin davranışlarının, dünyanın çeşitli yerlerinde inşa edilmiş yüksek enerjili parçacık hızlandırıcı laboratuvarlarında incelenmesinden ve dış uzaydan Dünya'ya ulaşan kozmik ışınlardaki parçacıkların davranışının incelenmesinden elde edilen veriler vardır. İkinci olarak parçacıkların karşılıklı etkileşimim belirleyen parametreler, 10^{10} yılda, 10^{6}'ın biri kadar dahi değişmemiş olması (Barrow 1988) ve bu nedenle ateştopundan bu yana önemsenecek ölçüde (belki de hiç) değişmemiş olmalarının esas alınmasıdır.

[←8]

Pauli'nin ilkesi aslında elektronların her birinin aynı "konumda' olmasını değil, herhangi ikisinin aynı 'durumda' olmasını yasaklar; bu konuda, elektronların sadece nasıl hareket ettikleri değil 'spin' durumları da dikkate alınır. Söz konusu görüş ilk kez öne sürüldüğü zaman özellikle Eddington tarafından olumlu karşılanmamıştır.

[←9]

Bu tür uslamlama, 1784'te İngiliz gökbilimci John Michell ve daha sonra Laplace tarafından yapılmıştır. Ulaştıkları sonuç şöyledir: Evrendeki en büyük kütleli ve yoğun cisimler gerçekten tümüyle görünmez (kara delikler gibi) cisimler olmalıdır. Fakat (kuşkusuz kehanet niteliğindeki) bu sonuç, Newton kuramına göre uygulandığı zaman, en iyimser ifadeyle, tartışılabilir bir sonuçtur. Konuya, genel görelilik açısından en uygun yaklaşım ilk kez John Robert Oppenheimer ve Hartland Snyder (1939) tarafından getirilmiştir.

[←10]

Gerçekte, ufkun kesin yeri, durağan olmayan bir kara delik için doğrudan ölçümlemeyle saptanamaz. Ufkun yeri, kısmen, deliğin geleceğinde içine düşecek maddenin tümünü bilmemize bağlıdır.

[←11]

Belinskii, Khalatnikov ve Lifshitz'in (1970) ve Penrose'un (1979b) tartışmalarına bakınız.

[←12]

Bir sistemin entropisine kütleçekiminin katkısını, toplam Weyl eğriliğinin herhangi bir ölçümüyle saptamak ilginç olurdu; ama böyle bir uygun ölçüm yöntemi henüz açıklığa kavuşmamıştır (Genelde bu konuda bazı alışılmadık yerel olmayan özelliklere baş vurmak gerekirdi). Neyse ki tartışmalarımız için böyle bir çekimsel entropi ölçümüne gereksinimimiz yok.

[←13]

Evrenin, genelde, diğer başka niteliklerinin yanı sıra, böylesine düzgün olmasının nedenlerini açıklamaya çalışan ve günümüzde yaygın olarak benimsenen bir görüş daha var: 'Şişme senaryosu'. Bu görüş uyarınca evren, ilk aşamalarında, standart modelin 'normal' genleşmesinden çok daha hızla genleşmiştir. Öylesine genleşmiştir ki, tüm düzensizlikler ütülenmiş gibi düzelmiştir. Ancak, Weyl eğrilik varsayımdan da daha güçlü bazı başlangıç şartları dikkate alınmaksızın böylesine bir genleşme söz konusu olamaz. Başlangıç ve sonuç tekillikleri arasındaki farkı öngörebilecek hiçbir zamanda simetrik olmayan öğe de içermemektedir. (Üstelik, 5. Bölümdeki sınıflandırmamıza göre GEÇİCİ sınıfına bile girmesi zor GUT kuramları gibi temelsiz fizik kuramlarına dayanılarak geliştirilmiştir.

‘Şişme’ kuramının, bu bölümdeki görüşler bağlamında bir eleştirisi için bakınız: Penrose 1989b).

Notlar 8

[←1]

Bu değişikliklerin en çok tanınanları:

(i) Einstein'ın RICCI = ENERJİ alan denklemlerini değiştirerek (yüksek mertebeden Lagrange fonksiyonlarıyla); (ii) uzay-zaman boyutlarının sayısını dörtten daha büyük alarak (Kaluza-Klein kuramlarında olduğu gibi); (iii) 'süpersimetri' kavramım kullanarak (bosonların ve fermiyonların kuantum niteliklerinden esinlenen bu düşünce, geniş kapsamlı bir program olarak geliştirilmiş ve pek de mantıksal olmayan bir tarzda, uzay-zaman koordinatlarına uygulanmıştır); (iv) 'sicim' kuramı (günümüzde pek popüler olan radikal bir program olup 'Dünya çizgilerinin' yerini 'sicim tarihçeleri almıştır; genelde (ii) ve (iii)'deki görüşlerle birliktedir). Bütün bu önermeler, tüm popüleritelerine ve güçlü sonuçlarına karşın, 5. Bölümdeki sınıflandırmamıza göre kesinlikle GEÇİCİ kategori kapsamındadırlar.

[←2]

Klasik bir kuramın simetrileri kuantumlama yöntemleri tarafından her zaman korunmaz (Treiman 1985, Ashtekar ve arkadaşları 1989). Ancak burada öngörülen, normal olarak, *T, PT, CT ve CPT* ile gösterilen *dört* simetrinin bozulmasıdır. Bu (özellikle *CPT* bozulması), alışılmış kuantumlama yöntemlerinin gücünü aşar gibi görünmektedir.

[←3]

Anlayabildiğim kadarıyla, bu tür bir görüş, bu konuların kuantum kütleçekimiyle açıklanması için Hawking'in yeni önerdiği fikirler arasında vardır (Hawking 1987, 1988). Başlangıç durumunun kaynağını kuantum kütleçekiminde bulan ve Hartle ve Hawking (1983) tarafından yapılmış bir önerme, WEYL = 0 başlangıç koşuluna kuramsal bir içerik sağlayabilir ama (kanımca) *esas zamanda simetrik olmayan girdi,* bu görüşlerde yer almamaktadır.

[←4]

Bu olgular, 6. Bölümün 6. açıklamasında verilen $\langle\psi|\chi\rangle$ *skalar çarpımı* ile açıklandığında daha iyi anlaşılır. Zamanda ileriye doğru

verilen tanımlarda, p olasılığını şu bağıntıdan hesaplarız:

$p = |\langle\psi|\chi\rangle|^2 = |\langle\psi|\chi\rangle|^2$

Zamanda geriye doğru verilen tanımlarda ise şu bağıntı kullanılır: $p = |\langle\chi'|\psi'\rangle|^2 = |\langle\psi'|\chi'\rangle|^2$

İki bağıntının aynı olması, $\langle\psi'|\chi'\rangle = \langle\psi|\chi\rangle$ eşitliğinin sonucudur ‘Üniter evrim’ teriminin kastettiği anlam budur.

[←5]

Okuyuculardan bazıları, gelecekteki bir olay verildiğinde geçmişteki bir olayın olasılığının ne olduğunu sormanın ne anlama geldiğini anlamakta zorluk çekebilirler! Bu önemli bir problem değildir. Evrenin tüm tarihinin, uzay-zaman haritasının çıkarıldığını düşünün. *q*’un meydana geldiğini bilirsek, *p*’in meydana gelme olasılığını bulmak için, *q*’un tüm oluşumlarının incelendiğini ve bunların p ile beraber görülenlerin oranının alındığını varsayarız. Bu, öngörülen olasılıktır. *q* olayının, zamanda, *p*’den sonra veya önce meydana gelmesi önemli değildir.

[←6]

Boylamsal gravitonlar denilen ve statik kütleçekim alanı oluşturan bu ‘sanal’ gravitonlara, izin verilmelidir. Ne yazık ki, bu gibi kavramların açık ve kesin matematik tanımlanmasında sorunlarla karşılaşılmaktadır.

[←7]

Bu değeri yaklaşık hesaplamak için yaptığım girişimler Abhay Ashtekar tarafından büyük ölçüde geliştirilmiş olduğu için burada Ashtekar’ın değerini kullanıyorum (Penrose 1987a). Ancak, Ashtekar’ın önemle üzerinde durarak bana yaptığı açıklamaya göre, kullanmak zorunda kaldığı varsayımların bazılarında büyük ölçüde bir rasgelelik vardır. Bu nedenle, elde edilen kesin kütle değerinin benimsenmesinde ihtiyatlı davranmak gerekir.

[←8]

Literatürde durum vektörü indirgemesi ile ilgili nesnel bir kuramın geliştirilmesine ilişkin çeşitli girişimler yer alır. Bunlardan bazıları, Károlyházy (1974), Károlyházy, Frenkel ve Lukas (1986), Kamar (1969), Pearle (1985,1989), Ghirardi, Rimini ve Weber (1986)’dir.

[←9]

Geçmiş yıllarda, çoğunlukla başka yönlerden dürtülenmiş olarak, yerel olmayan bir uzay-zaman kuramını, ‘tvistor kuramını’, geliştirmek için ben de uğraştım (bkz. Penrose ve Rindler 1986, Huggett ve Tod 1985, Ward ve Wells 1990). Ancak, bu kuramı, en azından, hâlâ asal bazı öğelerden yoksun olduğu için burada tartışmayı uygun görmedim.

[←I]

Bu mesafe (10^{-35}m=$\sqrt{\hbar G e^{-3}}$) uzay zaman metriğindeki ‘kuantum dalgalanmaları’nın o kadar büyük olduğu bir ölçektir ki, uzay-zamanı düzgün bir sürekli ortam olarak artık düşünmeyiz (Kuantum dalgalanmaları, Heisenberg’in belirsizlik ilkesinin (II. cilt, s. 122) bir sonucudur).

[←II]

Evrende kara deliklerin var olduğu, fakat beyaz deliklerin var olmadığı görüşümü destekleyecek kesinlikte gözlemlerin bulunmadığını ileri sürenler (haklı olarak) bulunabilir. Fakat benim savım tümüyle kuramsaldır. Kara delikler, termodinamiğin ikinci yasasına uygundur, ama beyaz delikler değildir! (Kuşkusuz, ikinci yasa ve beyaz deliklerin yokluğu sadece önerme olarak ileri sürülebilir; fakat biz, ikinci yasanın kaynaklarına doğru daha derinlere inmeye uğraşıyoruz.)

Notlar 9

[←1]

Bir BBC radyo yayınında; (bkz. Hodges (1983), s. 419).

[←2]

Bu tür deneylerin ilki kediler üzerinde yapılmıştır (bkz. Myers ve Sperry 1953). Ayrık *beyin* deneyleri hakkında daha fazla bilgi için (bkz. Sperry *(1966), Gazzaniga (1970),* Mackay (1987)).

[←3]

Görme bölgesi ile ilgili daha fazla bilgi için (bkz. Hubel (1988)).

[←4]

Bkz. Hubel (1988), s. 221. Önceki deneylerde, sadece elin görüntüsüne duyarlı hücreler saptanmıştır.

[←5]

Sinir sisteminin nöronlar denilen ayrı bireysel hücrelerden oluştuğu kuramı, büyük İspanyol nöroanatomisti Ramon y Cajal tarafından 1900 yıllarında öne sürülmüştür.

[←6]

Aslında, *tüm* mantık geçitleri, '~' ve '&' den (veya sadece ~(A&B) işleminden) inşa edilebilir.

[←7]

Gerçekte mantık geçitlerinin kullanımı 2. Bölümde ayrıntılanan Turing makinesi inşasından çok, bir elektronik bilgisayar inşası ile daha yakından ilişkilidir. 2. Bölümde, varsayımsal nedenlerle, Turing'in yaklaşımı vurgulanmıştır. Bilgisayarın gerçek gelişimi, Alan Turing kadar, Macar asıllı Amerikalı matematikçi John von Neumann*'ın* yapıtından kaynaklanmıştır.

[←8]

Bu kıyaslamalar, birçok bakımdan, yanıltıcıdır. Günümüzün bilgisayarlarındaki transistörlerin çoğu, mantıksal işlemden çok 'bellek' ile ilgilidir ve bilgisayar belleği dışardan, gerekirse sonsuza dek, yeni bellekler eklenerek sürekli güçlendirilebilir. Geliştirilmiş paralel işlemlerde, bugünkü uygulamalarda kullanılan sayıdan çok daha fazla transistor, mantık işlemlerine doğrudan dahil edilebilir.

[←9]

Deutsch, tanımlamalarında, kuantum kuramı ile ilgili olarak ‘çok dünyalar’ görünüşünü kullanmayı yeğler. Ancak, kuantum bilgisayar kavramı, standart kuantum mekanik ile ilgili hangi görüşü benimsersek benimseyelim, aynı ölçüde geçerli olacağı için, böyle bir görüşü benimsemeye hiç gerek olmadığını bilmek önemlidir.

[←10]

Dişliler, miller, vb. ‘klasik’ elemanları kullanarak bu yorumu uygulayamayız. Benim kastettiğim öğeler normal (diyelim, noktasal veya küresel) parçacıklardır.

[←I]

Tuhaftır ama, beynin ‘bir taraftan diğerine geçişli’ davranışı beyincik için geçerli değildir: Beyinciğin sağ yarısı, bedenin sağ tarafını, sol yarısı ise bedenin sol tarafını kontrol eder.

[←II]

Şempanzelerin aynalarla oynaması sağlanarak yapılan deneyler, şempanzelerin bilinçli davrandıklarına dair bir ölçüde inandırıcı kanıt sunmaktadır (bkz. Oakley (1985), 4. ve 5. bölümler).

[←III]

Kör noktayla ilgili tamamlayıcı bir durum ‘körlüğün inkar edilmesi’ olarak bilinir: Aslında tamamen kör olan bir denek, gayet iyi gördüğünü ısrarla söyleyebilir. Görünüşte bu, *çağrımlaştırılan* çevre koşullarının *görsel olarak* bilincinde olunmasıdır (bkz. Churchland 1984, s. 143).

Notlar 10

[←1]

I. cilt, 4. bölüm, s. 139'da, bir biçimsel sistemde bir kanıtın geçerli olup olmadığının kontrolünün daima algoritmik olduğunu görmüştük. Bunun aksi olarak, matematiksel gerçekleri üretmekle ilgili herhangi bir algoritma, yeni bir biçimsel sistem oluşturmak üzere aksiyomlarla ve basit mantık yöntemlerinin kurallarıyla daima birleştirilebilir.

[←2]

Okuyuculardan bazıları, matematikçiler arasında farklı görüşler bulunmasından endişe duyabilirler. 4. Bölümdeki tartışmayı anımsayınız. Ne var ki, bu gibi görüş farkları konumuzla çok fazla ilgili değildir, ve sadece çok büyük kümelerle ilgili sorulara yöneliktir. Biz dikkatimizi aritmetikteki (bireysel ve evrensel niceleyicilerin sınırlı bir sayısı kadar) önermelere verebiliriz. Bu konuda aşağıdaki açıklama geçerli olacaktır (Belki biraz abartılmış olabilir, çünkü sonsuz kümelerle ilgili bir yansıma ilkesi, aritmetikte önermeler elde etmek amacıyla bazen kullanılabilir). Matematiksel gerçek gibi bir kavramın olduğunu dahi kabul etmeyen dogmatik bir formaliste gelince, Gödel-dokunulmazlığına sahip böyle birini göz ardı etmekle yetineceğim çünkü tartışmaya konu gerçeğe sezgiyle ulaşmak niteliğinden yoksundur!

Kuşkusuz matematikçiler bazen hata yaparlar. Turing de *bunun*, insan *düşünce* sisteminin algoritmik olduğuna karşıt Gödel-tipi savların 'kaçış yolu' olduğuna inanmıştı. Fakat, insanın hata yapabilir olmasının, sezgilerinin anahtarı olabileceği bana olanaksız geliyor!

[←3]

'Kara delik' terimi, çok daha sonraları, 1968 yıllarında, (Amerikalı fizikçi John A. Wheeler'in kehanet niteliğindeki görüşleri sayesinde) yaygın olarak kullanılmaya başlandı.

[←4]

Hayvanların bazen *düş gördükleri* (köpeklerde sıkça gözlendiği gibi) uykuya gereksinim duymaları olgusu, bilince sahip oldukları konusunda bir kanıttır kanımca. Düş görülen uyku ve düş görülmeyen uyku arasındaki fark, bilinç için önemli bir öğedir.

[←5]

Özel veya genel görelilik kuramlarında, ‘zaman’ yerine, ‘eşanlı uzay’ veya ‘uzaysal yüzey’ (II. cilt, s. 66,83) kavramları kullanılır.

[←6]

Ancak, bireyin ve yakın çevresinin sonsuz olarak birçok kopyası bulunacağı için (‘çok dünyalar’ görüşüne oldukça benziyor) uzaysal olarak sonsuz evrende bir çıkış yolu vardır! Her kopyanın gelecekteki davranışı biraz farklı olabilir ve birey, matematikte çoğaltılan kopyalarından hangisinin gerçek ‘kendisi’ olduğundan asla emin olmayabilir!

[←7]

Örneğin, Frank-Casper fazları denilen durumda olduğu gibi, asal birim hücrenin yüzlerce atom içerdiği bazı gerçek kristallerin oluşumu dahi benzer problemler yaratabilir. Öte yandan, beşli simetriye sahip kristalsiler için varsayımsal bir ‘hemen hemen yerel’ (kesin olarak yerel olmasa da) bir yöntem Onoda, Steinhardt, Di Vincenzo ve Socolar (1988) tarafından önerilmiştir.

[←I]

En azından günümüzün bilgisayar teknolojisiyle (1. bölümde verilen Turing testi ile ilgili tartışmaya bakınız).

[←II]

Hesap işlemlerinin yerine sadece çıktıları birbirinin aynı olan iki algoritmanın birbiriyle eşdeğerde sayılıp sayılamayacağına dair oldukça çetrefil bir konu da vardır (bkz. I. cilt, 2. bölüm, s. 64)

[←III]

Kuantum kütleçekimi kuramına yaklaşımlardan en az bir tanesi, hesapedilemezlik öğesini içermektedir (Geroch ve Hartle 1986).

[←IV]

Zamanla uzay arasındaki bu simetri, *iki*boyutlu uzay-zaman için çok daha çarpıcı olurdu. İkiboyutlu uzay-zaman fiziğinin denklemleri, uzayın zamanla yer değiştirmesi ile ilgili olarak temelde simetrik olurdu. Ama kimse ikiboyutlu fizikte uzayın ‘akmasını’ beklemezdi. Bildiğimiz fiziksel dünyadaki deneyimlerimizde zamanın ‘gerçekten

akmasını' sağlayan etkenin, uzay-zamanımızın sahip olduğu uzay boyutları sayısı (3) ile zaman boyutları sayısı (1) arasındaki simetriksizlik olduğuna inanmak zor.

Kaynakça

Aharonov, Y. ve Albert, D. Z. (1981). Can we make sense out of the measurement process in relativistic quantum mechanics? *Phys. Rev.,* D24, 359-70.

Aharonov, Y., Bergmann, P. ve Lebowitz, J. L. (1964). Time symmetry in the quantum process of measurement. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Phys. Rev.,* 134B, 1410-16.

Ashtekar, A., Balachandran, A. P. ve Sang Jo (1989). The CP problem in quantum gravity. *Int. J. Mod. Phys.,* A6, 1493-514.

Aspect, A. ve Grangier, P. (1986). Experiments on Einstein-Podolsky-Rosen-type correlations with pairs of visible photons. *Quantum concepts in space and time* (ed. R. Penrose ve C. J. Isham) içinde, Oxford University Press.

Atkins, P. W. (1987). *Why mathematics works.* Oxford University Extension Lecture in series: Philosophy and the New Physics (13 Mart).

Barbour, J. B (1989). *Absolute or relative motion?* Cilt 1: *The discovery of dynamics.* Cambridge University Press, Cambridge.

Barrow, J. D. (1988). *The world within the world.* Oxford University Press.

Barrow, J. D. ve Tipler, F. J. (1986). *The anthropic cosmological principle.* Oxford University Press.

Baylor, D. A., Lamb, T. D. ve Yau, K.-W. (1979). Responses of retinal rods to single photons. *J. Physiol.,* 288,613-34.

Bekenstein, J. (1972). Black holes and entropy. *Phys. Rev.,* D7, 2333-46.

Belinfante, F. J. (1975). *Measurement and time reversal in objective quantum theory.* Pergamon Press, New York.

Belinskii, V. A., Khalatnikov, I. M. ve Lifshitz, E. M. (1970). Oscillatory approach to singular point in the relativistic cosmology. *Adv. Phys.* 19,525-73.

Bell, J. S. (1987). *Speakable and unspeakable in quantum mechanics.* Cambridge University Press.

Benacerraf, P. (1967). God, the Devil and Gödel. *The Monist,* 51,9-32.

Blakemore, C. ve Greenfield, S. (ed.) (1987). *Mindwaves: thoughts on intelligence, identity and consciousness.* Basil Blackwell, Oxford.

Blum, L., Shub, M. ve Smale, S. (1989). On a theory of computation and complexity over the real numbers: NP completeness, recursive functions and universal machines. *Bull. Amer. Math. Soc.,* 21,1-46.

Bohm, D. (1951). The paradox of Einstein, Rosen and Podolsky. *Quantum theory and measurement* (ed. J. *A.* Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Quantum theory,* D. Bohm, Ch. 22, sect. 15-19. Prentioe-Hall, Englewood-Cliffs.

Bohm, D. (1952). A suggested interpretation of the quantum theory in terms of 'hidden' variables, I and II, *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Phys. Rev.,* 85,166-93.

Bondi, H. (1960). Gravitational waves in general relativity. *Nature (London),* 186, 535.

Bowie, G. L. (1982). Lucas' number is finally up. *J. of Philosophical Logic*, 11,279-85.

Brooks, R. ve Matelski, J. P. (1981), The dynamics of 2-generator subgroups of PSL(2,C), Riemann surfaces and related topics: *Proceedings of the 1978 Stony Brook Conferenee,* I. Kra ve B. Maskit (ed.), *Ann. Math Studies,* 97. Princeton University Press, Princeton.

Cartan, E. (1923). Sur les varietes â connexion afime et la theorie de la relativité généralisée. *Ann. Sci. Ec. Norm. Sup.,* 40,325-412.

Chandrasekhar, S. (1987). *Truth and beauty: aesthetics and motivations in science.* University of Chicago Press.

Church, A. (1941). *The calculi of lambda-conversion.* Annals of Mathematics Studies, no. 6. Princeton University Press.

Churchland, P. M. (1984). *Matter and consciousness.* Bradford Books, MIT Press, Cambridge, Mass.

Clauser, J. F., Home, A. H., Shimony, A. ve Holt, R. A. (1969). Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Phys. Rev. Lett,* 23,880-4.

Close, F. (1983). *The cosmic onion: quarks and the nature of the universe.* Heinemann, Londra.

Cohen, P. C. (1966). *Set theory and the continuum hypothesis.* Benjamin, Menlo Park, CA.

Cutland, N. J. (1980). *Computability: an introduction to recursive function theory.* Cambridge University Press.

Davies, P. C. W. (1974). *The physics of time-asymmetry.* Surrey University Press.

Davies, P. C. W. ve Brown, J. (1988). *Superstrings: a theory of everything?* Cambridge University Press.

Davies, R. D., Lasenby, A. N., Watson, R. A., Daintree, E. J., Hopkins, J., Beckman, J., Sanchez-Almeida, J. ve Rebolo, R. (1987). Sensitive measurement of fluctuations in the cosmic microwave background. *Nature,* 326, 462-5.

Davis, M. (1988). Mathematical logic and the origin of modern computers. *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken) içinde, Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Dawkins, R. (1986). *The blind watchmaker.* Longman, Londra.

de Broglie, L. (1956). *Tentative d'interprétation causale et notlinéaire de la mecanique ondulatoire.* Gauthier-Villars, Paris.

Deeke, L., Grötzinger, B. ve Kornhuber, H. H. (1976). Voluntary finger movements in man: cerebral potentials and theory. *Biol. Cybemetics,* 23,99.

Delbrück, M. (1986). *Mind from matter?* Blackwell Scientific Publishing, Oxford.

Dennett, D. C. (1978). *Brainstorms.* Philosophical Essays on Mind and Psychology, Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Deutsch, D. (1985). Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum Computer. *Proc. Roy. Soc. (Lond.),* A400,97-117.

Devlin, K. (1988). *Mathematics: the new golden age.* Penguin Books, Londra.

De Witt, B. S. ve Graham, R. D. (ed.) (1973). *The many-worlds interpretation of quantum mechanics.* Princeton University Press.

Dirac, P. A. M. (1928). The quantum theory of the electron. *Proc. Roy. Soc. (Lond.),* A117, 610-24; *ditto,* part II, *ibid.,* A118, 361.

Dirac, P. A. M. (1938). Classical theory of radiating electrons. *Proc. Roy. Soc. (Lond.),* A167,148.

Dirac, P. A. M. (1939). The relations between mathematics and physics. *Proc. Roy. Soc., Edinburgh,* 59,122.

Dirac, P. A. M. (1947). *The principles of quantum mechanics* (3. baskı), Oxford University Press.

Dirac, P. A. M. (1982). Pretty mathematics. *Int. J. Theor. Phys.,* 21,603-5.

Drake, S. (çev.) (1953). *Galileo Galilei: dialogue concerning the two chief world systems* -*Ptolemaic and Copernican.* University of California, Berkeley, 1953.

Drake, S. (1957). *Discoveries and opinions of Galileo.* Doubleday, New York.

Eccles. J. C. (1973). *The understanding of the brain.* McGraw-Hill, New York.

Einstein, A., Podolsky, B. ve Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?

Quantum theory and measurement (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Phys. Rev.,* 47,777-80.

Everett, H. (1957). ‘Relative State' formulation of quantum mechanics. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; orijinali *Rev. of Mod. Phys.,* 29,454-62.

Feferman, S. (1988). Turing in the Land of 0(z). *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken) içinde, Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Feynman, R. P. (1985). *QED: the strange theory of light and matter,* Princeton University Press,

Feynman, R. P., Leighton, R. B. ve Sands, M. (1965). *The Feynman Lectures.* Addison-Wesley.

Fodor, J. A. (1983). *The modularity of mind.* MIT Press, Cambridge, Mass.

Fredkin, E. ve Toffoli, T. (1982). Conservative logic. *Int. J. Theor, Phys.,* 21,219-53.

Freedman, S. J. ve Clauser, J. F. (1972). Experimental test of local hidden-variable theories. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Phys. Rev. Lett.,* 28,938-41.

Galilei, G. (1638). *Dialogues concerning two new Sciences.* Macmillan baskısı 1914; Dover Inc.

Gandy, R. (1988). The confluence of ideas in 1936. *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken) içinde, Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Gardner, M. (1958). *Logic machines and diagrams.* University of Chicago Press.

Gardner, M. (1983). *The whys of a philosophical scrivener.* William Morrow and Co., Inc., New York.

Gardner, M. (1989). *Penrose tiles to trapdoor ciphers.* W. H. Freeman and Company, New York.

Gayle, F. W. (1987). Free-surface solidifîcation habit and point group symmetry of a faceted icosahedral Al-Li-Cu phase. *J. Mater. Res.,* 2,1-4.

Gazzaniga, M. S. (1970). *The bisected brain.* Appleton-Century-Crofts, New York.

Gazzaniga, M. S., LeDoux, J. E. ve Wilson, D. H. (1977). Language, praxis, and the right hemisphere: clues to some mechanisms of consciousness. *Neurology, 27,*1144-7.

Geroch, R. ve Hartle, J. B. (1986). Computability and physical theories. *Found. Phys.,* 16,533.

Ghirardi, G. C., Rimini, A. ve Weber, T. (1980). A general argument against superlumi-nal transmiission through the quantum mechanical measurement process. *Lett. Nuovo. Chim.,* 27, 293-8.

Ghirardi, G. C., Rimini, A. ve Weber, T. (1986). Unifıed dynamics for microscopic and macroscopic systems. *Phys. Rev.,* D34, 470.

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sâtze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik,* 38,173-98.

Good, I. J. (1969). Gödel's theorem is a red herring. *Brit. J. Philos. Sci.,* 18, 359-73.

Gregory, R. L. (1981). *Mind in Science; A history of explanations in psychology and physics.* Weidenfeld and Nicholson Ltd.

Grey Walter, W. (1953). *The living brain.* Gerald Duckworth and Co. Ltd.

Grünbaum, B. ve Shephard, G. C. (1981). Some problems on plane tilings. *The mathematical Gardner* (ed. D. A. Klarner) içinde, Prindle, Weber and Schmidt, Boston.

Grünbaum, B. ve Shephard, G. C. (1987). *Tilings and patterns.* W. H. Freeman.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field.* Princeton University Press.

Hanf, W. (1974). Nonrecursive tilings of the plane, I. *J. Symbolic Logic,* 39,283-5.

Harth, E. (1982). *Windows on the mind.* Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Hartle, J. B. ve Hawking, S. W. (1983). Wave function of the universe. *Phys. Rev.,* D31, 1777.

Hawking, S. W. (1975). Partide creation by black holes. *Commun. Math. Phys.,* 43,199-220.

Hawking, S. W. (1987). Quantum cosmology. *300 years of gravitation* (ed. S. W. Hawking ve W. Israel) içinde, Cambridge University Press.

Hawking, S. W. (1988). *A brief history of time.* Bantam Press, Londra.

Hawking, S. W. ve Penrose, B. (1970). The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. (London),* A314,529-48.

Hebb, D. O. (1954). The problem of consciousness and introspection. *Brain mechanisms and consciousness* (ed. J. F. Delafresnaye) içinde. Blackwell, Oxford.

Hecht, S., Shlaer, S. ve Pirenne, M. H. (1941). Energy, quanta and vision. *J. of Gen. Physiol.,* 25,891-40.

Herken, B. (ed.) (1988). *The universal Turing machine: a half-century survey.* Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Hiley, B. J. ve Peat, F. D. (ed.) (1987). *Quantum implications. Essays in honour of David Bohm.* Boutledge and Kegan Paul, Londra & New York.

Hodges, A. P. (1983). *Alan Turing: the enigma.* Burnett Books and Hutchinson, Londra; Simon and Schuster, New York.

Hofstadter, D. B. (1979). *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid.* Harvester Press, Hassocks, Sussex.

Hofstadter, D. B. (1981). A conversation with Einstein’s brain. *The mind’s I* (ed. D. R. Hofstadter ve D. C. Dennett) içinde, Basic Books, Inc.; Penguin Books, Ltd., Harmondsworth, Middx.

Hofstadter, D. E. ve Dennett, D. C. (ed.) (1981). The *mind’s I.* Basic Books, Inc.; Penguin Books, Ltd., Harmondsworth, Middx.

Hubel, D. H, (1988). *Eye, brain and vision.* Scientific American Library Series # 22.

Huggett, S. A. ve Tod, K. P. (1985). *An introduction to tuıistor theory.* London Math. Soc. student texts, Cambridge University Press.

Jaynes, J. (1980). *The origin of consciousness in the breakdown ofthe bicameral mind.* Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middx.

Kandel, E. R. (1976). *The cellular basis of behaviour.* Freeman, San Francisco.

Kârolyhâzy, F. (19-74). Gravitation and quantum mechanics of macroscopic bodies. *Magyar Fizikai Folyoirat,* 12, 24.

Kârolyhâzy, F., Frenkel, A. ve Lukâcs, B. (1986). On the possible role of gravity on the reduction of the wave function. *Quantum concepts in space and time* (ed. R. Penrose ve C. J. Isham) içinde, Oxford University Press.

Keene, R. (1988). Chess: Henceforward. *The Spectator,* 261 (no. 8371), 52.

Knuth, D. M. (1981). *The art of Computer programming,* Cilt 2 (2. baskı). Addison-Wesley, Reading, MA.

Komar, A. B. (1964). Undecidability of macroscopically distinguishable states in quantum field theory. *Phys. Rev.,* 133B, 542-4.

Komar, A. B. (1969). Qualitative features of quantized gravitation. *Int. J. Theor. Phys.* 2, 157-60.

Kuznetsov, B. G. (1977). *Einstein: Leben, Tod, Unsterblichkeit* (çev. H. Fuchs). Birkhauser, Basel.

LeDoux, J. E. (1985). Brain, mind and language. *Brain and mind* (ed. D.A. Oakley) içinde, Methuen, Londra ve New York.

Levy, D. W. L. (1984).' *Chess Computer handbook.* Batsford.

Lewis, D. (1969). Lucas against mechanism. *Philosophy,* 44, 231-3.

Lewis, D. (1989). Lucas against mechanism II. *Can. J. Philos.* 9, 373-6.

Libet, B. (1987). Consciousness: Conscious subjective experience. *Encyclopedia of neuro-science,* Cilt 1 (ed. G. Adelman) içinde. Birkhauser, s. 271-5.

Libet, B. (1989). Conscious subjective experience vs. unconscious mental functions: A theory of the cerebral process involved. *Models of brain function* (ed. R. M. J. Cotterill) içinde, Cambridge University Press, Cambridge; s. 35-43.

Libet, B., Wright, E. W. Jr., Feinstein, B. ve Pearl, D. K. (1979). Subjective referral of the timing for a conscious sensory experience, *Brain,* 102,193-224.

Lorenz, K. (1972). *From ape to Adam* (H. Wendt, Bobbs Merrill) içinde alıntı, Indianapolis.

Lucas, J. R. (1961). Minds, machines and Gödel. *Philosophy,* 36, 120-4; yeniden basım Alan Ross Anderson (1964), *Minds and machines,* Englewood Cliffs.

MacKay, D. (1987). Divided brains-divided minds? *Minduıaves* (ed. C. Blakemore ve S. Greenfield) içinde, Basil Blackwell, Oxford.

Majorana, E. (1932). Atomi orientati in campo magnetico variabile, *Nuovo Çimento,* 9,43-50.

Mandelbrot, B. B. (1986). Fractals and the rebirth of iteration theory. *The beauty of fractals: images of complex dynamical systems,* (H.-O. Peitgen ve P. H. Richter) içinde, Springer-Verlag, Berlin; s. 151-60.

Mandelbrot, B. B. (1989). Some ‘facts’ that evaporate upon examination. *Math. Intelligencer,* 11,12-16.

Maxwell, J. C. (1865). A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philos. Trans. Roy. Soc. (Lond.),* 155, 459-512.

Mermin, D. (1985). Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory. *Physics Today,* 38 (no. 4), 38-47.

Michie, D. (1988). The fifth generation’s unbridged gap. *The universal Turing machine: a half-century survey* (ed. R. Herken) içinde, Kammerer & Unverzagt, Hamburg.

Minsky, M. L. (1968). Matter, mind, and models. *Semantic information Processing* (ed. M. L. Minsky) içinde, MIT Press,

Cambridge, Mass.

Misner, C. W. (1969). Mixmaster universe, *Phys. Rev. Lett.,* 22,1071-4.

Moravec, H. (1989). *Mind children: the future of robot and human intelligence.* Harvard University Press.

Moruzzi, G. ve Magoun, H. W. (1949). Brainstem reticular formation and activation of the EEG. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology,* 1,455-73.

Mott, N. F. (1929). The wave mechanics of a-ray tracks. *Quantum theory and measure-ment* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983; orijinali *Proc. Roy. Soc. (Lond)* A126,79-84.

Mott, N. F. ve Massey, H. S. W. (1965). Magnetic moment of the electron. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek), Princeton University Press, 1983; orijinali *The theory of atomic collisions* N. F. Mott ve H. S. W. Massey (Clarendon Press, Oxford; 1965).

Myers, D. (1974). Nonrecursive tilings of the plane, II. *J. Symbolic Logic* 39,286-94.

Myers, R. E. ve Sperry, R. W. (1953). Interocular transfer of a visual form discrimination habit in cats after section of the optic chiasm and corpus callosum. *Anatomical Record,* 175, 351-2.

Nagel, E. ve Newman, J. R. (1958). *Gödel's proof.* Routledge & Kegan Paul Ltd.

Nelson, D. R. ve Halperin, B. I. (1985). Pentagonal and icosahedral order in rapidly cooled metals. *Science,* 229,233.

Newton, I. (1687). *Principia.* Cambridge University Press.

Newton, I. (1730). *Opticks.* 1952, Dover, Inc.

Oakley, D. A. (ed.) (1985). *Brain and mind.* Methuen, Londra ve New York.

Oakley, D. A. ve Eames L. C. (1985). The plurality of consciousness. *Brain and mind* (ed. D. A, Oakley) içinde, Methuen, Londra ve New York.

O'Connell, K. (1988). Computer chess. *Chess,* 15

O'Keefe, J. (1985). Is consciousness the gateway to the hippocampal cognitive map? A speculative essay on the neural basis of mind. *Brain and mind* (ed. D. A. Oakley) içinde, Methuen, Londra ve New York.

Onoda, G. Y., Steinhardt, P. J., DiVincenzo, D. P. ve Socolar, J. E. S. (1988). Growing perfect quasicrystals. *Phys. Rev. Lett.,* 60, 2688.

Oppenheimer, J. R. ve Snyder, H. (1939). On continued gravitational contraction. *Phys. Rev.* 56,455-9.

Pais, A. (1982). *'Subtle is the Lord...': the Science and the life of Albert Einstein.* Clarendon Press, Oxford.

Paris, J. ve Harrington. L. (1977). A mathematical incompleteness in Peano arithmetic. *Handbook of mathematical logic* (ed. J. Banvise) içinde, North-Holland, Amsterdam.

Pearle, P. (1985). 'Models for reduction'. *Quantum concepts in space and time* (ed. C. J. Isham ve R. Penrose) içinde, Oxford University Press.

Pearle, P. (1989). Combining stochastic dynamical state-vector reduction with sponta-neous localization. *Phys. Rev.* A, 39,2277-89.

Peitgen, H.-O. ve Richter, P. H. (1986). *The beauty of fractals.* Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg.

Peitgen, H.-O. ve Saupe, D. (1988). *The Science of fractal images.* Springer-Verlag, Berlin.

Penfield, W. ve Jasper, H. (1947). Highest level seizures. *Research Publications of the Association for Research in Nervous and Mentol Diseases (New York),* 26,252-71.

Penrose, R. (1965). Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.,* 14,57-9.

Penrose, R. (1974). The röle of aesthetics in pure and applied mathematical research. *Bull. Inst. Math. Applications,* 10, no. 7/8,266-71.

Penrose, R. (1979a). Einstein's vision and the mathematics of the natural world. *The Sciences* (Mart), 6-9.

Penrose, R. (1979b). Singularities and time-asymmetry. *General relativity: An Einstein centenary* (ed. S. W. Hawking ve W. Israel) içinde, Cambridge University Press.

Penrose, R. (1987a). Newton, quantum theory and reality. *300 years of gravity* (ed. S. W. Hawking ve W. Israel) içinde, Cambridge University Press.

Penrose, R. (1987b). Quantum Physics and Conscious Thought. *Quantum implications: Essays in honour of David Bohm* (ed. B. J. Hiley ve F. D. Peat) içinde, Routledge and Kegan Paul, Londra & New York.

Penrose, R. (1989a). Tilings and quasi-crystals; a non-local growth problem? *Aperiodicity and order 2* (ed. M. Jarif), Academic Press, New York.

Penrose, R. (1989b). Difficulties with inflationary cosmology. *Fourteenth Texas Symposium on Relativistic Astrophysics* (ed. E. J. Fenyves) içinde, NY Acad. Sci., New York, 571, 249-64.

Penrose, R. ve Rindler, W. (1984). *Spinors and space-time,* Cilt 1: *Two-spinor calculus and relativistic fields.* Cambridge University Press.

Penrose, R. ve Rindler, W. (1986). *Spinors and space-time,* Cilt 2: *Spinor and twistor methods in space-time geometry.* Cambridge University Press.

Pour-El, M. B. ve Richards, I. (1979). A computable ordinary differential equation which possesses no computable solution. *Ann. Math. Logic,* 17, 61-90.

Pour-El, M. B. ve Richards, I. (1981). The wave equation with computable initial data such that its unique solution is not computable. *Adv. in Math.,* 39, 215-39.

Pour-El, M. B. ve Richards, I. (1982). Noncomputability in models of physical phenomena. *Int. J. Theor. Phys.,* 21, 553-5.

Pour-El, M. B. ve Richards, I. (1989). *Computability in analysis and physics.* Springer-Verlag, New York.

Rae, A. (1986). *Quantum physics: illusion or reality?* Cambridge University Press.

Resnikoff, H. L. ve Wells, R. O. Jr. (1973). *Mathematics and civilization.* Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, eklemelerle yeni baskı, 1984, Dover Publications, Inc., Mineola, NY.

Rindler, W. (1977). *Essential relativity.* Springer-Verlag, New York.

Rindler, W. (1982). *Introduction to special relativity.* Clarendon Press, Oxford.

Robinson, R. M. (1971). Undecidability and nonperiodicity for tilings of the plane. *Invent. Math.,* 12,177-209.

Rouse Ball, W. W. (1892). Calculating prodigies. *Mathematical recreations and essays* içinde.

Rucker, R. (1984). *Infinity and the mind: the Science and philosophy of the infinite.* Paladin Books, Granada Publishing Ltd., Londra (ilk baskısı Birkhauser Inc., Boston, Mass., 1982).

Sachs, R. K. (1962). Gravitational waves in general relativity. VIII. Waves in asymptotically flat space-time. *Proc. Roy. Soc. London,* A270,103-26.

Schank, R. C. ve Abelson, R. P. (1977). *Scripts, plans, goals and understanding.* Erlbaum, Hillsdale, NJ.

Schrödinger, E. (1935). Die gegenwârtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften,* 23, 807-12, 823-8, 844-9. (çev. J. T. Trimmer) (1980). *Proc. Amer. Phil. Soc.,* 124, 323-38.) *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983.

Schrödinger, E. (1967). *'What is life?' and 'Mind and matter'.* Cambridge University Press.

Searle, J. (1980). Minds, brains and programs. *The behavioral and brain Sciences,* Cilt 3 içinde. Cambridge University Press, yeniden basım *The mind's I* (ed. D. R. Hofstadter ve D. C. Dennett) içinde, Basic Books, Inc., Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middx., 1981.

Searle, J. R. (1987). Minds and brains without programs. *Mindwaves* (ed. C. Blakemore ve S. Greenfield) içinde, Basil Blackwell, Oxford.

Shechtman, D., Blech, I., Gratias, D. ve Cahn, J. W. (1984). Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Phys. Rev. Lett.,* 53,1951.

Smith, S. B. (1983). *The great mental calculators.* Columbia University Press.

Smorynski, C. (1983). 'Big' news from Archimedes to Friedman. *Notices Amer. Math. Soc.,* 30,251-6.

Sperry, R. W. (1966). Brain bisection and consciousness. *Brain and conscious experience* (ed. J. C. Eccles) içinde, Springer, New York.

Squires, E. (1985). *To acknowledge the wonder.* Adam Hilger Ltd., Bristol.

Squires, E. (1986). *The mystery of the quantum world.* Adam Hilger Ltd., Bristol.

Tipler, F. J., Clarke, C. J. S. ve Ellis, G. F. R. (1980). Singularities and horizons -a review article. *General relativity and gravitation* (ed. A. Held) içinde, Cilt 2, s. 97-206. Plenum Press, New York.

Treiman, S. B., Jackiw, R., Zumino, B. ve Witten, E. (1985). *Current algebra and anomalies, Princeton series in physics.* Princeton University Press, Princeton, N.J.

Turing, A. M. (1937). On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proc. Lond. Math. Soc.* (ser. 2), 42,230-65; düzeltme 43,544-6.

Turing, A. M. (1939). Systems of logic based on ordinals. *P. Lond. Math. Soc.,* 45,161-228.

Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. *Mind, 59,* no. 236; yeniden basım *The mind's I* (ed. D. R. Hofstadter ve D. C. Dennett) içinde, Basic Books, Inc,; Penguin Books, Ltd., Harmondsworth, Middx., 1981.

von Neumann, J. (1955). *Mathematical foundations of guantum mechanics.* Princeton University Press.

Waltz, D. L. (1982). Artificial intelligence. *Scientific American,* 247 (4), 101-22.

Ward, R. S. ve Wells, R. O. Jr. (1990). *Tıvistor geometry and fıeld theory.* Cambridge University Press.

Weinberg, S. (1977). *The first three minutes: A modern view of the origin of the universe.* André Deutsch, Londra.

Weiskrantz, L. (1987). Neuropsychology and the nature of consciousness. *Mindwaves* (ed. C. Blakemore ve S. Greenfield) içinde, Blackwell, Oxford.

Westfall, R. S. (1980). *Never at rest.* Cambridge University Press.

Wheeler, J. A. (1983). Law without law. *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, s. 182-213.

Wheeler, J. A. ve Feynman, R. P. (1945). Interaction with the absorber as the mechanism of radiation. *Revs. Mod. Phys.,* 17,157-81.

Wheeler, J. A. ve Zurek, W. H. (ed.) (1983). *Quantum theory and measurement.* Princeton University Press.

Whittaker, E. T. (1910). *The history of the theories of aether and electricity.* Longman, Londra.

Wigner, E. P. (1960). The unreasonable effectiveness of mathematics. *Commun. Püre Appl. Math.,* 13,1-14.

Wigner, E. P. (1961). Remarks on the mind-body question. *The scientist speculates* (ed. I. J. Good) içinde, Heinemann, Londra. Yeniden basım E. Wigner (1967), *Symmetries and reflections* içinde, Indiana University Press, Bloomington, ve *Quantum theory and measurement* (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek) içinde, Princeton University Press, 1983.

Will, C. M. (1987). Experimental gravitation from Newton's *Principia* to Einstein's general relativity. *300 years of gravitation* (ed. S. W. Hawking ve W. Israel) içinde, Cambridge University Press.

Wilson, D. H., Reeves, A. G., Gazzaniga, M. S. ve Culver, C. (1977). Cerebral commissurotomy for the control of intractable seizures. *Neurology,* 27, 708-15,

Winograd, T. (1972). Understanding natural language. *Cognitive Psychdogy,* 3,1-191.

Wootters, W. K. ve Zurek, W. H. (1982). A single quantum cannot be cloned. *Nature,* 299,802-3.